<인문 B>

1. 일반 정보 [인문 B 10]

유형	논술고사	
전형명	논술전형	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	인문B / 문제10	
출제범위	교육과정 과목명	수학 II
	핵심개념 및 용어	다항함수의 미분법
예상 소요 시간	2분 / 전체 80분	

2. 문항 및 제시문

닫힌구간 $[-2, 2]$에서 함수 $y = 8^x - 3 \times 2^x - 1$의 최댓값과 최솟값을 구하는 다음의 풀이 과정을 완성하시오.

> 주어진 식에서 $2^x = t$로 치환하여 $f(t) = t^3 - 3t - 1$로 놓는다. 그러면 함수 $f(t)$는 닫힌구간 $\boxed{①}$에서 감소하고 닫힌구간 $\boxed{②}$에서는 증가한다. 따라서 최댓값은 $\boxed{③}$이고 최솟값은 $\boxed{④}$이다.

3. 출제 의도

제시문의 상황에서 치환과 미분을 통한 함수의 그래프의 개형을 이용하여 최댓값과 최솟값을 구하는 문제를 해결할 수 있는지를 평가한다.

4. 출제 근거

(가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취 기준

적용 교육과정	교육부 고시 제 2020-236호 [별책8] 수학과 교육과정
문항 및 제시문	학습내용 성취 기준
	[12수학Ⅱ02-08] 함수의 증가와 감소, 극대와 극소를 판정하고 설명할 수 있다. [12수학Ⅱ02-09] 함수의 그래프의 개형을 그릴 수 있다.

(나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행연도	쪽수
고등학교 교과서	수학Ⅱ	황선욱 외 8	미래엔	2020	87, 90
	수학Ⅱ	이준열 외 9	천재교육	2020	88, 91

5. 문항 해설

본 문항은 수학Ⅰ 과목의 지수함수와 로그함수 단원에서 지수방정식과 수학Ⅱ과목의 도함수의 활용 단원에서 함수의 최대, 최소의 내용을 연계하여 출제된 문항이다. 따라서 치환을 통한 삼차함수의 그래프의 개형을 통해 최댓값과 최솟값을 이해하고, 간단한 지수방정식의 풀이를 적용할 수 있는지를 평가하고 있다.

6. 채점 기준

답안	배점
① $\left[\frac{1}{4}, 1\right]$ 또는 $\frac{1}{4} \le t \le 1$	2
② $[1, 4]$ 또는 $1 \le t \le 4$	2
③ $f(4)=51$	3
④ $f(1)=-3$	3

7. 예시 답안 혹은 정답

주어진 식에서 $2^x = t$로 치환하여 $f(t)=t^3-3t-1$로 놓는다. 그렇다면 구하는 값들은 닫힌구간 $\left[\frac{1}{4}, 4\right]$에서 함수 $f(t)$의 최댓값과 최솟값이다. $f'(t)=3(t^2-1)$이므로 주어진 닫힌구간에서 함수 $f(t)$의 증가와 감소를 살피면, $f(t)$는 닫힌구간 $\left[\frac{1}{4}, 1\right]$에서 감소하고 닫힌구간 $[1, 4]$에서는 증가한다. 따라서 최솟값은 극솟값인 $f(1)=-3$이다. 한편 $f\left(\frac{1}{4}\right)=-\frac{33}{32}$, $f(4)=51$이므로 최댓값은 51이다.

1. 일반 정보 [인문 B 11]

유형	논술고사	
전형명	논술전형	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	인문B / 문제11	
출제범위	교육과정 과목명	수학 Ⅰ
	핵심개념 및 용어	지수함수와 로그함수
예상 소요 시간	2분 / 전체 80분	

2. 문항 및 제시문

함수 $f(x)=2^{x+3}-4$의 그래프가 x축, y축과 만나는 점을 각각 A, B라 하자. 삼각형 AOB의 넓이를 구하는 과정을 서술하시오. (단, O는 원점)

3. 출제 의도

제시문의 상황에서 지수함수의 그래프를 이용하여 문제를 해결할 수 있는지를 평가한다.

4. 출제 근거

(가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취 기준

적용 교육과정	교육부 고시 제 2020-236호 [별책8] 수학과 교육과정
문항 및 제시문	학습내용 성취 기준
	[12수학Ⅰ01-07] 지수함수와 로그함수의 그래프를 그릴 수 있고, 그 성질을 이해한다.

(나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행연도	쪽수
고등학교 교과서	수학Ⅰ	황선욱 외 8	미래엔	2020	43
	수학Ⅰ	이준열 외 9	천재교육	2020	43

5. 문항 해설

본 문항은 수학Ⅰ 과목의 지수함수와 로그함수 단원에서 지수함수의 그래프에 관한 문항이다. 따라서 지수함수의 그래프를 이해하는 것을 통해 x절편과 y절편을 구하고, 이를 통해 문제를 해결할 수 있는지를 평가하고 있다.

6. 채점 기준

답안	배점
x절편은 -1 또는 $x=-1$ 또는 $\mathrm{A}(-1,0)$	4
y절편은 4 또는 $y=4$ 또는 $\mathrm{B}(0,4)$	4
AOB의 넓이는 2	2

7. 예시 답안 혹은 정답

$f(x)=2^{x+3}-4$가 x축과 만나는 점은 $(-1,0)$이다.

$f(x)=2^{x+3}-4$가 y축과 만나는 점은 $(0,4)$이다.

따라서, AOB의 넓이는 $\frac{1}{2}\times|-1|\times 4=2$

1. 일반 정보 [인문 B 12]

유형	논술고사	
전형명	논술전형	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	인문B / 문제12	
출제범위	교육과정 과목명	수학 Ⅰ
	핵심개념 및 용어	삼각함수
예상 소요 시간	3분 / 전체 80분	

2. 문항 및 제시문

두 함수 $f(x)=\cos^2 x-2\sin x+7$, $g(x)=\log_a x$ $(a>1)$가 있다.
합성함수 $(g\circ f)(x)$의 최댓값이 2일 때, 최솟값을 구하는 과정을 서술하시오.

3. 출제 의도

제시문의 상황에서 삼각함수의 그래프와 로그함수의 그래프를 이용하여 최댓값과 최솟값에 관한 문제를 해결할 수 있는지를 평가한다.

4. 출제 근거

(가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취 기준

적용 교육과정	교육부 고시 제 2020-236호 [별책8] 수학과 교육과정
문항 및 제시문	학습내용 성취 기준
	[12수학Ⅰ01-07] 지수함수와 로그함수의 그래프를 그릴 수 있고, 그 성질을 이해한다. [12수학Ⅰ02-02] 삼각함수의 뜻을 알고, 사인함수, 코사인함수, 탄젠트함수의 그래프를 그릴 수 있다.

(나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행연도	쪽수
고등학교 교과서	수학Ⅰ	황선욱 외 8	미래엔	2020	45, 83
	수학Ⅰ	이준열 외 9	천재교육	2020	47, 83

5. 문항 해설

본 문항은 수학 과목의 함수 단원의 합성함수와 수학Ⅰ 과목의 삼각함수 단원에서 삼각함수의 사이의 관계 및 지수함수와 로그함수 단원에서 로그함수의 성질을 연계하여 출제된 문항이다. 따라서 합성함수의 정의의 이해와 삼각함수, 로그함수의 성질을 통해 최댓값과 최솟값을 찾을 수 있는지를 평가하고 있다.

6. 채점 기준

답안	배점
$f(x) = -(\sin x+1)^2+9$ 또는 $f(x) = -\sin^2 x - 2\sin x + 8$	2
$5 \le f(x) \le 9$ 또는 $f(x)$의 최댓값은 9	3
$a=3$	3
최솟값은 $\log_3 5$	2

7. 예시 답안 혹은 정답

$f(x) = \cos^2 x - 2\sin x + 7 = -(\sin x+1)^2+9$ 이고 $-1 \le \sin x \le 1$ 이므로 $5 \le f(x) \le 9$ 이다. $g(x) = \log_a x$ $(a>1)$ 은 $f(x)=9$에서 최댓값을 갖는다. 따라서 $\log_a 9 = 2$ 이다. 즉 $a=3$이다. 최솟값 M은 $\log_3 5$ 이다.

1. 일반 정보 [인문 B 13]

유형	논술고사	
전형명	논술전형	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	인문B / 문제13	
출제범위	교육과정 과목명	수학 I
	핵심개념 및 용어	수열
예상 소요 시간	4분 / 전체 80분	

2. 문항 및 제시문

삼차방정식 $x^3-3x^2+x+1=0$의 세 근 중 무리수인 것을 α, β 라 할 때, $(\alpha^2-2)(\beta^2-2)+(\alpha^2-4)(\beta^2-4)+(\alpha^2-6)(\beta^2-6)+\cdots+(\alpha^2-20)(\beta^2-20)$의 값을 구하는 과정을 서술하시오.

3. 출제 의도

제시문의 상황에서 근과 계수와의 관계와 수열의 합을 이용하여 문제를 해결할 수 있는지를 평가한다.

4. 출제 근거

(가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취 기준

적용 교육과정	교육부 고시 제 2020-236호 [별책8] 수학과 교육과정
문항 및 제시문	학습내용 성취 기준
	[12수학Ⅰ03-05] 여러 가지 수열의 첫째항부터 제n항까지의 합을 구할 수 있다.

(나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행연도	쪽수
고등학교 교과서	수학 I	황선욱 외 8	미래엔	2020	147
	수학 I	이준열 외 9	천재교육	2020	147

5. 문항 해설

본 문항은 수학 과목의 복소수와 이차방정식 단원에서 근과 계수와의 관계와 수학Ⅰ 과목의 수열의 합 단원에서 자연수의 거듭제곱의 합을 연계하여 출제된 문항이다. 따라서 인수정리와 근과 계수와의 관계의 이해를 통해 관계식을 유도하고, 자연수의 거듭제곱의 합을 통해 주어진 값을 구할 수 있는지를 평가하고 있다.

6. 채점 기준

답안	배점
$\alpha+\beta=2$, $\alpha\beta=-1$	2
$(\alpha^2-2)(\beta^2-2)+(\alpha^2-4)(\beta^2-4)+(\alpha^2-6)(\beta^2-6)+\cdots+$ $(\alpha^2-20)(\beta^2-20)$ $=(\alpha\beta)^2-2(\alpha^2+\beta^2)+2^2+(\alpha\beta)^2-4(\alpha^2+\beta^2)+4^2+\cdots+$ $(\alpha\beta)^2-20(\alpha^2+\beta^2)+20^2$	3
$\alpha^2+\beta^2=6$ 또는 $(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta=6$	1
890	4

7. 예시 답안 혹은 정답

$x^3-3x^2+x+1=(x-1)(x^2-2x-1)$

$(\alpha^2-2)(\beta^2-2)+(\alpha^2-4)(\beta^2-4)+(\alpha^2-6)(\beta^2-6)+\cdots+(\alpha^2-20)(\beta^2-20)$
$=(\alpha\beta)^2-2(\alpha^2+\beta^2)+2^2+(\alpha\beta)^2-4(\alpha^2+\beta^2)+4^2+\cdots+(\alpha\beta)^2-20(\alpha^2+\beta^2)+20^2$

에서

$\alpha\beta=-1$, $(\alpha\beta)^2=1$

$\alpha+\beta=2$ 이므로 $\alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta=4-2(-1)=6$

$(\alpha\beta)^2-2(\alpha^2+\beta^2)+2^2+(\alpha\beta)^2-4(\alpha^2+\beta^2)+4^2+\cdots+(\alpha\beta)^2-20(\alpha^2+\beta^2)+20^2$

$=10(\alpha\beta)^2-(\alpha^2+\beta^2)\sum_{k=1}^{10}(2k)+\sum_{k=1}^{10}(2k)^2=10-12\sum_{k=1}^{10}k+4\sum_{k=1}^{10}k^2$

$=10-12\frac{10\times 11}{2}+4\frac{10\times 11\times 21}{6}=10-660+1540=890$

1. 일반 정보 [인문 B 14]

유형	논술고사	
전형명	논술전형	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	인문B / 문제14	
출제범위	교육과정 과목명	수학 II
	핵심개념 및 용어	함수의 극한과 연속
예상 소요 시간	3분 / 전체 80분	

2. 문항 및 제시문

$\lim_{x \to \infty} \sqrt{x}\left(\sqrt{x+1}+\sqrt{x+k}-2\sqrt{x}\right)=\frac{27}{2}$ 일 때, 양수 k의 값을 구하는 과정을 서술하시오.

3. 출제 의도

제시문의 상황에서 함수의 극한에 대한 성질을 이용하여 문제를 해결할 수 있는지를 평가한다.

4. 출제 근거

(가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취 기준

적용 교육과정	교육부 고시 제 2020-236호 [별책8] 수학과 교육과정
문항 및 제시문	학습내용 성취 기준
	[12수학Ⅱ01-02] 함수의 극한에 대한 성질을 이해하고, 함수의 극한값을 구할 수 있다.

(나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행연도	쪽수
고등학교 교과서	수학Ⅱ	황선욱 외 8	미래엔	2020	19
	수학Ⅱ	이준열 외 9	천재교육	2020	20

5. 문항 해설

본 문항은 수학Ⅱ 과목의 함수의 극한 단원에서 함수의 극한에 대한 성질에 관한 문항이다. 따라서 주어진 식을 정리하고, 극한에 대한 성질에 대한 이해를 바탕으로 양수 k를 구하는 과정을 평가하고 있다.

6. 채점 기준

답안 1	배점
$\lim_{x\to\infty}\sqrt{x}\,(\sqrt{x+1}-\sqrt{x})+\lim_{x\to\infty}\sqrt{x}\,(\sqrt{x+k}-\sqrt{x})$	3
$\lim_{x\to\infty}\sqrt{x}\,(\sqrt{x+1}-\sqrt{x})=\lim_{x\to\infty}\dfrac{\sqrt{x}}{(\sqrt{x+1}+\sqrt{x})}=\dfrac{1}{2}$	3
$\lim_{x\to\infty}\sqrt{x}\,(\sqrt{x+k}-\sqrt{x})=\lim_{x\to\infty}\dfrac{k\sqrt{x}}{\sqrt{x+k}+\sqrt{x}}=\dfrac{k}{2}$	3
$k=26$.	1

답안 2	배점
$\begin{aligned}&\lim_{x\to\infty}\frac{\sqrt{x}\,(\sqrt{x+1}+\sqrt{x+k}-2\sqrt{x})(\sqrt{x+1}+\sqrt{x+k}+2\sqrt{x})}{(\sqrt{x+1}+\sqrt{x+k}+2\sqrt{x})}\\&=\lim_{x\to\infty}\frac{\sqrt{x}\left(2\sqrt{(x+1)(x+k)}+(-2x+k+1)\right)}{(\sqrt{x+1}+\sqrt{x+k}+2\sqrt{x})}\end{aligned}$	3
$\begin{aligned}&\lim_{x\to\infty}\frac{\sqrt{x}\left(2\sqrt{(x+1)(x+k)}+(-2x+k+1)\right)}{(\sqrt{x+1}+\sqrt{x+k}+2\sqrt{x})}\\&=\lim_{x\to\infty}\frac{\sqrt{x}\left(2\sqrt{(x+1)(x+k)}+(-2x+k+1)\right)\left(2\sqrt{(x+1)(x+k)}-(-2x+k+1)\right)}{(\sqrt{x+1}+\sqrt{x+k}+2\sqrt{x})\left(2\sqrt{(x+1)(x+k)}-(-2x+k+1)\right)}\\&=\frac{k+1}{2}\end{aligned}$	6
$k=26$.	1

답안 3	배점
$\lim_{x\to\infty}\sqrt{x}\,(\sqrt{x+1}+\sqrt{x+k}-2\sqrt{x})=\lim_{x\to\infty}\dfrac{1+k+2\sqrt{x+1}\sqrt{x+k}-2x}{\sqrt{1+\frac{1}{k}}+\sqrt{1+\frac{k}{x}}+2}$	3
$\begin{aligned}&\lim_{x\to\infty}\frac{1+k+2\sqrt{x+1}\sqrt{x+k}-2x}{\sqrt{1+\frac{1}{k}}+\sqrt{1+\frac{k}{x}}+2}\\&=\lim_{x\to\infty}\frac{1+k}{\sqrt{1+\frac{1}{k}}+\sqrt{1+\frac{k}{x}}+2}+\lim_{x\to\infty}\frac{2(\sqrt{x+1}\sqrt{x+k}-x)}{\sqrt{1+\frac{1}{k}}+\sqrt{1+\frac{k}{x}}+2}=\frac{k+1}{2}\end{aligned}$	6
$k=26$.	1

7. 예시 답안 혹은 정답

$$\lim_{x\to\infty}\sqrt{x}\left(\sqrt{x+1}+\sqrt{x+k}-2\sqrt{x}\right)=\lim_{x\to\infty}\sqrt{x}\left(\sqrt{x+1}-\sqrt{x}+\sqrt{x+k}-\sqrt{x}\right)$$

$$=\lim_{x\to\infty}\sqrt{x}\left(\sqrt{x+1}-\sqrt{x}\right)+\lim_{x\to\infty}\sqrt{x}\left(\sqrt{x+k}-\sqrt{x}\right)$$

이고 $\lim\limits_{x\to\infty}\sqrt{x}\left(\sqrt{x+1}-\sqrt{x}\right)=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\sqrt{x}}{\left(\sqrt{x+1}+\sqrt{x}\right)}=\dfrac{1}{2}$

$\lim\limits_{x\to\infty}\sqrt{x}\left(\sqrt{x+k}-\sqrt{x}\right)=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{k\sqrt{x}}{\sqrt{x+k}+\sqrt{x}}=\dfrac{k}{2}$ 이므로 $k=26$.

$$\lim_{x\to\infty}\frac{\sqrt{x}\left(\sqrt{x+1}+\sqrt{x+k}-2\sqrt{x}\right)\left(\sqrt{x+1}+\sqrt{x+k}+2\sqrt{x}\right)}{\left(\sqrt{x+1}+\sqrt{x+k}+2\sqrt{x}\right)}$$

$$=\lim_{x\to\infty}\frac{\sqrt{x}\left(2\sqrt{(x+1)(x+k)}+(-2x+k+1)\right)}{\left(\sqrt{x+1}+\sqrt{x+k}+2\sqrt{x}\right)}$$

$$=\lim_{x\to\infty}\frac{\sqrt{x}\left(2\sqrt{(x+1)(x+k)}+(-2x+k+1)\right)\left(2\sqrt{(x+1)(x+k)}-(-2x+k+1)\right)}{\left(\sqrt{x+1}+\sqrt{x+k}+2\sqrt{x}\right)\left(2\sqrt{(x+1)(x+k)}-(-2x+k+1)\right)}=\frac{k+1}{2}$$

$\dfrac{k+1}{2}=\dfrac{27}{2}$ 이므로 $k=26$.

$$\lim_{x\to\infty}\sqrt{x}\left(\sqrt{x+1}+\sqrt{x+k}-2\sqrt{x}\right)=\lim_{x\to\infty}\frac{1+k+2\sqrt{x+1}\sqrt{x+k}-2x}{\sqrt{1+\frac{1}{k}}+\sqrt{1+\frac{k}{x}}+2}$$

$$=\lim_{x\to\infty}\frac{1+k}{\sqrt{1+\frac{1}{k}}+\sqrt{1+\frac{k}{x}}+2}+\lim_{x\to\infty}\frac{2\left(\sqrt{x+1}\sqrt{x+k}-x\right)}{\sqrt{1+\frac{1}{k}}+\sqrt{1+\frac{k}{x}}+2}=\frac{k+1}{2}$$

$\dfrac{k+1}{2}=\dfrac{27}{2}$ 이므로 $k=26$.

1. 일반 정보 [인문 B 15]

유형	논술고사	
전형명	논술전형	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	인문B / 문제15	
출제범위	교육과정 과목명	수학 II
	핵심개념 및 용어	다항함수의 적분법
예상 소요 시간	5분 / 전체 80분	

2. 문항 및 제시문

다항함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$xf(x)=\frac{3}{8}x^4-\frac{1}{3}x^3\int_0^2 f'(t)\,dt+\int_2^x f(t)\,dt$를 만족시킬 때, $f(x)$를 구하는 과정을 서술하시오.

3. 출제 의도

제시문의 상황에서 다항함수의 정적분과 곱의 미분법을 이용하여 문제를 해결할 수 있는지를 평가한다.

4. 출제 근거

(가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취 기준

적용 교육과정	교육부 고시 제 2020-236호 [별책8] 수학과 교육과정
문항 및 제시문	학습내용 성취 기준
	[12수학Ⅱ03-03] 정적분의 뜻을 안다. [12수학Ⅱ03-04] 다항함수의 정적분을 구할 수 있다.

(나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행연도	쪽수
고등학교 교과서	수학Ⅱ	황선욱 외 8	미래엔	2020	127
	수학Ⅱ	이준열 외 9	천재교육	2020	123

5. 문항 해설

본 문항은 수학Ⅱ 과목의 정적분 단원에서 적분과 미분의 관계에 관한 문항이다. 따라서 주어진 식을 정리하고 치환하고 미분하여 조건에 맞는 $f(x)$를 구하는 과정을 평가하고 있다.

6. 채점 기준

답안	배점
$f'(x) = \frac{3}{2}x^2 - x\int_0^2 f'(t)\,dt$ 또는 $k = \int_0^2 f'(t)\,dt$ 라고 놓고 $f'(x) = \frac{3}{2}x^2 - kx$	3
$\int_0^2 f'(t)\,dt = \frac{4}{3}$ 또는 $k = \frac{4}{3}$	3
$f(2) = \frac{11}{9}$	2
$f(x) = \frac{1}{2}x^3 - \frac{2}{3}x^2 - \frac{1}{9}$	2

7. 예시 답안 혹은 정답

$k = \int_0^2 f'(t)\,dt$ 라고 놓고 주어진 식의 양변을 미분하면 $\frac{d}{dx}\int_2^x f(t)\,dt = f(x)$ 이므로

$f(x) + xf'(x) = \frac{3}{2}x^3 - kx^2 + f(x)$ 이다. 즉 $f'(x) = \frac{3}{2}x^2 - kx$ 이다.

따라서 $k = \int_0^2 \frac{3}{2}t^2 - kt\,dt = \left[\frac{1}{2}t^3 - \frac{k}{2}t^2\right]_0^2 = 4 - 2k$ 이므로 $k = \frac{4}{3}$ 이고,

$f(x) = \int f'(t)\,dt = \int \frac{3}{2}t^2 - \frac{4}{3}t\,dt = \frac{1}{2}x^3 - \frac{2}{3}x^2 + C$ 이다.

주어진 식에 $x = 2$ 를 대입하면 $2f(2) = 6 - \frac{8}{3} \times \frac{4}{3} + 0 = \frac{22}{9}$ 이고 $f(2) = \frac{11}{9}$ 이다.

따라서 $f(2) = 4 - \frac{8}{3} + C = \frac{11}{9}$ 이고 $C = -\frac{1}{9}$ 이다.

따라서 $f(x) = \frac{1}{2}x^3 - \frac{2}{3}x^2 - \frac{1}{9}$ 이다.