순열과 조합

1. 부모를 포함한 6명의 가족이 원형 탁자에 둘러앉아 식사를 하려고 할 때, 다음을 구하시오.
(1) 6명의 가족이 앉는 모든 경우의 수
(2) 부모가 이웃하여 앉는 모든 경우의 수
(3) 부모가 마주 보고 앉는 모든 경우의 수

2. 두 사람 A, B를 포함한 8명의 춤 동아리 회원이 원탁에 둘러앉을 때, 다음을 구하시오.
(1) A, B가 이웃하여 앉는 모든 경우의 수
(2) A, B가 마주 보고 앉는 모든 경우의 수

3. 오른쪽 그림과 같은 구절판에서 음식을 배열하는 모든 방법의 수는 원순열을 이용하여 구할 수 있다. 이와 같이 실생활과 관련된 원순열 문제를 만들고, 푸시오.

4. 오지선다형 문제 3개가 있다. 각 문제의 답을 하나씩 임의로 고를 때, 고를 수 있는 모든 경우의 수를 구하시오.

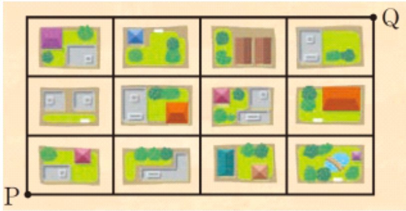
5. 오른쪽 그림과 같은 스테인드글라스의 네 칸 A, B, C, D는 빨간색, 파란색, 노란색의 3가지 색으로, 세 칸 E, F, G는 초록색, 하늘색의 2가지 색으로 칠하려고 한다. 칠할 수 있는 모든 경우의 수를 구하시오. (단, 한 칸에는 1가지 색을 칠할 수 있고, 사용하지 않는 색이 있을 수 있다.)

6. A 지역의 중학생은 그 지역의 5곳의 고등학교 중 1곳에, B 지역의 중학생은 그 지역의 4곳의 고등학교 중 1곳에 배정된다고 한다. A 지역의 중학생 3명과 B 지역의 중학생 2명이 고등학교에 배정되는 모든 경우의 수를 구하시오.

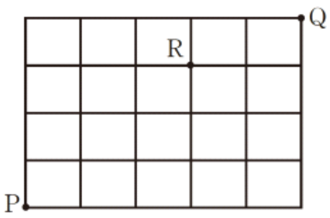
7. 서로 다른 4개의 상자 A, B, C, D에 서로 다른 3개의 공을 넣는 모든 방법의 수는 ${}_4\Pi_3$임을 설명하시오. (단, 한 상자에 공을 여러 개 넣을 수 있다.)

8. 다음을 구하시오.
(1) 6개의 숫자 1, 1, 1, 2, 2, 2를 일렬로 배열하여 만들 수 있는 여섯 자리의 자연수의 개수
(2) 빨간색 깃발 2개, 파란색 깃발 3개, 노란색 깃발 4개를 일렬로 배열하여 신호를 만들 때, 양 끝에 노란색 깃발이 오도록 만들 수 있는 서로 다른 모든 신호의 개수
(단, 같은 색깔의 깃발은 서로 구별되지 않는다.)

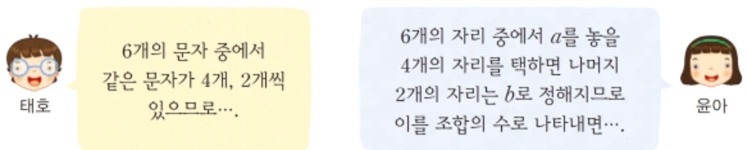
9. 오른쪽 그림과 같은 도로망이 있다. 지점 P에서 지점 Q까지 가는 최단 경로의 수를 구하시오.



10. 오른쪽 그림과 같은 도로망이 있다. 지점 P에서 지점 R를 거쳐 지점 Q까지 가는 최단 경로의 수를 구하시오.

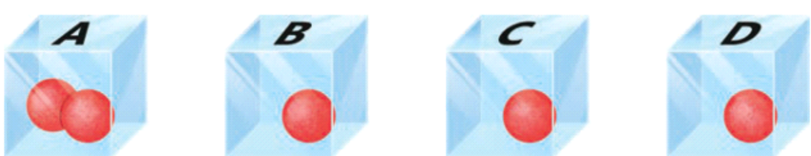


11. 6개의 문자 a, a, a, a, b, b를 일렬로 나열하는 모든 경우의 수를 구하려고 한다. 다음 두 학생의 방법으로 경우의 수를 각각 구하고, 그 결과를 비교하시오.



12. 서로 다른 5가지 색의 풍선에서 중복을 허용하여 2개를 택하는 모든 방법의 수를 구하시오.

13. 서로 다른 4개의 상자 A, B, C, D에 똑같은 5개의 공을 넣는 모든 방법의 수는 ${}_4H_5$임을 설명하시오. (단, 빈 상자가 있을 수 있다.)



14. $(a+b+c)^6$의 전개식에서 서로 다른 항의 개수를 구하시오.

15. 다음 식의 전개식에서 서로 다른 항의 개수를 구하시오.

(1) $(a+b+c)^5$ (2) $(a+b)^6(x+y+z)^4$

16. 방정식 $x+y+z=5$에 대하여 다음을 구하시오.

(1) 음이 아닌 정수해의 개수

(2) 양의 정수해의 개수

17. 방정식 $x+y+z=7$에 대하여 다음을 구하시오.

(1) 음이 아닌 정수해의 개수

(2) 양의 정수해의 개수

18. 한 상자에 빨간 공, 노란 공, 파란 공이 각각 6개씩 들어 있다. 이 상자에서 9개의 공을 동시에 꺼낼 때, 각 색깔의 공이 적어도 2개씩 나오는 모든 경우의 수를 구하려고 한다. 꺼낸 9개의 공 중에서 빨간 공, 노란 공, 파란 공의 개수를 각각 x, y, z라 하고, 다음 두 학생이 말한 방법으로 각각 풀어 보자. (단, 같은 색깔의 공은 서로 구별되지 않는다.)

이항정리

19. 이항정리를 이용하여 다음 빈칸에 알맞은 것을 써넣고, 식을 전개하시오.

(1) $(a+b)^3={}_3C_0a^3+{}_3C_{\square}a^2b+{}_3C_2ab^2+{}_{\square}C_{\square}b^3$
$\quad=$ ____________________

(2) $(x+1)^4={}_4C_0x^4+\square x^3+{}_4C_2+\square x+\square$
$\quad=$ ____________________

20. 이항정리를 이용하여 $(a+2b)^5$을 전개하시오.

21. 이항정리를 이용하여 다음 식을 전개하시오.

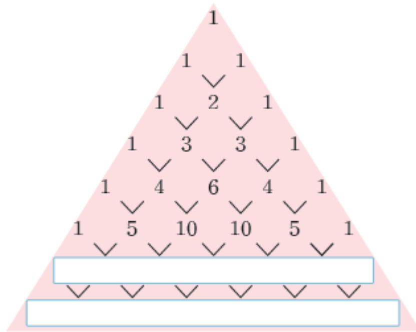
(1) $(2x+1)^4$ (2) $(3a-b)^5$

22. $(2x-3)^5$의 전개식에서 x^3의 계수를 구하시오.

23. 다음 다항식의 전개식에서 x^4의 계수를 구하려고 한다. 전개식의 각 항의 꼴을 이용하여 알맞은 것끼리 선으로 연결하시오.

다항식	전개식의 각 항의 꼴	x^4의 계수
① $(x^2-4)^4$ •	• ㉠ ${}_6C_r\times(3x^2)^{6-r}\times2^r$ •	• ㉮ 40
② $(2x^2+1)^5$ •	• ㉡ ${}_4C_r\times(x^2)^{4-r}\times(-4)^r$ •	• ㉯ 96
③ $(3x^2+2)^6$ •	• ㉢ ${}_5C_r\times(2x^2)^{5-r}\times1^r$ •	• ㉰ 2160

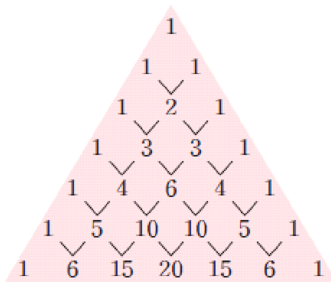
24. 오른쪽 파스칼의 삼각형에서 빈칸에 7번째, 8번째 행을 완성하고 이를 이용하여 다음 식을 전개하시오.



(1) $(a+b)^6$

(2) $(x-1)^7$

25. 오른쪽 파스칼의 삼각형에 대하여 다음 물음에 답하시오.



(1) 각 행의 수의 합을 구하고, 그 값을 이용하여 다음 식의 값을 구하시오.

$${}_6C_0+{}_6C_1+{}_6C_2+\cdots+{}_6C_6$$

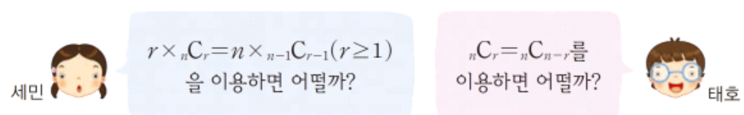
(2) 이항정리를 이용하여 등식
${}_nC_0+{}_nC_1+{}_nC_2+\cdots+{}_nC_6=2^n$
이 성립함을 증명하시오.

26. 이항정리를 이용하여 다음 등식이 성립함을 증명하시오.

(1) ${}_nC_0-{}_nC_1+{}_nC_2-\cdots+(-1)^n{}_nC_n=0$

(2) n이 홀수일 때,
${}_nC_0+{}_nC_2+{}_nC_4+\cdots+{}_nC_{n-1}$
$={}_nC_1+{}_nC_3+{}_nC_5+\cdots+{}_nC_n=2^{n-1}$

27. 등식
${}_nC_1+2\times{}_nC_2+3\times{}_nC_3+\cdots+n\times{}_nC_n=n\times2^{n-1}\,(n\geq2)$이 성립함을 증명하려고 한다. 다음 두 학생의 대화에서 한 가지 방법을 택하여 증명해 보자.



중단원 마무리하기

28. 7명의 학생이 원탁에 둘러앉는 모든 경우의 수를 구하시오.

29. 5명의 학생이 두 영화 A, B중에서 각각 관람할 영화를 1편씩 택하는 모든 경우의 수를 구하시오.

30. 10개의 문자 S, T, A, T, I, S, T, I, C, S를 일렬로 배열하는 모든 경우의 수를 구하시오.

31. 이항정리를 이용하여 다음 식을 전개하시오.

(1) $(2x-y)^4$

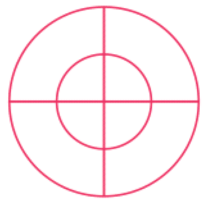
(2) $(x+\frac{1}{x})^5$

32. 남자 3명과 여자 3명이 원탁에 둘러앉아 토의를 할 때, 다음을 구하시오.

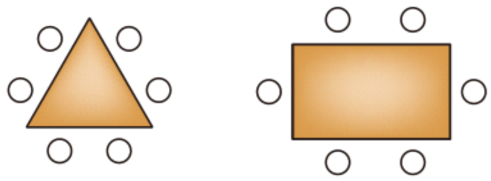
(1) 여자 3명이 이웃하여 앉는 모든 경우의 수

(2) 여자와 남자가 교대로 앉는 모든 경우의 수

33. 오른쪽 그림과 같이 두 동심원을 각각 4등분 하여 만든 8개의 영역을 서로 다른 8가지 색을 모두 사용하여 칠하려고 한다. 칠할 수 있는 모든 경우의 수를 구하시오.(단, 1개의 영역에는 1가지 색을 칠할 수 있고, 회전하여 일치하는 경우는 모두 같은 것으로 본다.)



34. 6명의 학생이 다음 그림과 같은 정삼각형 모양, 직사각형 모양의 탁자에 각각 둘러앉는 모든 경우의 수를 구하시오. (단, 회전하여 일치하는 경우는 모두 같은 것으로 본다.)



35. 중복을 허용하여 3개의 숫자 0, 1, 2로 만들 수 있는 네 자리의 자연수의 개수를 구하시오.

36. 두 집합

$X=\{1,\ 2,\ 3,\ 4\}$

$Y=\{a,\ b,\ c,\ d,\ e\}$

에 대하여 X에서 Y로의 함수의 개수를 구하시오.

37. 6개의 문자 S, C, H, O, O, L을 일렬로 배열할 때, 문자 H가 왼쪽에서부터 홀수 번째에 오는 모든 경우의 수를 구하시오.

38. 다음을 구하시오. (단, 빈 상자가 있을 수 있다.)

(1) 서로 다른 4병의 음료수를 서로 다른 3개의 상자에 넣는 모든 방법의 수

(2) 똑같은 4병의 음료수를 서로 다른 3개의 상자에 넣는 모든 방법의 수

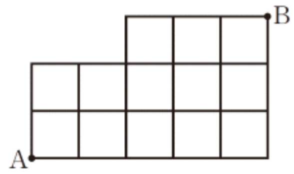
39. 한 바구니에 빨간 장미, 노란 장미, 흰 장미가 각각 10송이씩 들어 있다. 이 바구니에서 14송이의 장미를 동시에 꺼낼 때, 각 색깔의 장미가 적어도 3송이씩 나오는 모든 경우의 수를 구하시오. (단, 같은 색깔의 장미는 서로 구별되지 않는다.)

40. $(x-a)^4$의 전개식에서 x^2의 계수와 x의 계수의 합이 0일 때, 양수 a의 값을 구하시오.

41. 다음 식의 값을 구하시오.

$${}_{99}\mathrm{C}_0+{}_{99}\mathrm{C}_1+{}_{99}\mathrm{C}_2+\cdots+{}_{99}\mathrm{C}_{48}+{}_{99}\mathrm{C}_{49}$$

42. 다음 그림과 같은 도로망이 있다. 지점 A에서 지점 B까지 가는 최단 경로의 수를 구하시오.



43. 1, 2, 3, 4, 5가 각각 적힌 5개의 공을 서로 다른 3개의 상자에 넣으려고 한다. 어느 상자에도 공에 적힌 수의 합이 13이상이 되는 경우가 없도록 공을 넣는 모든 방법의 수를 구하시오. (단, 빈 상자가 있을 수 있다.)

44. 방정식 $x+y+z=15$를 만족시키는 x, y, z가 모두 홀수인 양의 정수해의 개수를 구하시오.

수행과제

45. 파스칼의 삼각형에서 4번째, 5번째 행에 있는 모든 수의 제곱의 합을 각각 구하여 빈칸에 써넣어 보자. 또 이 수를 파스칼의 삼각형에서 찾아 ○표를 하고, 조합의 수로 나타내 보자.

$1^2=1$

$1^2+1^2=2={}_2C_1$

$1^2+2^2+1^2=6={}_4C_2$

$1^2+3^2+3^2+1^2=\square=\underline{\qquad}$

$1^2+4^2+6^2+4^2+1^2=\square=\underline{\qquad}$

1
1 1
1 2 1
1 3 3 1
1 4 6 4 1
1 5 10 10 5 1
1 6 15 20 15 6 1
1 7 21 35 35 21 7 1
1 8 28 56 70 56 28 8 1

46. 45의 관계로부터 파스칼의 삼각형에서 7번째 행에 있는 모든 수의 제곱의 합은 몇 번째 행의 가운데 있는 수와 같은지 추측하고, 빈칸에 알맞은 수를 써넣어 보자.

$$({}_6C_0)^2+({}_6C_1)^2+({}_6C_2)^2+\cdots+({}_6C_6)^2={}_{\square}C_{\square}$$

47. 46의 등식을 이용하여 $(x+1)^6(x+1)^6$의 전개식에서 x^6의 계수를 ${}_nC_r$의 꼴로 나타내 보자.

대단원 평가하기

48. 8명의 친구가 원탁에 둘러앉는 모든 방법의 수를 구하시오.

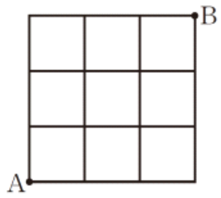
49. 선생님 1명, 여학생 2명, 남학생 2명이 원탁에 앉을 때, 선생님 양 옆에 남학생이 앉는 모든 방법의 수를 구하시오.

50. 3명의 학생이 각각 딸기 주스, 사과 주스, 포도 주스, 수박 주스 중에서 1개의 주스를 택하는 모든 경우의 수를 구하시오.
(단, 각 주스는 3개 이상 있다.)

51. 빨간색 깃발, 노란색 깃발, 파란색 깃발이 각각 1개씩 있다. 깃발을 1번에 1개씩 들어 올릴 때, 이 깃발들을 모두 합쳐 3번 이하로 들어 올려서 만들 수 있는 서로 다른 모든 신호의 개수를 구하시오.
(단, 깃발을 1개도 들어 올리지 않는 경우는 생각하지 않는다.)

52. 6개의 문자 a, b, c, d, e, f를 일렬로 나열할 때, a가 f보다 왼쪽에 오도록 나열하는 모든 방법의 수를 구하시오.

53. 오른쪽 그림과 같이 정사각형 모양으로 이루어진 도로망이 있다. 형은 지점 A에서 지점 B까지, 동생은 지점 B에서 지점 A까지 최단 거리로 다고 할 때, 두 사람이 서로 만나지 않는 모든 경우의 수를 구하시오. (단, 두 사람은 동시에 출발하여 같은 속력으로 간다.)



54. 4종류의 빵 A, B, C, D 중에서 10개를 고르려고 한다. 4종류의 빵을 적어도 1개씩 고르는 모든 방법의 수를 구하시오.

55. $(w+x+y+z)^6$의 전개식에서 w를 포함하는 서로 다른 항의 개수는?

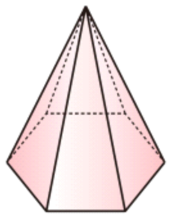
① 50　② 52　③ 54
④ 56　⑤ 58

56. n이 짝수일 때, 다음 등식이 성립함을 증명하시오.

$$\begin{aligned}&{}_{n}C_0+{}_{n}C_2+{}_{n}C_4+\cdots+{}_{n}C_n\\&={}_{n}C_1+{}_{n}C_3+{}_{n}C_5+\cdots+{}_{n}C_{n-1}\\&=2^{n-1}\end{aligned}$$

57. 전체집합 $U=\{1,\ 2,\ 3,\ \cdots,\ 10\}$의 두 부분집합 A, B가 $A\subset B$를 만족시키도록 두 집합 A, B를 정하는 모든 경우의 수를 구하시오.

58. 오른쪽 그림과 같은 정육각뿔이 있다. 서로 다른 7가지 색 중에서 6가지 색을 택하여 이 정육각뿔의 옆면을 칠하는 모든 방법의 수를 구하시오. (단, 각 색은 1번씩만 사용하고, 회전하여 일치하는 경우는 모두 같은 것으로 본다.)



59. 중복을 허용하여 6개의 숫자 0, 1, 2, 3, 4, 5로 만든 자연수를 크기가 작은 수부터 차례로 나열할 때, 10000은 몇 번째 수인지 구하시오.

60. 서로 다른 4개의 가방과 똑같은 4개의 리본, 똑같은 4개의 인형이 있다. 각 가방에 1개의 리본과 1개의 인형을 달려고 한다. 각 가방에서 리본을 인형보다 먼저 단다고 할 때, 4개의 가방에 리본과 인형을 다는 순서를 정하는 모든 경우의 수를 구하시오.
(단, 각 가방에서 리본과 인형을 연속하여 달지 않아도 된다.)

61. 똑같은 12개의 펜을 4명의 학생에게 모두 나누어 주려고 한다. 다음을 구하시오.
(1) 나누어 주는 모든 방법의 수 (단, 펜을 받지 못하는 학생이 있을 수 있다.)
(2) 각 학생에게 적어도 2개씩 펜을 나누어 주는 모든 방법의 수

62. 방정식 $x+y+z=15$에서 $x\geq 2$, $y\geq 3$, $z\geq 4$를 만족시키는 정수해의 개수를 구하시오.

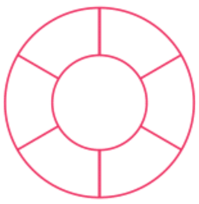
63. $(1+x)^5(1+x^2)^n$의 전개식에서 x^2의 계수가 20일 때, n의 값을 구하시오.

수학 익힘

64. 5쌍의 부부가 원탁에 둘러앉을 때, 부부끼리 이웃하여 앉는 모든 경우의 수를 구하시오.

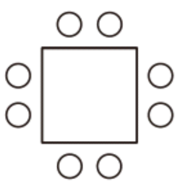
65. 여학생 3명과 남학생 2명이 원형으로 둘러앉아 식사를 하려고 한다. 남학생끼리 이웃하지 않게 앉는 모든 경우의 수를 구하시오.
(단, 회전하여 일치하는 경우는 모두 같은 것으로 본다.)

66. 다음 그림과 같은 큰 원 내부의 7칸을 서로 다른 7가지 색을 모두 사용하여 칠하려고 한다. 작은 원을 제외한 나머지 6칸은 모양과 크기가 모두 같을 때, 칠할 수 있는 모든 방법의 수는? (단, 1칸에는 1가지 색을 칠할 수 있고, 회전하여 일치하는 경우는 모두 같은 것으로 본다.)



① 210　② 480　③ 840
④ 1280　⑤ 1680

67. 오른쪽 그림과 같은 정사각형 모양의 탁자에 8명이 둘러앉는 모든 경우의 수는? (단, 회전하여 일치하는 경우는 모두 같은 것으로 본다.)



① 24　② 48　③ 5040
④ 10080　⑤ 40320

68. 서로 다른 3개의 접시에 서로 다른 4개의 과일을 담는 모든 방법의 수는? (단, 빈 접시가 있을 수 있다.)
① 27　② 36　③ 72
④ 81　⑤ 243

69. 중복을 허용하여 2개의 숫자 1, 2로 만들 수 있는 자연수를 K라고 할 때, $99 < K < 10000$을 만족시키는 K의 개수는?
① 8　② 16　③ 24
④ 32　⑤ 64

70. 2개의 기호 ♠, ♣를 모두 합쳐 2번 이상 5번 이하로 사용하여 일렬로 나열할 때, 만들 수 있는 모든 경우의 수를 구하시오.

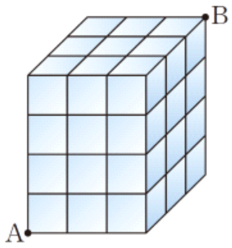
71. 두 집합 A, B가
$$A=\{1,\ 2,\ \cdots,\ m\},\ B=\{1,\ 2,\ \cdots,\ n\}$$
일 때, $C \subset A$, $B \cap C \neq \varnothing$을 만족시키는 집합 C의 개수를 m, n을 사용한 식으로 나타내시오. (단, m, n은 자연수, $m > n$)

72. 5개의 숫자 1, 1, 2, 3, 3을 일렬로 배열하여 만들 수 있는 다섯 자리의 자연수의 개수를 구하시오

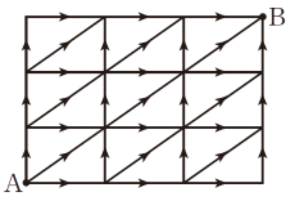
73. 8개의 문자 R, E, M, E, M, B, E, R를 일렬로 배열할 때, 양 끝에 모음이 오는 모든 경우의 수는?

① 120 ② 180 ③ 360
④ 520 ⑤ 720

74. 오른쪽 그림과 같이 크기가 같은 정육면체 모양의 36개의 블록을 빈틈없이 쌓아 올려 직육면체 모양을 만들었다. 이 직육면체의 꼭짓점 A에서 꼭짓점 B까지 각 블록의 모서리를 따라가는 최단 경로의 수를 구하시오.



75. 다음 그림과 같은 도로망이 있다. 화살표 방향을 따라 지점 A에서 지점 B까지 가는 모든 경로의 수를 구하시오



76. 10명의 유권자가 투표를 하려고 한다. 각각의 유권자는 3명의 후보자 중 1명에게만 투표를 할 수 있고 기권이나 무효표는 없다고 한다. 기명 투표를 할 때와 무기명 투표를 할 때, 투표 결과의 모든 경우의 수를 각각 구하시오.

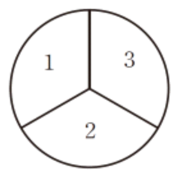
77. 아이스크림 가게에서 판매하는 땅콩 맛을 포함한 서로 다른 10가지 맛 아이스크림 중에서 중복을 허용하여 3개를 고를 때, 땅콩 맛 아이스크림이 포함되는 모든 경우의 수를 구하시오.

78. 딸기 맛, 바나나 맛, 감귤 맛 3종류의 초콜릿 중에서 10개를 고를 때, 딸기 맛 초콜릿이 2개만 포함되는 모든 경우의 수를 구하시오.

79. 부등식 $x+y+z<5$를 만족시키는 음이 아닌 정수해의 개수를 구하시오.

80. $(a+b)^3(x+y+z)^2$의 전개식에서 x를 포함하지 않는 서로 다른 항의 개수를 구하시오.

81. 오른쪽 그림과 같이 점수가 표시된 원판에 5개의 화살을 쏘았을 때, 맞힌 점수의 합이 8점 이상이 되는 모든 경우의 수를 구하시오.
(단, 화살이 원판을 빗나가거나 원판의 경계선을 맞히는 경우는 없고, 원판에 맞은 화살의 순서는 생각하지 않는다.)



82. 방정식 $x_1-x_2+x_3-x_4=5$를 만족시키는 x_1, x_2, x_3, x_4에 대하여 $x_1 \geq 1$, $x_2 \leq 1$, $x_3 \geq 3$, $x_4 \leq 2$인 정수해의 개수를 구하시오.

83. $(2x-5y)^6$의 전개식에서 x^4y^2의 계수를 구하시오.

84. $(1+x)^3(2+x)^4$의 전개식에서 x^2의 계수는?

① 24 ② 48 ③ 96
④ 120 ⑤ 168

85. $(1+x)+(1+x)^2+(1+x)^3+\cdots+(1+x)^{10}$의 전개식에서 x^3의 계수를 구하시오.

86. 다음 부등식을 만족시키는 홀수 n의 값을 구하시오.

$$1000 < {}_n\mathrm{C}_0 + {}_n\mathrm{C}_2 + {}_n\mathrm{C}_4 + \cdots + {}_n\mathrm{C}_{n-1} < 2000$$

87. n이 1보다 큰 홀수일 때, 다음 등식이 성립함을

$$r \times {}_n\mathrm{C}_r = n \times {}_{n-1}\mathrm{C}_{r-1} \ (r \geq 1)$$

을 이용하여 증명하시오.

$$1 \times {}_n\mathrm{C}_1 - 2 \times {}_n\mathrm{C}_2 + 3 \times {}_n\mathrm{C}_3 - 4 \times {}_n\mathrm{C}_4 + \cdots + n \times {}_n\mathrm{C}_n = 0$$

확률의 뜻

88. 서로 다른 2개의 동전을 동시에 던지는 시행에 대하여 다음을 구하시오.

(1) 표본공간

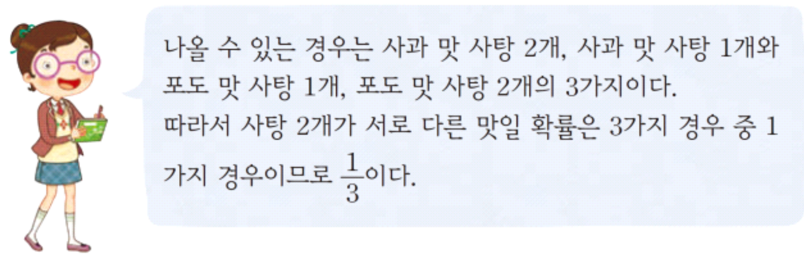
(2) 서로 같은 면이 나오는 사건

89. 한 상자에 1부터 8까지 자연수가 각각 적힌 8개의 공이 들어 있다. 이 상자에서 1개의 공을 임의로 꺼내는 시행에서 공에 적힌 수가 홀수인 사건을 A, 4의 배수인 사건을 B라고 할 때, 다음 세 학생의 물음에 각각 답하시오.

90. 빨간 공 3개와 파란 공 2개가 들어 있는 주머니에서 임의로 공 2개를 동시에 꺼낼 때, 빨간 공 1개와 파란 공 1개가 나올 확률을 구하시오.

91. 3명의 남학생과 2명의 여학생이 일렬로 줄을 설 때, 2명의 여학생이 양 끝에 설 확률을 구하시오.

92. 다음은 지은이가 사과 맛 사탕 6개와 포도 맛 사탕 5개가 들어 있는 상자에서 임의로 사탕 2개를 동시에 꺼낼 때, 사탕 개가 서로 다른 맛일 확률을 구한 것이다. 지은이의 답이 옳은지를 말하고, 그 이유를 설명해 보자.



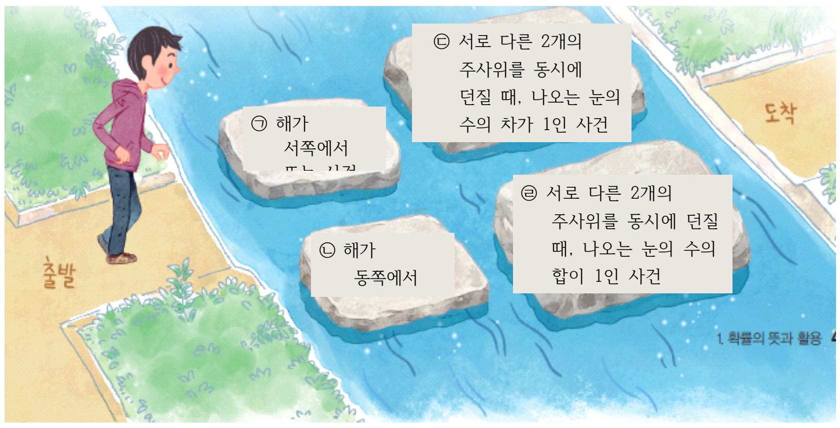
93. 다음 표는 2015년 시도별 가구 수를 백의 자리에서 반올림하여 나타낸 자료이다. 전체가구에서 임의로 한 가구를 택하였을 때, 그 가구가 경기도에 거주할 확률을 구하시오. (단, 소수점 아래 셋째 자리에서 반올림한다.)

(단위: 천)

시도	가구 수	시도	가구 수
강원	569	서울	3577
경기	4040	울산	389
경남	1189	인천	988
경북	1031	전남	704
광주	537	전북	677
대구	895	제주	197
대전	569	충남	787
부산	1295	충북	573
합계		18017	

[참고 자료: 국가통계포털, http://kosis.kr]

94. 다음 그림의 출발 지점에서 사건의 확률이 0인 징검다리를 건너 도착 지점까지 갈 때, 그 경로를 찾고 도착 지점에 확률이 0인 사건의 예를 쓰시오.



확률의 덧셈정리

95. 1부터 40까지 자연수가 각각 적힌 40장의 카드 중에서 임의로 1장을 뽑을 때, 다음을 구하시오.
(1) 카드에 적힌 수가 3의 배수 또는 4의 배수일 확률
(2) 카드에 적힌 수가 10 이하이거나 35 이상일 확률

96. 주원이네 반 학생 중에서 물품 기부를 해 본 학생은 전체의 60%이고, 재능 기부를 해 본 학생은 전체의 80%이다. 또 물품 기부와 재능 기부를 모두 해 본 학생은 전체의 50%이다. 이 반 학생 중에서 임의로 한 명을 택할 때, 그 학생이 물품 기부 또는 재능 기부를 해 본 학생일 확률을 구하시오.

97. 흰색 떡 4개와 초록색 떡 5개가 있다. 떡 9개 중에서 임의로 2개를 동시에 택할 때, 떡 2개가 서로 같은 색일 확률을 구하시오.

98. 오른쪽 그림과 같이 한 변의 길이가 1인 정육각형의 꼭짓점의 위치에 놓인 6개의 점 중에서 임의로 2개를 택하여 선분을 그을 때, 선분의 길이가 1보다 클 확률을 구하시오.

99. A 고등학교 학생 2명을 포함한 고등학생 6명 중에서 임의로 3명을 뽑을 때, A 고등학교 학생이 적어도 1명 포함될 확률을 구하시오.

100. 알파벳 T, R, A, V, E, L이 각각 적힌 6개의 블록을 일렬로 배열할 때, R, A가 적힌 블록이 이웃하지 않을 확률을 구하시오.

101. 다음 대화를 읽고 재민, 민희, 경애 중에서 적어도 2명의 생일이 같을 확률을 구해보자.

중단원 마무리하기

102. 각 면에 1부터 10까지 자연수가 각각 2번씩 적힌 정이십면체 모양의 주사위 1개를 1번 던질 때, 10이 나올 확률을 구하시오.

103. 특정한 질병에 걸린 200명의 환자에게 신약을 투여한 결과 120명이 치료되었다. 같은 질병에 걸린 환자에게 이 약을 투여할 때, 치료될 확률을 구하시오.

104. 두 사건 A, B에 대하여

$$\mathrm{P}(A)=\frac{1}{2},\ \mathrm{P}(B)=\frac{2}{5},\ \mathrm{P}(A\cup B)=\frac{7}{10}$$

일 때, $\mathrm{P}(A\cap B)$를 구하시오.

105. 동전 1개를 3번 던질 때, 적어도 1번은 뒷면이 나올 확률을 구하시오.

106. 3, 4, 5, 6, 7, 11, 12가 각각 적힌 7장의 카드 중에서 임의로 1장을 택할 때, 다음 세 사건 A, B, C 중에서 서로 배반인 사건을 있는 대로 찾으시오.

A : 6의 양수가 나오는 사건 B : 4의 배수가 나오는 사건 C : 소수가 나오는 사건

107. 5개의 숫자 1, 2, 3, 4, 5를 한 번씩 사용하여 다섯 자리의 자연수를 만들 때, 이 수가 홀수일 확률을 구하시오.

108. 두 집합 $X=\{a,\ b,\ c\}$, $Y=\{1,\ 3,\ 5,\ 7\}$에 대하여 X에서 Y로의 함수 중에서 임의로 하나를 택할 때, 그 함수가 일대일함수일 확률을 구하시오.

109. 라면과 떡볶이를 포함한 8가지의 음식 중에서 손님이 원하는 음식을 택하여 먹을 수 있는 식당이 있다. 어느 손님이 임의로 4가지의 음식을 동시에 택할 때, 라면과 떡볶이가 포함될 확률을 구하시오.

110. 천일홍 4송이, 장미 4송이가 들어 있는 꽃다발에서 임의로 꽃 4송이를 동시에 꺼낼 때, 천일홍이 장미보다 많을 확률을 구하시오.

111. 어느 샐러드 가게의 고객 중에서 $\frac{4}{7}$는 20대이고, $\frac{3}{5}$은 여자이며 $\frac{5}{7}$는 20대이거나 여자라고 한다. 이 가게의 고객 중에서 임의로 한 명을 택할 때, 그 사람이 20대인 여자일 확률을 구하시오.

112. 서로 다른 2개의 주사위를 동시에 던질 때, 나오는 눈의 수의 합이 5이거나 차가 5일 확률을 구하시오.

113. 두 사건 A, B에 대하여

$$\mathrm{P}(A^C \cup B^C) = \frac{3}{4},\ \mathrm{P}(B \cup A^C) = \frac{1}{5}$$

일 때, $\mathrm{P}(B^C)$을 구하시오.

114. 8가지의 원두 중에서 2가지는 에티오피아산이고, 6가지는 케냐산이다. 이 중에서 임의로 2가지를 동시에 택할 때, 적어도 1가지는 케냐산일 확률을 구하시오.

115. 1부터 9까지 자연수가 각각 적힌 9개의 공이 들어 있는 상자가 있다. 이 상자에서 임의로 3개의 공을 동시에 꺼낼 때, 공에 적힌 수를 작은 것부터 차례로 a, b, c 라고 하자. $b \le 4$일 확률을 구하시오.

116. n이 20 이하의 자연수일 때, x에 대한 이차 방정식 $10x^2 - 7nx + n^2 = 0$의 정수해가 존재할 확률을 구하시오.

117. 노란색 시계 3개, 하늘색 시계 2개, 노란색 팔찌 3개, 하늘색 팔찌 2개가 들어 있는 상자에서 임의로 3개를 동시에 고를 때, 적어도 1개는 시계이고 적어도 1개는 하늘색일 확률을 구하시오.

수행과제

열대어 기르기는 집 안의 습도 유지, 정서적 안정, 스트레스 해소 등에 효과가 있다고 한다. 그러나 열대어를 기를 때, 에인절피시와 같은 열대어는 공격성이 강해 작고 온순한 열대어와 한 어항에 같이 키우면 안 된다고 한다.

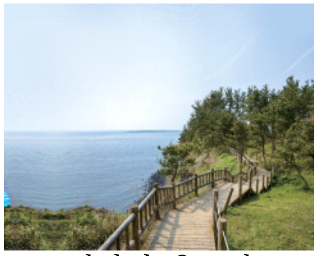
118. 5종류의 열대어 A, B, C, D, E가 각각 한 마리씩 있다. A는 B를 공격하고, B는 C를 공격하고, C는 D를 공격하고, D는 E와 A를 공격한다고 한다. 이 5마리의 열대어를 서로 공격하지 않는 종류끼리 함께 3개의 어항에 나누어 넣을 때, A, C, E를 1개의 어항에 함께 넣을 확률을 구해 보자.
(단, 3개의 어항은 서로 구별되지 않고, 빈 어항이 있을 수 있다.)

119. 앞에서 열대어를 서로 공격하지 않는 종류끼리 함께 4개의 어항에 나누어 넣을 때, B, D를 1개의 어항에 함께 넣을 확률을 구해 보자.
(단, 4개의 어항은 서로 구별되지 않고, 빈 어항이 있을 수 있다.)

조건부확률

120. 주사위 한 개를 던져서 짝수의 눈이 나왔다는 조건 아래에서 소수의 눈이 나올 확률을 구하시오.

121. 어느 해 제주특별자치도를 관광한 사람 중 외국인은 40%이고, 제주특별자치도를 관광한 사람 중 우도의 올레길을 탐방한 외국인은 30%이다. 제주특별자치도를 관광한 외국인 중에서 임의로 한 명을 뽑을 때, 그 사람이 우도의 올레길을 탐방한 사람일 확률을 구하시오.



122. 여행 도서 6권과 자기 계발 도서 3권이 꽂혀 있는 책장에서 세민이와 윤아가 차례로 책을 1권씩 임의로 꺼낼 때, 두 사람 모두 자기 계발 도서를 꺼낼 확률을 구하시오.
(단, 꺼낸 책은 다시 넣지 않는다.)

123. 딸기 파이 3개와 오렌지 파이 5개가 들어 있는 상자에서 서진이와 지은이가 차례로 파이를 1개씩 임의로 꺼낼 때, 두 사람 모두 오렌지 파이를 꺼낼 확률을 구하시오.
(단, 꺼낸 파이는 다시 넣지 않는다.)

124. 4개의 당첨 제비를 포함하여 20개의 제비가 들어 있는 상자에서 승민이와 희찬이가 차례로 제비를 1개씩 임의로 뽑는다고 한다. 한 번 뽑은 제비는 다시 넣지 않을 때, 승민이가 당첨 제비를 뽑을 확률과 희찬이가 당첨 제비를 뽑을 확률을 각각 구하시오.

125. 우리나라 아동 중에서 7%가 주의력 결핍 과잉 행동 장애(ADHD)가 있다고 한다. 전문가가 ADHD가 있는 아동을 '있음'으로 정확하게 진단할 확률이 0.8이고, ADHD가 없는 아동을 '없음'으로 정확하게 진단할 확률이 0.7이라고 하자. 어느 아동이 ADHD가 있는지 알아보기 위해 전문가에게 검사를 받을 때, 다음을 구하시오.

⑴ 그 아동이 ADHD가 있고, 전문가가 정확하게 진단할 확률

⑵ 그 아동이 ADHD가 없고, 전문가가 정확하게 진단할 확률

⑶ 전문가가 그 아동을 정확하게 진단할 확률

사건의 독립과 종속

126. 주사위 한 개를 던져서 6의 약수의 눈이 나오는 사건을 A, 소수의 눈이 나오는 사건을 B, 4 이상의 눈이 나오는 사건을 C라고 할 때, 다음 두 사건이 서로 독립인지 종속인지 말하시오.

(1) 두 사건 A와 B (2) 두 사건 A와 C

127. 오른쪽 표는 어느 스키장을 이용한 100명을 대상으로 스키와 스노보드 중에서 어느 것을 선호하는지 조사한 것이다. 100명 중에서 임의로 1명을 뽑을 때, 이 사람이 스노보드를 선호하는 사람인 사건과 여자인 사건이 서로 독립인지 종속인지 말하시오.

	스키	스노보드	합계
남자	24	36	60
여자	16	24	40
합계	40	60	100

128. 4개의 프로펠러로 작동하는 드론이 있다. 각 프로펠러는 독립적으로 작동하고, 프로펠러마다 제대로 작동할 확률이 $\frac{9}{10}$라고 할 때, 다음을 구하시오.

(1) 3개의 프로펠러가 제대로 작동할 확률

(2) 적어도 1개의 프로펠러가 제대로 작동할 확률

129. 100원짜리 동전 1개와 500원짜리 동전 1개를 동시에 던지는 시행을 5번 반복할 때, 두 동전이 동시에 앞면이 나오는 사건이 3번 일어날 확률을 구하시오.

130. 윷짝 1개를 던질 때 둥근 면이 나올 확률을 스스로 정하고, 윷짝 4개를 동시에 1번 던질 때 도, 걸이 나올 확률을 각각 구하시오.

131. 다음은 배구 리그 우승 팀 결정전 중계이다. A 팀이 7차전에서 최종 우승할 확률을 구해 보자. (단, 매 경기에 무승부는 없고, 두 팀이 이길 확률은 서로 같다.)

중단원 마무리하기

132. 다음 표는 독서 체험 교실에 참가한 어느 고등학교 1학년, 2학년 학생 30명을 대상으로 독서 체험 교실에서 한 활동을 조사한 것이다. 이 학생들 중에서 임의로 택한 학생 1명이 2학년일 때, 그 학생이 독후감 쓰기를 한 학생일 확률을 구하시오.

(단위: 명)

	독후감 쓰기	활동지 만들기	합계
1학년	7	5	12
2학년	12	6	18
합계	19	11	30

133. 3개의 불량품을 포함하여 15개의 제품이 들어 있는 상자에서 임의로 제품을 1개씩 2번 꺼낼 때, 첫 번째는 정상품, 두 번째는 불량품을 꺼낼 확률을 구하시오.
(단, 꺼낸 제품은 다시 넣지 않는다.)

134. 두 사건 A, B가 서로 독립이고,

$$\mathrm{P}(A)=\frac{2}{5},\ \mathrm{P}(A\cap B)=\frac{1}{10}$$

일 때, $\mathrm{P}(B)$를 구하시오.

135. 두 사건 A, B에 대하여

$$\mathrm{P}(B)=\frac{1}{3},\ \mathrm{P}(A\cup B)=\frac{5}{9}$$

일 때, $\mathrm{P}(A^C|B^C)$을 구하시오.

136. 어느 고등학교의 상담실에서 지난 한 달 동안 1학년, 2학년 학생 총 30명이 전문 상담교사에게 상담을 받았고, 이 중에서 1학년은 남학생의 비율이 40%, 2학년은 남학생의 비율이 30%이었다. 상담을 받은 학생 중에서 임의로 뽑은 1명이 남학생일 때, 그 학생이 1학년일 확률이 $\frac{2}{5}$이다.
상담을 받은 1학년 학생은 몇 명인지 구하시오.

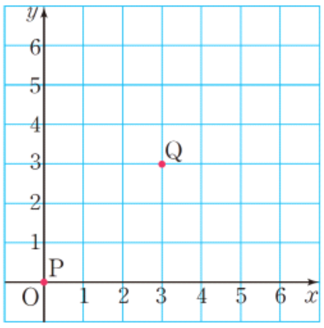
137. 어느 음식점에서 하루의 매출 목표액을 달성할 확률은 그날 비가 오는 경우 0.9, 비가 오지 않는 경우 0.3이라고 한다. 오늘 비가 올 확률이 0.6일 때, 이 음식점에서 오늘 하루의 매출 목표액을 달성할 확률을 구하시오.

138. 빨간 공 2개, 파란 공 3개가 들어 있는 주머니에서 A, B 두 사람이 A, B의 순서로 공을 1개씩 임의로 꺼낼 때, 먼저 빨간 공을 꺼낸 사람이 이긴다고 한다. 승부가 날 때까지 공을 꺼낼 때, A가 이길 확률을 구하시오. (단, 꺼낸 공은 다시 넣지 않는다.)

139. 두 학생 A, B가 연말에 공연을 관람할 확률이 각각 $\frac{1}{7}$, $\frac{2}{5}$라고 한다. 각 학생이 공연을 관람할 사건이 서로 독립일 때, 두 학생 중에서 한 학생만 연말에 공연을 관람할 확률을 구하시오.

140. 승부차기 성공률이 각각 80 %, 60 %인 병헌이와 지훈이가 차례로 승부차기를 한 번씩만 할 때, 적어도 한 명이 승부차기에 성공할 확률을 구하시오. (단, 병헌이와 지훈이가 각각 승부차기에서 성공하는 사건은 서로 독립이다.)

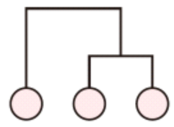
141. 좌표평면 위의 점 P는 주사위 1개를 1번 던져서 나오는 눈의 수가 4의 약수이면 x축의 양의 방향으로 1만큼, 4의 약수가 아니면 y축의 양의 방향으로 1만큼 이동한다. 주사위 1개를 6번 던질 때, 다음 그림과 같이 원점 O에서 출발한 점 P가 점 Q에 도착할 확률을 구하시오.



142. 봉투와 카드를 이용하여 게임을 하려고 한다. A봉투에는 빨간 카드 5장과 노란 카드 3장이 들어 있고, B봉투는 비어 있다. A봉투에서 임의로 카드 2장을 동시에 꺼내어 빨간 카드가 1장이라도 나오면 꺼낸 카드 2장을 B봉투에 넣고 게임이 끝난다. 빨간 카드가 1장도 나오지 않으면 꺼낸 카드 2장을 B봉투에 넣은 후 A봉투에서 다시 카드 2장을 더 꺼내어 B봉투에 넣고 게임이 끝난다. 게임이 끝난 후 B봉투에 빨간 카드가 1장 들어 있을 확률을 구하시오.

143. 어느 보석 감정 회사에 감정 의뢰가 들어오는 보석의 80%는 진품이고 20%는 가품이라고 한다. 이 회사의 보석 감별사가 진품을 가품으로 잘못 감별할 확률이 0.02, 가품을 진품으로 잘못 감별할 확률이 0.03이라고 할 때, 이 감별사가 진품으로 감별한 보석이 실제로는 가품일 확률을 구하시오.

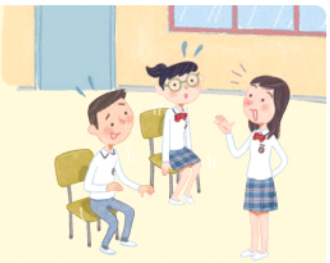
144. 탁구 시합에서 A가 B를 이길 확률은 $\frac{1}{3}$, B가 C를 이길 확률은 $\frac{2}{5}$, C가 A를 이길 확률은 $\frac{1}{2}$이다. 오른쪽 대진표와 같이 승자 진출전 방식으로 탁구 시합을 할 때, C가 우승할 확률을 구하시오. (단, A, B, C가 각각 대진표의 세 자리에 배정될 확률은 같고, 비기는 경우는 없다.)



145. 검은 공 4개와 흰 공 2개가 들어 있는 상자에서 임의로 공 1개를 꺼내어 색을 확인하고 다시 집어넣는 것을 1회 시행이라고 하자. 검은 공이 나오면 3점, 흰 공이 나오면 1점을 얻을 때, 8회의 시행을 한 후 12점을 얻을 확률이 $\frac{k}{3^8}$이다. 상수 k의 값을 구하시오.

수행과제

다음은 ‘인간 제로’라는 게임의 규칙이다.



[규칙 1] 3명으로 한 모둠을 만들고 그중 2명을 A 조, 나머지 1명을 B 조라고 한다.

[규칙 2] A 조는 준비된 의자에 각각 앉고, B 조는 그 앞에 선다.

[규칙 3] B 조가 0, 1, 2 중에서 임의로 하나의 수를 외치면 그와 동시에 의자에 앉은 A 조 두 사람은 각자 임의로 일어나거나 그대로 앉아 있는다.

[규칙 4] 만약 B 조가 외친 수와 의자에서 일어난 사람의 수가 같으면 B 조가 이기고, 다르면 A 조가 이긴다.

146. 게임을 1번 할 때, A조가 이길 확률을 구해 보자.

147. 게임을 3번 해서 A조가 3번 모두 이겨야 A조의 승리이고, A조가 1번이라도 지면 B조의 승리라고 할 때, 어느 조가 더 유리한지 말해 보자.

148. 게임의 규칙에서 4명으로 한 모둠을 만들고 그중 3명을 A조, 나머지 1명을 B조라고 하자. B조가 0, 1, 2, 3 중에서 임의로 하나의 수를 외치도록 하고 게임을 1번 할 때, A조가 이길 확률을 구해 보자.

대단원 평가하기

149. 주황색 탁구공 n개와 흰색 탁구공을 합하여 모두 20개가 들어 있는 상자가 있다. 이 상자에서 임의로 탁구공 2개를 동시에 꺼낼 때, 2개 모두 주황색 탁구공일 확률은 $\frac{1}{19}$이다. 이때 n의 값을 구하시오.

150. 다음 표는 둥글고 노란색인 완두콩과 주름지고 녹색인 완두콩을 교배하여 얻은 잡종 2세대를 모양과 색으로 구분한 결과이다. 이 잡종 2세대 완두콩 중에서 임의로 1개를 고를 때, 그 완두콩이 주름지고 노란색인 완두콩일 확률을 구하시오.

(단위: 개)

	노란색	녹색	합계
둥글다	269	91	360
주름지다	88	32	120
합계	357	123	480

151. 발명품 경진 대회에 출전할 학교 대표 2명을 선발하는 대회에 1학년 학생 4명과 2학년 학생 6명이 참가하였다. 임의로 2명을 선발할 때, 2명이 같은 학년일 확률을 구하시오.

152. 어떤 시행에서 표본공간 S의 서로 다른 두 사건 A, B에 대하여 다음 보기 중 항상 옳은 것을 있는 대로 고르시오.

| 보기 |

ㄱ. $0 \le \mathrm{P}(A \cup B) \le 1$

ㄴ. $\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)=1$이면 두 사건 A, B는 서로 배반 사건이다.

ㄷ. $A \cup B = S$ 이면 $\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)=1$이다.

153. 오른쪽 그림과 같이 12개의 점이 가로, 세로로 각각 1만큼의 간격으로 놓여 있다. 이 중에서 임의로 2개의 점을 택하여 연결한 선분의 길이가 무리수일 확률을 구하시오.

154. 다음 표는 두 지역 A, B의 태양광 미니 발전소 설치 여부에 따른 가구 수를 조사한 것이다. 두 지역에서 임의로 택한 1가구가 태양광 미니 발전소를 설치한 가구일 때, 그 가구가 A 지역의 가구일 확률을 구하시오.

(단위: 개)

	설치	미설치	합계
A 지역	74	136	210
B 지역	206	524	730
합계	280	660	940

155. 어느 노래 경연에 참가한 가은이와 진수가 예선을 통과할 확률이 각각 0.8, 0.5라고 한다. 가은이와 진수가 각각 예선을 통과하는 사건이 서로 독립일 때, 2명 중에서 1명만 예선을 통과할 확률은?

① 0.25 ② 0.275 ③ 0.5
④ 0.625 ⑤ 0.75

156. 어느 과자 회사에서 경품 행사로 6봉지의 과자 중에서 1봉지의 비율로 '1봉지 더!'라는 당첨권 1장을 넣었다. 이 과자 4봉지를 구입한 사람이 당첨권 1장을 받을 확률을 구하시오.

157. 파스칼은 그의 친구 드메레(de Mere, C., 1607~1684)로부터 ‘서로 다른 2개의 주사위를 24번 던져서 적어도 1번 $(6, 6)$이 나올 확률’에 대한 질문을 받았다. 이 확률을 구하시오.
$\left(\text{단, } \left(\frac{35}{36}\right)^{24}=0.509\text{로 계산한다.}\right)$

158. 파란 공 5개, 빨간 공 4개가 들어 있는 바구니에서 임의로 공 4개를 동시에 꺼낼 때, 파란 공이 1개 이하로 나올 확률을 구하시오.

159. 세원이가 인터넷으로 어느 맛집에 대한 후기를 검색하면 60 %는 여자가 작성한 후기라고 한다. 이때 여자가 후기를 작성하였을 때 단어 ‘제공’이 포함될 확률은 0.6이고, 남자가 후기를 작성하였을 때 ‘제공’이 포함될 확률은 0.5라고 한다. 세원이가 ‘제공’이 포함된 후기를 찾았을 때, 이 후기가 여자가 작성한 후기일 확률을 구하시오.

160. 어느 고등학교 1학년 학생들을 대상으로 ‘점심 시간 중 도서관 이용 경험’에 대하여 조사하였더니 남학생 중에서 이용 경험이 있는 학생은 30명, 없는 학생은 20명, 여학생 중에서 이용 경험이 없는 학생은 10명이었다. 조사한 학생 중에서 임의로 택한 1명이 남학생인 사건과 도서관 이용 경험이 있는 학생인 사건이 서로 독립일 때, 도서관 이용 경험이 있는 여학생 수를 구하시오.

161. 주사위 1개를 던져서 홀수의 눈이 나오면 동전 1개를 2번 던지고, 짝수의 눈이 나오면 동전 1개를 4번 던진다. 주사위 1개를 1번 던진 후 그 결과에 따라 동전을 던질 때, 동전의 앞면이 총 2번 나올 확률을 구하시오.

162. 이탈리아의 수학자 파촐리(Pacioli, L., 1445~1517)는 자신의 책에 다음과 같은 문제를 실었다.

> 이길 확률이 같은 두 사람이 게임을 하여 6번 먼저 이기는 사람이 상금을 모두 갖기로 하였다. 그런데 7번의 게임에서 A가 4번, B가 3번 이겼을 때게임을 중단하였다면 상금을 어떻게 분배해야 할까?

A와 B가 비기는 경우는 없고 매 게임에서 이길 확률이 서로 같다고 한다. 다음 단계에 따라 위의 문제를 해결하시오.
(1) 게임을 중단하지 않고 계속할 때, A가 상금을 모두 가질 확률을 구하시오.
(2) A와 B가 상금을 어떻게 분배해야 공정한지 말하시오.

수학 익힘

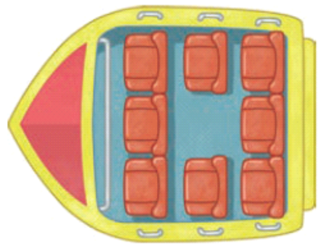
163. 1부터 9까지 자연수가 각각 적힌 9장의 카드 중에서 임의로 3장을 동시에 뽑을 때, 카드에 적힌 수가 모두 홀수일 확률을 구하시오.

164. 키가 모두 다른 4명을 일렬로 세우려고 한다. 이때 왼쪽에서부터 두 번째에 서는 사람이 자신과 이웃한 2명보다 키가 클 확률을 구하시오.

165. 오른쪽 그림과 같이 6등분한 원판에 파란색과 연두색을 포함한 6가지 색을 모두 사용하여 칠하려고 한다. 파란색 맞은편에 연두색을 칠할 확률은?
(단, 회전하여 일치하는 경우는 모두 같은 것으로 본다.)

① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{1}{4}$
④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

166. 어느 놀이공원의 놀이 기구는 다음 그림과 같이 8명이 함께 탈 수 있다.



여학생 4명과 남학생 4명이 이 놀이 기구에 타는 자리를 임의로 배정할 때, 여학생이 서로 이웃하지 않게 배정될 확률은? (단, 바로 옆이나 바로 앞뒤에 있을 때 이웃한 것으로 본다.)

① $\frac{1}{25}$ ② $\frac{1}{30}$ ③ $\frac{1}{35}$
④ $\frac{1}{40}$ ⑤ $\frac{1}{45}$

167. 두 집합

$$\mathrm{A}=\{t,\ u,\ v\},\ \mathrm{B}=\{5,\ 6\}$$

에 대하여 A에서 B로의 함수 f를 만들 때, 이 함수가

$$f(t)+f(u)+f(v)=16$$

을 만족시킬 확률을 구하시오.

168. 2016년 우리나라의 경제 활동 인구수는 27247000이었고, 그중 고등학교 이상 졸업한 사람 수는 22945000이었다. 경제 활동을 하는 사람 중에서 임의로 1명을 택할 때, 그 사람이 고등학교 이상 졸업한 사람일 확률을 구하시오. (단, 소수점 아래 셋째 자리에서 반올림한다.)

169. 두 사건 A, B가 서로 배반사건이고,

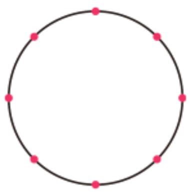
$$\mathrm{P}(A)=3\mathrm{P}(B),\ \mathrm{P}(A\cup B)=\frac{3}{4}$$

일 때, $\mathrm{P}(A)$를 구하시오.

170. 찬우네 반 학생 중에서 여름 방학에 바다에 다녀온 학생은 전체의 $50\,\%$이고, 계곡에 다녀온 학생은 전체의 $70\,\%$이다. 또 바다와 계곡에 모두 다녀온 학생은 전체의 $30\,\%$이다. 찬우네 반에서 임의로 학생 1명을 택할 때, 그 학생이 여름 방학에 바다 또는 계곡에 다녀왔을 확률을 구하시오.

171. 어느 대학에서 여학생 6명과 남학생 4명 중 임의로 4명을 뽑아 외국 대학에 교환 학생으로 갈 수 있는 기회를 주기로 하였다. 여학생이 2명 이상 뽑힐 확률을 구하시오.

172. 오른쪽 그림과 같이 원 위에 8개의 점이 같은 간격으로 놓여 있다. 이 중에서 3개의 점을 꼭짓점으로 하는 삼각형을 만들 때, 이 삼각형이 직각삼각형이 아닐 확률은?



① $\frac{1}{7}$ ② $\frac{2}{7}$ ③ $\frac{3}{7}$
④ $\frac{4}{7}$ ⑤ $\frac{5}{7}$

173. 주머니에 1부터 8까지 자연수가 각각 적힌 8장의 카드가 들어 있다. 이 주머니에서 카드를 임의로 1장씩 꺼내어 카드에 적힌 수의 합이 6의 배수가 될 때까지 꺼내는 시행을 할 때, 카드를 3장 이상 꺼낼 확률을 구하시오.
(단, 꺼낸 카드는 다시 넣지 않고, 처음 꺼낸 카드에 적힌 수가 6이면 시행을 멈춘다.)

174. 다음 표는 어느 과학관에서 300명의 관람객을 대상으로 연령대와 성별을 조사한 것이다.

(단위: 명)

	19세 이하	20대	30대	40세 이상	합계
남자	100	a	40	$60-a$	200
여자	35	$45-b$	20	b	100

300명 중에서 임의로 택한 1명이 남자일 때 그 관람객이 20대일 확률과 300명 중에서 임의로 택한 1명이 여자일 때 그 관람객이 40세 이상일 확률이 서로 같다. 300명의 관람객 중에서 40세 이상이 차지하는 비율이 $12\,\%$일 때, $a+b$의 값은? (단, a, b는 상수)

① 72 ② 74 ③ 76
④ 78 ⑤ 80

175. 빨간색 볼펜 10자루, 노란색 볼펜 6자루가 들어 있는 상자에서 세민이와 재연이가 차례로 볼펜을 1자루씩 임의로 꺼낼 때, 두 사람 모두 노란색 볼펜을 꺼낼 확률은?
(단, 꺼낸 볼펜은 다시 넣지 않는다.)

① $\frac{1}{16}$ ② $\frac{1}{8}$ ③ $\frac{1}{4}$
④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{3}{8}$

176. 4개의 당첨 제비를 포함하여 16개의 제비가 들어 있는 상자에서 윤아, 주원이의 순서로 각각 제비를 1개씩 임의로 뽑을 때, 주원이가 당첨 제비를 뽑을 확률을 구하시오.
(단, 뽑은 제비는 다시 넣지 않는다.)

177. A 상자에는 흰 공 3개, 검은 공 4개가 들어 있고, B 상자에는 흰 공 4개, 검은 공 2개가 들어 있다. 두 상자 중에서 임의로 1상자를 택하여 공 2개를 동시에 꺼냈더니 모두 흰 공이었을 때, 공 2개가 B 상자에서 나왔을 확률을 구하시오.

178. 어느 병원에 독감 증상으로 찾아오는 1000명의 환자 중에서 1명이 실제로 독감 환자이고, 이 병원에서 독감 감염 여부를 판정하는 검사의 정확도는 90 %라고 한다. 독감 증상으로 이 병원에 찾아온 1000명의 환자의 감염 여부를 판정할 때, 검사 결과가 독감인 환자가 실제로 독감 환자일 확률을 구하시오.

179. 어떤 회사의 제품은 해외 공장과 국내 공장에서 각각 전체 제품의 80 %, 20 %가 생산되고, 두 공장에서 생산된 제품의 불량률은 각각 4 %, 1 %라고 한다. 이 회사의 제품 중에서 임의로 1개를 택하였더니 불량품이었을 때, 그 제품이 해외 공장에서 생산된 제품일 확률을 구하시오.

180. 다음은 두 사건 A, B가 서로 독립일 때, 두 사건 A, B^C도 서로 독립임을 보이는 과정이다. 빈칸에 알맞은 것을 써넣으시오.
(단, $0 < \mathrm{P}(A) < 1$, $0 < \mathrm{P}(B) < 1$)

$$\begin{aligned}\mathrm{P}(A \cap B^C) &= \mathrm{P}(A) - \mathrm{P}(A \cap B) \\ &= \mathrm{P}(A) - \boxed{} \\ &= \mathrm{P}(A)\{1 - \boxed{}\} \\ &= \mathrm{P}(A) \times \boxed{}\end{aligned}$$

따라서 두 사건 A, B^C도 서로 독립이다.

181. 두 사건 A, B가 서로 독립일 때, 다음 보기 중에서 항상 옳은 것을 있는 대로 고르시오. (단, $\mathrm{P}(A) > 0$, $\mathrm{P}(B) > 0$)

| 보기 |

ㄱ. $\mathrm{P}(B|A) = \mathrm{P}(B)$
ㄴ. $\mathrm{P}(A|B^C) = \mathrm{P}(A)$
ㄷ. $\mathrm{P}(A|B) = \mathrm{P}(B|A)$

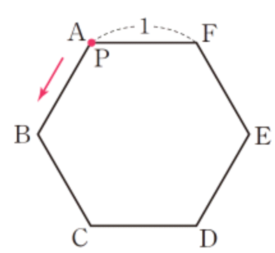
182. 다음 표는 어느 회사에서 36명의 직원을 대상으로 선호하는 야유회 장소를 조사한 것이다.

(단위: 명)

	강화도	설악산	합계
남자	a	b	24
여자	c	d	12
합계	21	15	36

직원 중에서 임의로 1명을 뽑을 때, 여자인 사건과 설악산을 선호하는 사람인 사건이 서로 독립이다. d의 값을 구하시오. (단, a, b, c, d는 상수)

183. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 1인 정육각형 ABCDEF의 꼭짓점 A에서 출발하여 변을 따라 시계 반대 방향으로 움직이는 점 P가 있다.



점 P는 동전 1개를 던져서 앞면이 나오면 2만큼, 뒷면이 나오면 1만큼 움직인다. 동전 1개를 6번 던질 때, 점 P가 꼭짓점 E에 도착할 확률을 구하시오.

확률변수와 확률분포

184. 다음 확률변수가 이산확률변수인지 연속확률변수인지 말하시오.

(1) 주사위 1개를 1번 던지는 시행에서 나오는 눈의 수

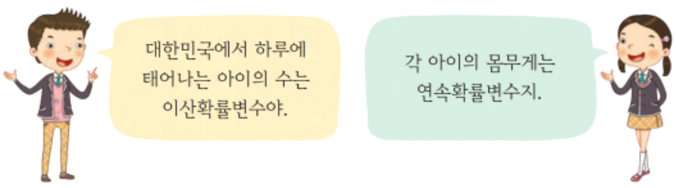
(2) 어느 정거장에 정확히 10분 간격으로 도착하는 버스를 기다리는 시행에서 기다리는 시간

185. 다음 확률변수가 이산확률변수인지 연속확률변수인지 말하시오.

(1) 어느 자동차가 휘발유 1 L를 사용하여 움직이는 시행에서 움직인 거리

(2) 가위바위보를 10번 하는 시행에서 비긴 횟수

186. 실생활에서 이산확률변수와 연속확률변수의 예를 각각 찾으시오.



187. 어느 고등학교에 남학생 4명과 여학생 6명으로 구성된 교육 봉사 동아리가 있다. 이 동아리에서 초등학생을 가르칠 학생 2명을 임의로 뽑으려고 한다. 뽑힌 학생 중에서 여학생 수를 확률변수 X라고 할 때, 다음을 구하시오.

(1) X의 확률분포표와 확률질량함수

(2) 여학생이 1명 이상 뽑힐 확률

188. 3개의 불량품을 포함한 10개의 제품 중에서 임의로 2개를 동시에 꺼내려고 한다. 꺼낸 제품 중에서 불량품의 개수를 확률변수 X라고 할 때, 다음 물음에 답하시오.

(1) 오른쪽 확률분포표를 완성하고, X의 확률질량함수를 구하시오.

X				합계
$\mathrm{P}(X=x)$				

(2) 불량품이 1개 이하일 확률을 구하시오.

이산확률변수의 기댓값과 표준편차

189. 주사위 1개를 1번 던져서 나오는 눈의 수를 확률변수 X라고 할 때, X의 확률분포표와 $\mathrm{E}(X)$를 구하시오.

190. 비슷한 모양의 5개의 열쇠 중에서 사물함에 맞는 열쇠는 1개만 있다고 한다. 어느 열쇠가 사물함에 맞는지 알아보기 위하여 하나씩 차례로 여는 시도를 하였을 때, 열릴 때까지 시도한 횟수의 평균을 구하시오.

191. 자연계의 염소(Cl) 원자는 원자량이 35인 경우와 원자량이 37인 경우가 각각 $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{4}$의 확률로 존재한다고 한다. 자연계에 존재하는 염소(Cl) 원자량의 평균을 구하시오.

192. 이산확률변수 X의 확률분포표가 오른쪽과 같을 때, 다음 빈칸에 알맞은 수를 써넣으시오.

X	1	2	3	합계
$\mathrm{P}(X=x)$	$\frac{2}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{2}{5}$	

$\mathrm{E}(X)=\square$ $\mathrm{E}(X^2)=\square$

$\mathrm{V}(X)=\square$ $\sigma(X)=\square$

193. 1부터 4까지 자연수가 각각 적힌 4장의 카드 중에서 임의로 2장을 동시에 뽑을 때, 카드에 적힌 수 중 작은 수를 확률변수 X라고 하자. X의 분산과 표준편차를 구하시오.

194. 서로 다른 2개의 주사위를 동시에 던질 때, 나오는 눈의 수의 차를 확률변수 X라고 하자. X의 분산과 표준편차를 구하시오.

195. 확률변수 X의 평균이 10, 분산이 5일 때, 다음 확률변수의 평균, 분산, 표준편차를 각각 구하시오.

(1) $2X+3$ (2) $-X+1$

196. 확률변수 X의 평균이 m, 표준편차가 σ일 때, 확률변수 $Z=\frac{X-m}{\sigma}$의 평균과 분산을 구하시오.

197. 확률변수 X에 대하여 $\mathrm{E}(X)=20$, $\mathrm{V}(X)=4$이고, 확률변수 $Y=aX+b$에 대하여 $\mathrm{E}(Y)=0$, $\mathrm{V}(Y)=16$일 때, 상수 a, b의 값을 구하시오. (단, $a>0$)

198. 어느 시험에서 전체 응시자의 시험 점수를 확률변수 X라고 하자. X의 평균이 m점, 표준편차가 σ점일 때,

$$T = 100 + 20\left(\frac{X-m}{\sigma}\right)$$

을 표준 점수라고 한다. 다음 상민이와 세미의 물음에 각각 답해 보자.

이항분포

199. 어느 빵집을 방문한 고객 10명 중 3명은 과일 케이크를 구매한다고 한다. 이 빵집을 방문한 고객 5명 중 과일 케이크를 구매한 고객 수를 확률변수 X라고 할 때, X의 확률질량함수를 구하시오.

200. 실생활에서 이항분포를 따르는 확률변수의 예를 찾으시오.

201. 우리나라 사람 중 왼손잡이의 비율은 6%라고 한다. 우리나라 사람 중 임의로 5명을 택할 때, 왼손잡이가 많아야 1명일 확률을 구하시오.
(단, 소수점 아래 넷째 자리에서 반올림한다.)

202. 우리나라 사람의 ABO식 혈액형의 비율은 다음 표와 같다고 한다.

혈액형	A	B	AB	O	합계
비율(%)	34	27	12	27	100

우리나라 사람 중 임의로 5명을 택할 때, O형인 사람이 4명 이상일 확률을 구하시오. (단, 소수점 아래 넷째 자리에서 반올림한다.)

203. 확률변수 X가 이항분포 $\mathrm{B}\left(18, \frac{1}{3}\right)$을 따를 때, X의 평균, 분산, 표준편차를 구하시오

204. 어느 옷 가게에서 판매한 티셔츠가 반품될 확률은 0.1이라고 한다. 이 옷 가게에서 티셔츠 300장을 판매하였을 때, 반품될 티셔츠 수의 평균과 표준편차를 구하시오.

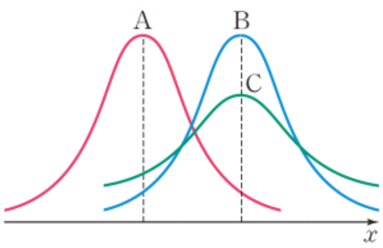
정규분포

205. 확률변수 X의 확률밀도함수가 $f(x)=ax\ (0 \le x \le 2)$일 때, 다음을 구하시오.

(1) 상수 a의 값 (2) $\mathrm{P}(0 \le X \le 1)$

206. 확률변수 X의 확률밀도함수가 $f(x)=a(x+2)(0 \le x \le 4)$일 때, $\mathrm{P}(1<X<3)$을 구하시오. (단, a는 상수)

207. 오른쪽 그림에서 세 곡선 A, B, C는 각각 정규분포를 따르는 세 확률변수 X_{A}, X_{B}, X_{C}의 확률밀도함수의 그래프이다. 곡선 B는 곡선 A를 평행이동한 것이고, 곡선 B와 곡선 C의 대칭축은 서로 같다. X_{A}, X_{B}, X_{C}의 평균을 각각 m_{A}, m_{B}, m_{C} 표준편차를 각각 σ_{A}, σ_{B}, σ_{C}라고 할 때, 다음의 대소를 비교하시오.



(1) m_{A}, m_{B}, m_{C} (2) σ_{A}, σ_{B}, σ_{C}

208. 확률변수 Z가 표준정규분포 $\mathrm{N}(0, 1)$을 따를 때, 표준정규분포표를 이용하여 다음 확률을 구하시오.

(1) $\mathrm{P}(-1.96 \le Z \le 1.96)$ (2) $\mathrm{P}(-1 \le Z \le 1.5)$

209. 확률변수 Z가 표준정규분포 $\mathrm{N}(0, 1)$을 따를 때, 표준정규분포표를 이용하여 다음 확률을 구하려고 한다. 알맞은 것끼리 선으로 연결하시오.

① $\mathrm{P}(1 \le Z \le 2.5)$ •	• ㉠ $0.5-\mathrm{P}(0 \le Z \le 2.5)$ •	• ㉮ 0.1525
② $\mathrm{P}(Z \le 1.5)$ •	• ㉡ $0.5+\mathrm{P}(0 \le Z \le 1.5)$ •	• ㉯ 0.0062
③ $\mathrm{P}(Z \ge 2.5)$ •	• ㉢ $\mathrm{P}(0 \le Z \le 2.5)-\mathrm{P}(0 \le Z \le 1)$ •	• ㉰ 0.9332

210. 확률변수 Z가 표준정규분포 $\mathrm{N}(0, 1)$을 따를 때, 표준정규분포표를 이용하여 다음을 만족시키는 상수 c의 값을 구하시오.

(1) $\mathrm{P}(|Z| \le c)=0.8262$ (2) $\mathrm{P}(Z \ge c)=0.0129$

211. 확률변수 X가 정규분포 $\mathrm{N}(1, 4)$를 따를 때, 다음 확률을 구하시오.

(1) $\mathrm{P}(1 \le X \le 5)$ (2) $\mathrm{P}(X \le -1)$

212. 확률변수 X가 정규분포 $\mathrm{N}(100, 100)$을 따를 때, 다음 확률을 순서에 따라 구하시오.

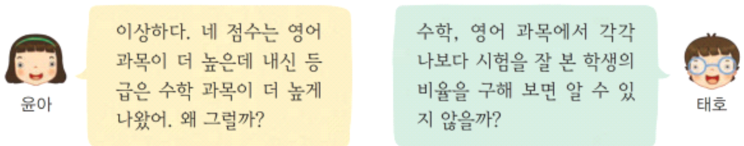
	평균	표준편차	확률변수 Z로 바꾸기	확률
(1) $\mathrm{P}(90 \le X \le 120)$			P(　)	
(2) $\mathrm{P}(X \ge 115)$			P(　)	

213. 어느 회사에서 생산된 표시 용량이 500 mL인 음료수 한 병에 들어 있는 음료의 양은 평균이 500 mL, 표준편차가 5 mL인 정규분포를 따른다고 한다. 이 회사에서 생산된 표시 용량이 500 mL인 음료수 한 병에 들어 있는 음료의 양이 490 mL 이하일 확률을 구하시오.

214. 어느 병원에서 물리 치료를 받는 데 걸리는 시간은 평균이 46분, 표준편차가 8분인 정규분포를 따른다고 한다. 이 병원에서 물리 치료를 받는 데 걸리는 시간이 34분 이하일 확률을 구하시오.

215. 오른쪽 표는 어느 고등학교의 2학년 1학기 중간고사에서 수학, 영어 과목에 대한 태호의 점수와 전체 학생의 점수의 평균, 표준편차를 나타낸 것이다. 전체 학생의 수학, 영어 과목의 점수가 각각 정규분포를 따른다고 할 때, 다음 대화를 읽고, 태호의 방법을 이용하여 윤아의 물음에 답해 보자.

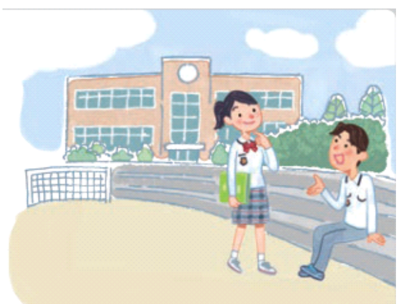
	수학	영어
태호의 점수	70점	80점
전체 학생의 점수의 평균	55점	75점
전체 학생의 점수의 표준편차	6점	5점



216. 확률변수 X가 이항분포 $\mathrm{B}\left(100, \frac{1}{2}\right)$을 따를 때, 다음 확률을 구하시오.

(1) $\mathrm{P}(45 \le X \le 60)$ (2) $\mathrm{P}(X \ge 55)$

217. 어느 학교의 학생들을 대상으로 학교생활에 대한 만족도를 조사하였더니 전체 학생 중에서 80%가 만족한다고 응답하였다. 이 학교 학생 400명을 임의로 택하였을 때, 학교생활에 만족한다고 응답한 학생이 312명 이상 336명 이하일 확률을 구하시오.



218. 독일 올림픽 체육회는 자국민을 대상으로 근력, 지구력, 민첩성, 협응성의 4가지 항목을 측정하여 스포츠 배지를 수여하고 있다. 스포츠 배지를 받은 독일 국민 중에서 청소년의 비율이 75%라고 한다. 스포츠 배지를 받은 독일 국민 4800명을 임의로 택하였을 때, 청소년이 3660명 이상일 확률을 구하시오.

중단원 마무리하기

219. 이산확률변수 X의 확률분포표가 다음과 같을 때, X의 평균과 분산을 구하시오.

X	1	2	3	합계
$\mathrm{P}(X=x)$	$\frac{1}{5}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{1}{5}$	1

220. 이항분포 $\mathrm{B}\left(100, \frac{1}{4}\right)$을 따르는 확률변수 X의 평균, 분산, 표준편차를 구하시오.

221. 연속확률변수 X의 확률밀도함수가

$f(x)=2ax\ (0 \le x \le 1)$

일 때, 상수 a의 값을 구하시오.

222. 확률변수 X가 정규분포 $\mathrm{N}(50, 9)$를 따를 때, 다음 확률을 구하시오.

(1) $\mathrm{P}(X \le 53)$

(2) $\mathrm{P}(41 \le X \le 56)$

223. 확률변수 X의 확률질량함수가

$$\mathrm{P}(X=x)=\frac{2x-1}{a}\ (x=1, 2, 3)$$

일 때, 상수 a의 값과 확률변수 X의 평균, 표준편차를 구하시오.

224. 서랍 안에 있는 건전지 4개 중에서 수명이 다한 건전지는 1개만 있다고 한다. 수명이 다한 건전지를 찾기 위해 한 번에 1개씩 차례로 건전지를 점검할 때, 점검 횟수의 평균과 분산을 구하시오.

225. 확률변수 X에 대하여 $\mathrm{E}(X)=50$, $\mathrm{V}(X)=30$이고, 확률변수 $Y=aX+b$에 대하여 $\mathrm{E}(Y)=99$, $\mathrm{V}(Y)=120$일 때, 상수 a, b의 값을 구하시오. (단, $a>0$)

226. 주사위 1개를 300번 던질 때, 소수의 눈이 나오는 횟수를 확률변수 X라고 하자. X의 평균과 분산을 구하시오.

227. 주머니에 빨간 공 x개를 포함한 공 30개가 들어 있다. 이 주머니에서 임의로 공 1개를 꺼내어 색을 확인하고 주머니에 다시 넣는 시행을 10번 반복하였다. 빨간 공이 나오는 횟수의 평균이 2일 때, x의 값을 구하시오.

228. 연속확률변수 X의 확률밀도함수가

$f(x)=k|x-1|\ (0\le x\le 3)$

일 때, $\mathrm{P}(X\le 2)$를 구하시오.

229. 확률변수 X가 정규분포 $\mathrm{N}(m,\sigma^2)$을 따르고

$\mathrm{P}(X\ge 48)=\mathrm{P}(X\le 52)$

일 때, 상수 m의 값을 구하시오.

230. 어느 주스 가게에서 판매하는 주스 한 잔의 양은 평균이 150 mL, 표준편차가 3 mL인 정규분포를 따른다고 한다. 이 가게에서 판매하는 주스 한 잔의 양이 153 mL 이하일 확률을 구하시오.

231. 어느 도서관에서 보유한 도서 현황을 조사하였더니 전체 도서의 40 %가 문학 도서였다. 이 도서관에서 보유한 도서 600권을 임의로 택하였을 때, 문학도서가 246권 이상 252권 이하일 확률을 구하시오.

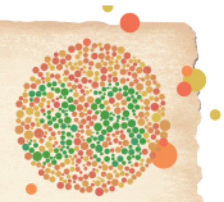
232. 어느 고등학교 2학년 학생들의 수학 과목의 점수는 평균이 70점, 표준편차가 10점인 정규분포를 따른다고 한다. 수학 과목의 점수가 상위 4 % 이내에 속하는 학생들이 수학 과목에서 1등급을 받는다고 한다. 동점자가 없다고 할 때, 1등급을 받기 위한 최저 점수를 구하시오. (단, $\mathrm{P}(0\le Z\le 1.75)=0.46$으로 계산한다.)

233. 확률변수 X가 정규분포 $\mathrm{N}(50,25)$를 따를 때, 함수 $\mathrm{F}(x)=\mathrm{P}(X\le x)$에 대하여 $\mathrm{F}(x+20)-\mathrm{F}(x)$의 최댓값을 구하시오.

234. 예린이가 100명을 선발하는 A 대학교의 B 학과에 지원하여 7번째 예비 합격 후보가 되었다. 이 학과의 합격자가 등록을 하지 않을 확률이 0.1이라고 할 때, 예린이가 이 학과에 합격할 확률을 구하시오. (단, 예비 합격 후보들은 추가 합격의 기회가 주어질 경우 모두 등록한다.)

수행과제

남성의 성염색체는 XY, 여성의 성염색체는 XX이고, 자녀는 아버지와 어머니로부터 각각 하나씩의 성염색체를 물려받는다. 색각 이상 유전자는 X 염색체에 있고 색각 이상은 정상에 대하여 열성 형질이다. 색각 이상 유전자가 있는 X 염색체를 X′이라고 하면 성염색체에 따른 색각 이상 여부는 다음과 같다.



	남성		여성		
	XY	X′Y	XX	XX′	X′X′
색각 이상 여부	정상	색각 이상	정상	정상	색각 이상

성염색체가 XX′인 여성은 색각 이상 염색체를 가지고 있지만 정상이다. 이러한 성염색체를 가지고 있는 여성을 색각 보인자라고 한다.

235. 아버지는 정상(XY)이고 어머니는 색각 보인자(XX')인 부모 사이에서 태어난 자녀가 색각 이상자일 확률을 구해 보자.

236. 앞문제의 부모 사이에서 태어난 자녀가 4명일 때, 이 중에서 2명 이상이 색각 이상자일 확률을 구해 보자.

237. 아버지는 정상(XY)이고 어머니는 색각 보인자(XX')인 부모 사이에서 태어난 자녀 192명의 색각 이상 여부를 조사하였을 때, 이 중에서 색각 이상자가 42명 이하일 확률을 구해 보자.

모집단과 표본

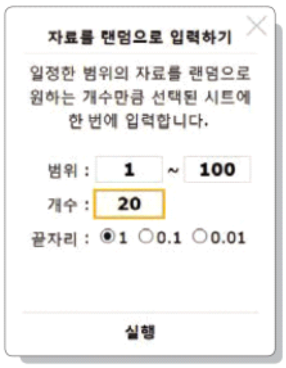
238. 다음 조사가 전수조사인지 표본조사인지 말하시오.

(1) 의약품의 임상 시험　　(2) 라면의 염도 조사

(3) TV 프로그램의 시청률　　(4) 병무청의 징병 신체검사

239. 실생활에서 표본조사를 하는 예를 찾으시오.

240. 오른쪽 그림은 이지통계를 이용하여 1 이상 100 미만의 자연수 중에서 표본 20개를 임의추출하는 과정이다. 우리 반 학생 중에서 5명을 이지통계를 이용하여 임의추출하고, 그 결과를 친구와 비교하시오.


자료를 랜덤으로 입력하기

일정한 범위의 자료를 랜덤으로 원하는 개수만큼 선택된 시트에 한 번에 입력합니다.

범위 : 1 ~ 100

개수 : 20

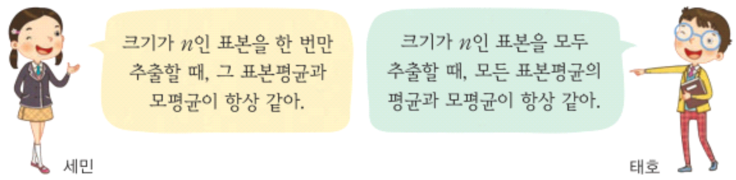
끝자리 : ◉1 ○0.1 ○0.01

실행

표본평균의 분포

241. 어느 지역에서 1월 한 달 동안 가구당 난방비는 평균이 15만 원, 표준편차가 2만 원인 정규분포를 따른다고 한다. 이 지역에서 크기가 25인 표본을 임의추출할 때, 표본평균의 평균과 표준편차를 구하시오.

242. 다음은 어떤 모집단에서 크기가 n인 표본을 임의추출할 때, 표본평균과 표본평균의 평균에 대하여 나눈 대화이다. 다음 두 학생의 설명이 옳은지를 각각 말하고, 그 이유를 설명하시오.



243. 어느 기계에서 생산된 제품 1개의 길이는 평균이 2.73 cm, 표준편차가 0.03 cm인 정규분포를 따른다고 한다. 이 기계에서 생산된 제품 9개를 임의추출할 때, 제품의 길이의 평균이 2.7 cm 이상 2.76 cm 이하일 확률을 구하시오.

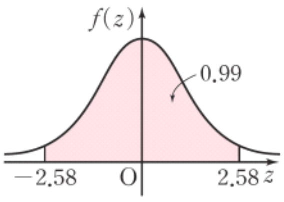
244. 어느 과수원에서 생산된 귤 1개의 무게는 평균이 85 g, 표준편차가 2.5 g인 정규분포를 따른다고 한다. 이 과수원에서 생산된 귤 중에서 25개를 임의추출할 때, 귤의 무게의 평균이 85.5 g 이상일 확률을 구하시오.

모평균의 추정

245. 모평균 m에 대한 신뢰도 99 %의 신뢰구간은

$\bar{x}-2.58\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\le m\le \bar{x}+2.58\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$)

임을 설명하시오.



246. 어느 피자 가게에서 만든 피자 한 판의 열량은 모표준편차가 100 kcal인 정규분포를 따른다고 한다. 이 가게에서 만든 피자 100판을 임의추출하여 열량을 조사한 결과 평균 열량이 2000 kcal라고 할 때, 이 가게에서 만든 피자 한 판의 열량의 평균 m에 대한 신뢰도 95 %의 신뢰구간을 구하고, 그 결과를 해석하시오.

247. 어느 수영 선수의 자유형 100 m 기록은 모표준편차가 0.6초인 정규분포를 따른다고 한다. 다음은 이 선수의 자유형 100 m기록 중 9회의 기록을 임의추출하여 나타낸 것이다.

(단위 :초)

50.01, 49.35, 51.22, 50.12, 49.44, 49.65, 50.02, 50.32, 49.87

(1) 이 선수의 9회의 자유형 100 m 기록의 평균을 구하시오.
(2) 이 선수의 자유형 100 m기록의 평균 m에 대한 신뢰도 99 %의 신뢰구간을 구하시오.
(3) (2)의 결과를 해석하시오.

248. 어느 농장에서 생산된 딸기의 당도는 모평균이 m브릭스, 모표준편차가 0.5브릭스인 정규분포를 따른다고 한다. 모평균 m을 신뢰도 95 %로 추정할 때, 신뢰구간의 길이가 0.2이하가 되기 위한 표본의 크기 n의 최솟값을 구하시오.

249. 어느 영화에 대한 관람객의 평점은 모평균이 m점, 모표준편차가 2점인 정규분포를 따른다고 한다. 모평균 m을 신뢰도 99 %로 추정할 때, 신뢰구간의 길이가 1 이하가 되기 위한 표본의 크기 n의 최솟값을 구하시오.

250. 어느 모집단은 모표준편차가 σ인 정규분포를 따른다고 한다. 이 모집단에서 크기가 n인 표본을 임의추출하여 모평균 m을 신뢰도 95 %로 추정하려고 한다. 다음 두 학생의 설명이 옳은지를 각각 말하고, 그 이유를 설명해 보자.

중단원 마무리하기

251. 다음 조사가 전수조사인지 표본조사인지 말하시오.

(1) 하천의 수질 검사

(2) 어느 지역의 공기 오염도 조사

(3) 투표 후 유권자들에 대한 출구 조사

(4) 전국에 등록된 초등학교의 개수

252. 모평균이 10, 모분산이 16인 모집단에서 크기가 4인 표본을 임의추출할 때, 표본평균 $\overline{X}$에 대하여 다음을 구하시오.

(1) $\mathrm{E}(\overline{X})$

(2) $\mathrm{V}(\overline{X})$

(3) $\sigma(\overline{X})$

253. 정규분포 $\mathrm{N}(m, 100)$을 따르는 모집단에서 표본 25개를 임의추출하였더니 표본평균이 50이었다. 모평균 m에 대한 신뢰도 95 %의 신뢰구간을 구하시오.

254. 주머니에 숫자 1, 2, 3이 각각 적힌 카드 3장이 들어 있다. 이 주머니를 모집단으로 생각하고 이 주머니에서 추출한 크기가 2인 표본을 각각 X_1, X_2라고 할 때, 다음을 구하시오.

(1) 복원추출로 카드 2장을 꺼낼 때, 표본평균 $\overline{X}$가 2일 확률

(2) 비복원추출로 카드 2장을 꺼낼 때, 표본 평균 $\overline{X}$가 2일 확률

255. 숫자 1, 2, 3, 4, 5가 각각 적힌 공 5개가 들어 있는 주머니에서 복원추출로 공 4개를 꺼낼 때, 공에 적힌 숫자의 평균을 $\overline{X}$라고 하자. $\mathrm{E}(\overline{X}^2)$을 구하시오.

256. 모평균이 30, 모분산이 4인 모집단에서 크기가 n인 표본을 임의추출할 때, 표본평균 $\overline{X}$의 표준편차가 0.01 이하가 되기 위한 n의 최솟값을 구하시오.

257. 정규분포 $\mathrm{N}(100, 100)$을 따르는 모집단에서 크기가 n인 표본을 임의추출할 때, 표본평균 $\overline{X}$에 대하여

$$\mathrm{P}(98 \le \overline{X} \le 102) = 0.9544$$

이다. n의 값을 구하시오.

258. 정규분포 $\mathrm{N}(m, \sigma^2)$을 따르는 모집단에서 크기가 n인 표본을 임의추출할 때, 표본평균 $\overline{X}$에 대하여 $\sigma=2$와 $\sigma=4$일 때의 확률 $\mathrm{P}\left(\overline{X} \ge m + \frac{2}{\sqrt{n}}\right)$를 각각 p_1, p_2라고 하자. p_1+p_2의 값을 구하시오.

259. 서울과 제주 간 항공편을 이용하는 승객 1명의 수화물 무게는 평균이 14kg, 표준편차가 2kg인 정규분포를 따른다고 한다. 어느 날 서울과 제주 간 항공편을 이용하는 승객 4명을 임의추출하였을 때, 승객의 수화물 무게의 평균이 16kg 이상일 확률을 구하시오.

260. 어느 고등학교 학생들의 키는 모표준편차가 $5cm$인 정규분포를 따른다고 한다. 이 학교 학생 중에서 100명을 임의추출하여 키를 측정하였더니 평균이 $175\,cm$이었다. 이 학교 학생들의 키의 평균 m에 대한 신뢰도 $95\,\%$의 신뢰구간을 구하고, 그 결과를 해석하시오.

261. 정규분포 $\mathrm{N}(m, 1)$을 따르는 모집단에서 표본 400개를 임의추출하여 표본평균을 측정하였더니 $\overline{x}$이었다. 모평균 m에 대한 신뢰도 $99\,\%$의 신뢰구간의 길이를 구하시오.

262. 정규분포 $\mathrm{N}(m, 16)$을 따르는 모집단에서 크기가 n인 표본을 임의추출할 때, 모평균 m에 대한 신뢰도 $95\,\%$의 신뢰구간의 길이가 1미만이 되기 위한 n의 최솟값을 구하시오.

263. 모평균이 m이고, 모표준편차가 3인 정규분포를 따르는 모집단에서 크기가 n인 표본을 임의추출할 때, 표본평균 $\overline{X}$와 모평균의 차가 0.5이하일 확률이 0.99이상이 되기 위한 n의 최솟값을 구하시오.
(단, $\mathrm{P}(0 \le Z \le 2.58) = 0.495$로 계산한다.)

264. 어느 회사에서 생산된 배터리 1개의 수명은 모평균이 20시간, 모표준편차가 1시간인 정규분포를 따른다고 한다. 이 배터리 중에서 4개를 임의추출할 때, 배터리 4개의 수명의 총합이 86시간 이상일 확률을 구하시오.

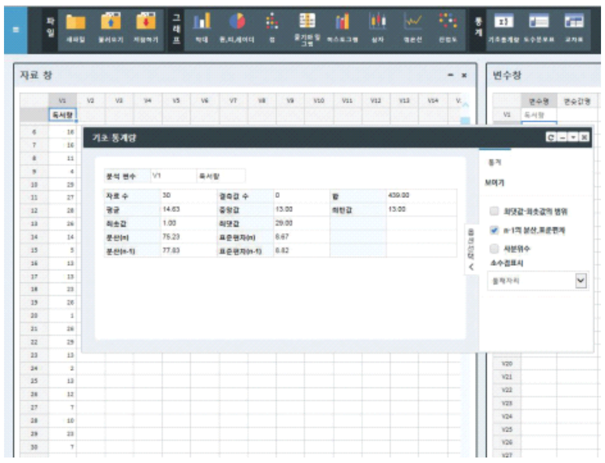
265. 어느 고등학교 2학년 학생 중에서 100명을 임의추출하여 국어 과목의 점수를 조사한 결과 평균이 65점이었다. 전체 학생의 국어 과목의 점수는 모표준편차가 10점인 정규분포를 따른다고 한다. 모평균 m에 대한 신뢰도 $a\,\%$의 신뢰구간이 $63 \le m \le 67$ (단위: 점)일 때, 다음 표준정규분포표를 이용하여 상수 a의 값을 구하시오.

z	$\mathrm{P}(0 \le Z \le z)$
1.0	0.34
1.5	0.43
2.0	0.48

수행과제

266. 다음은 통그라미를 이용하여 표본의 크기가 30일 때의 모평균을 추정하는 과정이다.

추정 과정
① 자료 창에 변수명을 설정하고, 표본 30개를 입력한다.
② [기초통계량]을 누르고, ‘변수’를 ‘분석 변수’로 정하여 표본평균을 구한다.
③ [옵션 선택]에서 ‘$n-1$의 분산, 표준편차’를 선택하여 표본표준편차를 구한다.
④ ②, ③의 결과를 이용하여 신뢰도 95 %의 신뢰구간을 구하고, 그 결과를 해석한다.



전교생을 대상으로 한 가지 주제를 스스로 정하여 모평균을 추정해 보자.

(1) 이지통계를 이용하여 학생 30명을 추출하고, 정한 주제에 대한 표본 30개를 적어 보자.

(2) (1)의 자료를 바탕으로 모평균 m에 대한 신뢰도 95 %의 신뢰구간을 구하고, 그 결과를 해석해 보자.

대단원 평가하기

267. 다음 확률변수 중 이산확률변수인 것은?

① 어느 학교의 학생들이 태어난 달
② 지난 한 달 동안의 대전의 기온
③ 지리산에 있는 나무의 높이
④ 서울발 부산행 비행기의 비행 시간
⑤ 어느 고등학교 학생들의 몸무게

268. -1, 0, 1, 2가 각각 적힌 공 4개가 들어 있는 주머니에서 임의로 공 2개를 동시에 꺼낼 때, 나오는 두 수의 곱을 확률변수 X라고 하자. $\mathrm{P}(X \geq 0)$을 구하시오.

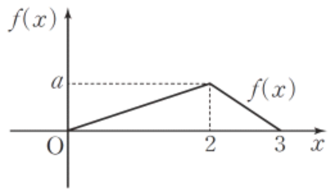
269. 이산확률변수 X의 확률질량함수가

$$\mathrm{P}(X=x)={}_{50}\mathrm{C}_x \times \left(\frac{1}{5}\right)^x \times \left(\frac{4}{5}\right)^{50-x} \quad (x=0,\ 1,\ 2,\ \cdots,\ 50)$$

일 때, X의 평균과 분산을 구하시오.

270. 100원짜리 동전 5개를 동시에 던져서 앞면이 나오는 동전을 모두 가지기로 할 때, 가질 수 있는 금액을 확률변수 X라고 하자. X의 평균과 분산을 구하시오.

271. $0 \leq x \leq 3$에서 정의된 연속확률변수 X의 확률밀도함수 $f(x)$의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $\mathrm{P}(1 \leq X \leq 2)$를 구하시오.



272. 감귤 나무 10000그루를 재배하는 어느 과수원의 나무 1그루당 감귤의 수확량은 평균이 $30kg$, 표준편차가 $1.5kg$인 정규분포를 따른다고 한다. 이 과수원의 감귤 나무 중에서 감귤의 수확량이 $34.5kg$ 이상인 나무는 몇 그루인지 구하시오.

273. 어느 고등학교 전체 학생의 자율 학습 참여율은 $60\,\%$라고 한다. 이 학교 학생 중에서 150명을 임의로 뽑을 때, 자율 학습을 하는 학생이 84명 이상 102명 이하일 확률을 구하시오.

274. 숫자 1, 1, 2, 3이 각각 적힌 공 4개가 들어있는 주머니에서 크기가 2인 표본을 임의추출하였을 때, 표본평균을 $\overline{X}$라고 하자. $\overline{X}$의 평균, 분산, 표준편차를 구하시오.

275. 모평균이 m이고, 모표준편차가 10인 모집단에서 크기가 25인 표본을 임의추출하였을 때, 표본평균을 $\overline{X}$라고 하자. $\mathrm{E}(\overline{X}^2)=29$일 때, 양수 m의 값을 구하시오.

276. 어느 양어장에 있는 물고기 1마리의 길이는 표준편차가 $2cm$인 정규분포를 따른다고 한다. 이 양어장에 있는 물고기 64마리를 임의추출하여 그 길이를 측정하였더니 평균이 $25cm$이었다. 이 양어장에 있는 물고기 1마리의 길이의 평균 m에 대한 신뢰도 $99\,\%$의 신뢰구간을 구하시오.

277. 확률변수 X의 확률분포표가 아래와 같을 때, 다음을 구하시오.

X	1	2	3	합계
$\mathrm{P}(X=x)$	a	a^2	$\frac{1}{4}$	1

(1) 상수 a의 값
(2) $\mathrm{V}(X)$

278. 원점 O에서 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P는 주사위 1개를 던져서 홀수의 눈이 나오면 양의 방향으로 3만큼 움직이고, 짝수의 눈이 나오면 음의 방향으로 2만큼 움직인다. 주사위 1개를 10번 던질 때, 점 P의 좌표를 확률변수 X라고 하자. X의 평균과 분산을 구하시오.

279. 동전 1개를 던져서 앞면이 나오면 4점을 얻고, 뒷면이 나오면 2점을 잃는 게임을 하였다. 동전 1개를 100번 던진 후, 최종 점수가 190점 이상이 될 확률을 구하시오.

280. 정규분포 $\mathrm{N}\left(5, \frac{225}{4}\right)$를 따르는 모집단에서 크기가 225인 표본을 임의추출하였을 때, 표본평균을 $\overline{X}$라고 하자. $\mathrm{P}(\overline{X} \geq 6)$을 구하시오.

281. 정규분포 $\mathrm{N}(17, 16)$을 따르는 모집단에서 크기가 n인 표본을 임의추출할 때, 표본평균을 $\overline{X}$라고 하자. 다음을 만족시키는 n의 최솟값을 구하시오.

$$\mathrm{P}(16.6 \leq \overline{X} \leq 17.4) \geq 0.95$$

282. 정규분포 $\mathrm{N}(m, \sigma^2)$을 따르는 모집단에서 크기가 n_1, n_2인 표본을 임의추출하여 신뢰도 $95\,\%$로 추정한 모평균 m의 신뢰구간의 길이가 각각 l, $2l$이라고 한다. $\frac{n_1}{n_2}$의 값을 구하시오.

수학 익힘

283. 이산확률변수 X의 확률분포표가 다음과 같고, $E(X)=\frac{9}{4}$일 때, 상수 a, b의 값을 구하시오.

X	1	2	4	합계
$P(X=x)$	a	b	$\frac{1}{4}$	1

284. 이산확률변수 X에 대하여 $E(X)=9$, $V(X)=16$일 때,

$E(aX+b)=29$, $V(bX+a)=64$

를 만족시키는 두 양수 a, b의 값을 구하시오.

285. 빨간 공 3개와 파란 공 2개가 들어 있는 주머니에서 임의로 공 2개를 동시에 꺼낼 때, 나오는 파란 공의 개수를 확률변수 X라고 하자. $5X-1$의 평균을 구하시오.

286. 준서의 자유투 성공률은 60 %라고 한다. 준서가 체육 실기 시험에서 자유투를 10번 했을 때, 성공한 횟수를 확률변수 X라고 하자. X의 평균과 분산을 구하시오

287. 이항분포 $B(n, p)$를 따르는 확률변수 X가 다음 조건을 모두 만족시킬 때, 상수 n, p의 값을 구하시오. (단, $0<p<1$)

> (가) $P(X=1)=20\times P(X=0)$
>
> (나) $E(X)=\frac{20}{3}$

288. 이항분포 $B(n, p)$를 따르는 확률변수 X에 대하여 n의 값이 일정할 때, $V(X)$가 최대가 되기 위한 p의 값을 구하시오.

289. 연속확률변수 X의 확률밀도함수가

$f(x)=kx\ (1\le x\le 3)$

일 때, 상수 k의 값을 구하시오.

290. 확률변수 X가 정규분포 $N(10, 4)$를 따를 때, $P(11\le X\le 13)$을 구하시오.

291. 확률변수 X는 정규분포 $N(30, 9)$를 따르고, 확률변수 Y는 정규분포 $N(40, a^2)$을 따른다.

$P(30-b\le X\le 30+b)=P(38\le Y\le 42)$

가 성립할 때, ab의 값을 구하시오. (단, a, b는 양수)

292. 어느 휴게소에서 판매하는 호두과자 한 봉지의 무게는 평균이 $300g$, 표준편차가 $5g$인 정규분포를 따른다고 한다. 이 휴게소에서 판매하는 호두과자 한 봉지를 임의로 택하였을 때, 무게가 $295g$ 이상 $310g$ 이하일 확률은?

① 0.6826 ② 0.7745 ③ 0.8185
④ 0.9107 ⑤ 0.9544

293. 어느 지역에서 전국 체육 대회의 멀리뛰기 대표 선수로 하은이와 다은이 중에서 한 명을 선발하려고 한다. 하은이와 다은이의 멀리뛰기 기록은 각각 정규분포를 따르고, 두 선수의 평균과 표준편차는 다음 표와 같다.

	평균	표준편차
하은	$5.90m$	$0.10m$
다은	$5.85m$	$0.15m$

두 선수 중에서 $6.05m$ 이상 뛸 확률이 더 큰 선수를 대표로 선발할 때, 대표는 누구인지 말하시오.

294. 어느 제약 회사에서 개발한 신약을 환자에게 투여하였을 때, 환자가 치유될 확률이 0.9라고 한다. 이 약을 환자 100명에게 투여하였을 때, 96명 이상이 치유될 확률을 구하시오.

295. 어느 공장에서 생산된 물건 1개의 무게는 평균이 $700g$, 표준편차가 $10g$인 정규분포를 따른다고 한다. 이 공장에서 물건 600개를 생산하였을 때, $695g$ 이상 $705g$ 이하인 물건이 252개 이상 258개 이하일 확률을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구하시오.

z	$\mathrm{P}(0 \le Z \le z)$
0.5	0.20
1.0	0.35
1.5	0.43
2.0	0.48

296. 모평균이 71이고, 모표준편차가 8인 모집단에서 크기가 64인 표본을 임의추출하였을 때, 표본평균을 $\overline{X}$라고 하자. $\overline{X}$의 평균과 분산을 구하시오.

297. 정규분포 $\mathrm{N}(m, \sigma^2)$을 따르는 모집단에서 크기가 n인 표본을
임의추출할 때, 표본평균을 $\overline{X}$라고 하자. 다음 중 옳은 것은?

① n이 커질수록 $\mathrm{E}(\overline{X})$는 커진다.
② n이 커질수록 $\mathrm{E}(\overline{X})$는 작아진다.
③ n이 커질수록 $\mathrm{V}(\overline{X})$는 커진다.
④ n에 관계없이 $\mathrm{V}(\overline{X})$는 일정하다.
⑤ n이 커질수록 $\sigma(\overline{X})$는 작아진다.

298. 정규분포 $\mathrm{N}\left(9, \dfrac{27}{4}\right)$을 따르는 모집단에서 크기가 48인 표본을
임의추출하였을 때, 표본평균을 $\overline{X}$라고 하자. $\mathrm{P}(\overline{X} \le 8.25)$를 구하시오.

299. 정규분포 $\mathrm{N}(10, 4)$를 따르는 모집단에서 크기가 4인 표본을 임의추출하였을 때, 그 표본의 값의 합을 확률변수 S라고 하자. $\mathrm{P}(S \ge 48)$을 구하시오

300. 어느 제지 회사에서 생산된 두루마리 휴지 1개의 길이는 모표준편차가 $2m$인 정규분포를 따른다고 한다. 이 회사에서 생산된 두루마리 휴지 64개를 임의추출하여 측정한 길이의 평균은 $50m$이었다. 이 회사에서 생산된 두루마리 휴지 1개의 길이의 평균 m에 대한 신뢰도 95 %의 신뢰구간은?

① $48.1 \le m \le 51.9$ (단위: m)
② $48.51 \le m \le 51.49$ (단위: m)
③ $49.1 \le m \le 50.9$ (단위: m)
④ $49.51 \le m \le 50.49$ (단위: m)
⑤ $49.9 \le m \le 50.1$ (단위: m)

301. 어느 고등학교 학생들의 주말 동안의 스마트폰 사용 시간은 모표준편차가 25분인 정규분포를 따른다고 한다. 이 학교 학생 중에서 100명을 임의추출하여 주말 동안의 스마트폰 사용 시간을 조사하였더니 평균이 100분이었다. 이 학교 학생들의 주말 동안의 스마트폰 사용 시간의 평균 m에 대한 신뢰도 99 %의 신뢰구간을 구하시오.

302. 어느 공장에서 생산된 초콜릿 1개의 열량은 모표준편차가 10 $kcal$인 정규분포를 따른다고 한다. 이 공장에서 생산된 초콜릿 n개를 임의추출하여 열량을 측정하였더니 평균이 290 $kcal$이었다. 이 공장에서 생산된 초콜릿 1개의 평균 열량 m에 대한 신뢰도 95 %의 신뢰구간이 $289.02 \le m \le 290.98$ (단위: $kcal$)일 때, n의 값을 구하시오.

303. 모표준편차가 50인 정규분포를 따르는 모집단에서 크기가 n인 표본을 임의추출할 때, 모평균 m에 대한 신뢰도 95 %의 신뢰구간의 길이를 $f(n)$이라고 하자. $\{f(n)\}^2 + f(n^2) = 197$을 만족시키는 n의 값을 구하시오.

304. 정규분포 $\mathrm{N}(m, \sigma^2)$을 따르는 모집단에서 크기가 n인 표본을 임의추출하여 모평균 m을 추정하려고 한다. 신뢰도 95 %로 추정할 때의 신뢰구간의 길이가 l, 신뢰도 α %로 추정할 때의 신뢰구간의 길이가 $\frac{5}{7}l$일 때, 상수 α의 값을 구하시오.
(단, $\mathrm{P}(|Z| \le 1.4) = 0.84$, $\mathrm{P}(|Z| \le 1.96) = 0.95$로 계산한다.)

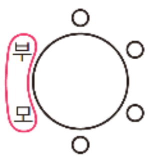
정답 및 풀이

1) (1) 120 (2) 48 (3) 24

(1) 6명의 가족이 원형 탁자에 앉는 모든 경우의 수는 $(6-1)\neq 5\neq 120$

(2) 부모를 1명으로 생각하면 5명이 원형 탁자에 앉는 경우의 수는

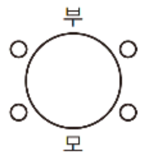
$(5-1)\neq 4!$



그 각각에 대하여 부모가 서로 자리를 바꾸어 앉는 경우의 수는 2!

따라서 구하는 모든 경우의 수는 $4!\times 2\neq 48$

(3) 아버지를 고정시키면 어머니가 앉을 수 있는 경우의 수는 1



나머지 4명이 앉는 경우의 수는 4명을 일렬로 배열하는 순열의 수이므로 4!

따라서 구하는 모든 경우의 수는 $1\times 4\neq 24$

2) (1) 1440 (2) 720

3) 24

4) 125

5) 648

네 칸 A, B, C, D에 각각 서로 다른 3가지 색을 칠할 수 있으므로 그 경우의 수는 ${}_3\Pi_4$

세 칸 E, F, G에 각각 서로 다른 2가지 색을 칠할 수 있으므로 그 경우의 수는 ${}_2\Pi_3$

따라서 구하는 모든 경우의 수는

${}_3\Pi_4\times{}_2\Pi_3=3^4\times 2^3=81\times 8=648$

6) 2000

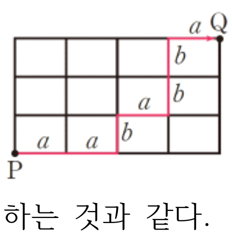
7) ${}_4\Pi_3$

서로 다른 4개의 상자에서 중복을 허용하여 3개를 택하여 일렬로 배열하는 모든 방법의 수와 같으므로 ${}_4\Pi_3$이다.

8) (1) 20 (2) 210

9) 35

오른쪽으로 한 칸 가는 것을 a, 위쪽으로 한 칸 가는 것을 b로 나타내면 그림과 같이 가는 것은 $aababba$로 나타낼 수 있다.



즉, 지점 P에서 지점 Q까지 최단 경로로 가는 것은 4개의 a와 3개의 b를 일렬로 배열하는 것과 같다.

따라서 구하는 최단 경로의 수는 $\dfrac{7!}{4!\times 3!}=35$

10) 60

11) [태호] $\dfrac{6!}{4!\times 2!}=15$ [윤아] ${}_6C_4=15$ [결과] 같다.

12) 15

13) 풀이 참조

서로 다른 4개의 상자에서 중복을 허용하여 5개를 택하는 모든 방법의 수와 같으므로 ${}_4H_5$이다.

14) 28

$(a+b+c)^6$의 전개식에서 서로 다른 항의 개수는 3개의 문자 a, b, c에서 중복을 허용하여 6개를 택하는 조합의 수와 같다.

따라서 구하는 서로 다른 항의 개수는

${}_3H_6={}_8C_6=28$

15) (1) 21 (2) 105

16) (1) 21 (2) 6

(1) 방정식의 한 해, 예를 들어 $x=2, y=1, z=2$를 2개의 x, 1개의 y, 2개의 z로 생각하면 음이 아닌 정수해의 개수는 서로 다른 3개의 문자 x, y, z에서 중복을 허용하여 5개를 택하는 조합의 수와 같다.

따라서 구하는 음이 아닌 정수해의 개수는 ${}_3H_5={}_7C_5=21$

(2) x, y, z가 양의 정수이므로 $X=x-1, Y=y-1, Z=z-1$로 놓으면 X, Y, Z는 음이 아닌 정수이다.

이때 $x=X+1, y=Y+1, z=Z+1$을 방정식 $x+y+z=5$에 대입하면

$(X+1)+(Y+1)+(Z+1)=5$

즉, $X+Y+Z=2$

따라서 구하는 양의 정수해의 개수는 방정식 $X+Y+Z=2$의 음이 아닌 정수해의 개수와 같으므로 ${}_3H_2={}_4C_2=6$

17) (1) 36 (2) 15

18) 상윤 10, 세민 10

[상윤] $(2,2,5)$, $(2,3,4)$, $(2,4,3)$, $(2,5,2)$, $(3,2,4)$, $(3,3,3)$, $(3,4,2)$, $(4,2,3)$, $(4,3,2)$, $(5,2,2)$이므로 구하는 모든 경우의 수는 10이다.

[세민] $x=X+2$, $y=Y+2$, $z=Z+2$ (X, Y, Z 는 음이 아닌 정수)로 놓고 정리하면 $X+Y+Z=3$

따라서 이 방정식의 음이 아닌 정수해의 개수를 구하면 되므로 구하는 모든 경우의 수는 ${}_3H_3={}_5C_3=10$

19) (1) 1, 3, 3, $a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$

(2) ${}_4C_1$, ${}_4C_3$, ${}_4C_4$, $x^4+4x^3+6x^2+4x+1$

20) 풀이 참조

$$\begin{aligned}(a+2b)^5&={}_5C_0\times a^5+{}_5C_1\times a^4\times(2b)+{}_5C_2\times a^3\times(2b)^2+{}_5C_3\times a^2\\&\quad\times(2b)^3+{}_5C_4\times a\times(2b)^4+{}_5C_5\times(2b)^5\\&=a^5+5a^4\times 2b+10a^3\times 4b^2+10a^2\times 8b^3+5a\times 16b^4+32b^5\\&=a^5+10a^4b+40a^3b^2+80a^2b^3+80ab^4+32b^5\end{aligned}$$

21) (1) $16x^4+32x^3+24x^2+8x+1$

(2) $243a^5-405a^4b+270a^3b^2-90a^2b^3+15ab^4-b^5$

22) 720
$(2x-3)^5$의 전개식에서 각 항은 ${}_5\mathrm{C}_r\times(2x)^{5-r}\times(-3)^r$의 꼴로 나타낼 수 있으므로
${}_5\mathrm{C}_r\times(2x)^{5-r}\times(-3)^r={}_5\mathrm{C}_r\times2^{5-r}\times(-3)^r\times x^{5-r}$
$x^{5-r}=x^3$에서 $5-r=3, r=2$
따라서 x^3의 계수는 ${}_5\mathrm{C}_2\times2^3\times(-3)^2=720$

23) ①-㉡-㉯, ②-㉢-㉮, ③-㉠-㉰

24) 풀이 참조

1 6 15 20 15 6 1
1 7 21 35 35 21 7 1

(1) $a^6+6a^5b+15a^4b^2+20a^3b^3+15a^2b^4+6ab^5+b^6$
(2) $x^7-7x^6+21x^5-35x^4+35x^3-21x^2+7x-1$

25) 풀이 참조
(1) 각 행의 수의 합은 차례로
$1=2^0, 1+1=2^1, 1+2+1=2^2,$
$1+3+3+1=2^3, 1+4+6+4+1=2^4,$
$1+5+10+10+5+1=2^5, 1+6+15+20+15+6+1=2^6$
따라서 ${}_6\mathrm{C}_0+{}_6\mathrm{C}_1+{}_6\mathrm{C}_2+\cdots{}_6\mathrm{C}_6=2^6$
(2) 이항정리에 의하여
$$(x+1)^n={}_n\mathrm{C}_0x^n+{}_n\mathrm{C}_1x^{n-1}+{}_n\mathrm{C}_2x^{n-2}+\cdots+{}_n\mathrm{C}_n$$
이 식의 양변에 $x=1$을 대입하면
$$2^n={}_n\mathrm{C}_0+{}_n\mathrm{C}_1+{}_n\mathrm{C}_2+\cdots+{}_n\mathrm{C}_n$$

26) 풀이 참조
(1) 이항정리에 의하여
$$(1+x)^n={}_n\mathrm{C}_0+{}_n\mathrm{C}_1x+{}_n\mathrm{C}_2x^2+\cdots+{}_n\mathrm{C}_nx^n$$
이 식의 양변에 $x=-1$을 대입하면
$$0={}_n\mathrm{C}_0-{}_n\mathrm{C}_1+{}_n\mathrm{C}_2-\cdots+(-1)^n{}_n\mathrm{C}_n$$
(2) ${}_n\mathrm{C}_0+{}_n\mathrm{C}_1+{}_n\mathrm{C}_2+\cdots+{}_n\mathrm{C}_n=2^n$ ……①
${}_n\mathrm{C}_0-{}_n\mathrm{C}_1+{}_n\mathrm{C}_2-\cdots-{}_n\mathrm{C}_n=0$ ……②
①+②를 하면
$$2({}_n\mathrm{C}_0+{}_n\mathrm{C}_2+{}_n\mathrm{C}_4+\cdots+{}_n\mathrm{C}_{n-1})=2^n$$
즉, ${}_n\mathrm{C}_0+{}_n\mathrm{C}_2+{}_n\mathrm{C}_4+\cdots+{}_n\mathrm{C}_{n-1}=2^{n-1}$
①−②를 하면
$$2({}_n\mathrm{C}_1+{}_n\mathrm{C}_3+{}_n\mathrm{C}_5+\cdots+{}_n\mathrm{C}_n)=2^n$$
즉, ${}_n\mathrm{C}_1+{}_n\mathrm{C}_3+{}_n\mathrm{C}_5+\cdots+{}_n\mathrm{C}_n=2^{n-1}$
따라서 주어진 등식이 성립한다.

27) 풀이 참조
[세민] $r\times{}_n\mathrm{C}_r=n\times{}_{n-1}\mathrm{C}_{r-1}$이므로
${}_n\mathrm{C}_1+2\times{}_n\mathrm{C}_2+3\times{}_n\mathrm{C}_3+\cdots+n\times{}_n\mathrm{C}_n$
$=n\times{}_{n-1}\mathrm{C}_0+n\times{}_{n-1}\mathrm{C}_1+n\times{}_{n-1}\mathrm{C}_2+\cdots+n\times{}_{n-1}\mathrm{C}_{n-1}$
$=n\times({}_{n-1}\mathrm{C}_0+{}_{n-1}\mathrm{C}_1+{}_{n-1}\mathrm{C}_2+\cdots+{}_{n-1}\mathrm{C}_{n-1})$
$=n\times2^{n-1}$

28) 720

29) 32

30) 50400

31) (1) $16x^4-32x^3y+24x^2y^2-8xy^3+y^4$
(2) $x^5+5x^3+10x+\dfrac{10}{x}+\dfrac{5}{x^3}+\dfrac{1}{x^5}$

32) (1) 81 (2) 12
(1) 여자 3명을 1명으로 생각하면 4명이 원탁에 앉는 경우의 수는 $(4-1)!=3!$
그 각각에 대하여 여자 3명이 자리를 바꾸어 앉는 경우의 수는 $3!$
따라서 구하는 모든 경우의 수는 $3!\times3!$
(2) 여자 3명이 원탁에 앉는 경우의 수는 $(3-1)!=2!$
여자 사이사이에 남자 3명이 각각 1명씩 앉는 경우의 수는 $3!$
따라서 구하는 모든 경우의 수는 $2!\times3!=12$

33) 10080
작은 원의 안쪽 4개의 영역을 칠하는 4가지 색을 고르는 경우의 수는 ${}_8\mathrm{C}_4$
고른 4가지 색으로 칠하는 경우의 수는 $(4-1)!=3!$
남은 4가지 색으로 나머지 4개의 영역을 칠하는 경우의 수는 $4!$
따라서 구하는 모든 경우의 수는
${}_8\mathrm{C}_4\times3!\times4!=10080$

34) 240, 360
6명의 학생을 일렬로 배열하는 경우의 수는 $6!$
그 각각에 대하여 정삼각형 모양의 탁자와 직사각형 모양의 탁자에 둘러앉을 때, 서로 같은 경우가 각각 3가지, 2가지씩 있으므로 구하는 모든 경우의 수는 각각
$\dfrac{6!}{3}=240$, $\dfrac{6!}{2}=360$

35) 54
천의 자리에 올 수 있는 숫자는 1, 2로 2개
나머지 세 자리에 숫자를 배열하는 방법의 수는
${}_3\Pi_3=27$
따라서 구하는 네 자리의 자연수의 개수는
$2\times27=54$

36) 625
구하는 함수의 개수는 집합 Y의 5개의 원소에서 4개를 택하는 중복순열의 수와 같으므로 ${}_5\Pi_4=625$

37) 180
문자 H는 왼쪽에서부터 1, 3, 5번째 자리에 올 수 있으므로 그 경우의 수는 3
그 각각에 대하여 나머지 문자를 일렬로 배열하는 경우의 수는 $\dfrac{5!}{2!}=60$
따라서 구하는 모든 경우의 수는 $3\times60=180$

38) (1) ${}_3\Pi_4=81$ (2) ${}_3H_4={}_6C_4=15$

39) 21

각 색깔의 장미가 3송이씩 나오고, 5송이의 장미가 더 나오면 되므로 더 나오는 빨간 장미, 노란 장미, 흰 장미의 수를 각각 x, y, z라고 하면 $x+y+z=5$를 만족시키는 음이 아닌 정수해의 개수를 구하면 된다.

따라서 구하는 모든 경우의 수는 ${}_3H_5={}_7C_5=21$

40) $a=0$ 또는 $a=\dfrac{3}{2}$

$(x-a)^4$의 전개식에서 각 항은 ${}_4C_r\times x^{4-r}\times(-a)^r$의 꼴로 나타낼 수 있다.

$x^{4-r}=x^2$에서 $r=2$이므로 x^2의 계수는

${}_4C_2\times(-a)^2=6a^2$

$x^{4-r}=x$에서 $r=3$이므로 x의 계수는

${}_4C_3\times(-a)^3=-4a^3$

이때 $6a^2-4a^3=0$이므로 $a=0$ 또는 $a=\dfrac{3}{2}$

41) 2^{98}

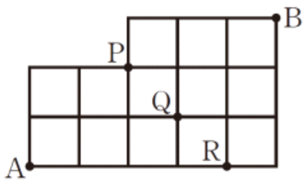
${}_{99}C_r={}_{99}C_{99-r}$이므로

${}_{99}C_0+{}_{99}C_1+{}_{99}C_2+\cdots+{}_{99}C_{48}+{}_{99}C_{49}$
$={}_{99}C_{99}+{}_{99}C_{98}+{}_{99}C_{97}+\cdots+{}_{99}C_{51}+{}_{99}C_{50}$

${}_{99}C_0+{}_{99}C_1+{}_{99}C_2+\cdots+{}_{99}C_{99}=2^{99}$이므로

${}_{99}C_0+{}_{99}C_1+{}_{99}C_2+\cdots+{}_{99}C_{48}+{}_{99}C_{49}=\dfrac{1}{2}\times2^{99}=2^{98}$

42) 52



그림의 지점 A에서 세 지점 P, Q, R를 각각 거쳐 지점 B까지 가는 최단경로의 수는 차례로

$\dfrac{4!}{2!\times2!}\times\dfrac{4!}{3!}=24$, $\dfrac{4!}{3!}\times\dfrac{4!}{2!\times2!}=24$,

$1\times\dfrac{4!}{3!}=4$

따라서 구하는 최단 경로의 수는 $24+24+4=52$

43) 228

서로 다른 3개의 상자에 서로 다른 5개의 공을 넣는 방법의 수는 ${}_3\Pi_5=243$

합이 13 이상이 되는 상자가 있는 경우는 다음과 같다.

(ⅰ) 1, 3, 4, 5가 적힌 공을 한 상자에, 2가 적힌 공을 다른 두 상자에 넣는 방법의 수는 ${}_3P_2=6$

(ⅱ) 2, 3, 4, 5가 적힌 공을 한 상자에, 1이 적힌 공을 다른 두 상자에 넣는 방법의 수는 ${}_3P_2=6$

(ⅲ) 1, 2, 3, 4, 5가 적힌 공을 한 상자에 넣는 방법의 수는 3

따라서 구하는 모든 방법의 수는

$243-(6+6+3)=228$

44) 28

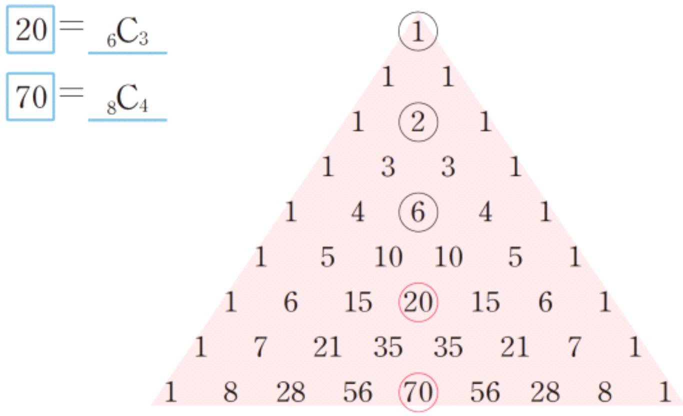
$x=2X+1$, $y=2Y+1$, $z=2Z+1$(X, Y, Z는 음이 아닌 정수)로 놓으면 $x+y+z=15$에서

$(2X+1)+(2Y+1)+(2Z+1)=15$

즉, $X+Y+X=6$

따라서 구하는 홀수인 양의 정수해의 개수는 방정식 $X+Y+Z=6$을 만족시키는 음이 아닌 정수해의 개수와 같으므로 ${}_3H_6={}_8C_6=28$

45) 풀이참조



46) 12, 6

1번째, 2번째, 3번째, 4번째, 5번째 행에 있는 모든 수의 제곱의 합은 각각 1번째, 3번째, 5번째, 7번째, 9번째 행의 가운데 있는 수와 같다.

따라서 7번째 행에 있는 모든 수의 제곱의 합은 13번째 행의 가운데 있는 수 ${}_{12}C_6$으로 추측할 수 있다.

즉, $({}_6C_0)^2+({}_6C_1)^2+({}_6C_2)^2+\cdots({}_6C_6)^2={}_{\boxed{12}}C_{\boxed{6}}$

47) ${}_{12}C_6$

$(x+1)^6(x+1)^6$의 전개식에서 x^6의 계수는

${}_6C_0\times{}_6C_6+{}_6C_1\times{}_6C_5+{}_6C_2\times{}_6C_4+\cdots+{}_6C_6\times{}_6C_0$
$={}_6C_0\times{}_6C_0+{}_6C_1\times{}_6C_1+{}_6C_2\times{}_6C_2+\cdots+{}_6C_6\times{}_6C_6$
$=({}_6C_0)^2+({}_6C_1)^2+({}_6C_2)^2+\cdots+({}_6C_6)^2$
$={}_{12}C_6$

48) 5040

49) 4

선생님과 남학생 2명을 1명으로 생각하면 1명이 원탁에 앉는 방법의 수는 2!, 그 각각에 대하여 남학생이 자리를 바꾸어 앉는 방법의 수는 2!이다.

따라서 구하는 모든 방법의 수는 $2!\times2!=4$

50) 64

51) 39

깃발을 1번, 2번, 3번 들어 올려서 만들 수 있는 신호의 개수는 각각 ${}_3\Pi_1=3$, ${}_3\Pi_2=9$, ${}_3\Pi_3=27$

따라서 만들 수 있는 서로 다른 모든 신호의 개수는

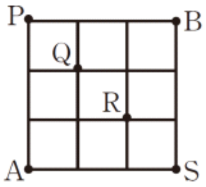
$3+9+27=39$

52) 360

a와 f의 순서가 정해져 있으므로 a와 f를 모두 x로 생각하여 6개의 문자 x, b, c, d, e, x를 일렬로 나열한 다음, 앞의

x에 a, 뒤의 x에 f를 놓으면 된다.
따라서 구하는 모든 방법의 수는 $\dfrac{6!}{2!}=360$

53) 236
형은 지점 A에서 지점 B까지, 동생은 지점 B에서 지점 A까지 최단 거리로 가는 경우의 수는



$\dfrac{6!}{3!\times 3!}\times\dfrac{6!}{3!\times 3!}=400$
(ⅰ) 형과 동생이 지점 P에서 만나는 경우의 수는 $1\times 1=1$
(ⅱ) 형과 동생이 지점 Q에서 만나는 경우의 수는
$(\dfrac{3!}{2!}\times\dfrac{3!}{2!})\times(\dfrac{3!}{2!}\times\dfrac{3!}{2!})=81$
(ⅲ) 형과 동생이 지점 R에서 만나는 경우의 수는 81
(ⅳ) 형과 동생이 지점 S에서 만나는 경우의 수는 1
따라서 구하는 모든 경우의 수는
$400-(1+81+81+1)=236$

54) 84
빵 A, B, C, D를 1개씩 고르고, 빵 6개를 더 고르면 되므로
${}_4H_6=84$

55) ④
문제의 식의 전개식에서 모든 항의 개수는 ${}_4H_6$
w를 포함하지 않는 서로 다른 항의 개수는 ${}_3H_6$
따라서 구하는 항의 개수는 ${}_4H_6-{}_3H_6=56$
그러므로 ④이다.

56) 풀이 참조
${}_nC_0+{}_nC_1+{}_nC_2+\cdots+{}_nC_n=$ ……①
$2^n{}_nC_0-{}_nC_1+{}_nC_2-\cdots-{}_nC_n=0$ ……②
①+②를 하면
$2({}_nC_0+{}_nC_2+{}_nC_4+\cdots+{}_nC_n)=2^n$
즉, ${}_nC_0+{}_nC_2+{}_nC_4+\cdots+{}_nC_n=2^{n-1}$
①−②를 하면
$2({}_nC_1+{}_nC_3+{}_nC_5+\cdots+{}_nC_{n-1})=2^n$
즉, ${}_nC_1+{}_nC_3+{}_nC_5+\cdots+{}_nC_n=2^{n-1}$
따라서 주어진 등식이 성립한다.

57) 3^{10}
$n(B)=k(0\le k\le 10,\ k$는 정수)일 때, 집합 B의 개수는 ${}_{10}C_k$, 그 각각에 대하여 집합 A의 개수는 2^k이므로 두 집합 A, B를 정하는 경우의 수는 ${}_{10}C_k\times 2^k$이다.
그러므로 구하는 모든 경우의 수는
${}_{10}C_0\times 2^0+{}_{10}C_1\times 2^1+{}_{10}C_2\times 2^2+\cdots+{}_{10}C_{10}\times 2^{10}$
$={}_{10}C_0\times 1^{10}\times 2^0+{}_{10}C_1\times 1^9\times 2^1+{}_{10}C_2\times 1^8\times 2^2$
$+\cdots+{}_{10}C_{10}\times 1^0\times 2^{10}$
$=(1+2)^{10}=3^{10}$

58) 840
7가지 색 중에서 6가지를 택하는 방법의 수는 ${}_7C_6$
옆면을 칠하는 방법의 수는 $(6-1)!=5!$
따라서 구하는 모든 방법의 수는
${}_7C_6\times 5!=840$

59) 1296
한 자리, 두 자리, 세 자리, 네 자리의 자연수의 개수는 각각
$5,\ 5\times{}_6\Pi_1=30,\ 5\times{}_6\Pi_2=180$
$5\times{}_6\Pi_3=1080$
따라서 10000보다 작은 자연수의 개수는
$5+30+180+1080=1295$
그러므로 10000은 1296번째 수이다.

60) 2520
4개의 가방을 a, b, c, d라고 하면 1개의 가방에 1개의 리본과 1개의 인형을 달아야 하므로 a, a, b, b, c, c, d, d를 일렬로 배열한 다음 같은 문자에 대하여 첫 번째를 리본으로, 두 번째를 인형으로 생각하면 된다.
따라서 구하는 모든 경우의 수는
$\dfrac{8!}{2!\times 2!\times 2!\times 2!}=2520$

61) 35
⑴ 12개의 펜을 4명의 학생에게 중복을 허용하여 나누어 줄 수 있으므로 구하는 모든 방법의 수는
${}_4H_{12}={}_{15}C_{12}=455$
⑵ 각 학생에게 먼저 펜을 2개씩 나누어 주고, 나머지 4개의 펜을 4명의 학생에게 나누어 주면 된다.
따라서 구하는 모든 방법의 수는
${}_4H_4={}_7C_4=35$

62) 28
$x-2=X,\ y-3=Y,\ z-4=Z$ (X, Y, Z는 음이 아닌 정수)로 놓자.
$x+y+z=15$에서
$(X+2)+(Y+3)+(Z+4)=15$
즉, $X+Y+Z=6$
따라서 방정식 $X+Y+Z=6$을 만족시키는 음이 아닌 정수해를 구하면 되므로 ${}_3H_6={}_8C_6=28$

63) 10
$(1+x)^5$의 전개식에서 각 항은 ${}_5C_r\times x^r$의 꼴로,
$(1+x^2)^n$의 전개식에서 각 항은 ${}_nC_s\times x^{2s}$의 꼴로 나타낼 수 있다.
따라서 $(1+x)^5(1+x^2)^n$의 전개식에서 각 항은
${}_5C_r\times{}_nC_s\times x^{r+2s}$의 꼴로 나타낼 수 있으므로
$x^{r+2s}=x^2$에서 $r+2s=2$
(ⅰ) $r=0$, $s=1$일 때, x^2의 계수는 ${}_5C_0\times{}_nC_1=n$
(ⅱ) $r=2$, $s=0$일 때, x^2의 계수는 ${}_5C_2\times{}_nC_0=10$
(ⅰ), (ⅱ)에서 $n+10=20$이므로 $n=10$

64) 768
각 부부를 1명으로 생각하면 5명이 원탁에 앉는 경우의 수는 $4!$

각 부부는 자리를 바꿀 수 있으므로 구하는 모든 경우의 수는 $4!\times2!\times2!\times2!\times2!\times2!=768$

65) 12
여학생 3명이 원형으로 앉는 경우의 수는 $2!$
여학생 사이사이에 남학생이 앉는 경우의 수는 ${}_3\mathrm{P}_2$
따라서 구하는 모든 경우의 수는 $2!\times{}_3\mathrm{P}_2=12$

66) ③
작은 원을 칠하는 방법의 수는 7 나머지 6가지 색으로 작은 원을 제외한 6칸을 칠하는 방법의 수는 $5!$
따라서 구하는 모든 방법의 수는 $7\times5!=840$
그러므로 ③이다.

67) ④
8명을 일렬로 배열하는 경우의 수는 $8!$
그 각각에 대하여 서로 같은 경우가 4가지씩 있으므로 구하는 모든 경우의 수는 $\dfrac{8!}{4}=10080$
따라서 ④이다.

68) ④

69) ③
K가 세 자리, 네 자리의 자연수일 때, 만들 수 있는 자연수의 개수는 각각 ${}_2\Pi_3=8, {}_2\Pi_4=16$
따라서 구하는 K의 개수는 $8+16=24$이므로 ③이다

70) 60
${}_2\Pi_2+{}_2\Pi_3+{}_2\Pi_4+{}_2\Pi_5=60$

71) 2^m-2^{m-n}
$C\subset A$이고, $B\cap C=\varnothing$을 만족시키는 집합 C는 집합 $\{n+1, n+2, \cdots, m\}$의 부분집합이어야 하므로 그 개수는
${}_2\Pi_{m-n}$
따라서 구하는 집합 C의 개수는
${}_2\Pi_m-{}_n\Pi_{m-n}=2^m-2^{m-n}$

72) 30

73) ②
양 끝에 2개의 모음 E를 배열하고, 나머지 6개의 문자 R, M, M, B, E, R를 배열하면 되므로
$\dfrac{6!}{2!\times2!}=180$
따라서 ②이다.

74) 4200
꼭짓점 A에서 꼭짓점 B까지 가려면 가로, 세로, 높이의 방향으로 블록의 한 모서리의 길이만큼 각각 3번, 3번, 4번 이동해야 하므로 구하는 최단 경로의 수는
$\dfrac{10!}{3!\times3!\times4!}=4200$

75) 63
오른쪽으로 한 칸, 위로 한 칸, 대각선으로 한 칸 가는 것을 각각 a, b, c라고 하면 지점 A에서 지점 B까지 가는 모든 경로의 수는 다음과 같다.
(ⅰ) 대각선을 0번 이용하는 경우는 a, a, a, b, b, b를 배열하는 것과 같으므로 그 경우의 수는
$\dfrac{6!}{3!\times3!}=20$
(ⅱ) 대각선을 1번 이용하는 경우는 a, a, b, b, c를 배열하는 것과 같으므로 그 경우의 수는
$\dfrac{5!}{2!\times2!}=30$
(ⅲ) 대각선을 2번 이용하는 경우는 a, b, c, c를 배열하는 것과 같으므로 그 경우의 수는 $\dfrac{4!}{2!}=12$
(ⅳ) 대각선을 3번 이용하는 경우는 c, c, c를 배열하는 것과 같으므로 그 경우의 수는 1
(ⅰ)~(ⅳ)에서 구하는 모든 경로의 수는
$20+30+12+1=63$

76) 3^{10}, 66
기명 투표를 할 때, 투표 결과의 모든 경우의 수는 중복순열의 수와 같으므로 ${}_3\Pi_{10}=3^{10}$
무기명 투표를 할 때, 투표 결과의 모든 경우의 수는 중복조합의 수와 같으므로 ${}_3\mathrm{H}_{10}=66$

77) 55
땅콩 맛 아이스크림을 1개 고르고, 2개를 더 고르면 되므로
${}_{10}\mathrm{H}_2=55$

78) 9
딸기 맛 초콜릿을 2개 고르고, 바나나 맛, 감귤 맛 초콜릿 중에서 8개를 더 고르면 되므로 ${}_2\mathrm{H}_8=9$

79) 35
$x+y+z$가 가질 수 있는 값은 0, 1, 2, 3, 4이므로 구하는 음이 아닌 정수해의 개수는
${}_3\mathrm{H}_0+{}_3\mathrm{H}_1+{}_3\mathrm{H}_2+{}_3\mathrm{H}_3+{}_3\mathrm{H}_4=35$

80) 12
${}_2\mathrm{H}_3\times{}_2\mathrm{H}_2=12$

81) 17
1, 2, 3점이 표시된 곳에 맞은 화살의 수를 각각 x, y, z라고 하면 $x+y+z=5$
이 방정식을 만족시키는 음이 아닌 정수해의 개수는
${}_3\mathrm{H}_5=21$
이때 $x+2y+3z<8$을 만족시키는 $(x,\ y,\ z)$는
$(5,\ 0,\ 0)$, $(4,\ 1,\ 0)$, $(4,\ 0,\ 1)$, $(3,\ 2,\ 0)$
으로 4개이므로 구하는 모든 경우의 수는 $21-4=17$

82) 35
$x_1-1=W$, $-x_2+1=X$, $x_3-3=Y$, $-x_4+2=Z$
(W, X, Y, Z는 음이 아닌 정수)로 놓으면

$x_1-x_2+x_3-x_4=5$에서
$(W+1)+(X-1)+(Y+3)+(Z-2)=5$
즉, $W+X+Y+Z=4$
따라서 방정식 $W+X+Y+Z=4$를 만족시키는 음이 아닌 정수해를 구하면 되므로 ${}_4\mathrm{H}_4=35$

83) 6000
$(2x-5y)^6$의 전개식에서 각 항은 ${}_6\mathrm{C}_r\times(2x)^{6-r}\times(-5y)^r$,
즉 ${}_6\mathrm{C}_r\times2^{6-r}\times(-5)^r\times x^{6-r}y^r$
의 꼴로 나타낼 수 있으므로 $x^{6-r}y^r=x^4y^2$에서
$6-r=4$, $r=2$
따라서 x^4y^2의 계수는 ${}_6\mathrm{C}_2\times2^4\times(-5)^2=6000$

84) ⑤
$(1+x)^3$의 전개식에서 각 항은 ${}_3\mathrm{C}_r\times x^r$의 꼴로,
$(2+x)^4$의 전개식에서 각 항은 ${}_4\mathrm{C}_s\times2^{4-s}\times x^s$의 꼴로 나타낼 수 있다.
따라서 $(1+x)^3(2+x)^4$의 전개식에서 각 항은
${}_3\mathrm{C}_r\times{}_4\mathrm{C}_s\times2^{4-s}\times x^{r+s}$의 꼴로 나타낼 수 있으므로
$x^{r+s}=x^2$에서 $r+s=2$
(ⅰ) $r=0$, $s=2$일 때, x^2의 계수는 ${}_3\mathrm{C}_0\times{}_4\mathrm{C}_2\times2^2=24$
(ⅱ) $r=1$, $s=1$일 때, x^2의 계수는 ${}_3\mathrm{C}_1\times{}_4\mathrm{C}_1\times2^3=96$
(ⅲ) $r=2$, $s=0$일 때, x^2의 계수는 ${}_3\mathrm{C}_2\times{}_4\mathrm{C}_0\times2^4=48$
따라서 x^2의 계수는 $24+96+48=168$이므로 ⑤이다.

85) 330
$(1+x)^3, (1+x)^4, (1+x)^5, \cdots, (1+x)^{10}$의 전개식에서 x^3의 계수는 각각 ${}_3\mathrm{C}_3$, ${}_4\mathrm{C}_3$, ${}_5\mathrm{C}_3$, $\cdots$, ${}_{10}\mathrm{C}_3$
문제의 전개식에서 x^3의 계수는
${}_3\mathrm{C}_3+{}_4\mathrm{C}_3+{}_5\mathrm{C}_3+{}_6\mathrm{C}_3+{}_7\mathrm{C}_3+{}_8\mathrm{C}_3+{}_9\mathrm{C}_3+{}_{10}\mathrm{C}_3$
이때 ${}_3\mathrm{C}_3$을 ${}_4\mathrm{C}_4$ 바꾸면
${}_4\mathrm{C}_4+{}_4\mathrm{C}_3+{}_5\mathrm{C}_3+{}_6\mathrm{C}_3+{}_7\mathrm{C}_3+{}_8\mathrm{C}_3+{}_9\mathrm{C}_3+{}_{10}\mathrm{C}_3$
${}_n\mathrm{C}_r={}_{n-1}\mathrm{C}_{r-1}+{}_{n-1}\mathrm{C}_r$를 이용하여 식을 정리하면
${}_4\mathrm{C}_4+{}_4\mathrm{C}_3+{}_5\mathrm{C}_3+{}_6\mathrm{C}_3+{}_7\mathrm{C}_3+{}_8\mathrm{C}_3+{}_9\mathrm{C}_3+{}_{10}\mathrm{C}_3$
$={}_5\mathrm{C}_4+{}_5\mathrm{C}_3+{}_6\mathrm{C}_3+{}_7\mathrm{C}_3+{}_8\mathrm{C}_3+{}_9\mathrm{C}_3+{}_{10}\mathrm{C}_3$
$={}_6\mathrm{C}_4+{}_6\mathrm{C}_3+{}_7\mathrm{C}_3+{}_8\mathrm{C}_3+{}_9\mathrm{C}_3+{}_{10}\mathrm{C}_3$
$={}_7\mathrm{C}_4+{}_7\mathrm{C}_3+{}_8\mathrm{C}_3+{}_9\mathrm{C}_3+{}_{10}\mathrm{C}_3$
$={}_8\mathrm{C}_4+{}_8\mathrm{C}_3+{}_9\mathrm{C}_3+{}_{10}\mathrm{C}_3$
$={}_9\mathrm{C}_4+{}_9\mathrm{C}_3+{}_{10}\mathrm{C}_3$
$={}_{10}\mathrm{C}_4+{}_{10}\mathrm{C}_3={}_{11}\mathrm{C}_4=330$

86) 11
${}_n\mathrm{C}_0+{}_n\mathrm{C}_2+{}_n\mathrm{C}_4+\cdots+{}_n\mathrm{C}_{n-1}=2^{n-1}$이므로
$1000<2^{n-1}<2000$
그런데 $2^{10}=1024$, $2^{11}=2048$이므로 위의 부등식을 만족시키는 n의 값은 11이다.

87) 풀이 참조
$1\times{}_n\mathrm{C}_1-2\times{}_n\mathrm{C}_2+3\times{}_n\mathrm{C}_3-4\times{}_n\mathrm{C}_4+\cdots+n\times{}_n\mathrm{C}_n$
$=n\times{}_{n-1}\mathrm{C}_0-n\times{}_{n-1}\mathrm{C}_1+n\times{}_{n-1}\mathrm{C}_2-n\times{}_{n-1}\mathrm{C}_3+\cdots+n\times{}_{n-1}\mathrm{C}_{n-1}$
$=n\times({}_{n-1}\mathrm{C}_0-{}_{n-1}\mathrm{C}_1+{}_{n-1}\mathrm{C}_2-{}_{n-1}\mathrm{C}_3+\cdots+{}_{n-1}\mathrm{C}_{n-1})$
$=n\times0=0$

88) (1) {(앞, 앞), (앞, 뒤), (뒤, 앞), (뒤, 뒤)}
(2) {(앞, 앞), (뒤, 뒤)}

89) [서진] 배반사건이다. [지은] $\{1, 2, 3, 5, 6, 7\}$
[상윤] $\{2, 6\}$

90) $\frac{3}{5}$
빨간 공 3개를 각각 R_1, R_2, R_3, 파란 공 2개를 각각 B_1, B_2라고 하자.
주머니에서 공 2개를 동시에 꺼내는 시행에서 표본공간 S는
$S=\{\mathrm{R}_1\mathrm{R}_2, \mathrm{R}_1\mathrm{R}_3, \mathrm{R}_1\mathrm{B}_1, \mathrm{R}_1\mathrm{B}_2, \mathrm{R}_2\mathrm{B}_1, \mathrm{R}_2\mathrm{B}_2, \mathrm{R}_3\mathrm{B}_1, \mathrm{R}_3\mathrm{B}_2, \mathrm{B}_1\mathrm{B}_2\}$
이므로 $n(S)=10$
이때 빨간 공 1개와 파란 공 1개가 나오는 사건을 A라고 하면
$A=\{\mathrm{R}_1\mathrm{B}_1, \mathrm{R}_1\mathrm{B}_2, \mathrm{R}_2\mathrm{B}_1, \mathrm{R}_2\mathrm{B}_2, \mathrm{R}_3\mathrm{B}_1, \mathrm{R}_3\mathrm{B}_2\}$
이므로 $n(A)=6$
따라서 구하는 확률은 $\mathrm{P}(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{6}{10}=\frac{3}{5}$
[다른 풀이]
공 5개 중에서 2개를 동시에 꺼낼 때, 일어날 수 있는 모든 경우의 수는 ${}_5\mathrm{C}_2$
이때 빨간 공 3개 중 1개, 파란 공 2개 중 1개를 꺼내는 경우의 수는 ${}_3\mathrm{C}_1\times{}_3\mathrm{C}_1$
따라서 구하는 확률은 $\frac{{}_3\mathrm{C}_1\times{}_2\mathrm{C}_1}{{}_5\mathrm{C}_2}=\frac{6}{10}=\frac{3}{5}$

91) $\frac{1}{10}$

92) 풀이 참조
사과 맛 사탕 2개, 사과 맛 사탕 1개와 포도 맛 사탕 1개, 포도 맛 사탕 2개가 나올 가능성이 같지 않은데 수학적 확률을 적용했으므로 옳지 않다.

93) 0.22

94) 경로 : 출발-㉠-㉣-도착

95) (1) $\frac{1}{2}$ (2) $\frac{2}{5}$
(1) 카드에 적힌 수가 3의 배수인 사건을 A, 4의 배수인 사건을 B라고 하면 $A\cap B$는 12의 배수인 사건이므로 구하는 확률은
$\mathrm{P}(A\cup B)=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)-\mathrm{P}(A\cap B)$
$=\frac{13}{40}+\frac{10}{40}-\frac{3}{40}=\frac{1}{2}$
(2) 카드에 적힌 수가 10 이하인 사건을 C, 35 이상인 사건을 D라고 하면 C, D는 서로 배반사건이므로 구하는 확률은
$\mathrm{P}(C\cup D)=\mathrm{P}(C)+\mathrm{P}(D)$

$= \frac{10}{40} + \frac{6}{40} = \frac{16}{40} = \frac{2}{5}$

96) $\frac{9}{10}$

97) $\frac{4}{9}$

98) $\frac{3}{5}$

2개의 점을 택하여 선분을 그을 때, 선분의 길이가 1 이하인 사건을 A라고 하자. 2개의 점을 택하여 그을 수 있는 선분의 수는 ${}_6C_2 = 15$

이 중에서 길이가 1이하인 선분의 수는 6이므로

$\mathrm{P}(A) = \frac{6}{15} = \frac{2}{5}$

따라서 선분의 길이가 1보다 클 확률은

$\mathrm{P}(A^C) = 1 - \mathrm{P}(A) = 1 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$

99) $\frac{4}{5}$

100) $\frac{2}{3}$

101) $\frac{22}{225}$

여사건의 확률을 이용하여 전체 확률 1에서 3명의 생일이 모두 다를 확률을 빼면 되므로 $1 - \frac{{}_{30}\mathrm{P}_3}{{}_{30}\Pi_3} = \frac{22}{225}$

102) $\frac{1}{10}$

103) $\frac{3}{5}$

104) $\frac{1}{5}$

105) $\frac{7}{8}$

106) A와 B, B와 C

$A = \{3, 6\}$, $B = \{4, 12\}$, $C = \{3, 5, 7, 11\}$이므로 서로 배반인 사건은

A와 B, B와 C

107) $\frac{3}{5}$

만들 수 있는 다섯 자리의 자연수의 개수는 $5! = 120$

홀수인 다섯 자리의 자연수의 개수는 $3 \times 4! = 72$

따라서 구하는 확률은 $\frac{72}{120} = \frac{3}{5}$

108) $\frac{3}{8}$

X에서 Y로의 함수의 개수는 ${}_4\Pi_3 = 64$

일대일함수의 개수는 ${}_4\mathrm{P}_3 = 24$

따라서 구하는 확률은 $\frac{24}{64} = \frac{3}{8}$

109) $\frac{3}{14}$

8가지의 음식 중에서 4가지를 택하는 경우의 수는 ${}_8\mathrm{C}_4 = 70$

라면과 떡볶이를 제외한 6가지의 음식 중에서 2가지를 택하는 경우의 수는 ${}_6\mathrm{C}_2 = 15$

따라서 구하는 확률은 $\frac{15}{70} = \frac{3}{14}$

110) $\frac{17}{70}$

8송이 중에서 4송이를 꺼내는 경우의 수는 ${}_8\mathrm{C}_4 = 70$

(ⅰ) 천일홍 4송이를 꺼내는 경우의 수는 ${}_4\mathrm{C}_4 = 1$

(ⅱ) 천일홍 3송이, 장미 1송이를 꺼내는 경우의 수는 ${}_4\mathrm{C}_3 \times {}_4\mathrm{C}_1 = 16$

(ⅰ), (ⅱ)에서 천일홍을 장미보다 많이 꺼내는 경우의 수는 $1 + 16 = 17$

따라서 구하는 확률은 $\frac{17}{70}$

111) $\frac{16}{35}$

임의로 한 명을 택할 때 그 사람이 20대인 사건을 A, 여자인 사건을 B라고 하면

$\mathrm{P}(A) = \frac{4}{7}$, $\mathrm{P}(B) = \frac{3}{5}$, $\mathrm{P}(A \cup B) = \frac{5}{7}$

따라서 구하는 확률은

$\mathrm{P}(A \cap B) = \mathrm{P}(A) + \mathrm{P}(B) - \mathrm{P}(A \cup B) = \frac{16}{35}$

112) $\frac{1}{6}$

눈의 수의 합이 5인 사건을 A, 눈의 수의 차가 5인 사건을 B라고 하면 $\mathrm{P}(A) = \frac{1}{9}$, $\mathrm{P}(B) = \frac{1}{18}$

두 사건 A, B는 서로 배반사건이므로 구하는 확률은

$\mathrm{P}(A \cup B) = \mathrm{P}(A) + \mathrm{P}(B) = \frac{1}{6}$

113) $\frac{11}{20}$

$\mathrm{P}(A^C \cup B^C) = \mathrm{P}((A \cap B)^C) = 1 - \mathrm{P}(A \cap B) = \frac{3}{4}$

즉, $P(A\cap B)=\frac{1}{4}$

$P(B\cap A^C)=P(B)-P(A\cap B)=\frac{1}{5}$에서

$P(B)-\frac{1}{4}=\frac{1}{5}$, 즉 $P(B)=\frac{9}{20}$

따라서 $P(B^C)=1-P(B)=\frac{11}{20}$

114) $\frac{27}{28}$

택한 원두 중에서 적어도 1가지는 케냐산인 사건을 A라고 하면 A^C은

2가지 모두 에티오피아산인 사건이므로

$P(A^C)=\frac{{}_2C_2}{{}_8C_2}=\frac{1}{28}$

따라서 구하는 확률은 $P(A)=1-P(A^C)=\frac{27}{28}$

115) $\frac{17}{42}$

임의로 3개의 공을 꺼내는 경우의 수는

${}_9C_3=84$

(ⅰ) $b=2$일 때, a, c가 될 수 있는 경우의 수는 각각 ${}_1C_1$, ${}_7C_1$이므로 $(a,\ b,\ c)$가 될 수 있는 경우의 수는

${}_1C_1\times{}_7C_1=7$

(ⅱ) $b=3$일 때, a, c가 될 수 있는 경우의 수는 각각 ${}_2C_1$, ${}_6C_1$이므로 $(a,\ b,\ c)$가 될 수 있는 경우의 수는

${}_2C_1\times{}_6C_1=12$

(ⅲ) $b=4$일 때, a, c가 될 수 있는 경우의 수는 각각 ${}_3C_1$, ${}_5C_1$이므로 $(a,\ b,\ c)$가 될 수 있는 경우의 수는

${}_3C_1\times{}_5C_1=15$

(ⅰ), (ⅱ), (ⅲ)에서 $b\le 4$인 경우의 수는

$7+12+15=34$

따라서 구하는 확률은 $\frac{34}{84}=\frac{17}{42}$

116) $\frac{3}{5}$

$10x^2-7nx+n^2=0$을 풀면 $(2x-n)(5x-n)=0$에서

$x=\frac{n}{2}$ 또는 $x=\frac{n}{5}$

이때 정수해가 존재하려면 n이 2의 배수 또는 5의 배수이어야 한다.

n이 2의 배수인 사건을 A, 5의 배수인 사건을 B라고 하면 $A\cap B$는

10의 배수인 사건이므로

$P(A)=\frac{1}{2}$, $P(B)=\frac{1}{5}$, $P(A\cap B)=\frac{1}{10}$

따라서 구하는 확률은

$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)=\frac{3}{5}$

117) $\frac{91}{120}$

3개가 모두 팔찌인 사건을 A, 3개가 모두 노란색인 사건을 B 라고 하면 $P(A)=\frac{{}_5C_3}{{}_{10}C_3}=\frac{1}{12}$

$P(B)=\frac{{}_6C_3}{{}_{10}C_3}=\frac{1}{6}$, $P(A\cap B)=\frac{{}_3C_3}{{}_{10}C_3}=\frac{1}{120}$

즉, $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)=\frac{29}{120}$

따라서 구하는 확률은 $1-\frac{29}{120}=\frac{91}{120}$

118) $\frac{1}{3}$

서로 공격하지 않는 종류끼리 함께 3개의 어항에 넣는 경우는 (ACE, BD), (A, CE, BD), (AC, E, BD), (AC, BE, D), (ACE, B, D), (AE, C, BD)이므로 A, C, E를 1개의 어항에 함께 넣을 확률은

$\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$

119) $\frac{5}{11}$

서로 공격하지 않는 종류끼리 함께 4개의 어항에 넣는 경우는 3개의 어항에 넣는 경우와 (A, B, CE, D), (A, BD, C, E), (A, BE, C, D), (AC, B, D, E), (AE, B, C, D)이므로 B, D를 1개의 어항에 함께 넣을 확률은 $\frac{5}{11}$

120) $\frac{1}{3}$

짝수의 눈이 나오는 사건을 A, 소수의 눈이 나오는 사건을 B 라고 하면

$A=\{2,4,6\}$, $A=\{2,3,5\}$, $A\cap B=\{2\}$

이므로 $P(A)=\frac{1}{2}$, $P(A\cap B)=\frac{1}{6}$

따라서 구하는 확률은 사건 A가 일어났을 때의 사건 B의 조건부확률이므로

$$P(B|A)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}=\frac{\frac{1}{6}}{\frac{1}{2}}=\frac{1}{3}$$

121) $\frac{3}{4}$

122) $\frac{1}{12}$

세민이와 윤아가 자기 계발 도서를 꺼내는 사건을 각각 A, B 라고 하면

$P(A)=\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$

세민이가 자기 계발 도서를 꺼냈을 때, 윤아도 자기 계발 도서를 꺼낼 확률은

$P(B|A)=\frac{2}{8}=\frac{1}{4}$

따라서 구하는 확률은

$P(A\cap B)=P(A)P(B|A)=\frac{1}{3}\times\frac{1}{4}=\frac{1}{12}$

123) $\frac{5}{14}$

124) 승민 : $\frac{1}{5}$, 희찬 : $\frac{1}{5}$

승민이와 희찬이가 당첨 제비를 뽑는 사건을 각각 A, B라고 하자.

승민이가 당첨 제비를 뽑을 확률은 $\mathrm{P}(A)=\frac{4}{20}=\frac{1}{5}$

희찬이가 당첨 제비를 뽑을 확률 $\mathrm{P}(B)$는 승민이가 당첨 제비를 뽑은 경우와 당첨 제비를 뽑지 않은 경우로 나누어 구할 수 있다.

(ⅰ) $\mathrm{P}(A\cap B)=\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B|A)=\frac{1}{5}\times\frac{3}{19}=\frac{3}{95}$

(ⅱ) $\mathrm{P}(A^C\cap B)=\mathrm{P}(A^C)\mathrm{P}(B|A^C)=\frac{4}{5}\times\frac{4}{19}=\frac{16}{95}$

즉, $\mathrm{P}(B)=\mathrm{P}(A\cap B)+\mathrm{P}(A^C\cap B)=\frac{3}{95}+\frac{16}{95}=\frac{1}{5}$

따라서 승민이가 당첨 제비를 뽑을 확률과 희찬이가 당첨 제비를 뽑을 확률은 모두 $\frac{1}{5}$이다.

125) (1) 0.056 (2) 0.651 (3) 0.707

126) (1) 독립 (2) 종속

$\mathrm{P}(A)=\frac{2}{3}$, $\mathrm{P}(B)=\frac{1}{2}$, $\mathrm{P}(C)=\frac{1}{2}$이고 $\mathrm{P}(A\cap B)=\frac{1}{3}$, $\mathrm{P}(A\cap C)=\frac{1}{6}$이다.

(1) $\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B)=\frac{1}{3}$이므로 $\mathrm{P}(A\cap B)=\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B)$

따라서 두 사건 A와 B는 서로 독립이다.

(2) $\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(C)=\frac{1}{3}$이므로 $\mathrm{P}(A\cap C)\neq\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(C)$

따라서 두 사건 A와 C는 서로 종속이다.

127) 독립

128) (1) $\frac{729}{2500}$ (2) $\frac{9999}{10000}$

(1) 3개의 프로펠러가 제대로 작동할 확률은 독립시행의 확률에 의하여

$${}_4\mathrm{C}_3\times\left(\frac{9}{10}\right)^3\times\left(\frac{1}{10}\right)^1=\frac{729}{2500}$$

(2) 4개의 프로펠러가 모두 제대로 작동하지 않을 확률은 독립시행의 확률에 의하여

$${}_4\mathrm{C}_0\times\left(\frac{9}{10}\right)^0\times\left(\frac{1}{10}\right)^4=\frac{1}{10000}$$

따라서 구하는 확률은 $1-\frac{1}{10000}=\frac{9999}{10000}$

129) $\frac{45}{512}$

130) $\frac{96}{625}$, $\frac{216}{625}$

윷짝 1개를 던질 때 둥근 면이 나올 확률을 $\frac{2}{5}$라고 하면 도, 걸이 나올 확률은 각각 $\frac{96}{625}$, $\frac{216}{625}$

131) $\frac{3}{16}$

A 팀이 3차전까지 2승을 했으므로 6차전까지 1승을 더 하고, 7차전에서 이기면 된다.

따라서 구하는 확률은 ${}_3\mathrm{C}_1\times\left(\frac{1}{2}\right)^1\times\left(\frac{1}{2}\right)^2\times\frac{1}{2}=\frac{3}{16}$

132) $\frac{2}{3}$

133) $\frac{6}{35}$

134) $\frac{1}{4}$

135) $\frac{2}{3}$

$$\mathrm{P}(A^C|B^C)=\frac{\mathrm{P}(A^C\cap B^C)}{\mathrm{P}(B^C)}=\frac{1-\mathrm{P}(A\cup B)}{1-\mathrm{P}(B)}=\frac{2}{3}$$

136) 10

임의로 뽑은 1명이 1학년인 사건을 A, 남학생인 사건을 B, 상담을 받은 1학년 학생을 x명이라고 하면

	1학년	2학년	합계
남학생	$0.4x$	$0.3(30-x)$	$0.1x+9$
여학생	$0.6x$	$0.7(30-x)$	$-0.1x+21$
합계	x	$30-x$	30

$\mathrm{P}(B)=\frac{0.1x+9}{30}$, $\mathrm{P}(A\cap B)=\frac{0.4x}{30}$이므로

$$\mathrm{P}(A|B)=\frac{\mathrm{P}(A\cap B)}{\mathrm{P}(B)}=\frac{\frac{0.4x}{30}}{\frac{0.1x+9}{30}}=\frac{2}{5}$$

따라서 $x=10$이므로 1학년 학생은 10명이다.

137) 0.66

오늘 비가 오는 사건을 A, 하루의 매출 목표액을 달성하는 사건을 B라고 하면

$\mathrm{P}(A)=0.6$, $\mathrm{P}(B|A)=0.9$, $\mathrm{P}(B|A^C)=0.3$

따라서 오늘 하루의 매출 목표액을 달성할 확률은

$$\begin{aligned}\mathrm{P}(B)&=\mathrm{P}(A\cap B)+\mathrm{P}(A^C\cap B)\\&=\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B|A)+\mathrm{P}(A^C)\mathrm{P}(B|A^C)\\&=0.6\times0.9+(1-0.6)\times0.3=0.66\end{aligned}$$

138) $\frac{3}{5}$

A가 첫 번째, 세 번째에 이길 확률은 각각

$\frac{2}{5}$, $\frac{3}{5}\times\frac{2}{4}\times\frac{2}{3}=\frac{1}{5}$

따라서 구하는 확률은 $\frac{2}{5}+\frac{1}{5}=\frac{3}{5}$

139) $\frac{3}{7}$

$\frac{1}{7}\times\frac{3}{5}+\frac{6}{7}\times\frac{2}{5}=\frac{3}{7}$

140) 0.92

병헌이와 지훈이가 모두 성공하지 못할 확률은

$(1-0.8)\times(1-0.6)=0.08$

따라서 구하는 확률은 $1-0.08=0.92$

141) $\frac{5}{16}$

원점 O에서 출발한 점 P가 점 Q에 도착하려면 주사위 1개를 6번 던져서 4의 약수가 3번, 4의 약수가 아닌 수가 3번 나와야 한다.

따라서 구하는 확률은 ${}_6C_3\times\left(\frac{1}{2}\right)^3\times\left(\frac{1}{2}\right)^3=\frac{5}{16}$

142) $\frac{4}{7}$

(ⅰ) A 봉투에서 빨간 카드 1장과 노란 카드 1장을 꺼내는 경우,

그 확률은 $\frac{{}_5C_1\times{}_3C_1}{{}_8C_2}=\frac{15}{28}$

(ⅱ) A 봉투에서 노란 카드 2장을 꺼낸 후 다시 꺼낼 때 빨간 카드 1장과 노란 카드 1장을 꺼내는 경우, 그 확률은 $\frac{{}_3C_2}{{}_8C_2}\times\frac{{}_5C_1\times{}_1C_1}{{}_6C_2}=\frac{1}{28}$

(ⅰ), (ⅱ)에서 구하는 확률은 $\frac{15}{28}+\frac{1}{28}=\frac{4}{7}$

143) $\frac{3}{395}$

보석이 진품인 사건을 A, 보석 감별사가 보석을 진품으로 감별하는 사건을 B라고 하면

$\mathrm{P}(A)=0.8$, $\mathrm{P}(A^C)=0.2$, $\mathrm{P}(B|A)=0.98$,

$\mathrm{P}(B|A^C)=0.03$

보석을 진품으로 감별할 확률은

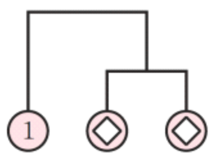
$$\begin{aligned}\mathrm{P}(B)&=\mathrm{P}(A\cap B)+\mathrm{P}(A^C\cap B)\\&=\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B|A)+\mathrm{P}(A^C)\mathrm{P}(B|A^C)\\&=0.8\times0.98+0.2\times0.03=0.79\end{aligned}$$

따라서 구하는 확률은

$$\begin{aligned}\mathrm{P}(A^C|B)&=\frac{\mathrm{P}(A^C\cap B)}{\mathrm{P}(B)}=\frac{\mathrm{P}(A^C)\mathrm{P}(B|A^C)}{\mathrm{P}(B)}\\&=\frac{0.2\times0.03}{0.79}=\frac{3}{395}\end{aligned}$$

144) $\frac{7}{18}$

오른쪽 그림과 같이 대진표의 각자리를 1, ◇, ◇라고 하자.



(ⅰ) C가 1에 배정되고 결승에서 A와 만나서 C가 우승할 확률은

$\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{18}$

(ⅱ) C가 1에 배정되고 결승에서 B와 만나서 C가 우승할 확률은 $\frac{1}{3}\times(\frac{2}{3}\times\frac{3}{5})=\frac{2}{15}$

(ⅲ) A 가 1에 배정되고 결승에서 C가 우승할 확률은

$\frac{1}{3}\times(\frac{3}{5}\times\frac{1}{2})=\frac{1}{10}$

(ⅳ) B 가 1에 배정되고 결승에서 C가 우승할 확률은

$\frac{1}{3}\times(\frac{1}{2}\times\frac{3}{5})=\frac{1}{10}$

(ⅰ)~(ⅳ)에서 구하는 확률은

$\frac{1}{18}+\frac{2}{15}+\frac{1}{10}+\frac{1}{10}=\frac{7}{18}$

145) $k=112$

8회의 시행을 한 후 검은 공이 나온 횟수를 x, 흰 공이 나온 횟수를 y라고 하면

$x+y=8$, $3x+y=12$, 즉 $x=2$, $y=6$

8회의 시행을 한 후 12점을 얻을 확률은

${}_8C_2\times\left(\frac{2}{3}\right)^2\times\left(\frac{1}{3}\right)^6=\frac{112}{3^8}$

따라서 $k=112$

146) $\frac{2}{3}$

B조가 0을 외치고 A조에서 1명만 일어나거나 2명 모두 일어날 확률은 $\frac{1}{3}\times\frac{3}{4}=\frac{1}{4}$

B조가 1을 외치고 A조에서 2명 모두 일어나거나 모두 앉아 있을 확률은 $\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{6}$

B조가 2를 외치고 A조에서 1명만 일어나거나 2명 모두 앉아 있을 확률은 $\frac{1}{3}\times\frac{3}{4}=\frac{1}{4}$

따라서 구하는 확률은 $\frac{1}{4}+\frac{1}{6}+\frac{1}{4}=\frac{2}{3}$

147) 풀이 참조

A조가 승리할 확률은

${}_3C_3\times\left(\frac{2}{3}\right)^3\times\left(\frac{1}{3}\right)^0=\frac{8}{27}$

B조가 승리할 확률은 $\frac{19}{27}$이므로 B조가 더 유리하다.

148) $\frac{3}{4}$

$\frac{1}{4}\times\frac{7}{8}+\frac{1}{4}\times\frac{5}{8}+\frac{1}{4}\times\frac{5}{8}+\frac{1}{4}\times\frac{7}{8}=\frac{3}{4}$

149) 5

$\frac{{}_nC_2}{{}_{20}C_2}=\frac{1}{19}$이므로 $n^2-n-20=0$, $n=5$

150) $\frac{11}{60}$

151) $\frac{7}{15}$

대표 2명이 모두 1학년인 사건을 A, 모두 2학년인 사건을 B 라고 하면

$P(A)=\frac{{}_4C_2}{{}_{10}C_2}=\frac{2}{15}, P(B)=\frac{{}_6C_2}{{}_{10}C_2}=\frac{1}{3}$

두 사건 A, B는 서로 배반사건이므로 구하는 확률은

$P(A\cup B)=P(A)+P(B)=\frac{7}{15}$

152) ㄱ

ㄴ. $S=\{1,2,3\}$, $A=\{1,2\}$, $B=\{3,4\}$이면
$P(A)+P(B)=1$이지만 $A\cap B=\{1\}$이므로
A와 B는 서로 배반사건이 아니다.

ㄷ. $S=\{1,2,3,4\}$, $A=\{1,2,3\}$, $B=\{3,4\}$이면
$A\cup B=S$ 이지만 $P(A)+P(B)=\frac{5}{4}$이다.

따라서 항상 옳은 것은 ㄱ이다.

153) $\frac{6}{11}$

12개의 점 중에서 2개를 택하여 연결한 선분의 길이가 유리수 일 확률은 $\frac{4\times{}_3C_2+3\times{}_4C_2}{{}_{12}C_2}=\frac{5}{11}$

따라서 구하는 확률은 $1-\frac{5}{11}=\frac{6}{11}$

154) $\frac{37}{140}$

155) ③

$0.8\times0.5+0.2\times0.5=0.5$이므로 ③이다.

156) $\frac{125}{324}$

${}_4C_1\times\left(\frac{1}{6}\right)^1\times\left(\frac{5}{6}\right)^3=\frac{125}{324}$

157) 0.491

2개의 주사위를 1번 던져서 $(6,6)$이 나오지 않을 확률은 2개의 주사위를 24번 던져서 $(6,6)$이 1번도 나오지 않을 확률은 ${}_{24}C_{24}\times\left(\frac{35}{36}\right)^{24}\times\left(\frac{1}{36}\right)^0=0.509$

따라서 구하는 확률은 $1-0.509=0.491$

158) $\frac{1}{6}$

파란 공이 1개 나오는 사건을 A, 파란 공이 나오지 않는 사건을 B라고 하면 $P(A)=\frac{{}_5C_1\times{}_4C_3}{{}_9C_4}=\frac{10}{64}$,

$P(B)=\frac{{}_5C_0\times{}_4C_4}{{}_9C_4}=\frac{1}{126}$

두 사건 A, B는 서로 배반사건이므로 구하는 확률은

$P(A\cup B)=P(A)+P(B)=\frac{1}{6}$

159) $\frac{9}{14}$

찾은 후기가 여자가 작성한 후기인 사건을 A, 남자가 작성한 후기인 사건을 A^C, 단어 '제공'이 포함된 후기인 사건을 B 라고 하면

$P(A)=0.6$, $P(A^C)=0.4$, $P(B|A)=0.6$

$P(B|A^C)=0.5$

단어 '제공'이 포함된 후기를 찾을 확률은

$P(B)=P(A\cap B)+P(A^C\cap B)$
$=P(A)P(B|A)+P(A^C)P(B|A^C)$
$=0.6\times0.6+0.4\times0.5=0.56$

따라서 구하는 확률은

$P(A|B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}=\frac{0.36}{0.56}=\frac{9}{14}$

160) 15

점심 시간 중 도서관 이용 경험이 있는 여학생 수를 x라고 하면

(단위: 명)

	남학생	여학생	합계
이용 경험이 있음	30	x	$30+x$
이용 경험이 없음	20	10	30
합계	50	$10+x$	$60+x$

조사한 학생 중에서 임의로 택한 1명이 남학생인 사건을 A, 도서관 이용 경험이 있는 학생인 사건을 B라고 하면 $P(A\cap B)=P(A)P(B)$이므로

$\frac{30}{60+x}=\frac{50}{60+x}\times\frac{30+x}{60+x}, x=15$

따라서 점심 시간 중 도서관 이용 경험이 있는 여학생 수는 15이다.

161) $\frac{5}{16}$

주사위 1개를 던져서 홀수의 눈이 나오는 사건을 A, 동전의 앞면이 2번 나오는 사건을 H라고 하면

$P(A)=\frac{1}{2}$, $P(A^C)=\frac{1}{2}$

$P(H|A)={}_2C_2\times(\frac{1}{2})^2\times(\frac{1}{2})^0=\frac{1}{4}$

$P(H|A^C)={}_4C_2\times\left(\frac{1}{2}\right)^2\times\left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{3}{8}$

따라서 구하는 확률은

$P(H)=P(A\cap H)+P(A^C\cap H)$
$=P(A)P(H|A)+P(A^C)P(H|A^C)$
$=\frac{1}{2}\times\frac{1}{4}+\frac{1}{2}\times\frac{3}{8}=\frac{5}{16}$

162) (1) $\frac{11}{16}$ (2) $11:5$

⑴ (ⅰ) 9번째 게임에서 상금을 모두 갖는 경우 A가 8번째와 9번째 게임을 모두 이겨야 하므로 그 확률은

$${}_2C_2\times\left(\frac{1}{2}\right)^2\times\left(\frac{1}{2}\right)^0=\frac{1}{4}$$

(ⅱ) 10번째 게임에서 상금을 모두 갖는 경우 A가 9번째 게임까지 1승을 하고, 10번째 게임에서 이기면 되므로 그 확률은

$${}_2C_1\times\left(\frac{1}{2}\right)^1\times\left(\frac{1}{2}\right)^1\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$$

(ⅲ) 11번째 게임에서 상금을 모두 갖는 경우
A가 10번째 게임까지 1승을 하고, 11번째 게임에서 이기면 되므로 그 확률은

$${}_3C_1\times\left(\frac{1}{2}\right)^1\times\left(\frac{1}{2}\right)^2\times\frac{1}{2}=\frac{3}{16}$$

(ⅰ), (ⅱ), (ⅲ)에서 구하는 확률은

$$\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{3}{16}=\frac{11}{16}$$

⑵ A가 상금을 모두 가질 확률이 $\frac{11}{16}$이므로 A와 B는 상금을 $\frac{11}{16}:\frac{5}{16}$, 즉 $11:5$로 분배해야 공정하다.

163) $\frac{5}{42}$

164) $\frac{1}{3}$

4명을 일렬로 세우는 방법의 수는 $4!=24$

(ⅰ) 키가 가장 큰 사람이 왼쪽에서부터 두 번째에 서는 경우
나머지 3명을 일렬로 세우면 되므로 그 방법의 수는 $3!=6$

(ⅱ) 키가 두 번째로 큰 사람이 왼쪽에서부터 두 번째에 서는 경우
키가 가장 큰 사람을 마지막에 세우고 나머지 2명을 일렬로 세우면 되므로 그 방법의 수는 $2!=2$

(ⅰ), (ⅱ)에서 $6+2=8$

따라서 구하는 확률은 $\frac{8}{24}=\frac{1}{3}$

165) ②

6가지 색을 원판에 모두 칠하는 경우의 수는 $5!$

파란색 맞은편에 연두색을 칠하고, 나머지 4가지 색을 칠하는 경우의 수는 $4!$

따라서 구하는 확률은 $\frac{4!}{5!}=\frac{1}{5}$

그러므로 ②이다.

166) ③

학생 8명을 자리 8개에 배정하는 방법의 수는 $8!$

여학생 4명을 서로 이웃하지 않게 배정한 다음 남은 자리에 남학생 4명을 배정하는 방법의 수는
$4!\times4!\times2$

따라서 구하는 확률은 $\frac{4!\times4!\times2}{8!}=\frac{1}{35}$

그러므로 ③이다.

167) $\frac{3}{8}$

집합 A에서 집합 B로의 함수의 개수는 ${}_2\Pi_3=8$

$f(t)+f(u)+f(v)=16$을 만족시키는 해를 $(f(t), f(u), f(v))$로 나타내면
(5, 5, 6), (5, 6, 5), (6, 5, 5)

따라서 구하는 확률은 $\frac{3}{8}$

168) 0.84

169) $\frac{9}{16}$

170) 0.9

임의로 학생 1명을 택할 때, 그 학생이 바다에 다녀온 사건을 A, 계곡에 다녀온 사건을 B라고 하면
$\mathrm{P}(A)=0.5$, $\mathrm{P}(B)=0.7$, $\mathrm{P}(A\cap B)=0.3$

따라서 구하는 확률은
$\mathrm{P}(A\cup B)=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)-\mathrm{P}(A\cap B)=0.9$

171) $\frac{37}{42}$

여학생이 2명 이상 뽑히는 사건을 A라고 하면 A^C은 여학생이 1명 뽑히거나 여학생이 뽑히지 않는 사건이다.

(ⅰ) 여학생이 1명 뽑힐 확률은 $\frac{{}_6C_1\times{}_4C_3}{{}_{10}C_4}=\frac{4}{35}$

(ⅱ) 여학생이 뽑히지 않을 확률은 $\frac{{}_6C_0\times{}_4C_4}{{}_{10}C_4}=\frac{1}{210}$

(ⅰ), (ⅱ)에서 $\mathrm{P}(A^C)=\frac{4}{35}+\frac{1}{210}=\frac{5}{42}$

따라서 구하는 확률은 $\mathrm{P}(A)=1-\mathrm{P}(A^C)=\frac{37}{42}$

172) ④

8개의 점 중에서 3개의 점으로 만든 삼각형이 직각삼각형일 확률은 $\frac{4\times6}{{}_8C_3}=\frac{3}{7}$

따라서 구하는 확률은 $1-\frac{3}{7}=\frac{4}{7}$

그러므로 ④이다.

173) $\frac{41}{56}$

카드를 3장 이상 꺼내는 사건을 A라고 하면 A^C은 카드 1장에 적힌 수 또는 카드 2장에 적힌 수의 합이 6의 배수가 되는 사건이다.

(ⅰ) 카드 1장에 적힌 수가 6의 배수인 경우는 6으로 1가지이므로 그 확률은 $\frac{1}{8}$

(ⅱ) 카드 2장에 적힌 수의 합이 6의 배수인 경우는 합이 6인 경우 4가지, 합이 12인 경우 4가지이므로 그 확률은 $\frac{8}{56}=\frac{1}{7}$

(ⅰ), (ⅱ)에서 $P(A^C)=\frac{1}{8}+\frac{1}{7}=\frac{15}{56}$

따라서 구하는 확률은 $P(A)=1-P(A^C)=\frac{41}{56}$

174) ①
임의로 택한 1명이 남자인 사건을 A, 40세 이상인 사건을 B, 20대인
사건을 C라고 하자.
40세 이상이 차지하는 비율이 12%이므로 그 수는
$300\times0.012=36$
즉, $(60-a)+b=36$이므로 $a-b=24$ …… ①
또 $P(C|A)=P(B|A^C)$이므로

$$\frac{P(A\cap C)}{P(A)}=\frac{P(A^C\cap B)}{P(A^C)},\ \frac{\frac{a}{300}}{\frac{200}{300}}=\frac{\frac{b}{300}}{1-\frac{200}{300}}$$

즉, $a=2b$ …… ②
①, ②에서 $a=48,\ b=24$
따라서 $a+b=72$이므로 ①이다.

175) ②
$\frac{6}{16}\times\frac{5}{15}=\frac{1}{8}$이므로 ②이다.

176) $\frac{1}{4}$
윤아가 당첨 제비를 뽑고 주원이도 당첨 제비를 뽑을 확률은
$\frac{4}{16}\times\frac{3}{15}=\frac{1}{20}$
윤아가 당첨 제비를 뽑지 않고 주원이가 당첨 제비를 뽑을 확률은
$\frac{12}{16}\times\frac{4}{15}=\frac{1}{5}$
따라서 구하는 확률은 $\frac{1}{20}+\frac{1}{5}=\frac{1}{4}$

177) $\frac{14}{19}$
A 상자를 택하는 사건을 A, B 상자를 택하는 사건을 B, 꺼낸 공 2개가 모두 흰 공인 사건을 W라고 하면
$P(A)=\frac{1}{2},\ P(B)=\frac{1}{2},\ P(W|A)=\frac{{}_3C_2}{{}_7C_2}=\frac{1}{7}$
$P(W|B)=\frac{{}_4C_2}{{}_6C_2}=\frac{2}{5}$
꺼낸 공 2개가 모두 흰 공일 확률은

$$\begin{aligned}P(W)&=P(A\cap W)+P(B\cap W)\\&=P(A)P(W|A)+P(B)P(W|B)\\&=\frac{1}{2}\times\frac{1}{7}+\frac{1}{2}\times\frac{2}{5}=\frac{19}{70}\end{aligned}$$

따라서 구하는 확률은 $P(B|W)=\frac{P(B\cap W)}{P(W)}=\frac{14}{19}$

178) $\frac{1}{112}$
실제로 독감 환자인 사건을 A, 검사 결과가 독감인 환자인 사건을 B라고 하면
$P(A)=0.001, P(A^C)=0.999$
$P(B|A)=0.9, P(B|A^C)=0.1$
검사 결과가 독감인 환자일 확률은

$$\begin{aligned}P(B)&=P(A\cap B)+P(A^C\cap B)\\&=P(A)P(B|A)+P(A^C)P(B|A^C)\\&=0.001\times0.9+0.999\times0.31=0.1008\end{aligned}$$

따라서 구하는 확률은
$P(A|B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}=\frac{0.0009}{0.1008}=\frac{1}{112}$

179) $\frac{16}{17}$
제품이 해외 공장에서 생산된 제품인 사건을 A, 국내 공장에서 생산된 제품인 사건을 B, 불량품인 사건을 E라고 하면
$P(A)=0.8, P(B)=0.2, P(E|A)=0.04$
$P(E|B)=0.01$
불량품일 확률은

$$\begin{aligned}P(E)&=P(A\cap E)+P(B\cap E)\\&=P(A)P(E|A)+P(B)P(E|B)\\&=0.8\times0.04+0.2\times0.01=0.034\end{aligned}$$

따라서 구하는 확률은
$P(A|E)=\frac{P(A\cap E)}{P(E)}=\frac{0.032}{0.034}=\frac{16}{17}$

180) $P(A)P(B)$, $P(B)$, $P(B^C)$

181) ㄱ, ㄴ
ㄷ. $P(A|B)=P(A)$이고, $P(B|A)=P(B)$이므로 주어진 식이 항상 성립하는 것은 아니다.
따라서 항상 옳은 것은 ㄱ, ㄴ이다.

182) 5
임의로 1명을 뽑을 때 여자인 사건을 A, 설악산을 선호하는 사람인 사건을 B라고 하면 두 사건 A, B가 서로 독립이므로
$P(A\cap B)=P(A)P(B)$
즉, $\frac{d}{36}=\frac{12}{36}\times\frac{15}{36}$이므로 $d=5$

183) $\frac{15}{64}$
동전 1개를 6번 던져서 앞면이 나오는 횟수를 x, 뒷면이 나오는 횟수를 y라고 하면
$x+y=6,\ 2x+y=10$, 즉 $x=4,\ y=2$
따라서 구하는 확률은 ${}_6C_4\times(\frac{1}{2})^4\times(\frac{1}{2})^2=\frac{15}{64}$

184) (1) 이산확률변수 (2) 연속확률변수
(1) 주사위 1개를 1번 던지는 시행에서 나오는 눈의 수를 확률변수 X라고 하면 표본공간 S는
$S=\{1,2,3,4,5,6\}$
이때 X가 가지는 값은 6개이므로 이산확률변수이다.
(2) 어느 정거장에 정확히 10분 간격으로 도착하는 버스를 기다리는 시행에서 기다리는 시간을 확률변수 X라고 하면 표본공간 S는
$S=\{x|0\le x\le10\}$

이때 X는 0 이상 10 이하의 모든 실숫값을 가지므로 연속확률변수이다.

185) (1) 연속확률변수 (2) 이산확률변수

186) 풀이 참조
이산확률변수: 어느 지역에 한 달간 비가 온 날의 수
연속확률변수: 어느 고등학교 학생들의 등교 시간

187) (1) 풀이 참조 (2) $\frac{13}{15}$

(1) 확률변수 X가 가지는 값은 0, 1, 2이고, 각 값을 가질 확률은

$$P(X=0)=\frac{{}_4C_2\times{}_6C_0}{{}_{10}C_2}=\frac{2}{15},\ P(X=1)=\frac{{}_4C_1\times{}_6C_1}{{}_{10}C_2}=\frac{8}{15}$$

$$P(X=2)=\frac{{}_4C_0\times{}_6C_2}{{}_{10}C_2}=\frac{1}{3}$$

따라서 확률분포표는 다음과 같고

X	1	2	3	합계
$P(X=x)$	$\frac{2}{15}$	$\frac{8}{15}$	$\frac{1}{3}$	1

확률질량함수는

$$P(X=x)=\frac{{}_4C_{2-x}\times{}_6C_x}{{}_{10}C_2}\ (x=0,1,2)$$

(2) 여학생이 1명 이상 뽑힐 확률은 $P(X>1)$이므로

$$P(X\geq 1)=P(X=1)+P(X=2)=\frac{8}{15}+\frac{1}{3}=\frac{13}{15}$$

188) 풀이 참조
(1)

X	1	2	3	합계
$P(X=x)$	$\frac{7}{15}$	$\frac{7}{15}$	$\frac{1}{15}$	1

$$P(X=x)=\frac{{}_7C_{2-x}\times{}_3C_x}{{}_{10}C_2}\ (x=0,1,2)$$

(2) $\frac{14}{15}$

189) 풀이 참조

X	1	2	3	4	5	6	합계
$P(X=x)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	1

,

$E(X)=\frac{7}{2}$

190) 3
사물함이 열릴 때까지 시도한 횟수를 확률변수 X라고 하면 X가 가지는 값은 1, 2, 3, 4, 5이고, 각 값을 가질 확률은

$P(X=1)=\frac{1}{5}$, $P(X=2)=\frac{4}{5}\times\frac{1}{4}=\frac{1}{5}$,

$P(X=3)=\frac{4}{5}\times\frac{3}{4}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{5}$

$P(X=4)\frac{4}{5}\times\frac{3}{4}\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{5}$,

$P(X=5)=\frac{4}{5}\times\frac{3}{4}\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}\times 1=\frac{1}{5}$

이므로 X의 확률분포표는 다음과 같다.

X	1	2	3	4	5	합계
$P(X=x)$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	1

즉, $E(X)=1\times\frac{1}{5}+2\times\frac{1}{5}+3\times\frac{1}{5}+4\times\frac{1}{5}+5\times\frac{1}{5}=3$
따라서 사물함이 열릴 때까지 시도한 횟수의 평균은 3이다.

191) 35.5

192) 1, $\frac{9}{5}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

193) $V(X)=\frac{5}{9}$, $\sigma(X)=\frac{\sqrt{5}}{3}$
확률변수 X의 확률분포표는 다음과 같다.

X	1	2	3	합계
$P(X=x)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$	1

X의 평균은

$$E(X)=1\times\frac{1}{2}+2\times\frac{1}{3}+3\times\frac{1}{6}=\frac{5}{3}$$

따라서 X의 분산과 표준편차는

$$V(X)=E(X^2)-\{E(X)\}^2=1^2\times\frac{1}{2}+2^2\times\frac{1}{3}+3^2\times\frac{1}{6}-(\frac{5}{3})^2=\frac{5}{9}$$

$$\sigma(X)=\sqrt{\frac{5}{9}}=\frac{\sqrt{5}}{3}$$

194) $V(X)=\frac{665}{324}$, $\sigma(X)=\frac{\sqrt{665}}{18}$

195) 풀이 참조
(1) $E(2X+3)=23$, $V(2X+3)=20$, $\sigma(2X+3)=2\sqrt{5}$
(2) $E(-X+1)=-9$, $V(-X+1)=5$, $\sigma(-X+1)=\sqrt{5}$

196) $E(Z)=0$, $V(Z)=1$
$E(X)=m$, $V(X)=\sigma^2$이므로

$$E(Z)=E\left(\frac{X-m}{\sigma}\right)=\frac{1}{\sigma}E(X)-\frac{m}{\sigma}=\frac{m}{\sigma}-\frac{m}{\sigma}=0$$

$$V(Z)=V\left(\frac{X-m}{\sigma}\right)=\frac{1}{\sigma^2}V(X)=\frac{1}{\sigma^2}\times\sigma^2=1$$

197) $a=2$, $b=-40$

198) 풀이 참조
[상민] $E(T)=E\left(100+20\left(\frac{X-m}{\sigma}\right)\right)$

$$=100+20\times\frac{\mathrm{E}(X)-m}{\sigma}=100$$

$$\sigma(T)=\sigma\left(100+20\left(\frac{X-m}{\sigma}\right)\right)=\frac{20}{\sigma}\times\sigma(X)=20$$

따라서 표준 점수 T의 평균은 100점, 표준편차는 20점이다.
[세미] 주어진 식에 $X=90$, $m=60$, $\sigma=15$를 대입하면

$$T=100+20\times\frac{90-60}{15}=140$$

따라서 구하는 표준 점수는 140점이다.

199) $\mathrm{P}(X=x)={}_5\mathrm{C}_x\times0.3^x\times0.7^{5-x}$ $(x=0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5)$

200) 풀이 참조
발아율이 60%인 어떤 식물의 씨앗 100개 중에서 발아하는 씨앗의 수

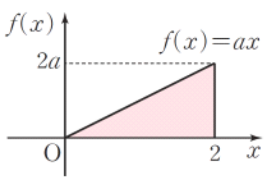
201)
왼손잡이의 수를 확률변수 X라고 하면 왼손잡이일 확률이 0.06이므로 X는 이항분포 $\mathrm{B}(5, 0.06)$을 따른다.
이때 왼손잡이가 많아야 1명이려면 $X\le1$이어야 하므로
$\mathrm{P}(X\le1)=\mathrm{P}(X=0)+\mathrm{P}(X=1)$
$={}_5\mathrm{C}_0\times0.06^0\times0.94^5+{}_5\mathrm{C}_1\times0.06^1\times0.94^4$
$=0.9681287104$
따라서 구하는 확률은 0.968이다.

202) 0.021

203) $\mathrm{E}(X)=6$, $\mathrm{V}(X)=4$, $\sigma(X)=2$

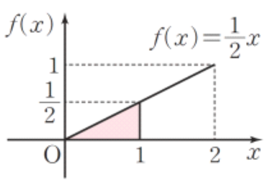
204) 평균: 30장, 표준편차: $3\sqrt{3}$장

205) (1) $a=\frac{1}{2}$　　(2) $\frac{1}{4}$
(1) $f(x)\ge0$이어야 하므로 $a\ge0$
$f(x)$의 그래프는 오른쪽 그림과 같고,
이 그래프와 x축 및 직선 $x=2$로 둘러싸인 부분의 넓이가 1이어야 하므로



$$\frac{1}{2}\times2\times2a=1,\ a=\frac{1}{2}$$

(2) 구하는 확률은 오른쪽 그림에서 $f(x)$의 그래프와 x축 및 직선 $x=1$로 둘러싸인 부분의 넓이이므로

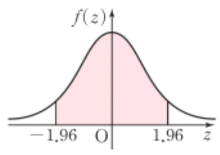


$$\mathrm{P}(0\le X\le1)=\frac{1}{2}\times1\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$$

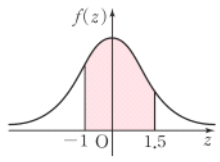
206) $\frac{1}{2}$

207) (1) $m_\mathrm{A}<m_\mathrm{B}=m_\mathrm{C}$　(2) $\sigma_\mathrm{A}=\sigma_\mathrm{B}<\sigma_\mathrm{C}$

208) (1) 0.9500 (2)0.7745
(1) $\mathrm{P}(-1.96\le Z\le1.96)$
$=\mathrm{P}(-1.96\le Z\le0)+\mathrm{P}(0\le Z\le1.96)$
$=2\times\mathrm{P}(0\le Z\le1.96)$
$=2\times0.4750=0.9500$



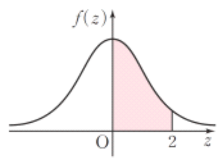
(2) $\mathrm{P}(-1\le Z\le1.5)$
$=\mathrm{P}(-1\le Z\le0)+\mathrm{P}(0\le Z\le1.5)$
$=\mathrm{P}(0\le Z\le1)+\mathrm{P}(0\le Z\le1.5)$
$=0.3413+0.4332=0.7745$



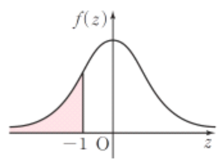
209) ①-㉢-㉮, ②-㉡-㉰, ③-㉠-㉯

210) (1) 1.36　(2) 2.23

211) (1) 0.4772 (2)0.1587
확률변수 X의 평균이 1, 표준편차가 $\sqrt{4}=2$이므로 확률변수 $Z=\frac{X-1}{2}$은 표준정규분포 $\mathrm{N}(0,1)$을 따른다.
(1) $\mathrm{P}(1\le X\le5)=\mathrm{P}\left(\frac{1-1}{2}\le\frac{X-1}{2}\le\frac{5-1}{2}\right)$
$=\mathrm{P}(0\le Z\le2)$
$=0.4772$



(2)$\mathrm{P}(X\le-1)=\mathrm{P}\left(\frac{X-1}{2}\le\frac{-1-1}{2}\right)$
$=\mathrm{P}(Z\le-1)=\mathrm{P}(Z\ge1)$
$=0.5-\mathrm{P}(0\le Z\le1)$
$=0.5-0.3413=0.1587$



212) 풀이 참조
(1) 100, 10, $-1\le Z\le2$, 0.8185
(2) 100, 10, $Z\ge105$, 0.0668

213) 0.0228
음료의 양을 확률변수 X라고 하면 X는 정규분포 $\mathrm{N}(500, 25)$를 따른다.
따라서 구하는 확률은
$\mathrm{P}(X\le490)=\mathrm{P}\left(Z\le\frac{490-500}{5}\right)$
$=\mathrm{P}(Z\le-2)$
$=\mathrm{P}(Z\ge2)$
$=0.5-\mathrm{P}(0\le Z\le2)$
$=0.5-0.4772=0.0228$

214) 0.0668

215) 풀이 참조
수학 과목의 점수를 확률변수 X라고 하면
$\mathrm{P}(X\ge70)=\mathrm{P}(Z\ge\frac{70-55}{6})$
$=\mathrm{P}(Z\ge2.5)=0.0062$
이므로 태호의 수학 과목의 점수는 상위 0.62%이다.
영어 과목의 점수를 확률변수 Y라고 하면

$P(Y\ge 80)=P(Z\ge \frac{80-75}{5})$

$=P(Z\ge 1)=0.1587$

이므로 태호의 영어 과목의 점수는 상위 15.87 %이다.
따라서 수학 과목에서 태호보다 시험을 잘 본 학생의 비율이 작으므로 내신 등급은 수학 과목이 영어 과목보다 더 높다.

216) (1) 0.8185 (2) 0.1587

217) 0.8185
학생 400명 중에서 학교생활에 만족한다고 응답한 학생 수를 확률변수 X라고 하면 X는 $n=400$인 이항분포 $B(400, \frac{4}{5})$를 따른다.
이때 $np\ge 5$, $nq\ge 5$이므로 n은 충분히 크고, $np=320$, $npq=64$이므로 X는 정규분포 $N(320, 64)$를 따른다.
따라서 구하는 확률은

$P(312\le X\le 336)=P\left(\frac{312-320}{8}\le Z\le \frac{336-320}{8}\right)$

$=P(-1\le Z\le 2)$

$=P(0\le Z\le 1)+P(0\le Z\le 2)$

$=0.3413+0.4772$

$=0.8185$

218) 0.0228

219) $E(X)=2$, $V(X)=\frac{2}{5}$

220) $E(X)=25$, $V(X)=\frac{75}{4}$, $\sigma(X)=\frac{5\sqrt{3}}{2}$

221) 1

222) (1) 0.8413 (2) 0.9759

223) $\sigma(X)=\frac{\sqrt{38}}{9}$

$\frac{1}{a}+\frac{3}{a}+\frac{5}{a}=1$이므로 $a=9$

즉, $P(X=x)=\frac{2x-1}{9}(x=1,\ 2,\ 3)$이므로

$E(X)=1\times\frac{1}{9}+2\times\frac{1}{3}+3\times\frac{5}{9}=\frac{22}{9}$

$V(X)=1^2\times\frac{1}{9}+2^2\times\frac{1}{3}+3^2\times\frac{5}{9}-\left(\frac{22}{9}\right)^2=\frac{38}{81}$

따라서 $\sigma(X)=\frac{\sqrt{38}}{9}$

224) 평균: $\frac{5}{2}$, 분산: $\frac{5}{4}$
점검 횟수를 확률변수 X라고 하면

$P(X=1)=\frac{1}{4}$, $P(X=2)=\frac{3}{4}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{4}$

$P(X=3)=\frac{3}{4}\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$

$P(X=4)=\frac{3}{4}\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}\times 1=\frac{1}{4}$

즉, $E(X)=1\times\frac{1}{4}+2\times\frac{1}{4}+3\times\frac{1}{4}+4\times\frac{1}{4}=\frac{5}{2}$

$V(X)=1^2\times\frac{1}{4}+2^2\times\frac{1}{4}+3^2\times\frac{1}{4}+4^2\times\frac{1}{4}-\left(\frac{5}{2}\right)^2=\frac{5}{4}$

따라서 평균은 $\frac{5}{2}$, 분산은 $\frac{5}{4}$이다

225) $a=2, b=-1$
$E(Y)=aE(X)+b=50a+b=99$ ⋯⋯ ①
$V(Y)=a^2V(X)=30a^2=120$ ⋯⋯ ②
①, ② 에서 $a=2, b=-1$

226) $E(X)=150$, $V(X)=75$
확률변수 X는 이항분포 $B\left(300, \frac{1}{2}\right)$을 따르므로

$E(X)=300\times\frac{1}{2}=150$

$V(X)=300\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=75$

227) $x=6$
빨간 공이 나오는 횟수를 확률변수 X라고 하면 X는 이항분포 $B\left(10, \frac{x}{30}\right)$를 따른다.

$E(X)=10\times\frac{x}{30}=2$에서 $x=6$

228) $\frac{2}{5}$
$f(x)$의 그래프와 x축 및 직선 $x=3$으로 둘러싸인 부분의 넓이는 1이므로

$\frac{1}{2}\times 1\times k+\frac{1}{2}\times 2\times 2k=1, k=\frac{2}{5}$

따라서 $P(X\le 2)=2\times\left(\frac{1}{2}\times 1\times\frac{2}{5}\right)=\frac{2}{5}$

229) $m=50$
정규분포 $N(m, \sigma^2)$의 확률밀도함수의 그래프는 직선 $x=m$에 대하여
대칭이고,
$P(X\ge 48)=P(X\le 51)$이므로 $m=\frac{48+52}{2}=50$

230) 0.8413
주스 한 잔의 양을 확률변수 X라고 하면

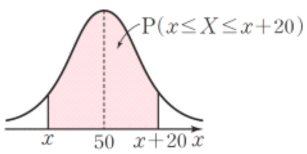
$P(X\le 153)=P(Z\le \frac{153-150}{3})$

$=P(Z\le 1)=0.8413$

231) 0.1498
문학 도서 수를 확률변수 X라고 하면 X는 이항분포 $B\left(600, \frac{2}{5}\right)$를
따른다.
이때 $np \geq 5, nq \geq 5$이므로 n은 충분히 크고, $np=240$, $npq=144$이므로
X는 정규분포 $N(240, 144)$를 따른다.
따라서 구하는 확률은
$P(246 \leq X \leq 252)$
$=P\left(\frac{246-240}{12} \leq Z \leq \frac{252-240}{12}\right)$
$=P(0.5 \leq Z \leq 1)=0.1498$

232) 87.5
수학 과목의 점수를 확률변수 X라고 하면 X는 정규분포 $N(70, 100)$을 따른다.
수학 과목에서 1등급을 받기 위한 최저 점수를 c점 $(c>70)$이라고
하면
$P(X \geq c)=P\left(Z \geq \frac{c-70}{10}\right)=0.04$
즉, $P(0 \leq Z \leq \frac{c-70}{10})=0.46$에서 $\frac{c-70}{10}=1.75$이므로
$c=87.5$
따라서 1등급을 받기 위한 최저 점수는 87.5점이다.

233) 0.9544
$F(x+230)-F(x)=P(X \leq x+20)-P(X \leq x)$
$=P(x \leq X \leq x+20)$
오른쪽 그림에서
$P(x \leq X \leq x+20)$
이 최대가 되려면
$\frac{x+(x+20)}{2}=50$
즉, $x=40$
따라서 구하는 최댓값은
$P(40 \leq X \leq 60)=P(-2 \leq Z \leq 2)=0.9544$



234) 0.8413
B학과의 합격자 중에서 등록을 하지 않은 학생 수를 확률변수 X라고 하면 X는 이항분포 $B(100, 0.1)$을 따른다.
이때 $np \geq 5, nq \geq 5$이므로 n은 충분히 크고, $np=10$, $npq=9$이므로 X는 정규분포 $N(10, 9)$를 따른다.
예린이가 이 학과에 합격하려면 합격자 중에서 등록을 하지 않은 학생 수가 7명 이상이어야 하므로 구하는 확률은
$P(X \geq 7)=P(Z \geq \frac{7-10}{3})$
$=P(Z \geq -1)=0.8413$

235) $\frac{1}{4}$
태어난 자녀의 성염색체는 오른쪽 표와 같으므로 구하는 확률은 $\frac{1}{4}$이다.

모 \ 부	X	Y
X	XX	XY
X′	XX′	X′Y

236) $\frac{67}{256}$
색각 이상자인 자녀의 수를 확률변수 X라고 하면 2명 이상이 색각 이상자일 확률은
$P(X \geq 2)$
$=1-P(X=0)-P(X=1)$
$=1-{}_4C_0 \times \left(\frac{1}{4}\right)^0 \times \left(\frac{3}{4}\right)^4-{}_4C_1 \times \left(\frac{1}{4}\right)^1 \times \left(\frac{3}{4}\right)^3$
$=1-\frac{81}{256}-\frac{108}{256}=\frac{67}{256}$

237) 0.1587
색각 이상자인 자녀의 수를 확률변수 X라고 하면 X는 이항분포 $B\left(192, \frac{1}{4}\right)$을 따른다.
이때 $np \geq 5, nq \geq 5$이므로 n은 충분히 크고, $np=48$, $npq=36$이므로 X는 정규분포 $N(48, 36)$을 따른다.
따라서 색각 이상자가 42명 이하일 확률은
$P(X \leq 42)=P\left(Z \leq \frac{42-48}{6}\right)$
$=P(Z \leq -1)=0.1587$

238) ⑴, ⑵, ⑶ 표본조사, ⑷ 전수조사

239) 선거의 여론 조사

240) 풀이 참조
우리 반 학생 35명을 번호 순으로 1부터 35까지 자연수와 대응시킨 후, 5명을 이지통계를 이용하여 추출하였더니
12, 32, 2, 7, 20이었다. 그 결과는 서로 다르다.

241) 평균: 15만원 , 표준편차: $\frac{2}{5}$만원

242) 풀이참조
모평균을 m, 표본평균을 $\overline{X}$ 라고 하면
[세민] $\overline{X}$ 와 m은 다를 수 있으므로 항상 옳은 것은 아니다.
[태호] $E(\overline{X})=m$이므로 옳다.

243) 0.9974
이 기계에서 생산된 제품의 길이를 확률변수 X라고 하면 X는 정규분포 $N(2.73, 0.0009)$를 따르므로 임의추출한 제품 9개의 길이의 평균을 $\overline{X}$라고 하면 $\overline{X}$는 정규분포 $N(2.73, 0.0001)$을 따른다.
따라서 확률변수 $Z=\frac{\overline{X}-2.73}{0.01}$은 표준정규분포 $N(0, 1)$을 따르므로 구하는 확률은
$P(2.7 \leq \overline{X} \leq 2.76)=P\left(\frac{2.7-2.73}{0.01} \leq Z \leq \frac{2.76-2.73}{0.01}\right)$
$=P(-3 \leq Z \leq 3)$
$=2 \times P(0 \leq Z \leq 3)$
$=2 \times 0.4987=0.9974$

244) 0.1587

245) $\overline{x}-2.58\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \le m \le \overline{x}+2.58\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

$\mathrm{P}(-2.58 \le Z \le 2.58)=0.99$이므로 모평균 m에 대한 신뢰도 $99\,\%$의 신뢰구간은

$\overline{x}-2.58\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \le m \le \overline{x}+2.58\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

246) 풀이 참조

표본의 크기는 $n=100$, 표본평균의 실제 관측값은 $\overline{x}=2000$, 모표준편차는 $\sigma=100$이므로 이 가게에서 만든 피자 한 판의 열량의 평균 m에 대한 신뢰도 $95\,\%$의 신뢰구간은

$2000-1.96\frac{100}{\sqrt{100}} \le m \le 2000+1.96\frac{100}{\sqrt{100}}$

따라서 $1980.4 \le m \le 2019.6$ (단위: kcal)

즉, 1980.4 kcal 이상 2019.6 kcal 이하인 범위에 이 가게에서 만든 피자 한 판의 열량의 평균이 포함되어 있다는 추정의 신뢰도가 $95\,\%$이다.

247) 풀이 참조

(1) 50초 (2) $49.484 \le m \le 50.516$ (단위: 초)

(3) 49.484초 이상 50.516초 이하인 범위에 이 선수의 자유형 100m 기록의 평균이 포함되어 있다는 추정의 신뢰도가 $99\,\%$이다.

248) 97

모표준편차는 $\sigma=0.5$이므로 모평균 m을 신뢰도 $95\,\%$로 추정할 때의 신뢰구간의 길이는

$2\times1.96\times\frac{0.5}{\sqrt{n}}=\frac{1.96}{\sqrt{n}}$

신뢰구간의 길이가 0.2 이하이려면 $\frac{1.96}{\sqrt{n}} \le 0.2$에서 $\sqrt{n} \ge 9.8$,

$n \ge 96.04$

따라서 n의 최솟값은 97이다.

249) 107

250) 풀이 참조

모평균 m에 대한 신뢰도 $95\,\%$의 신뢰구간의 길이는

$2\times1.96\times\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ …… ①

[윤아] ①의 값은 모표준편차 σ에 정비례한다. 따라서 σ가 커지면 그 길이는 길어지므로 옳다.

[태호] ①의 값은 $\overline{x}$에 영향을 받지 않으므로 옳지 않다

251) (1), (2), (3) 표본조사, (4) 전수조사

252) (1) 10 (2) 4 (3) 2

253) $46.08 \le m \le 53.92$

254) (1)$\frac{1}{3}$ (2)$\frac{1}{3}$

(1)

X	1	1.5	2	2.5	3	합계
$\mathrm{P}(X=x)$	$\frac{1}{9}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{1}{9}$	1

따라서 구하는 확률은 $\frac{1}{3}$

(2)

X	1.5	2	2.5	합계
$\mathrm{P}(X=x)$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	1

따라서 구하는 확률은 $\frac{1}{3}$

255) $\mathrm{E}(\overline{X}^2)=\frac{19}{2}$

공 5개 중에서 1개를 꺼낼 때, 공에 적힌 숫자를 확률변수 X라고 하면 확률질량함수는

$\mathrm{P}(X=x)=\frac{1}{5}(x=1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5)$

이므로

$\mathrm{E}(X)=1\times\frac{1}{5}+2\times\frac{1}{5}+3\times\frac{1}{5}+4\times\frac{1}{5}+5\times\frac{1}{5}=3$

$\mathrm{V}(X)=1^2\times\frac{1}{5}+2^2\times\frac{1}{5}+3^2\times\frac{1}{5}+4^2\times\frac{1}{5}+5^2\times\frac{1}{5}-3^2=2$

따라서 $\mathrm{E}(\overline{X})=3, \mathrm{V}(\overline{X})=\frac{1}{2}$이므로

$\mathrm{E}(\overline{X}^2)=\mathrm{V}(\overline{X})+\{\mathrm{E}(\overline{X})\}^2=\frac{19}{2}$

256) 40000

$\frac{2}{\sqrt{n}} \le 0.01$에서 $n \ge 40000$

따라서 n의 최솟값은 40000이다.

257) 100

표본평균 $\overline{X}$는 정규분포 $\mathrm{N}\left(100, \frac{100}{n}\right)$을 따르고,

$\mathrm{P}(98 \le \overline{X} \le 102)=0.9544$이므로

$\mathrm{P}\left(\frac{98-100}{\frac{10}{\sqrt{n}}} \le Z \le \frac{102-100}{\frac{10}{\sqrt{n}}}\right)=0.9544$

$\mathrm{P}\left(-\frac{\sqrt{n}}{5} \le Z \le \frac{\sqrt{n}}{5}\right)=0.9544$

즉, $\mathrm{P}\left(0 \le Z \le \frac{\sqrt{n}}{5}\right)=0.4772$이고,

$\mathrm{P}(0 \le Z \le 2)=0.4772$이므로 $\frac{\sqrt{n}}{5}=2$

따라서 $n=100$

258) 0.4672

표본평균 $\overline{X}$는 정규분포 $\mathrm{N}\left(m, \frac{\sigma^2}{n}\right)$을 따르므로

$\mathrm{P}\left(\overline{X} \ge m+\frac{2}{\sqrt{n}}\right)=\mathrm{P}\left(Z \ge \frac{(m+\frac{2}{\sqrt{n}})-m}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}\right)=\mathrm{P}\left(Z \ge \frac{2}{\sigma}\right)$

따라서 $p_1+p_2=\mathrm{P}(Z \ge 1)+\mathrm{P}(Z \ge 0.5)=0.4672$

259) 0.0228
승객 1명의 수화물 무게를 확률변수 X라고 하면 X는 정규분포 $\mathrm{N}(14, 4)$를 따르므로 표본평균 $\overline{X}$는 정규분포 $\mathrm{N}(14, 1)$을 따른다.
따라서 구하는 확률은
$\mathrm{P}(\overline{X} \geq 16) = \mathrm{P}\left(Z \geq \frac{16-14}{1}\right) = \mathrm{P}(Z \geq 2) = 0.0228$

260) 풀이 참조
$n=100$, $\overline{x}=175$, $\sigma=5$이므로 m에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간은
$175 - 1.96 \times \frac{5}{\sqrt{100}} \leq m \leq 175 + 1.96 \times \frac{5}{\sqrt{100}}$
따라서 $174.02 \leq m \leq 175.98$ (단위: cm)
즉, 174.02 cm 이상 175.98 cm 이하인 범위에 이 고등학교 학생들의 키의 평균이 포함되어 있다는 추정의 신뢰도가 95 %이다.

261) 0.258
$2 \times 2.58 \times \frac{1}{\sqrt{400}} = 0.258$

262) 246
신뢰구간의 길이는 $2 \times 1.96 \frac{4}{\sqrt{n}} = \frac{15.68}{\sqrt{n}}$
이때 $\frac{15.68}{\sqrt{n}} < 1$이므로 $\sqrt{n} > 15.68, n > 245.8624$
따라서 n의 최솟값은 246이다.

263) 240
표본평균 $\overline{X}$는 정규분포 $\mathrm{N}\left(m, \frac{9}{n}\right)$를 따르고,
$\mathrm{P}(|\overline{X} - m| \leq 0.5) \geq 0.99$이어야 하므로
$\mathrm{P}(-0.5 \leq \overline{X} - m \leq 0.5) \geq 0.99$
$\mathrm{P}\left(-\frac{0.5}{\frac{3}{\sqrt{n}}} \leq Z \leq \frac{0.5}{\frac{3}{\sqrt{n}}}\right) \geq 0.99$
$\mathrm{P}\left(-\frac{\sqrt{n}}{6} \leq Z \leq \frac{\sqrt{n}}{6}\right) \geq 0.99$
즉, $\mathrm{P}\left(0 \leq Z \leq \frac{\sqrt{n}}{6}\right) \geq 0.495$이므로 $\frac{\sqrt{n}}{6} \geq 2.58$에서
$\sqrt{n} \geq 15.48, n \geq 239.6304$
따라서 n의 최솟값은 240이다.

264) 0.0013
배터리 1개의 수명을 확률변수 X라고 하면 X는 정규분포 $\mathrm{N}(20, 1)$을
따른다.
배터리 4개의 수명을 각각 X_1, X_2, X_3, X_4라고 하면 표본평균 $\overline{X}$는
$\overline{X} = \frac{X_1 + X_2 + X_3 + X_4}{4}$
이때 표본평균 $\overline{X}$는 정규분포 $\mathrm{N}(20, \frac{1}{4})$을 따르므로 구하는 확률은
$\mathrm{P}(X_1 + X_2 + X_3 + X_4 \geq 86)$
$= \mathrm{P}(\overline{X} \geq 21.5)$
$= \mathrm{P}\left(Z \geq \frac{21.5-20}{0.5}\right)$
$= \mathrm{P}(Z \geq 3) = 0.0013$

265) 96
$n=100$, $\overline{x}=65$, $\sigma=10$이므로 확률변수 Z가 표준정규분포 $\mathrm{N}(0, 1)$을 따를 때, $\mathrm{P}(|Z| \leq c) = \frac{\alpha}{100}$를 만족시키는 양수 c에 대하여 모평균 m에 대한 신뢰도 α%의 신뢰구간은
$65 - c \times \frac{10}{\sqrt{100}} \leq m \leq 65 + c \times \frac{10}{\sqrt{100}}$
즉, $65 - c \leq m \leq 65 + c$에서 $c = 2$
따라서 $\mathrm{P}(|Z| \leq 2) = 2 \times \mathrm{P}(0 \leq Z \leq 2) = 0.96$이므로
$\alpha = 96$

266) 풀이 참조
예 주제: 전교생 400명이 지난 1년 동안 본 영화의 수
(1) 이지통계를 이용하여 학생 30명을 추출한 다음 정한 주제에 대한 표본 30개를 적었더니
13, 3, 7, 12, 5, 9, 6, 13, 14, 10, 9, 6, 15, 13, 8, 5, 7, 12, 15, 12, 9, 11, 14, 10, 7, 13, 3, 2, 3, 4
이었다.
(2) 추정 과정 ①~③을 따라 표본평균과 표본표준편차를 구하면 표본평균은 9편, 표본표준편차는 4편이다.
전교생 400명이 지난 1년 동안 본 영화의 수의 평균 m에 대한 신뢰도 95 %의 신뢰구간은
$9 - 1.96 \times \frac{4}{\sqrt{400}} \leq m \leq 9 + 1.96 \times \frac{4}{\sqrt{400}}$
따라서 $8.608 \leq m \leq 9.392$ (단위: 편)
즉, 8.608편 이상 9.392편 이하인 범위에 전교생 400명이 지난 1년 동안 본 영화의 수의 평균이 포함되어 있다는 추정의 신뢰도가 95 %이다.

267) ①

268) $\frac{2}{3}$
확률변수 X의 확률분포표는 다음과 같다.

X	-2	-1	0	2	합계
$\mathrm{P}(X=x)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{6}$	1

따라서 $\mathrm{P}(X \geq 0) = \mathrm{P}(X=0) + \mathrm{P}(X=2) = \frac{2}{3}$

269) $\mathrm{E}(X) = 10$, $\mathrm{V}(X) = 8$
확률변수 X는 이항분포 $\mathrm{B}\left(50, \frac{1}{5}\right)$을 따르므로
$\mathrm{E}(X) = 10, \mathrm{V}(X) = 8$

270) $\mathrm{E}(X) = 250$, $\mathrm{V}(X) = 12500$
100원짜리 동전 5개를 동시에 던져서 앞면이 나오는 동전의 개수를 확률변수 Y라고 하면 Y는 이항분포 $\mathrm{B}\left(5, \frac{1}{2}\right)$을 따

르므로

$\mathrm{E}(Y)=\frac{5}{2}, \mathrm{V}(Y)=\frac{5}{4}$

$X=100Y$ 이므로

$\mathrm{E}(X)=\mathrm{E}(100Y)=100\mathrm{E}(Y)=250$

$\mathrm{V}(X)=\mathrm{V}(100Y)=100^2\mathrm{V}(Y)=12500$

271) $\frac{1}{2}$

272)
나무 1그루당 감귤의 수확량을 확률변수 X라고 하면 X는 정규분포 $\mathrm{N}(30, 2.25)$를 따르므로

$\mathrm{P}(X \geq 34.5)=\mathrm{P}(Z \geq 3)=0.0013$

따라서 수확량이 $34.5kg$ 이상인 나무는 13그루이다.

273) 0.8185
자율 학습을 하는 학생 수를 확률변수 X라고 하면 X는 이항분포 $\mathrm{B}(150, \frac{3}{5})$을 따른다.

이때 $np \geq 5$, $nq \geq 5$이므로 n은 충분히 크고, $np=90$, $npq=36$이므로 X는 정규분포 $\mathrm{N}(90, 36)$을 따른다.

따라서 구하는 확률은

$\mathrm{P}(84 \leq Z \leq 102)=\mathrm{P}(-1 \leq Z \leq 2)=0.8185$

274) $\mathrm{E}(\overline{X})=\frac{7}{4}$, $\mathrm{V}(\overline{X})=\frac{11}{32}$, $\sigma(\overline{X})=\frac{\sqrt{22}}{8}$

주머니에서 공 1개를 꺼냈을 때, 공에 적힌 숫자를 확률변수 X라고 하면 X의 확률분포표는 다음과 같다.

X	1	2	3	합계
$\mathrm{P}(X=x)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	1

$\mathrm{E}(X)=\frac{7}{4}$, $\mathrm{V}(X)=\frac{11}{16}$, $\sigma(X)=\frac{\sqrt{11}}{4}$이므로

$\mathrm{E}(\overline{X})=\frac{7}{4}$, $\mathrm{V}(\overline{X})=\frac{11}{32}$, $\sigma(\overline{X})=\frac{\sqrt{22}}{8}$

275) $m=5$

$\mathrm{E}(\overline{X})=m$, $\mathrm{V}(\overline{X})=4$이고,

$\mathrm{V}(\overline{X})=\mathrm{E}(\overline{X}^2)-\{\mathrm{E}(\overline{X})\}^2$이므로

$\mathrm{E}(\overline{X}^2)=m^2+4$

따라서 $m^2+4=29$이므로 $m^2=25$

이때 $m>0$이므로 $m=5$

276) $24.355 \leq m \leq 25.645$

$n=64$, $\overline{x}=25$, $\sigma=2$이므로 m에 대한 신뢰도 $99\,\%$의 신뢰구간은

$25-2.58\times\frac{2}{\sqrt{64}} \leq m \leq 25+2.58\times\frac{2}{\sqrt{64}}$

즉, $24.355 \leq m \leq 25.645$ (단위: cm)

277) (1) $a=\frac{1}{2}$ (2) 6

(1) $a+a^2+\frac{1}{4}=1$이므로 $4a^2+4a-3=0$

$(2a-1)(2a+3)=0$, $a=\frac{1}{2}$ 또는 $a=-\frac{3}{2}$

그런데 $a \geq 0$이므로 $a=\frac{1}{2}$

(2) $\mathrm{E}(X)=2\times\frac{1}{2}+4\times\frac{1}{4}+8\times\frac{1}{4}=4$

따라서

$\mathrm{V}(X)=\mathrm{E}(X^2)-\{\mathrm{E}(X)\}^2$

$=2^2\times\frac{1}{2}+4^2\times\frac{1}{4}+8^2\times\frac{1}{4}-4^2=6$

278) $\mathrm{E}(X)=5$, $\mathrm{V}(X)=\frac{125}{2}$

주사위 1개를 10번 던질 때, 홀수의 눈이 나오는 횟수를 확률변수 Y라고 하면 Y는 이항분포 $\mathrm{B}\left(10, \frac{1}{2}\right)$을 따른다.

이때 짝수의 눈이 나오는 횟수는 $10-Y$이므로

$X=3Y-2(10-Y)=5Y-20$

$\mathrm{E}(Y)=10\times\frac{1}{2}=5, \mathrm{V}(Y)=10\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{5}{2}$이므로

$\mathrm{E}(X)=\mathrm{E}(5Y-20)=5\mathrm{E}(Y)-20$

$=5\times5-20=5$

$\mathrm{V}(X)=\mathrm{V}(5Y-20)=25\mathrm{V}(Y)$

$=25\times\frac{5}{2}=\frac{125}{2}$

279) 0.0013
동전 1개를 100번 던져서 앞면이 나오는 횟수를 확률변수 X라고 하면 X는 이항분포 $\mathrm{B}\left(100, \frac{1}{2}\right)$을 따른다.

이때 $np \geq 5, nq \geq 5$이므로 n은 충분히 크고, $np=50$, $npq=25$이므로 X는 정규분포 $\mathrm{N}(50, 25)$를 따른다.

이때 뒷면이 나오는 횟수는 $100-X$이므로 게임의 점수는

$4X-2(100-X)=6X-200$

따라서 구하는 확률은

$\mathrm{P}(6X-200 \geq 190)$

$=\mathrm{P}(X \geq 65)=\mathrm{P}\left(Z \geq \frac{65-50}{5}\right)$

$=\mathrm{P}(Z \geq 3)=0.0013$

280) 0.0228

모집단의 확률분포가 정규분포 $\mathrm{N}\left(5, \frac{225}{4}\right)$일 때, 표본평균 $\overline{X}$는 정규분포 $\mathrm{N}\left(5, \frac{1}{4}\right)$을 따른다.

따라서 구하는 확률은

$\mathrm{P}(\overline{X} \geq 6)=\mathrm{P}\left(Z \geq \frac{6-5}{\frac{1}{2}}\right)$

$=\mathrm{P}(Z \geq 2)=0.0228$

281) 385
모집단의 확률분포가 정규분포 $\mathrm{N}(17, 16)$일 때, 표본평균 $\overline{X}$는

정규분포 $N\left(17, \frac{16}{n}\right)$을 따른다.
$P(16.6 \le \overline{X} \le 17.4) \ge 0.95$에서
$P\left(\frac{16.6-17}{\frac{4}{\sqrt{n}}} \le Z \le \frac{17.4-17}{\frac{4}{\sqrt{n}}}\right) \ge 0.95$
$P\left(-\frac{\sqrt{n}}{10} \le Z \le \frac{\sqrt{n}}{10}\right) \ge 0.95$
즉, $2 \times P\left(0 \le Z \le \frac{\sqrt{n}}{10}\right) \ge 0.95$이므로
$P\left(0 \le Z \le \frac{\sqrt{n}}{10}\right) \ge 0.475$
이때 $P(0 \le Z \le 1.96) \ge 0.475$이므로
$\frac{\sqrt{n}}{10} \ge 1.96$
즉, $\sqrt{n} \ge 19.6$, $n \ge 384.16$
따라서 n의 최솟값은 385이다.

282) 4
$l = 2 \times 1.96 \times \frac{\sigma}{\sqrt{n_1}}$, 즉 $l = 3.92\frac{\sigma}{\sqrt{n_1}}$
$2l = 2 \times 1.96 \times \frac{\sigma}{\sqrt{n_2}}$, 즉 $l = 1.96\frac{\sigma}{\sqrt{n_2}}$
위의 두 식에서 $3.92\frac{\sigma}{\sqrt{n_1}} = 1.96\frac{\sigma}{\sqrt{n_2}}$이므로
$\frac{\sqrt{n_1}}{\sqrt{n_2}} = 2$, 즉 $\frac{n_1}{n_2} = 4$

283) $a = \frac{1}{4}, b = \frac{1}{2}$
$a + b + \frac{1}{4} = 1$이므로 $a + b = \frac{3}{4}$ …… ①
$E(X) = \frac{9}{4}$ 이므로 $a + 2b = \frac{5}{4}$ …… ②
①, ②에서 $a = \frac{1}{4}, b = \frac{1}{2}$

284) $a = 3, b = 2$
$E(aX + b) = aE(X) + b$이므로
$9a + b = 29$ …… ①
$V(bX + a) = b^2V(X)$이므로
$16b^2 = 64$ …… ②
①, ②에서 $a = 3$, $b = 2$

285) 3
확률변수 X의 확률분포표는 다음과 같다.

X	1	2	3	합계
$P(X=x)$	$\frac{3}{10}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{1}{10}$	1

$E(X) = \frac{4}{5}$ 이므로 $E(5X-1) = 5E(X) - 1 = 3$

286) $E(X) = 6$, $V(X) = 2.4$

287) $p = \frac{2}{3}$, $n = 10$
$P(X=1) = {}_nC_1 p(1-p)^{n-1} = np(1-p)^{n-1}$
$P(X=0) = {}_nC_0 p(1-p)^n = (1-p)^n$
(가)에서 $np(1-p)^{n-1} = 20(1-p)^n$이므로
$np = 20(1-p)$
(나)에서 $np = \frac{20}{3}$이므로 $\frac{20}{3} = 20(1-p)$
따라서 $p = \frac{2}{3}$, $n = 10$

288) $\frac{1}{2}$
$V(X) = np(1-p) = -n(p-\frac{1}{2})^2 + \frac{n}{4}$
그런데 $0 \le p \le 1$이므로 $V(X)$가 최대가 되기 위한 p의 값은 $\frac{1}{2}$이다.

289) $\frac{1}{4}$

290) 0.2417

291) 6
$P(30 - b \le X \le 30 + b) = P(-\frac{b}{3} \le Z \le \frac{b}{3})$,
$P(38 \le Y \le 42) = P\left(-\frac{2}{a} \le Z \le \frac{2}{a}\right)$이므로 $\frac{b}{3} = \frac{2}{a}$
따라서 $ab = 6$

292) ③
호두과자 한 봉지의 무게를 확률변수 X라고 하면 X는 정규분포
N(300, 25)를 따르므로 구하는 확률은
$P(295 \le X \le 310) = P(-1 \le Z \le 2) = 0.8185$
따라서 ③이다.

293) 다은이
하은이와 다은이의 멀리뛰기 기록을 각각 확률변수 X, Y라고 하면 X, Y는 각각 정규분포 $N(5.90, 0.01)$, $N(5.85, 0.0225)$를 따른다.
$P(X \ge 6.05) = P\left(Z \ge \frac{3}{2}\right)$이고,
$P(X \ge 6.05) = P\left(Z \ge \frac{4}{3}\right)$이므로
$P(X \ge 6.05) < P(Y \ge 6.05)$
따라서 다은이가 $6.05m$ 이상 뛸 확률이 더 크므로 대표는 다은이이다.

294) 0.0228
약을 환자 100명에게 투여하였을 때, 치유될 환자 수를 확률변수 X라고 하면 X는 이항분포 $B(100, 0.9)$를 따른다.
이때 $np \ge 5, nq \ge 5$이므로 n은 충분히 크고,
$np = 90$, $npq = 9$이므로 X는 정규분포 $N(240, 144)$를 따른다.

따라서 구하는 확률은
$\mathrm{P}(X \geq 96) = \mathrm{P}(Z \geq 2) = 0.0228$

295) 0.08
물건 1개의 무게를 확률변수 X라 하고, $695g$ 이상 $705g$ 이하인
물건의 개수를 확률변수 Y라고 하자.
X는 정규분포 $\mathrm{N}(700, 100)$을 따르므로
$\mathrm{P}(695 \leq X \leq 705) = \mathrm{P}(-0.5 \leq Z \leq 0.5) = 0.40$
따라서 Y는 이항분포 $\mathrm{B}(600, 0.4)$를 따른다.
이때 $np \geq 5, nq \geq 5$이므로 n은 충분히 크고,
$np = 240$, $npq = 144$이므로 X는 정규분포 $\mathrm{N}(240, 144)$를 따른다.
따라서 구하는 확률은
$\mathrm{P}(252 \leq X \leq 258) = \mathrm{P}(1 \leq Z \leq 1.5) = 0.08$

296) $\mathrm{E}(\overline{X}) = 71$, $\mathrm{V}(\overline{X}) = 1$

297) ⑤
$\mathrm{E}(\overline{X}) = m$, $\mathrm{V}(\overline{X}) = \dfrac{\sigma^2}{n}$, $\sigma(\overline{X}) = \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}$이므로 n에 관계없이
$\mathrm{E}(\overline{X})$는 일정하고, n이 커질수록 $\mathrm{V}(\overline{X})$, $\sigma(\overline{X})$는 작아진다.
따라서 옳은 것은 ⑤이다.

298) 0.0228
표본평균 $\overline{X}$는 정규분포 $\mathrm{N}\left(9, \dfrac{9}{64}\right)$를 따르므로
$\mathrm{P}(X \geq 96) = \mathrm{P}(Z \geq 2) = 0.0228$

299) 0.0228
표본 4개를 각각 X_1, X_2, X_3, X_4라고 하면 표본평균
$\overline{X}$는 $\overline{X} = \dfrac{X_1 + X_2 + X_3 + X_4}{4}$
$S = X_1 + X_2 + X_3 + X_4$이므로 $S = 4\overline{X}$
모집단의 확률분포가 정규분포 $\mathrm{N}(10, 4)$일 때, 표본평균 $\overline{X}$는 정규분포 $\mathrm{N}(10, 1)$을 따른다.
따라서
$\mathrm{P}(S \geq 48) = \mathrm{P}(4\overline{X} \geq 48) = \mathrm{P}(\overline{X} \geq 12)$
$= \mathrm{P}(Z \geq 2) = 0.0228$

300) ④
$n = 64$, $\overline{x} = 50$, $\sigma = 2$이므로 m에 대한 신뢰도 $95\,\%$의 신뢰구간
$$50 - 1.96\frac{2}{\sqrt{64}} \leq m \leq 50 + 1.96\frac{2}{\sqrt{64}}$$
따라서 $49.51 \leq m \leq 50.49$ (단위: m)이므로 ④이다.

301) $93.55 \leq m \leq 106.45$
$n = 100$, $\overline{x} = 100$, $\sigma = 25$이므로 m에 대한 신뢰도 $99\,\%$의 신뢰구간은 $100 - 2.58\dfrac{25}{\sqrt{100}} \leq m \leq 100 + 2.58\dfrac{25}{\sqrt{100}}$
따라서 $93.55 \leq m \leq 106.45$ (단위: 분)

302) 400
$\overline{x} = 290$, $\sigma = 10$이므로 m에 대한 신뢰도 $95\,\%$의 신뢰구간은
$$290 - 1.96\frac{10}{\sqrt{n}} \leq m \leq 290 + 1.96\frac{10}{\sqrt{n}}$$
따라서 $\dfrac{19.6}{\sqrt{n}} = 0.98$이므로 $n = 400$

303) 196
$f(n) = 2 \times 1.96 \times \dfrac{50}{\sqrt{n}} = \dfrac{196}{\sqrt{n}}$이므로
$\{f(n)\}2 + f(n^2) = 197$에서 $\dfrac{196^2}{n} + \dfrac{196}{n} = 197$
따라서 $n = 196$

304) 84
확률변수 Z가 표준정규분포 $\mathrm{N}(0, 1)$을 따를 때,
$\mathrm{P}(|Z| \leq c) = \dfrac{\alpha}{100}$를 만족시키는 양수 c에 대하여 모평균 m에 대한
신뢰도 $\alpha\,\%$와 신뢰도 $95\,\%$의 신뢰구간의 길이는 각각
$\dfrac{5}{7}l = 2 \times c \times \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}$ …… ①
$l = 2 \times 1.96 \times \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}} = 3.92 \times \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}$ …… ②
①, ②에서 $c = 1.4$
이때 $\mathrm{P}(|Z| \leq 1.4) = 0.84$이므로 $\alpha = 84$