1.	①	**2.**	④	**3.**	⑤	**4.**	②	**5.**	③
6.	⑤	**7.**	②	**8.**	①	**9.**	④	**10.**	③
11.	②	**12.**	①	**13.**	⑤	**14.**	⑤	**15.**	③
16.	②	**17.**	①	**18.**	345	**19.**	18	**20.**	15
21.	128	**22.**	20	**23.**	25	**24.**	73	**25.**	20
26.	③	**27.**	①	**28.**	④	**29.**	④	**30.**	11

1. 답. ①

(준식)$=\log_{2^{-1}}2+\log_7 7^{-1}=-1+(-1)=-2$

2. 답. ④

$\frac{\infty}{\infty}$꼴은 분모와 분자의 최고차항만 계산

$\lim_{n\to\infty}\frac{6n^2+n+1}{n^2+1}=\lim_{n\to\infty}\frac{6n^2}{n^2}=6$

3. 답. ⑤

$\begin{pmatrix}2&1\\5&3\end{pmatrix}X=\begin{pmatrix}2&1\\0&1\end{pmatrix}$ 의 양변에 $\begin{pmatrix}2&1\\5&3\end{pmatrix}^{-1}$를 곱하면

$X=\begin{pmatrix}3&-1\\-5&2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2&1\\0&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}6&2\\-10&-3\end{pmatrix}$

따라서 모든 성분의 합은 -5

4. 답. ②

$2^{x+y}=X,\ 2^{x-y}=Y$로 치환하면

(준식)$=(X+Y)^2-(X-Y)^2$

$=X^2+2XY+Y^2-(X^2-2XY+Y^2)$

$=4XY$

따라서 $4XY=4\cdot2^{x+y}\cdot2^{x-y}=2^{2x+2}$

5. 답. ③

$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$에서

사건 A, B가 독립이므로 $P(A\cap B)=P(A)\cdot P(B)$이다.

$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A)\cdot P(B)$

$\frac{4}{5}=\frac{1}{3}+P(B)-\frac{1}{3}P(B)$

$\frac{2}{3}P(B)=\frac{7}{15}$ $\qquad P(B)=\frac{7}{10}$

$P(B^c)=1-P(B)=1-\frac{7}{10}=\frac{3}{10}$

6. 답. ⑤

해가 무수히 많으려면 일치가 되어야한다.

$\frac{k-6}{2}=\frac{-2}{k-1}=\frac{3}{-6}$에서

$(k-6)(k-1)=-4$

$k^2-7k+10=0$

$(k-2)(k-5)=0$

$k=2$이면 해가 없다.

$\therefore\ k=5$

7. 답. ②

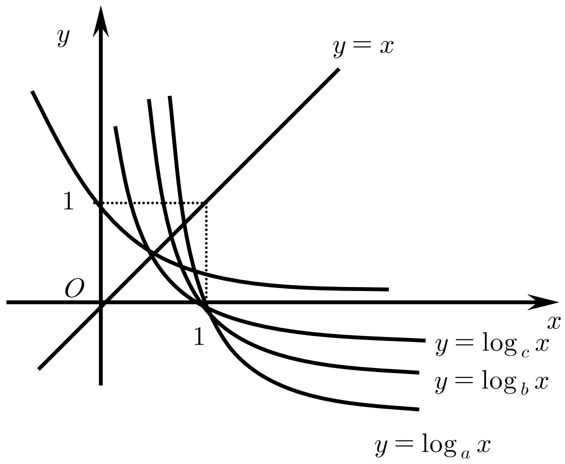
여학생이 먼저 입장하는 방법의 수는 $2!=2$이고

남학생이 입장하는 방법의 수는 $3!=3\cdot2\cdot1=6$이다.

연속해서 입장하므로 $2\times6=12$

8. 답. ①

$y=c^x$의 역함수를 이용



$y=\log_a x,\ y=\log_b x,\ y=c^x$모두 감소 함소이다.

$y=c^x$의 역함수를 그림으로 나타내면 위와 같다.

모두 감소 함소 이므로 $x>1$인 x의 값을 넣어서 y의 값을 비교하면 $\log_c x>\log_b x>\log_a x$이다.

$0<a,b,c<1$이므로 $a>b>c$이다.

9. 답. ④

$S_n=2^n+3^n,\ S_{n-1}=2^{n-1}+3^{n-1}$이므로

$S_n-S_{n-1}=3^n+2^n-(3^{n-1}+2^{n-1})$

$\therefore a_n=2\cdot3^{n-1}+2^{n-1}$

$\lim_{n\to\infty}\frac{a_n}{S_n}=\lim_{n\to\infty}\frac{2\cdot3^{n-1}+2^{n-1}}{2^n+3^n}=\frac{2}{3}$

10. 답. ③

건전지 수명 X의 정규분포 $N(m,3^2)$이므로

크기가 n인 표본평균 $\overline{X}$는 정규분포 $N\left(m,\left(\frac{3}{\sqrt{n}}\right)^2\right)$을 따른다.

$P(m-0.5\le\overline{X}\le m+0.5)=P\left(\frac{m-0.5-m}{\frac{3}{\sqrt{n}}}\le z\le\frac{m+0.5-m}{\frac{3}{\sqrt{n}}}\right)$

$P\left(-\frac{\sqrt{n}}{6}\le z\le\frac{\sqrt{n}}{6}\right)=2P(0\le z\le\frac{\sqrt{n}}{6})=0.8664$

$\therefore\ P(0\le z\le\frac{\sqrt{n}}{6})=0.4332$

$\therefore\frac{\sqrt{n}}{6}=1.5\qquad\sqrt{n}=9\qquad\therefore\ n=81$

11. 답. ②

... 생략 ...

집합 $n(A_k)=k$이고 부분집합 중 원소가 2개인 부분집합의 개수는 $\boxed{(가)\ {}_kC_2}$이다.

평균이 a이고 변량의 개수가 n일 때 변량의 총합은 $a\times n$으로

계산된다. 평균 $a_k = \frac{k+1}{3}$이므로 ${}_kC_2$개의 변량의 총합은

$\boxed{(나)\ \ {}_kC_2 \cdot \frac{k+1}{3}}$이 되고, 위에서 열거한 k개의 집합에서 작은 원소들의 총합은 $1+2+3+\cdots+k$이므로

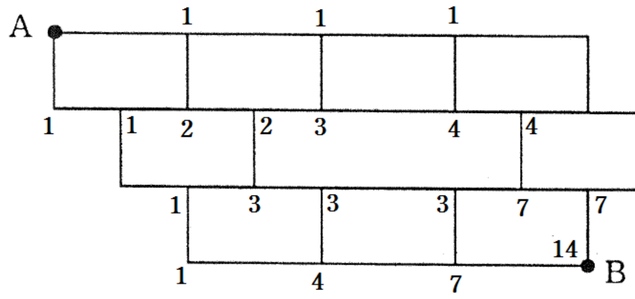
$$a_{k+1} = \frac{{}_kC_2 \cdot \frac{k+1}{3} + (1+2+3+\cdots+k)}{{}_{k+1}C_2} = \frac{k+2}{3} = \frac{(k+1)+1}{3} \cdot$$

이다.

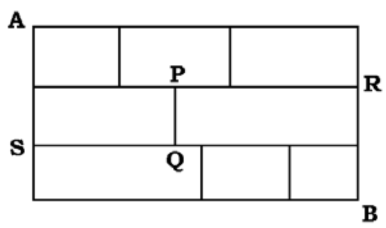
... 생략 ...

12. 답. ①

각 꼭지점까지 최단거리로 가는 경우의 수를 나타내면 아래 그림과 같다.



[별해]



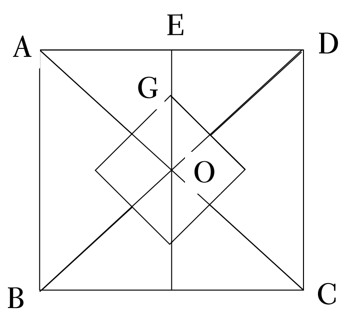
(i) $A \to R \to B$ 인 경우 : $4 \times 1 = 4$

(ii) $A \to P \to Q \to B$ 인 경우 : $2 \times 1 \times 3 = 6$

(iii) $A \to S \to B$ 인 경우 : $1 \times 4 = 4$

(i), (ii), (iii)에서 $4+6+4=14$

13. 답. ⑤



$S_1 = 9$이고

그림에서 점 G는 $\triangle AOD$의 무게중심이므로 $\overline{OG} : \overline{GE} = 2 : 1$

$\overline{OE} = \frac{1}{2}\overline{AB} = \frac{3}{2}$

$\overline{OG} = \frac{2}{3}\overline{OE} = \frac{2}{3} \times \frac{3}{2} = 1$

따라서 두 번째 정사각형 A_2의 대각선의 길이가 2이므로

A_2의 한 변의 길이는 $\sqrt{2}$

$\therefore\ S_2 = 2$

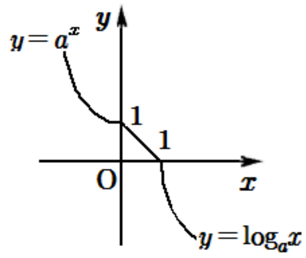
구하라는 정사각형의 넓이의 합은 첫째항이 9, 공비가 $\frac{2}{9}$인 무한 등비급수이다

$$\sum_{n=1}^{\infty} S_n = 9+2+\cdots = \frac{9}{1-\frac{2}{9}} = \frac{81}{7}$$

14. 답. ⑤

ㄱ. $\{f(-3)\}^5 = (a^{-3})^5 = a^{-15} = f(-15)$ <참>

ㄴ. 그래프를 그리면 다음과 같다.



함수 $y=f(x)$는 일대일 대응이고 감소함수이므로 $y=f(x)$와 $y=a$는 한 점에서 만난다. <참>

ㄷ. $y=a^x$와 $y=\log_a x$는 $y=x$에 대칭이고 $y=-x+1$도 $y=x$에 대칭하여도 $y=-x+1$이다. 따라서 $y=f(x)$는 $y=x$에 대칭이다. <참>

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄷ이다.

15. 답. ③

ㄱ. $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$이므로 $8A = \begin{pmatrix} 8 & 8 \\ 8 & 8 \end{pmatrix}$

$L(8A) = \begin{pmatrix} \log_2 8 & \log_2 8 \\ \log_2 8 & \log_2 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 3 & 3 \end{pmatrix} = 3A$ <참>

ㄴ. $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$에서 $L(A) = E$이므로

$\begin{pmatrix} \log_2 a & \log_2 b \\ \log_2 c & \log_2 d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$에서

$\log_2 a = 1 \quad \log_2 b = 0 \quad \log_2 c = 0 \quad \log_2 d = 1$

$\therefore a=2,\ b=1,\ c=1,\ d=2$

$\therefore A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ 이므로 역행렬 존재 <참>

ㄷ. $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$에서 $A^2 = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a^2+bc & ab+bd \\ ac+cd & bc+d^2 \end{pmatrix}$

$L(A^2) = \begin{pmatrix} \log_2(a^2+bc) & \log_2(ab+bd) \\ \log_2(ac+cd) & \log_2(bc+d^2) \end{pmatrix}$

$2L(A) = 2\begin{pmatrix} \log_2 a & \log_2 b \\ \log_2 c & \log_2 d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \log_2 a^2 & \log_2 b^2 \\ \log_2 c^2 & \log_2 d^2 \end{pmatrix}$

따라서 $\log_2(a^2+bc) = \log_2 a^2$

$a^2+bc = a^2$

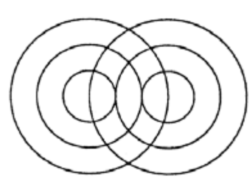
$bc = 0$

즉 b, c중 적어도 하나가 0이다.

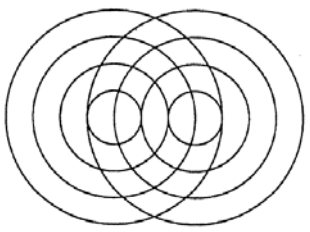
모든 성분이 양수라는 조건에 위배되므로 거짓이다. <거짓>

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ이다.

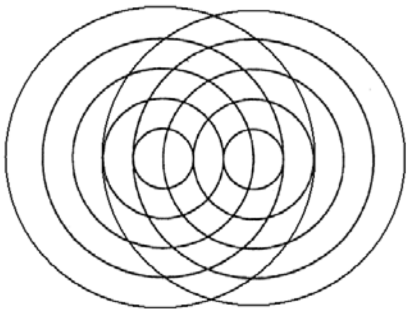
16. 답. ②



$a_3 = 14$



$a_4 = 14 + 12 = 26$



$a_5 = 14 + 12 \times 2 = 38$

$\vdots$

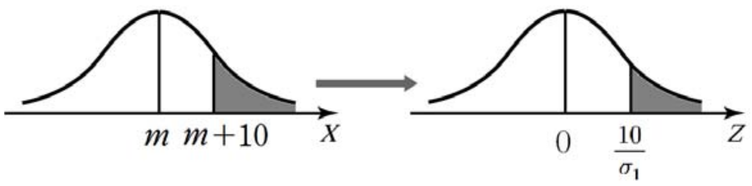
$\therefore\ a_n = 14 + 12(n-3)$

따라서, $a_{20} = 14 + 12 \times 17 = 218$

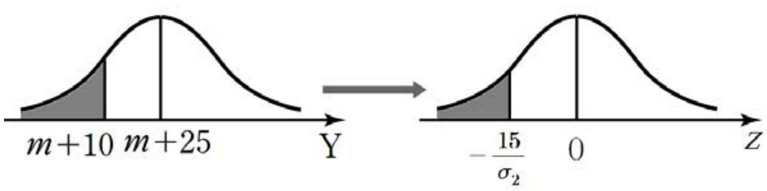
17. 답. ①

과자 A의 길이를 확률변수 X라 하면 확률변수 X는 정규분포 $N(m,\ {\sigma_1}^2)$에 따르고, 과자 B의 길이를 확률변수 Y라 하면 확률변수 Y는 정규분포 $N(m+25,\ {\sigma_2}^2)$에 따른다.

문제 조건으로부터 $P(X \geqq m+10) = P(Y \leqq m+10)$에서



$P(X \geqq m+10) = P\left(Z \geqq \frac{10}{\sigma_1}\right)$이고



$P(Y \leqq m+10) = P\left(Z \leqq -\frac{15}{\sigma_2}\right)$이므로

$P\left(Z \geqq \frac{10}{\sigma_1}\right) = P\left(Z \leqq -\frac{15}{\sigma_2}\right)$

$\therefore\ \frac{10}{\sigma_1} = \frac{15}{\sigma_2}$

$\therefore\ \frac{\sigma_2}{\sigma_1} = \frac{15}{10} = \frac{3}{2}$

18. 답. 345

$\sum_{k=1}^{10}(k+2)(k-2) = \sum_{k=1}^{10}(k^2-4) = \sum_{k=1}^{10}k^2 - \sum_{k=1}^{10}4$

$= \frac{10 \cdot 11 \cdot 21}{4} - 4 \cdot 10 = 385 - 40 = 345$

19. 답. 18

무한등비급수이므로 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \lim_{n\to\infty} S_n = \frac{a}{1-r}$

$\therefore \lim_{n\to\infty} S_n = \frac{12}{1-\frac{1}{3}} = \frac{12}{\frac{2}{3}} = 18$

20. 답. 15

$\log_3(x-3) + \log_3(x+1) < 1 + \log_3 4$

$\log_3(x-3)(x+1) < \log_3 12$에서

$(x-3)(x+1) < 12$

$x^2 - 2x - 15 < 0$

$(x-5)(x+3) < 0$

$-3 < x < 5$

밑조건에 의하여 $x > 3$ 이므로 $3 < x < 5$이다.

$\therefore\ a = 3,\ b = 5$이므로 $ab = 15$

21. 답. 128

$a^{2x} - a^x - 2 = 0$에서

$(a^x+1)(a^x-2) = 0$

$\therefore\ a^x = 2\ (\because\ a^x > 0)$

한편 해가 $x = \frac{1}{7}$이므로

$a^{\frac{1}{7}} = 2$에서 $a = 2^7 = 128$

22. 답. 20

$(x+a)^6$의 일반항은 ${}_6C_r\, x^r\, a^{6-r}$에서

x^4의 계수는 ${}_6C_4\, a^2 = {}_6C_2\, a^2 = \frac{6 \cdot 5}{2}a^2 = 15a^2$

x^5의 계수는 ${}_6C_5\, a = {}_6C_1\, a = 6a$

$15a^2 = 50 \cdot 6a = 300a$

$15a(a-20) = 0$에서

$a = 20$

23. 답. 25

이차방정식의 근과 계수의 관계에서

$\alpha + \beta = k,\ \alpha\beta = 125$

$\alpha,\ \beta - \alpha,\ \beta$가 등비수열 이므로, 등비중항의 관계에서

$(\beta-\alpha)^2 = \alpha\beta \qquad (\beta-\alpha)^2 = (\beta+\alpha)^2 - 4\alpha\beta$이므로

$(\beta+\alpha)^2 = 5\alpha\beta \qquad k^2 = 5\alpha\beta$

$k^2 = 5 \times 125 = 25^2$

$\therefore\ k = 25\ (\because\ k > 0)$

24. 답. 73

상자에서 ★을 포함 5개의 야구공을 꺼낼 확률은

$\frac{{}_1C_1 \times {}_{19}C_4}{{}_{20}C_5} = \frac{1}{4}$

3상자를 뽑아서 ★을 두 개 뽑을 확률은

$\therefore\ {}_3C_2\left(\frac{1}{4}\right)^2\left(\frac{3}{4}\right) = \frac{9}{64}$

$\therefore\ p + q = 73$

25. 답. 20

$S_9 = \sum_{k=1}^{9} D_k$
$= D_1 + D_2 + D_3 + \cdots + D_9$
$= 20\log\frac{2}{1} + 20\log\frac{3}{2} + 20\log\frac{4}{3} + \cdots + 20\log\frac{10}{9}$
$= 20\left(\log\frac{2}{1} + \log\frac{3}{2} + \log\frac{4}{3} + \cdots + \log\frac{10}{9}\right)$
$= 20\log\left(\frac{2}{1} \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{4}{3} \cdot \cdots \cdot \frac{10}{9}\right)$
$= 20\log 10$
$= 20$

26. 답. ③

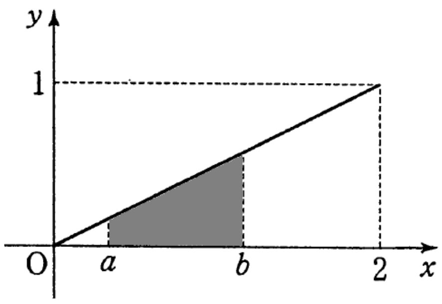
케일리-헤밀턴 정리에서
$A^2 - 6E = 0$
$\therefore A^2 = 6E$
$A^{11} = (A^2)^5 \cdot A = (6E)^5 \cdot A = 6^5 A = 6^5\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$이므로
$c = 3 \cdot 6^5 = 2^5 \cdot 3^6$

27. 답. ①

$\frac{{}_2C_1 \times {}_2C_1 \times {}_2C_1}{{}_6C_3} = \frac{2}{5}$

28. 답. ④

p_1, p_2, p_3이 등차수열이므로, 등차중항의 관계에서 $2p_2 = p_1 + p_3$이고, $p_1 + p_2 + p_3 = 1$에서 $3p_2 = 1$
$\therefore\ p_2 = \frac{1}{3}$
한편 p_2는 오른쪽 그림에서 어두운 부분의 넓이와 같으므로



$S = \frac{1}{2}\left(\frac{a}{2} + \frac{b}{2}\right) \cdot (b-a)$
$= \frac{1}{4}(a+b)(a-b) = \frac{1}{3}$에서
$a+b = \frac{4}{3}$이므로 $a-b=1$이다.
$a+b = \frac{4}{3}$와 $a-b=1$을 연립하여 풀면 $b = \frac{7}{6}$

29. 답. ④

	A	B	$A \cap B$	계
여	45	72	17	100
남	105	108	13	200
계	150	180	30	300

$\therefore$ AB 모두 관람한 사람 중 한 사람을 뽑았을 때, 이 학생이 여학생일 확률 $\frac{17}{30}$

30. 답. 11

$\log\frac{x^2}{y} = 2\log x - \log y$

$2\log x = 12 + 2\alpha\ \left(0 < 2\alpha < \frac{1}{2}\right)$ …… ①
$\log y = 1 + \beta\ \left(\frac{1}{2} < \beta < 1\right)$ …… ②
①−②에서
$\log\frac{x^2}{y} = 11 + (2\alpha - \beta)\ (-1 < 2\alpha - \beta < 0)$
$0 <$ 가수 < 1이어야 하므로 가수 $= 2\alpha - \beta + 1$이어야 한다.
$\therefore$ 지표가 10이므로 $n = 11$이다.