제 2 교시

# 수리 영역

가 형

| 성명 | | 수험번호 | | | | | | 3 | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

- 자신이 선택한 유형('가'형/'나'형)의 문제지인지 확인하시오.
- 답안지에 성명과 수험 번호를 써 넣고, 또 수험 번호, 문제유형, 답을 정확히 표시하시오.
- 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하시오.

*1.* $8^{\frac{4}{3}} \times 4^{\frac{2}{3}} \div 2^{\frac{1}{3}}$ 의 값은? [2점]

① $2^3$ ② $2^4$ ③ $2^5$ ④ $2^6$ ⑤ $2^7$

*2.* $\int_{-a}^{a} (2x+3)\,dx = 6$을 만족하는 실수 $a$의 값은? [2점]

① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

*3.* 함수 $f(x) = 3x^2 - 2x$에 대하여 $x$의 값이 0에서 $a$까지 변할 때의 평균변화율과 $x = 1$에서의 미분계수가 같을 때, 상수 $a$의 값은? [2점]

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

*4.* 함수 $f(x) = x^3 + 3x^2 - 2x - 1$에 대하여

$\lim_{x \to 2} \frac{1}{x-2} \int_2^x f(t)dt$ 의 값은? [3점]

① 7 ② 9 ③ 11 ④ 13 ⑤ 15

5. 로그함수 $f(x)=\log_a x$에 대하여 $f(m)=2$, $f(n)=3$일 때, $f^{-1}(7)$의 값을 $m$, $n$으로 올바르게 나타낸 것은? (단, $f^{-1}$는 $f$의 역함수) [3점]

① $mn^2$ ② $m^2n$ ③ $m^2n^2$
④ $m^2n^3$ ⑤ $m^3n^2$

6. 양수 $a, b$에 대하여 무리방정식 $x-b=-\sqrt{ax}$의 실근이 $\alpha$, $x-b=\sqrt{ax}$의 실근이 $\beta$이고 $\alpha+\beta=10$일 때, $a+2b$의 값은? [3점]

① 10 ② 12 ③ 14 ④ 16 ⑤ 18

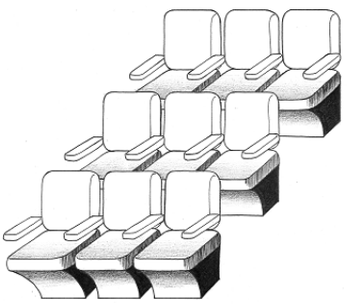
7. 자연수 $n$에 대하여 이차정사각행렬 $A_1$, $A_2$, $A_3$, $\cdots$, $A_n$을 각각 $\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 2\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 3\end{pmatrix}$, $\cdots$, $\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & n\end{pmatrix}$이라 할 때, <보기>에서 항상 옳은 것을 모두 고른 것은? (단, $X^{-1}$는 $X$의 역행렬) [3점]

<보 기>

ㄱ. 자연수 $m$, $n$에 대하여 $A_m+A_n=A_{m+n}$이 성립한다.
ㄴ. 자연수 $m$, $n$에 대하여 $A_mA_n=A_{mn}$이 성립한다.
ㄷ. 자연수 $n$에 대하여 $A_n^{-1}=\frac{1}{n}A_n$이 성립한다.

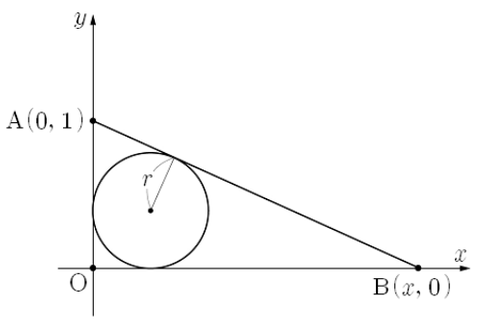
① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

**8.** 그림과 같은 3좌석씩 3줄인 9개의 좌석에서 남자 5명, 여자 4명이 함께 영화를 관람하려 할 때, 남자끼리 좌우에 이웃하여 앉지 않고, 여자끼리 좌우에 이웃하여 앉지 않는 방법의 수는? [3점]



① $4!\times5!$ ② $2\times3!\times5!$ ③ $3\times4!\times5!$
④ $5!\times6!$ ⑤ $9\times4!\times5!$

**9.** 그림과 같이 세 점 $\mathrm{A}(0,1)$, $\mathrm{O}(0,0)$, $\mathrm{B}(x,0)$을 꼭지점으로 하는 삼각형과 그 삼각형에 내접하는 원이 있다. 점 B가 $x$축을 따라 원점에 한없이 가까워질 때, $\triangle\mathrm{AOB}$에 내접하는 원의 반지름의 길이 $r$에 대하여 $\dfrac{r}{x}$의 극한값은? (단, $x>0$) [3점]




① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

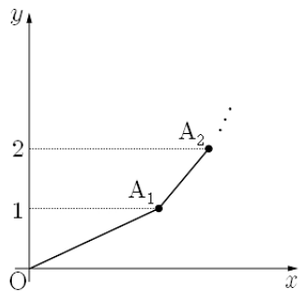
**10.** 함수 $f(x)=\log_a x$, $g(x)=\log_b x$가 $0<x<1$에서 $f(x)>g(x)$이 성립하기 위한 조건으로 <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $1<b<a$
ㄴ. $0<a<b<1$
ㄷ. $0<a<1<b$

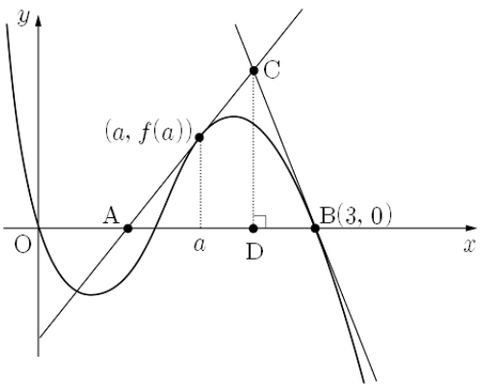
① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

**11.** 자연수 $n$에 대하여 점 $A_n$은 직선 $y=n$ 위에 있다. 선분 $A_0A_1$의 기울기가 $\frac{3}{4}$이고, 선분 $A_nA_{n+1}$의 기울기는 선분 $A_{n-1}A_n$의 기울기의 $\frac{4}{3}$ 배이다. 점 $A_n$의 $x$좌표를 $x_n$이라 할 때, $\lim_{n\to\infty} x_n$의 값은? (단, 원점 $O=A_0$) [3점]




① $\frac{16}{3}$ ② 5 ③ $\frac{14}{3}$ ④ $\frac{13}{3}$ ⑤ 4

**12.** 그림과 같이 삼차함수 $f(x)=-x^3+4x^2-3x$의 그래프 위의 점 $(a, f(a))$에서 기울기가 양의 값인 접선을 그어 $x$축과 만나는 점을 A, 점 $B(3, 0)$에서 접선을 그어 두 접선이 만나는 점을 C, 점 C에서 $x$축에 수선을 그어 만나는 점을 D라 하고 $\overline{AD}:\overline{DB}=3:1$일 때, $a$의 값들의 곱은? [4점]




① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ 1 ④ $\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{5}{3}$

**13.** 사차함수 $f(x)=\frac{1}{4}x^4+\frac{1}{3}(a+1)x^3-ax$가 $x=\alpha$, $\gamma$에서 극소, $x=\beta$에서 극대일 때, 실수 $a$의 값의 범위는? (단, $\alpha<0<\beta<\gamma<3$) [4점]

① $-\frac{9}{2}<a<-4$ ② $-4<a<-\frac{7}{2}$

③ $-\frac{7}{2}<a<-3$ ④ $-3<a<-\frac{5}{2}$

⑤ $-\frac{5}{2}<a<-2$

**14.** $n\geqq 2$에 대하여 $n$개의 주사위를 동시에 던져서 나오는 눈의 수의 최대값과 최소값의 차를 확률변수 $X$라 할 때, 확률 $\mathrm{P}(X>1)$을 구하는 과정이다.

$n$개의 주사위를 동시에 던질 때, 나올 수 있는 모든 경우의 수는 $6^n$가지이다.
$X>1$의 여사건의 경우는 $X\leqq 1$인 경우로
$X=0$, $X=1$의 두 가지이다.

(i) $X=0$인 경우
$n$개의 주사위를 던져 나온 눈의 수가 모두 같아야 되므로 경우의 수는 [(가)] 가지이다.

(ii) $X=1$인 경우
연속인 두 눈의 수가 나와야 한다. 즉, 1과 2, 2와 3, 3과 4, 4와 5, 5와 6이 나와야 한다.
그런데 $n$개의 주사위를 던졌을 때 나오는 눈의 수가 1 또는 2인 것은 [(나)] 가지이고, 이 중에서 모두 1인 것과 2인 것은 제외해야 하므로 ([(나)]$-2$)가지이다. 2와 3, 3과 4, 4와 5, 5와 6인 경우도 마찬가지이므로
모든 경우의 수는 ([(나)]$-2)\times 5$이다.

따라서, $\mathrm{P}(X\leqq 1)=\dfrac{[\text{(가)}]+([\text{(나)}]-2)\times 5}{6^n}$ 이므로

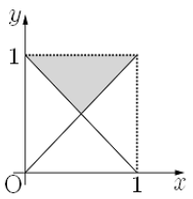
$\mathrm{P}(X>1)=1-\mathrm{P}(X\leqq 1)=$[(다)] 이다.

위의 과정에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것은? [4점]

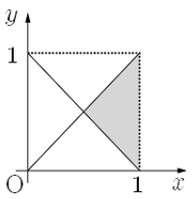
| | (가) | (나) | (다) |
|---|---|---|---|
| ① | 6 | $n^2$ | $1-\frac{10n}{6^n}+\frac{4}{6^n}$ |
| ② | 6 | $2^n$ | $1-\frac{5}{3^n}+\frac{4}{6^n}$ |
| ③ | 6 | $2^n$ | $1-\frac{10n}{6^n}+\frac{4}{6^n}$ |
| ④ | 3 | $2n$ | $1-\frac{5}{3^n}+\frac{4}{6^n}$ |
| ⑤ | 3 | $2n$ | $1-\frac{10n}{6^n}+\frac{4}{6^n}$ |

*15.* 정수 부분이 각각 두 자리, 세 자리인 양수 $X$, $Y$의 상용로그의 가수를 각각 $x, y$라 하자. $XY$의 정수 부분이 다섯 자리일 때, 점 $(x, y)$가 존재하는 영역을 어두운 부분으로 바르게 표시한 것은? [3점]

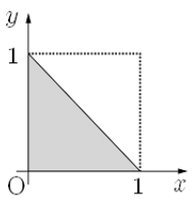
①



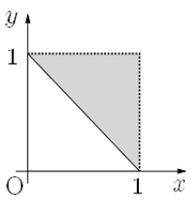

②



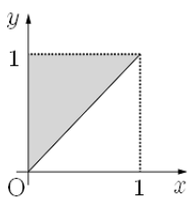

③




④




⑤




*16.* 함수 $f_n(x)=\left(nx-\sum_{k=1}^{n}a_k\right)^2$가 $\int_0^1 f_n'(x)dx=-n^3$을 만족할 때, <보기> 중 옳은 것을 모두 고른 것은? (단, $a_1$, $a_2$, $a_3$, … , $a_n$은 상수) [4점]

<보 기>

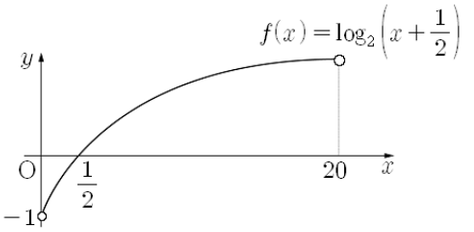
ㄱ. $\sum_{k=1}^{n}a_k=\frac{n(n+1)}{2}$

ㄴ. $f_2(2)=3$

ㄷ. $\int_0^{n+1} f_n(x)dx=2\int_0^{\frac{n+1}{2}} f_n(x)dx$

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

*17.* $0 < x < 20$ 에서 정의된 함수 $y = f(x)$ 가 다음과 같다.




함수 $g(x) = [x]^2 - [x]$ 에 대하여 합성함수 $y = g(f(x))$ 의 불연속점의 개수는? (단, $[x]$ 는 $x$ 를 넘지 않는 최대의 정수) [4 점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

**단답형(18 ~ 25)**

*18.* $x$ 에 대한 삼차부등식 $(x-1)(x-3)(x-15) < 0$ 을 만족하는 양의 정수해의 개수를 구하시오. [3 점]

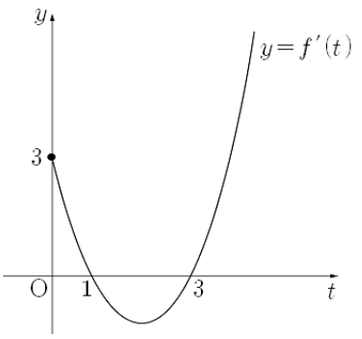
*19.* 동전 2 개를 100 번 던질 때, 모두 앞면이 나올 횟수를 $X$ 라 하자. $Y = 2X + 3$ 일 때, $E(Y)$ 의 값을 구하시오. [3 점]

*20.* 반사계수($\Gamma$)란 임피던스(교류 회로에서의 전압과 전류의 비) 차에 의해 발생하는 반사량을 단순히 반사전압($V_-$) 대 입력전압($V_+$) 비, 즉 $\Gamma=\dfrac{V_-}{V_+}$로 계산한 값이다. 반사손실($RL$)이란 반사계수($\Gamma$)를 전력의 로그 스케일로 변환한 값을 말하며 반사계수($\Gamma$)와 반사손실($RL$)과의 관계식은 다음과 같다.

$$RL=20\log\frac{1}{|\Gamma|}$$

입력전압이 100, 반사전압이 2일 때의 반사손실을 $A$, 입력전압이 100, 반사전압이 20일 때의 반사손실을 $B$라고 할 때, $|A-B|$의 값을 구하시오. [3점]

*21.* 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t$에서의 위치 $f(t)$에 대하여 이차함수 $y=f'(t)$의 그래프는 그림과 같다.




점 P가 출발할 때의 운동 방향에 대하여 반대 방향으로 움직인 거리를 $d$라 할 때, $12d$의 값을 구하시오. [3점]

**22.** 원점을 지나는 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $y=f(x)$가 다음 두 조건을 만족한다.

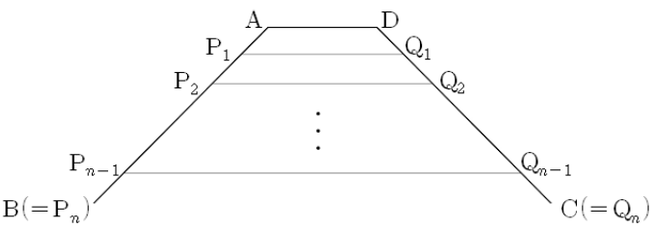
(가) $f(2+x)=f(2-x)$
(나) $x=1$에서 극소값을 갖는다.

이 때, $f(x)$의 극대값을 $a$라 할 때, $a^2$의 값을 구하시오. [4점]

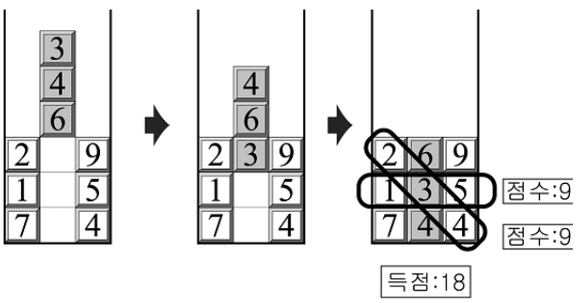
**23.** $\overline{AD}=1$, $\overline{AB}=\sqrt{2}$, $\overline{BC}=3$인 등변사다리꼴 ABCD에서 변 AB를 $n$등분한 점을 각각 $P_1$, $P_2$, $P_3$, $\cdots$, $P_{n-1}$이라 하고 각 점에서 변 BC에 평행한 직선을 그어 변 CD와 만나는 점을 각각 $Q_1, Q_2, \cdots, Q_{n-1}$이라 할 때,

$$\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\left(\overline{P_1Q_1}^3+\overline{P_2Q_2}^3+\overline{P_3Q_3}^3+\cdots+\overline{P_nQ_n}^3\right)$$

의 값을 구하시오. [4점]

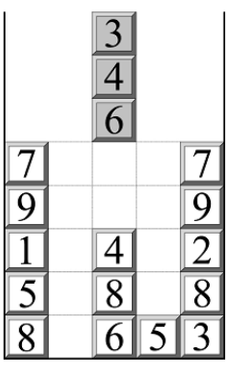


**24.** 어느 게임은 [예시]와 같이 엔터키를 누르면 게임이 시작되면서 어두운 부분의 막대가 아래쪽으로 계속 내려가고 더 이상 내려가지 않으면 게임은 끝난다. 방향키로는 어두운 부분의 막대를 왼쪽, 오른쪽으로만 이동시킬 수 있고 마우스를 한 번 클릭할 때마다 어두운 부분의 막대 맨 위의 숫자가 맨 아래로, 나머지 숫자들은 한 칸씩 올라간다. 더 이상 내려가지 않는 어두운 부분의 막대와 이웃한 막대들 속의 세 숫자들이 상하, 좌우 또는 대각선 방향 순서대로 등차수열이 될 때, 그 숫자들을 더한 점수들의 합을 득점으로 하는 게임이 있다.

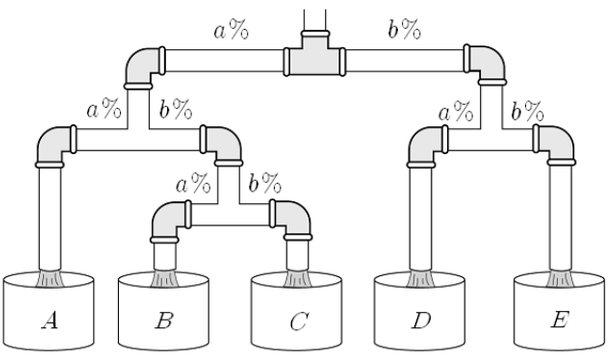



[예시]

다음 게임에서 얻을 수 있는 득점의 최대값을 구하시오. [4점]



**25.** 그림과 같은 수도관은 물을 흘려 보내면 유실되는 물이 없이 왼쪽으로 $a\%$, 오른쪽으로 $b\%$가 흐른다. 일정한 양의 물을 흘려 보낸 후 물통 $A$, $B$, $C$, $D$, $E$의 물의 양을 측정하면 물통 $B$, $C$, $D$순으로 등비수열을 이룬다. $b=p\sqrt{5}-q$($p$, $q$는 유리수) 일 때, $p+q$의 값을 구하시오. ($ab\neq 0$) [4점]



## 미분과 적분

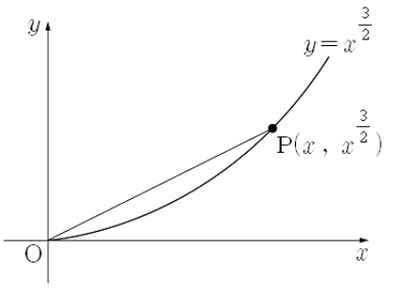
*26.* $\lim_{x\to 1}\dfrac{\sin(1-\sqrt{x})}{x-1}$ 의 값은? [3 점]

① $-2$ ② $-\dfrac{1}{2}$ ③ 0 ④ $\dfrac{1}{2}$ ⑤ 2

*27.* $0 \leqq x \leqq 4\pi$ 일 때, 삼각방정식 $\sin x+\sqrt{3}\cos x=-1$ 의 실근의 개수는? [3 점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

*28.* 곡선 $y=x^{\frac{3}{2}}$ 위의 점 P 가 시간이 지남에 따라 원점으로부터 멀어지고 있다. $x=3$ 이 되는 순간 선분 OP 의 시각에 대한 길이의 순간변화율이 11 일 때, 점 P 의 $x$ 좌표의 시각에 대한 순간변화율은? [4 점]




① 8 ② 7 ③ 6 ④ 5 ⑤ 4

*29.* 함수 $f(x)=e^{\frac{2}{x}}$ 에 대하여 <보기>의 설명 중 옳은 것을 모두 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $\lim_{x\to\infty} f(x)=1$

ㄴ. 함수 $f(x)$ 는 극값을 갖지 않는다.

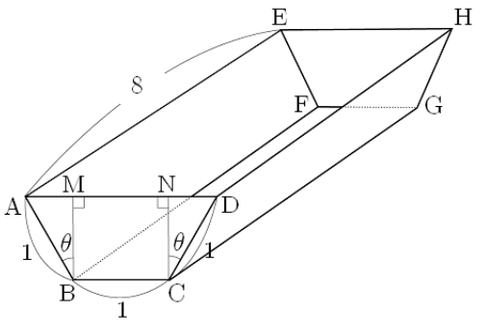
ㄷ. $x>0$ 에서 함수 $f(x)$ 는 증가함수이다.

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ

④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

단답형

*30.* 그림과 같은 사각기둥의 물통에서 등변 사다리꼴 ABCD에 대하여, $\overline{AB}=\overline{BC}=\overline{CD}=1$, $\overline{AE}=8$ 이고, 꼭지점 B, C에서 선분 AD에 내린 수선의 발을 각각 M, N이라 할 때, $\angle ABM=\angle DCN=\theta$ 이다. 물통의 부피의 최대값이 $V$일 때, $V^2$의 값을 구하시오. [4점]




* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

## 확률과 통계

**26.** 다음은 10개의 자료에 대하여 십의 자리의 수를 줄기로, 일의 자리의 수를 잎으로 하는 줄기와 잎 그림이다.

| 줄기 | 잎 |
|---|---|
| 3 | 0 5 |
| 4 | 3 3 4 $x$ |
| 5 | 2 2 $y$ |
| 6 | 5 |

이 자료의 중앙값이 44 이고, 최빈값이 52 일 때, $x+y$의 값은? [3 점]

① 6 ② 8 ③ 10 ④ 12 ⑤ 14

**27.** 확률변수 $X$의 확률밀도함수 $f(x)$가 다음과 같을 때, $\mathrm{P}(a \leqq X \leqq 5a)$의 값은? [3 점]

$$f(x)=\begin{cases} -|x-a|+a & (0 \leqq x < 2a) \\ -|x-4a|+2a & (2a \leqq x < 6a) \\ 0 & (x<0,\ x \geqq 6a) \end{cases}$$

① $\frac{8}{9}$ ② $\frac{7}{8}$ ③ $\frac{6}{7}$ ④ $\frac{5}{6}$ ⑤ $\frac{4}{5}$

**28.** 어느 회사에서 만든 신제품의 무게는 정규분포 $\mathrm{N}(180, 8^2)$을 따른다. 이 회사에서는 신제품의 무게가 164 보다 작을 경우 불량품으로 판정한다. 하루에 2500 개의 신제품을 생산할 때, 불량품의 개수가 64 개 이하일 확률을 <표준정규분포표>를 이용하여 구한 값은? [4 점]

<표준정규분포표>

| $z$ | $\mathrm{P}(0 \leqq Z \leqq z)$ |
|---|---|
| 1.0 | 0.34 |
| 1.5 | 0.43 |
| 2.0 | 0.48 |

① 0.77 ② 0.84 ③ 0.91 ④ 0.93 ⑤ 0.98

*29.* 서로 독립인 세 사건 $A$, $B$, $C$ 에 대하여 <보기> 중 항상 옳은 것을 모두 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $\mathrm{P}(A\cup B\cup C)=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)+\mathrm{P}(C)$
ㄴ. $\mathrm{P}(A\cap B\cap C)=\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B)\mathrm{P}(C)$
ㄷ. 사건 $A$ 와 $B\cup C$ 도 독립이다.

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

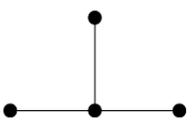
단답형

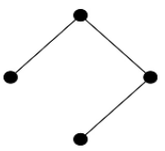
*30.* 1부터 10까지의 자연수가 각각 하나씩 적혀 있는 10장의 카드에서 임의로 3장의 카드를 동시에 뽑았을 때, 세 수의 중앙값이 7일 확률은 $\frac{q}{p}$ ($p$, $q$는 서로소)이다. 이 때, $p+q$의 값을 구하시오. [4점]

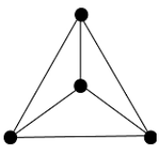
* 확인 사항
○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

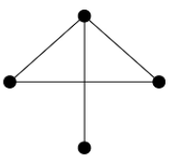
## 이산수학

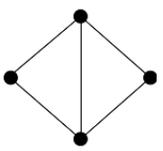
*26.* 꼭지점의 차수가 3, 2, 2, 1인 그래프는? [3점]

① 

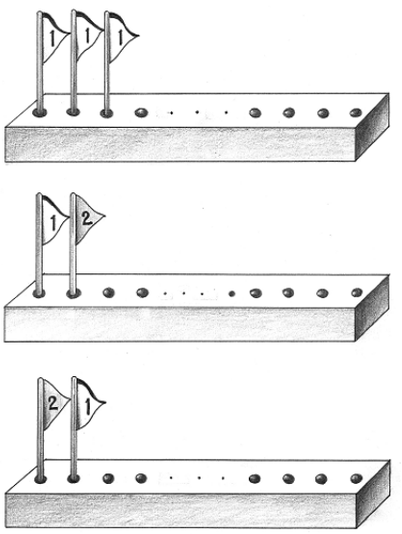
② 

③ 

④ 

⑤ 

*27.* 구멍이 뚫린 나무판에 1점과 2점이 적힌 깃발을 왼쪽부터 빈 구멍 없이 차례대로 꽂아 점수를 나타낼 때, $n$점을 나타내는 방법의 수를 $a_n$이라 하자. 그림은 $a_3=3$인 경우의 예시이다. 이때, $a_{10}$의 값은? [3점]




① 19 ② 40 ③ 55 ④ 70 ⑤ 89

*28.* 철수가 계산기를 이용하여 165에 어떤 자연수를 곱하였더니 그림과 같이 계산 결과 $1a2,b3c$를 얻었다. 이 때, $a+b+c$의 값은? [4점]

① 0 ② 3 ③ 6 ④ 9 ⑤ 12

*29.* 그래프에 대한 설명 중 <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. 그래프의 모든 꼭지점의 차수의 합은 짝수이다.
ㄴ. 꼭지점의 개수가 4개인 완전그래프의 변의 개수는 6개이다.
ㄷ. 다섯 개의 꼭지점을 가지는 완전그래프는 평면그래프이다.

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

**단답형**

*30.* 그림과 같이 서로 다른 3개의 상자에 같은 종류의 초콜릿 10개를 넣으려고 한다. 모든 상자에는 한 개 이상의 초콜릿을 넣는 방법의 수를 구하시오. [4점]

* 확인 사항
○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.