내신대비 모의고사

범위 : 미분-적분

시험시간 : 50분

이름 :

[객관식]

1. 함수 $F(x)$가 함수 $f(x)=3x^2-4x+2$의 한 부정적분이고 $F(0)=2$일 때, $F(1)$의 값은?

① -1 ② 1 ③ 3
④ 5 ⑤ 7

2. 정적분 $\int_0^1 (x+1)^2 dx - \int_0^1 (x-1)^2 dx$의 값은?

① 2 ② 4 ③ 6
④ 8 ⑤ 10

3. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t에서의 위치 x가 $x=t^3-4t$일 때, $t=2$에서의 점 P의 속도와 가속도를 구하면?

① 속도 : 4, 가속도 : 6 ② 속도 : 16, 가속도 : 3
③ 속도 : 8, 가속도 : 6 ④ 속도 : 8, 가속도 : 12
⑤ 속도 : 4, 가속도 : 12

4. 함수 $f(x)=x^3-2x^2+ax+b$가 $x=2$에서 극솟값 1을 가질 때, $a+b$의 값은?

① -5 ② -3 ③ 0
④ 3 ⑤ 5

5. 함수 $f(x)=ax^3-3x^2+(a-2)x+3$이 $x_1<x_2$인 임의의 실수 x_1, x_2에 대하여 항상 $f(x_1)<f(x_2)$일 때, 실수 a의 값의 범위를 구하면?

① $a \le -1$ ② $a>3$
③ $a \ge 3$ ④ $-1 \le a \le 3$
⑤ $a<-1$ 또는 $a>3$

[주관식]

6. 함수 $f(x)=-x^3-4ax^2+8ax+5$가 $x_1<x_2$인 임의의 두 실수 x_1, x_2에 대하여 $f(x_1)>f(x_2)$가 성립하도록 하는 정수 a의 개수를 구하시오.

7. 구간 $[0,\ 3]$에서 함수

$$f(x)=x^3-2x^2-4x+1$$

의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 할 때, $M+m$의 값은?

① -5　② -6　③ -7

④ -8　⑤ -9

8. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$가

$$f'(-5)=f'(-1)=0$$

을 만족시키고 함수 $f(x)$의 극댓값이 12일 때, 극솟값은?

① -17　② -18　③ -19

④ -20　⑤ -21

9. 방정식 $x^3+3x^2-k=0$의 서로 다른 실근의 개수가 1개일 때의 k값의 범위를 구하면?

① $k<0$ 또는 $k>4$　② $k>0$

③ $k\ge 0$　④ $k\le 0$ 또는 $k\ge 4$

⑤ $0<k<4$

10. 모든 실수 x에 대하여 부등식 $2x^4-4x^3\ge k$가 성립하도록 하는 실수 k의 범위는?

① $k\le -\frac{27}{8}$　② $k\ge -\frac{27}{8}$

③ $-\frac{27}{8}\le k\le 0$　④ $k\le 0$

⑤ $k\ge 0$

11. 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t에서의 속도가

$$v(t)=\begin{cases} 3-t & (0\le t\le 2) \\ t^2-2t+1 & (t\ge 2) \end{cases}$$

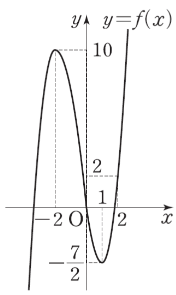
일 때, $t=3$에서의 점 P의 위치는?

① $\frac{16}{3}$　② $\frac{17}{3}$　③ 6

④ $\frac{19}{3}$　⑤ $\frac{20}{3}$

12. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $y=f(x)$의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때, 정적분

$$\int_{-2}^{2}|f'(x)|\,dx$$의 값은?

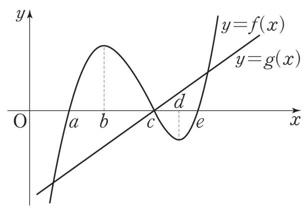


① 16　② 17

③ 18　④ 19

⑤ 20

13. 삼차함수 $y=f(x)$와 일차함수 $y=g(x)$의 그래프가 그림과 같고, $f'(b)=f'(d)=0$이다.



함수 $y=f(x)g(x)$는 $x=p$와 $x=q$에서 극소이다. 다음 중 옳은 것은? (단, $p<q$)

① $a<p<b$이고 $c<q<d$
② $a<p<b$이고 $d<q<e$
③ $b<p<c$이고 $c<q<d$
④ $b<p<c$이고 $d<q<e$
⑤ $c<p<d$이고 $d<q<e$

14. 곡선 $y=-2x^2+x-1$과 이 곡선 위의 두 점 $(0,\ -1)$, $(1,\ -2)$에서의 접선으로 둘러싸인 도형의 넓이는?

① $\frac{1}{12}$ ② $\frac{1}{6}$ ③ $\frac{1}{4}$
④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{5}{12}$

15. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t\ (t \geq 0)$에서의 위치 x가

$$x=t^3+at^2+bt\ (a,\ b\text{는 상수})$$

이다. 시각 $t=1$에서 점 P가 운동 방향을 바꾸고, 시각 $t=2$에서 점 P의 가속도는 0이다. $a+b$의 값은?

① 3 ② 4 ③ 5
④ 6 ⑤ 7

16. 다항함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $f\left(\frac{4}{3}\right)$의 값은?

(가) $f(1)=2,\ f(3)=8$
(나) $1<x<3$인 모든 실수 x에 대하여 $f'(x) \leq 3$이다.

① $\frac{7}{3}$ ② $\frac{8}{3}$ ③ 3
④ $\frac{10}{3}$ ⑤ 4

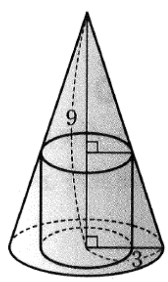
17. 다항함수 $f(x)$에 대하여

$$\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x^3-2x^2}=1,\ \lim_{x\to 2}\frac{f'(x)}{x-2}=2$$

일 때, 구간 $[0,\ 1]$에서 함수 $y=f(x)$의 평균변화율은?

① 0 ② 2 ③ 4
④ 6 ⑤ 8

18. 오른쪽 그림과 같이 밑면의 반지름의 길이가 3, 높이가 9인 원뿔이 있다. 이 원뿔에 내접하는 원기둥 중 부피가 최대가 되는 원기둥의 밑면의 반지름의 길이는 a이고 그때의 부피는 b이다. $\frac{b}{a}$의 값은?



① 3π ② 6π ③ 9π
④ 12π ⑤ 15π

[주관식]

19. 함수 $f(x)=x^3-kx^2+3kx+2$이 극값을 갖지 않도록 하는 정수 k의 개수를 구하시오.

20. 함수 $f(x)=x^2-3x+5$에 대하여 닫힌구간 $[1,3]$에서 평균값 정리를 만족시키는 실수 c의 값을 구하시오.

21. 두 다항함수 $f(x)$, $g(x)$에 대하여

$$\frac{d}{dx}\{f(x)+g(x)\}=2x+1,$$

$$\frac{d}{dx}\{f(x)g(x)\}=3x^2+2x+2$$

이고 $f(0)=2$, $g(0)=1$일 때, $f(1)+g(2)$의 값을 구하시오.

22. 다항함수 $f(x)$에 대하여

$$f(x)=2x+\int_0^1 tf(t)\,dt$$

가 성립할 때, 정적분 $\int_0^3 f(x)\,dx$의 값을 구하시오.

23. 함수 $f(x)=x^3+2x+k$에 대하여 $\lim_{h\to 0}\frac{1}{h}\int_{1-2h}^{1+h} f(t)\,dt=3$일 때, 상수 k의 값을 구하시오.

정답 및 풀이

1. 정답 ③

$F(x)=x^3-2x^2+2x+2$

2. 정답 ①

$\int_0^1 (x+1)^2-(x-1)^2 dx=\int_0^1 (2)(2x)dx=2$

3. 정답 ④

$v=\frac{dx}{dt}=3t^2-4$ 이므로 $t=2$에서 속도는 8

$a=\frac{dv}{dt}=6t$ 이므로 $t=2$에서 가속도는 12

4. 정답 ⑤

$x=2$에서 극솟값 1을 가지므로 $f'(2)=0$, $f(2)=1$이다.

$f'(x)=3x^2-4x+a$이므로

$f'(2)=12-8+a=0$이므로 $a=-4$

$f(2)=8-8+2a+b=1$이므로 $b=9$

5. 정답 ③

함수 $f(x)$는 항상 증가함수 이므로

$f'(x)\geq 0$이어야 한다.

$f'(x)=3ax^2-6x+(a-2)x$

$a>0$이고 $D\leq 0$이어야 하므로

$D/4=9-3a(a-2)\leq 0$

$=(a-3)(a+1)\geq 0$이므로 $a\leq -1$, $3\leq a$

$\therefore\ 3\leq a$

6. 정답 2

$x_1<x_2$인 임의의 두 실수 x_1, x_2에 대하여 $f(x_1)>f(x_2)$가 성립하려면 함수 $f(x)$가 실수 전체의 집합에서 감소해야 한다.

$f(x)=-x^3-4ax^2+8ax+5$에서

$f'(x)=-3x^2-8ax+8a$

함수 $f(x)$가 실수 전체의 집합에서 감소하려면 모든 실수 x에 대하여 $f'(x)\leq 0$이어야 하므로 이차방정식 $f'(x)=0$의 판별식을 D라 하면

$\frac{D}{4}=16a^2+24a\leq 0$, $8a(2a+3)\leq 0$

$\therefore\ -\frac{3}{2}\leq a\leq 0$

따라서 정수 a는 -1, 0의 2개이다.

7. 정답 ②

$f(x)=x^3-2x^2-4x+1$에서

$f'(x)=3x^2-4x-4=(3x+2)(x-2)$

$f'(x)=0$에서 $x=2$ ($\because\ 0\leq x\leq 3$)

구간 $[0,\ 3]$에서 $f(x)$의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	0	$\cdots$	2	$\cdots$	3
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	1	↘	-7	↗	-2

따라서 함수 $f(x)$는 $x=0$에서 최댓값 1, $x=2$에서 최솟값 -7을 가지므로

$M=1$, $m=-7$ $\therefore\ M+m=-6$

8. 정답 ④

$f(x)$의 최고차항이 x^3이므로 $f'(x)$의 최고차항은 $3x^2$이다.

이때 $f'(-5)=f'(-1)=0$이므로

$f'(x)=3(x+5)(x+1)$

$f'(x)=0$에서 $x=-5$ 또는 $x=-1$

$f(x)$의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	$\cdots$	-5	$\cdots$	-1	$\cdots$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	↗	극대	↘	극소	↗

즉, 함수 $f(x)$는 $x=-5$에서 극댓값을 가지므로

$f(-5)=12$

이때

$f(x)=\int f'(x)dx=\int 3(x+5)(x+1)dx$

$=\int (3x^2+18x+15)dx$

$=x^3+9x^2+15x+C$

이므로 $f(-5)=-125+225-75+C=12$

$\therefore\ C=-13$

따라서 $f(x)=x^3+9x^2+15x-13$이므로 극솟값은

$f(-1)=-1+9-15-13=-20$

9. 정답 ①

서로 다른 실근의 개수가 1개 이려면

(극댓값)$\times$(극솟값)>0이므로

$f(x)=x^3+3x^2-k$라 하면

$f'(x)=3x^2+6x=3x(x+2)$

$f(-2)\times f(0)>0$이어야 하므로

$(4-k)(-k)>0$이고, $k<0$ 또는 $k>4$이다.

10. 정답 ①

k는 $f(x)=2x^4-4x^3$의 최솟값 이하여야 한다.

$f'(x)=8x^3-12x^2=4x^2(2x-3)$이므로 $x=\dfrac{3}{2}$에서 극솟값을 갖는다.

$f\left(\dfrac{3}{2}\right)\geq k$이므로 $-\dfrac{27}{8}\geq k$

11. 정답 ④

$t=3$에서의 점 P의 위치는

$$0+\int_0^3 v(t)\,dt=\int_0^2(3-t)\,dt+\int_2^3(t^2-2t+1)\,dt$$

$$=\left[3t-\frac{1}{2}t^2\right]_0^2+\left[\frac{1}{3}t^3-t^2+t\right]_2^3=4+\frac{7}{3}=\frac{19}{3}$$

12. 정답 ④

주어진 삼차함수 $y=f(x)$의 그래프에서

$-2\leq x\leq 1$일 때, $f'(x)\leq 0$

$1\leq x\leq 2$일 때, $f'(x)\geq 0$

즉, $|f'(x)|=\begin{cases}-f'(x) & (-2\leq x\leq 1)\\ f'(x) & (1\leq x\leq 2)\end{cases}$

$$\therefore \int_{-2}^{2}|f'(x)|\,dx$$

$$=\int_{-2}^{1}|f'(x)|\,dx+\int_1^2|f'(x)|\,dx$$

$$=\int_{-2}^{1}\left\{-f'(x)\right\}dx+\int_1^2 f'(x)\,dx$$

$$=\left\{-f(1)+f(-2)\right\}+\left\{f(2)-f(1)\right\}$$

$$=f(-2)-2f(1)+f(2)$$

$$=10-2\times\left(-\frac{7}{2}\right)+2=19$$

다른풀이

삼차함수 $f(x)$의 최고차항의 계수가 1이고

$f'(-2)=f'(1)=0$이므로

$f'(x)=3(x+2)(x-1)$

$$\therefore \int_{-2}^{2}|f'(x)|\,dx$$

$$=\int_{-2}^{2}|3(x+2)(x-1)|\,dx$$

$$=\int_{-2}^{1}|3(x+2)(x-1)|\,dx+\int_1^2|3(x+2)(x-1)|\,dx$$

$$=\int_{-2}^{1}\left\{-3(x+2)(x-1)\right\}dx+\int_1^2 3(x+2)(x-1)\,dx$$

$$=\int_{-2}^{1}(-3x^2-3x+6)\,dx+\int_1^2(3x^2+3x-6)\,dx$$

$$=\left[-x^3-\frac{3}{2}x^2+6x\right]_{-2}^{1}+\left[x^3+\frac{3}{2}x^2-6x\right]_1^2$$

$$=\left\{\frac{7}{2}-(-10)\right\}+\left\{2-\left(-\frac{7}{2}\right)\right\}=19$$

13. 정답 ②

주어진 두 함수 $y=f(x)$와 $y=g(x)$의 그래프에서 두 함수 $f(x)$, $g(x)$와 그 도함수의 값의 부호를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	$f'(x)$	$f(x)$	$g'(x)$	$g(x)$
$x<a$	$+$	$-$	$+$	$-$
$x=a$	$+$	0	$+$	$-$
$a<x<b$	$+$	$+$	$+$	$-$
$x=b$	0	$+$	$+$	$-$
$b<x<c$	$-$	$+$	$+$	$-$
$x=c$	$-$	0	$+$	0
$c<x<d$	$-$	$-$	$+$	$+$
$x=d$	0	$-$	$+$	$+$
$d<x<e$	$+$	$-$	$+$	$+$
$x=e$	$+$	0	$+$	$+$
$x>e$	$+$	$+$	$+$	$+$

$y'=f'(x)g(x)+f(x)g'(x)$이므로 위의 표를 이용하여 x의 값의 범위에 따라 y'의 값의 부호를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	$f'(x)g(x)$	$f(x)g'(x)$	y'
$x<a$	$-$	$-$	$-$
$x=a$	$-$	0	$-$
$a<x<b$	$-$	$+$	
$x=b$	0	$+$	$+$
$b<x<c$	$+$	$+$	$+$
$x=c$	0	0	0
$c<x<d$	$-$	$-$	$-$
$x=d$	0	$-$	$-$
$d<x<e$	$+$	$-$	
$x=e$	$+$	0	$+$
$x>e$	$+$	$+$	$+$

따라서 함수 $y=f(x)g(x)$는 $x=c$에서 극대이고 $a<x<b$와 $d<x<e$에서 극소이다.

따라서 $p<q$이므로 $a<p<b$이고 $d<q<e$이다.

14. 정답 ②

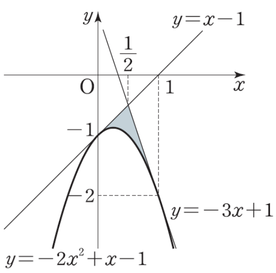
$f(x)=-2x^2+x-1$이라 하면 $f'(x)=-4x+1$

곡선 위의 점 $(0,\ -1)$에서의 접선의 기울기는 $f'(0)=1$이므로 접선의 방정식은 $y=x-1$

곡선 위의 점 $(1,\ -2)$에서의 접선의 기울기는 $f'(1)=-3$이므로

접선의 방정식은 $y+2=-3(x-1)$,

즉 $y=-3x+1$



두 직선 $y=x-1$, $y=-3x+1$의 교점의 x좌표는

$x-1=-3x+1$에서 $4x=2$ $\quad\therefore\ x=\dfrac{1}{2}$

따라서 구하는 넓이는

$$\int_0^{\frac{1}{2}}\left\{(x-1)-\left(-2x^2+x-1\right)\right\}dx$$
$$+\int_{\frac{1}{2}}^{1}\left\{(-3x+1)-\left(-2x^2+x-1\right)\right\}dx$$
$$=\int_0^{\frac{1}{2}}2x^2\,dx+\int_{\frac{1}{2}}^{1}\left(2x^2-4x+2\right)dx$$
$$=\left[\frac{2}{3}x^3\right]_0^{\frac{1}{2}}+\left[\frac{2}{3}x^3-2x^2+2x\right]_{\frac{1}{2}}^{1}=\frac{1}{12}+\frac{1}{12}=\frac{1}{6}$$

15. 정답 ①

점 P의 속도를 v, 가속도를 a라 하면

$v=\dfrac{dx}{dt}=3t^2+2at+b$, $a=\dfrac{dv}{dt}=6t+2a$

$t=1$에서 점 P가 운동 방향을 바꾸므로 이때의 속도는 0이다. 즉,

$3+2a+b=0$ ……㉠

$t=2$에서 점 P의 가속도는 0이므로

$12+2a=0$ ……㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=-6$, $b=9$

$\therefore\ a+b=3$

16. 정답 ③

함수 $f(x)$는 $1<t<3$인 실수 t에 대하여 닫힌구간 $[1,\ t]$에서 연속이고 열린구간 $(1,\ t)$에서 미분가능하므로 평균값 정리에 의하여

$\dfrac{f(t)-f(1)}{t-1}=f'(c_1)$

인 c_1이 구간 $(1,\ t)$에 존재한다.

또, 함수 $f(x)$는 닫힌구간 $[t,\ 3]$에서 연속이고 열린구간 $(t,\ 3)$에서 미분가능하므로 평균값 정리에 의하여

$\dfrac{f(3)-f(t)}{3-t}=f'(c_2)$

인 c_2가 구간 $(t,\ 3)$에 존재한다.

조건 (가)에서 $f(1)=2$, $f(3)=8$이고, 조건 (나)에서

$f'(x)\le 3$이므로 $\dfrac{f(t)-f(1)}{t-1}\le 3$에서

$f(t)-f(1)\le 3(t-1)$, $f(t)\le 3(t-1)+f(1)$

$\therefore\ f(t)\le 3t-1$ ……㉠

$\dfrac{f(3)-f(t)}{3-t}\le 3$에서

$f(3)-f(t)\le 3(3-t)$, $f(t)\ge -3(3-t)+f(3)$

$\therefore\ f(t)\ge 3t-1$ ……㉡

㉠, ㉡에서 $f(t)=3t-1$ $(1<t<3)$이므로

$f\left(\dfrac{4}{3}\right)=3\times\dfrac{4}{3}-1=3$

17. 정답 ③

$\displaystyle\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x^3-2x^2}=1$에서 $f(x)$는 최고차항의 계수가 1인 삼차함수이므로 $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$ (a, b, c는 상수)라 하면

$f'(x)=3x^2+2ax+b$

$\displaystyle\lim_{x\to 2}\frac{f'(x)}{x-2}=\lim_{x\to 2}\frac{3x^2+2ax+b}{x-2}=2$에서 $x\to 2$일 때

(분모)$\to 0$이고 극한값이 존재하므로 (분자)$\to 0$이다.

즉, $\displaystyle\lim_{x\to 2}(2x^2+2ax+b)=0$이므로 $12+4a+b=0$

$\therefore\ b=-4a-12$ ……㉠

$f'(x)=3x^2+2ax-4a-12=(x-2)(3x+2a+6)$이므로

$$\lim_{x\to 2}\frac{f'(x)}{x-2}=\lim_{x\to 2}\frac{(x-2)(3x+2a+6)}{x-2}$$
$$=\lim_{x\to 2}(3x+2a+6)$$
$$=6+2a+6=2$$

$\therefore\ a=-5$

$a=-5$를 ㉠에 대입하면 $b=8$

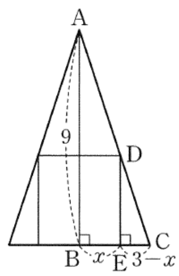
$\therefore\ f(x)=x^3-5x^2+8x+c$

따라서 구간 $[0,\ 1]$에서 함수 $y=f(x)$의 평균변화율은

$\dfrac{\Delta y}{\Delta x}=\dfrac{f(1)-f(0)}{1-0}=\dfrac{1-5+8+c-c}{1-0}=4$

18. 정답 ②

원뿔에 내접하는 원기둥의 밑면의 반지름의 길이를 $x(0<x<3)$라 하자. 원뿔의 꼭짓점과 밑면인 원의 중심을 지나는 평면으로 자른 단면은 다음 그림과 같다.



위와 같이 점 A, B, C, D, E를 잡으면 $\overline{AB}=9$, $\overline{BC}=3$, $\overline{BE}=x$이고, 두 삼각형 ABC, DEC가 서로 닮음이므로

$\overline{DE}:\overline{EC}=\overline{AB}:\overline{BC}=3:1$에서 $\overline{DE}=3\overline{EC}=3(3-x)$이다.

원기둥의 부피를 $V(x)$라 하면

$V(x)=\pi x^2\times 3(3-x)=-3\pi(x^3-3x^2)$

$V'(x)=-3\pi(3x^2-6x)=-9\pi x(x-2)=0$에서

$x=2\ (\because\ 0<x<3)$

$0<x<3$에서 함수 $V(x)$는 $x=2$일 때 극대이며 최대이므로 $V(x)$의 최댓값은 $V(2)=12\pi$이다.

따라서 $a=2$, $b=12\pi$이므로

$\dfrac{b}{a}=6\pi$

19. 정답 10

극값을 갖지 않으려면 $f'(x)$이 근이 없거나 1개이어야 한다.

$f'(x)=3x^2-2kx+3k$

$D/4=k^2-9k\le 0$

$\therefore\ 0\le k\le 9$ 이므로 10개

20. 정답 2

$\dfrac{f(3)-f(1)}{3-1}=f'(c)$ (단, $1<c<3$)

$\dfrac{5-3}{2}=1$이므로

$f'(x)=2x-3=1$

$\therefore\ c=2$

21. 정답 6

$\dfrac{d}{dx}\{f(x)+g(x)\}=2x+1$에서

$\displaystyle\int\left[\frac{d}{dx}\{f(x)+g(x)\}\right]dx=\int(2x+1)dx$

$\therefore\ f(x)+g(x)=x^2+x+C_1$

$\dfrac{d}{dx}\{f(x)g(x)\}=3x^2+2x+2$에서

$\displaystyle\int\left[\frac{d}{dx}\{f(x)g(x)\}\right]dx=\int(3x^2+2x+2)dx$

$\therefore\ f(x)g(x)=x^3+x^2+2x+C_2$

이때 $f(0)=2,\ g(0)=1$이므로

$f(0)+g(0)=2+1=C_1 \qquad \therefore\ C_1=3$

$f(0)g(0)=2\times1=C_2 \qquad \therefore\ C_2=2$

$\therefore\ f(x)+g(x)=x^2+x+3,$

$\quad f(x)g(x)=x^3+x^2+2x+2=(x+1)(x^2+2)$

$\therefore\ \begin{cases}f(x)=x^2+2\\ g(x)=x+1\end{cases}$ 또는 $\begin{cases}f(x)=x+1\\ g(x)=x^2+2\end{cases}$

그런데 $f(0)=2,\ g(0)=1$이므로

$f(x)=x^2+2,\ g(x)=x+1$

$\therefore\ f(1)+g(2)=3+3=6$

22. 정답 13

$\displaystyle\int_0^1 tf(t)\,dt=k$ (k는 상수)로 놓으면

$f(x)=2x+k$

$\displaystyle\therefore\ \int_0^1 tf(t)\,dt=\int_0^1 t(2t+k)\,dt=\int_0^1(2t^2+kt)\,dt$

$\displaystyle=\left[\frac{2}{3}t^3+\frac{k}{2}t^2\right]_0^1=\frac{2}{3}+\frac{k}{2}$

즉, $\dfrac{2}{3}+\dfrac{k}{2}=k$이므로 $\dfrac{k}{2}=\dfrac{2}{3} \qquad \therefore\ k=\dfrac{4}{3}$

따라서 $f(x)=2x+\dfrac{4}{3}$이므로

$\displaystyle\int_0^3 f(x)\,dx=\int_0^3\left(2x+\frac{4}{3}\right)dx=\left[x^2+\frac{4}{3}x\right]_0^3$

$=13-0=13$

23. 정답 -2

$f(x)=x^3+2x+k$이므로 $f(x)$의 한 부정적분을 $F(x)$라 하면

$\displaystyle\lim_{h\to0}\frac{1}{h}\int_{1-2h}^{1+h}f(t)\,dt$

$\displaystyle=\lim_{h\to0}\frac{1}{h}\Big[F(t)\Big]_{1-2h}^{1+h}$

$\displaystyle=\lim_{h\to0}\frac{F(1+h)-F(1-2h)}{h}$

$\displaystyle=\lim_{h\to0}\frac{F(1+h)-F(1)+F(1)-F(1-2h)}{h}$

$\displaystyle=\lim_{h\to0}\frac{F(1+h)-F(1)}{h}+\lim_{h\to0}\frac{F(1-2h)-F(1)}{-2h}\times2$

$=F'(1)+2F'(1)$

$=3F'(1)=3f(1)$

$=3\times(3+k)=9+3k$

즉, $9+3k=3$이므로 $3k=-6$

$\therefore\ k=-2$