

양자역학에서 측정과 불확실성; 불확정성 원리에 대하여

DOI: 10.3938/PhiT. 22.021

손원민

What We Can Say about the Uncertainty Relation in Quantum Measurement

Wonmin SON

In this article, we provided a brief history of the uncertainty relation which appears in quantum measurements, and we address its precise operational meaning. Throughout its history, the original uncertainty principle postulated by Werner Heisenberg has been generalized in various ways for applications to general quantum measurement problems. Although the exact meaning of the uncertainty relation is often misunderstood, its real meaning has become clearer as quantum mechanics has developed. The recent results and their development illustrate that many problems with those issues remain unresolved.

양자 이론은 그 이해가 태생적으로 이해하기가 간단하지 않을 수밖에 없는 이유가 있다. 이는 이론의 가장 근본이 되는 원리가 바로 불확정성의 원리라는 데에서 찾을 수 있다. 불확정성을 다른 말로 풀어서 설명하자면 ‘정확히 알 수 없는 성질’ 혹은 ‘확실한 결정이 어려운 성질’ 정도로 표현할 수가 있다. 그 이름에서 암시되는 바와 같이 양자 역학에서 이야기하는 불확정성 원리는 그 자체로도 정확한 이해가 쉽지 않아 물리학자들 사이에서도 여러 가지 다른 방식으로 그 원리를 이해하고 있는 면이 있다. 그러한 사실은 어쩌면 놀랍기까지 하

저자약력

손원민 교수는 서강대학교 물리학과에서 학사, 석사를 마치고 영국 Queen's University에서 이학박사 학위를 취득한 후, 영국 University of Leeds 대학교 연구원, 영국 University of Strathclyde 방문 연구원, 오스트리아, University of Vienna 방문 연구원, 오스트리아 Erwin Schrödinger Institute, Junior research fellow, 싱가폴 국립대, CQT, Research fellow를 거쳐 현재 서강대학교 물리학과 조교수로 재직 중이다. (sonwm@physics.org)

다. 매우 객관적이라고 여겨지는 물리학자들끼리도 그 내용에 동의하지 않는 부분이 있다는 점은 그들에 대한 우리의 믿음의 근간을 살짝 흔들어 놓기까지 한다.

불확정성 원리란 과연 무엇인가? 파동함수를 바탕으로 한 에너지 흐름의 기술이라는 입장에서 물질을 보았을 때 불확정성이란 그저 단순한 회절현상에 대한 새로운 표현법처럼 보인다. 파동이 지나가는 길에 어떤 가로막을 놓으면 그 파동은 자신의 진로를 사방으로 흩어뜨리게 된다. 그리하여 그 파동이 진행하는 길을 더욱 더 정확히 하려고 하면 할수록 그곳을 막 통과한 파동은 자신의 진행 방향을 가능한 모든 다른 방향으로 틀어 버리게 된다. 즉 파동이 회절을 해 버린다는 것이다. 다른 말로 한다면 파동이 지나간 위치를 정확히 알려고 하면 할수록 그 위치에서의 파동의 경로는 더욱 더 모호해져 버리고 만다는 것이다. 여기까지가 불확정성 원리에 대한 교과서적인 설명이다.^[1] 과연 위의 설명이 현재 100년 넘게 우리가 고민해 왔던 양자역학에서의 불확정성을 잘 기술하고 있는 것일까?

사실 위에서 논의한 교과서적인 불확정성의 원리는 엄밀하게 말해서 양자역학이 이야기하는 불확정성의 원리라고 보기 힘들다. 그 이유는 위의 설명은 파동 함수에 기반을 하여 얻어진 역사적인 설명이기 때문이다. 즉 불확정성이라는 가정 자체가 파동함수에 대한 설명이기 때문이다. 위의 설명은 파동함수의 성질, 즉 매질을 통과하는 어떠한 파동이 전파되는 방식에 대한 설명이다. 이는 엄밀한 의미에서 무언가가 불확정적 혹은 부정확성을 가지고 있다는 의미는 전혀 아니기 때문이다. 그렇기 때문에 거기까지의 파동의 경로에 대한 설명이 불확정성의 원리로 불릴 이유는 그 연결 고리가 매우 느슨하다고 할 수 있겠다.

문제는 파동함수를 통해 양자화된 입자의 성질을 설명하려

REFERENCES

- [1] S. Gasiorowicz, *Quantum Physics*, 3rd edition (Wiley, NJ, 2003).

고 할 때 발생한다. 이때 여기에서 이야기하는 “양자화”라는 과정에 대한 설명은 그리 쉽지만은 않다. 즉 우리가 진정 고려해야 할 불확정성을 가진 대상은 입자적인 성질을 가진 어떤 물체이다. 입자이기도 하면서 파동이기도 한 기묘한 존재 방식을 가진 그러한 양자적 물체는 내재적으로 불확실성의 원리를 만족하는 방식으로 존재한다. 그것이 바로 양자화 과정이다. 파동함수로 기술되지만, 입자적인 성질을 가지고 있으면서, 동시에 불확실성을 만족하는 종류의 입자, 그것이 바로 양자화된 입자이다. 그러한 기술방식을 완성하는 일을 일반적으로 물리학자들은 이차 양자화 과정(second quantization)이라고 부른다.

이쯤 해서 양자역학에서 이야기하는 불확정성 원리의 간단한 역사를 살펴보는 일이 의미가 있을 듯하다. 양자 역학적 상태에 존재하는 불확정성 혹은 측정에서의 부정확성이 관측자의 탓이 아니라는 점을 처음으로 지적한 사람은 베르너 하이젠베르그(Werner Heisenberg)였다. 그는 그러한 불확정성은 양자역학 내에 내재된 성질임을 발견하고 1927년 볼프강 파울리에게 보내는 14페이지의 편지에 그러한 자신의 발견을 전했다. 그 편지는 이후 불확정성의 원리로 유명해진 논문으로 출간되기에 이른다.^[2] 하이젠 베르그의 불확정성 원리는 이후에 캐나드(Earle Hesse Kennard)에 의해 양자적 물체의 위치의 분산과 운동량의 분산의 곱이 어떠한 최소 단위, 플랑크 상수에 절반에 해당되는 값보다 클 수 없다는 방식으로 아래와 같이 정리되었고 이는 수학적으로 증명되었다.^[3]

$$\sigma_x \sigma_p \geq \frac{\hbar}{2},$$

여기서 σ_x 는 위치측정의 분산이며 σ_p 는 운동량 측정의 분산에 해당한다. 이후 1926년 양자역학의 파동함수적인 표현법이 행렬에 의한 양자상태의 표현과 동일하다는 것이 어원 슈뢰딩거(Erwin Schrödinger)에 의해 알려지게 되었다. 그러한 표현법을 따라서 일반적으로 교환 불가능한 두 측정 사이에는 불확실성이 존재하게 된다는 것이 증명되었는데 이는 로버트슨(Robertson)에 의해 증명되고 알려지게 되었으며, 아래와 같이 표현될 수 있다.

$$\sigma_A \sigma_B \geq \left| \frac{1}{2i} \langle [\hat{A}, \hat{B}] \rangle \right| = \frac{1}{2} |\langle [\hat{A}, \hat{B}] \rangle|.$$

그것이 현재 가장 널리 사용되고 있는 양자상태의 불확정성의 표현이 되었다.^[4]

여기서 논의된 하이젠베르그의 불확실성이라는 것은 분산(standard deviation)으로 표현된 측정의 오류를 의미한다. 특히 이는 두 가지 물리적 변수를 동시에 측정하려고 할 때 발생하는 근본적인 오류를 이야기한다. 과연 그렇다면 두 가지

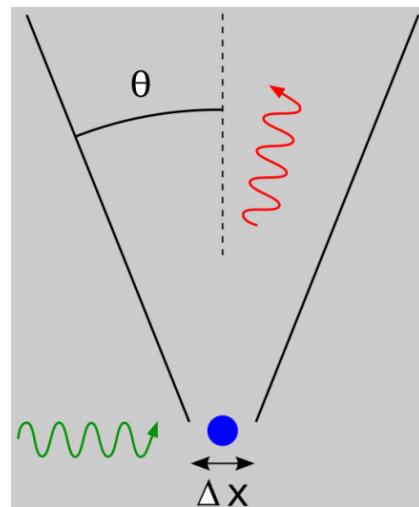


Fig. 1. Heisenberg's Microscope: To measure the position of a quantum mechanical particle, e.g. electron, we use the scattered light from the electron. When the position is measured, the momentum of the electron can be disturbed depend upon the wavelength of the incident light beam.

물리적인 변수를 동시에 측정한다는 것은 어떠한 의미를 갖는 것일까? 우리는 양자역학적으로 존재하는 물체의 두 가지 변수를 한꺼번에 측정할 수 있기는 하는 것일까? 사실 이 부분에 대해서 여러 가지 제안과 논쟁이 아직도 존재하고 있는 것이 사실이다. 또한 최근까지도 그 연구가 활발히 이루어지고 있는 실정이다.^[5,6] (최근 연구에 대한 논의는 뒤에서 계속 논의하도록 한다.)

양자역학적으로 존재하는 물체에 대한 두 가지 서로 다른 변수에 해당하는 측정이 일반적으로 쉽지 않다는 사실은 하이젠베르그의 현미경의 예에서 잘 살펴볼 수 있다.^[7] 전자와 같은 작은 양자 역학적인 입자의 위치를 측정하기 위해서는 [그림 1 참조] 그 입자에 빛을 입사시킨 후 그로부터 분산되는 빛을 측정함으로서 가능하다. 이때 입사시킨 빛의 파장이 아주 짧다면 그 빛은 아주 정교한 위치 측정이 가능할 것이다. 반면 이 빛은 큰 운동량을 가지고 있을 것이기 때문에 전자와 충돌하는 순간 그 운동량을 심하게 교란시키게 될 것이다. 반대로 입사 빛의 파장이 매우 길다면 그 광자의 운동량은 작지만 파장

REFERENCES

- [2] W. Heisenberg, Zeitschrift für Physik **43**(3-4), 172 (1927).
- [3] E. H. Kennard, Zeitschrift für Physik **44**(4-5), 326 (1927).
- [4] H. P. Robertson, Phys. Rev. **34**, 163 (1929).
- [5] Jacqueline Erhart, Stephan Sponar, Georg Sulyok, Gerald Badurek and Masanao Ozawa, Nature Physics **8**, 634 (2012).
- [6] L. A. Rozema, et al., Phys. Rev. Lett. **109**, 100404 (2012); J. Erhart, et al., Nature Phys. **8**, 185 (2012).
- [7] W. Heisenberg, *Physikalische Prinzipien der Quantentheorie*, Leipzig: Hirzel English translation, *The Physical Principles of Quantum Theory* (Chicago, University of Chicago Press, 1930).

이 너무 길어 정확한 위치 측정이 어려울 것이다. 그러한 측정의 정확성의 궁극적인 정도가 자신의 불확정성원리에 표현되어 있다는 것이다. 하지만 이러한 관점은 양자역학의 불확실성이라고 하는 것이 궁극적인 측정의 한계인지 아니면 양자적 계에 내재되어 있는 원천적인 성질인지를 구분해 내는 기준을 제공하고 있지는 않다. 즉 하이젠베르그의 현미경의 예는 양자역학적 입자를 정확히 측정하는 일이 얼마나 어려운지 이야기하고 있기는 하지만 다른 한편으로 새로운 방식의 측정을 통해 두 가지 서로 다른 변수를 잘 측정해 낼 수 있는 방법이 궁극적으로 존재할 수 없다는 증명이 되지는 못한다.

어서 페레즈(A. Peres)에 의하면 불확정성원리의 유일한 해석은 통계적인 모음(emsemble)에 대한 측정을 통해서만 가능하다고 본다.^[8] 즉 충분히 큰 양자적 상태의 모음(emsemble)을 동일한 방법으로 준비하여 측정한다. 이때 두 가지 변수를 한꺼번에 측정하기 위해서는 양자적인 상태를 확률적으로 구분 불가능한 방법으로 둘로 가르는 작업이 필요하다. 그렇게 모음을 두 묶음으로 분리한 후 하나의 모음에 대해서는 한 가지 변수에 대한 측정을 하고 다른 쪽 모음에 대해서는 다른 물리적인 변수를 측정한다. 이때 나타나는 통계에는 궁극적인 제약이 따르는데 그 궁극적인 제약이 바로 불확정성의 원리라는 것이다. 이러한 해석은 불확정성의 원리에 대한 명확한 조작적 의미를 부여한다. 또한 양자역학이 예측하는 바가 명확한 측정의 데이터를 통해 확인될 수 있다는 점을 명확히 해준다. 이는 양자역학적인 불확정성이 단순한 측정에 한계가 아니라 미시적인 세계에 궁극적인 존재 방식이라는 점도 이야기해 준다. 이때 또한 한 가지 유의해야 할 점 중 하나는 물리적 계에 두 가지 변수를 한꺼번에 측정하는 일은 양자적 상태의 모음을 완벽히 무작위적으로 구분해 낼 수 있을 때 가능한 확률적인 작업이라는 사실도 분명히 하고 있다.

그렇다면 두 가지 변수를 동시에 측정하는 일이 궁극적으로 가능하기는 한 것일까? 이와 관련된 논의는 일찍이 “동시 측정가능성”(joint measurability)이란 이름으로 1960년 중엽 아서(E. Arthurs)와 그의 동료들에 의하여 이루어진 바 있다.^[9-11] 하나의 계에 대해 두 가지 다른 관측량(observable)을 동시 측정할 수 있다는 의미는 하나의 계가 서로 다른 두 가지 변수에 대한 동시 확률(joint probability)을 원칙적으로 가질 수 있음을 의미한다. 일반적으로 어떠한 물체가 특정한 위치에 있으면서 특정한 운동량을 가질 수 있는 그러한 확률 분포가 잘 정의될 수 있어야 한다는 의미이다. 그 동시확률은 명확하면서도 잘 정의된 가장 자리 확률분포(marginal probability distribution)를 가지고 있어야 하는데, 일반적인 양자적인 상태는 그러한 잘 정의된 동시 확률을 가질 수 없는 형태로 존재한다.^[12] 즉 이는 양자 상태는 내재적으로 동시 측정이 불가능하

다는 것을 의미한다. 아무리 잘 정의된 방식으로 물리 계를 측정한다고 하더라도 두 가지 변수를 동시에 정확하게 측정해내는 방법이 양자상태에서는 존재하지 않는다고 하는 것이다. 그러한 한계가 양자역학적 계의 고유한 성질을 나타내주는 국소 숨은 변수이론과도 밀접한 관계가 있다는 것 역시 최근 연구를 통해 밝혀진 바 있다.^[12,13] 동시측정성과 국소 숨은 변수이론의 등가성에 대한 연구결과는 놀랍게도 국소 숨은 변수이론의 불가능성이 동시측정가능성보다 더 강한 제약을 준다는 점도 아주 흥미롭다.^[14] 결론적으로 말해서 양자적 계의 경우는 두 개의 서로 상보적인(complimentary) 변수에 대한 동시측정은 원리적으로 불가능한 일이며, 우리가 할 수 있는 최선의 가능한 방법의 동시측정에 대한 표현이 바로 양자불확정성 원리라고 이야기할 수 있는 것이다. 다시 한번 강조하지만, 수많은 연구들은 불확정성의 원리라는 것은 양자적인 상태 측정의 기술적 한계를 나타내는 원리가 아니라 양자적인 상태의 존재 방식을 기술하는 원리라고 하는 점에 대해 명확한 이해가 있어야 할 것이다.

위의 논의를 모두 종합해 본다면 가능한 하이젠베르그의 불확정성원리의 해석은 다음과 같은 3가지 방법이 있을 수 있다고 하겠다. (1) 두 개의 양립 불가능한 변수를 동시에 확정 지을 수 있는 방식의 양자상태를 만들어 내는 것은 불가능하다. (2) 양립 불가능한 변수를 동시에 측정하는 일은 불가능하다. (3) 양립 불가능한 변수 중 하나의 변수는 다른 한 가지 변수에 대한 교란 없이 측정이 불가능하다. 이때 (1)과 (2)의 해석이 하이젠베르그 이후에 양자상태에 대한 불확정성에 대한 확률적 해석을 기반으로 하는 것이라고 한다면 (3)은 원래 하이젠베르그가 제안한 불확정성의 원리에 더욱 가까운 해석이라고 할 수 있겠다. 논란이 있을 수는 있겠지만 엄밀한 의미에서의 불확정성의 원리를 측정과 교란이라는 관점에서 이해되는 데에는 무리가 있다. 이는 일반적으로 양자역학적인 계는 그의 국소적 실체성을 가지고 있는 방식으로 존재하지 않는다는 것이 알려져 있기 때문이라고 할 수 있다.^[15] 이후에도 계속 더

REFERENCES

- [8] A. Peres, *Quantum Theory: Concepts and Methods* (Kluwer Academic, Dordrecht, 1995).
- [9] E. Arthurs and J. I. Kelly, Bell Syst. Tech. **44**, 725 (1965).
- [10] E. Arthurs and M. S. Goodman, Phys. Rev. Lett. **60**, 2447 (1988).
- [11] S. Stenholm, Ann. Phys. N. Y. **218**, 233 (1992).
- [12] S. M. Barnett and P. M. Radmore, *Methods in Theoretical Quantum Optics* (Oxford, 1997).
- [13] E. Andersson, S. M. Barnett and A. Aspect, Phys. Rev. A **72**, 042104 (2005).
- [14] Wonmin Son, Erika Andersson, Stephem M. Barnett and M. S. Kim, Phys. Rev. A **72**, 052116 (2005).

많은 연구가 될 여지가 있다고 할 것이다.

최근에 오자와(Ozawa)에 의해 하이젠베르그가 제안한 형태의 불확정성원리에 새로운 수정이 가해 일반적 형태의 불확정성 원리가 유도되었다.^[16-19] 그의 불확정성 관계식은 주어진 초기 상태 내에 특정한 두 개의 변수에 대한 분산 값과, 그 변수 중 하나를 측정할 때 발생하는 오차, 그리고 그 변수가 측정된 이후에 주어진 상태가 다른 변수 값에 대해 교란되는 정도 사이의 근본적인 관계식을 기반으로 유도하였다. 즉 하이젠베르그가 초기에 유도한 측정과 교란이라는 의미에서의 불확정성과 이후 캐나드와 로베르트슨에 의해 유도된 양자상태의 확률적 분산 값을 모두 포함하는 형태의 일반적인 불확정성 관계식이라고 할 수 있겠다. 그의 불확정성 원리는 이후에 실험적인 방법으로 측정되었으며 이는 이전에 다양한 방식으로 해석이 가능했던 불확정성 원리를 일반적인 방법으로 해석해낸 좋은 결과라고 할 수 있겠다.

결 론

이 글에서 우리는 간략한 불확정성의 원리의 역사와 함께 그에 대한 다양한 해석에 대해 알아보았다. 엄밀한 의미에서 불확정성 원리는 그 자체에 대한 이해가 다양한 방식으로 이루어질 수 있다는 점은 그리 잘 알려지지 않은 사실이다. 여기에서 가장 중요한 점 중에 하나는 불확정성의 원리라는 것이

단순한 측정에 대한 한계가 아니라 양자 역학적인 계가 가지고 있는 내재적이고 근본적인 성질이라는 점이다. 그리고 그러한 근본적인 성질을 가지고 있을 때만이 우리는 그 상태를 비로소 양자적인 상태로 부를 수 있는 것이다. 그렇게 자연이 만들어낸 측정의 한계와 양자상태의 근본적 원리는 다양한 형태의 양자 역학적인 현상들을 만들어 내는데 중요한 역할을 한다. 이에 대해 아주 많은 다양한 연구들이 현재 이루어지고 있으며 앞으로도 더 많은 연구들이 이루어지는 것이 필요한 실정이다.

이 글에 도움을 주신 분

이 글을 쓰도록 요청을 해주신 노재우 교수님께 감사를 드립니다. 그 내용에 코멘트를 주신 황원영 교수님께도 감사의 말씀을 전합니다. 권재훈 교수님과 이진형 교수님의 지원에도 감사드립니다.

REFERENCES

- [15] J. S. Bell, *Speakable and unspeakable in quantum mechanics* (Cambridge University Press, Cambridge, 1987); new edition 2004.
- [16] M. Ozawa, Phys. Rev. A **67**, 042105 (2003).
- [17] M. Ozawa, Phys. Lett. A **318**, 21 (2003).
- [18] M. Ozawa, Ann. Phys. **311**, 350 (2004).
- [19] M. Ozawa, J. Opt. B **7**, S672 (2005).