

고사명	2021학년도 2학기 1차 지필평가		시행년월일	2021년 10월 14일 1교시	결 재	계	연구부장	교 감	교 장
과 목	수학		학년 / 반	1학년 1반 ~ 12반					
CODE	02	인쇄매수 28매×12부	출제자						

- 선택형 문항은 정답을 골라 답안지의 해당란에 컴퓨터용 사인 펜으로 정확히 표기 하시오.

- 논술형 문항의 풀이과정과 답은 OMR카드의 '논술형 답란'의 해당 문항 답란에 검정색 펜으로 작성하고, 빨간색 테두리 밖으로 벗어나지 않도록 주의하시오.

- 답안의 수정이 필요한 경우 선택형 문항은 수정테이프를 사용하여 수정하고, 논술형 문항은 두 줄 긋고(수정테이프 사용 금지) 수정하시오.

- 문항배점 : 22문항 총점 100점
 선택형 문항 : 20문항 총 85점 / 논술형 문항 : 2문항 총 15점

1. 점 $(2, -5)$ 을 원점에 대하여 대칭이동한 점의 좌표는? [3.0점]
- ① $(2, 5)$ ② $(-5, 2)$ ③ $(-2, 5)$
 ④ $(2, -5)$ ⑤ $(-2, -5)$

2. 평행이동 $(x, y) \rightarrow (x-4, y+3)$ 에 의하여 점 $(2, k)$ 가 직선 $y = -x+6$ 위의 점으로 옮겨질 때, 실수 k 의 값은? [3.0점]
- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. 집합 $U = \{x | x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}$ 의 공집합이 아닌 부분집합 A 에 대하여 명제 '집합 A 의 어떤 원소 x 에 대하여 x 는 3의 배수이다.'가 참이 되도록 하는 집합 A 의 개수는? [3.5점]
- ① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 14

4. 집합 $A = \{z | z = i^n, n \text{은 자연수}\}$ 에 대하여 집합 $B = \{z_1 + z_2 | z_1 \in A, z_2 \in A\}$ 일 때, $n(A) + n(B)$ 의 값은? (단, $i = \sqrt{-1}$ 이고, $n(A)$ 는 집합 A 의 원소의 개수) [3.5점]
- ① 9 ② 10 ③ 11 ④ 12 ⑤ 13

5. 두 점 $A(1, 3), B(3, 1)$ 과 y 축 위를 움직이는 점 P 에 대하여 $\overline{AP} + \overline{BP}$ 가 최솟값을 갖는 점 P 의 좌표는? [4.0점]
- ① $(0, 1)$ ② $(0, \frac{3}{2})$ ③ $(0, 2)$
 ④ $(0, \frac{5}{2})$ ⑤ $(0, 3)$

6. 점 $P(-1, -4)$ 를 y 축에 대하여 대칭이동한 점을 Q , 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동한 점을 R 이라 할 때, 삼각형 PQR 의 넓이는? [4.0점]
- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

7. 원 $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 1$ 을 x 축의 방향으로 m 만큼, y 축의 방향으로 n 만큼 평행이동한 원의 넓이를 직선 $(k-1)x + (k+1)y - 2k = 0$ 이 실수 k 의 값에 관계없이 항상 이등분할 때, mn 의 값은?(단, m, n 은 실수이다) [4.0점]
- ① -4 ② -2 ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

8. 점 A(5, 0)을 y 축에 대하여 대칭이동한 점을 B, 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동한 점을 C라 할 때, 삼각형 ABC에 내접하는 원의 방정식을 $(x - \alpha)^2 + (y - \beta)^2 = r^2$ 라 하자. 세 상수 α, β, r 에 대하여 $\alpha + \beta + r$ 의 값은? (단, $r > 0$) [4.0점]

- ① $10\sqrt{2} - 10$ ② $10\sqrt{2} - 5$ ③ $10\sqrt{2}$
 ④ $5\sqrt{2} - 5$ ⑤ $5\sqrt{2}$

9. 두 실수 x, y 에 대하여 $x^2 + y^2 = 10$ 일 때, $x + 3y$ 의 최댓값을 a , 최솟값을 b 이라 하자. $a - b$ 의 값은?

(단, a, b 는 실수이다.) [4.0점]

- ① 20 ② 25 ③ 30 ④ 35 ⑤ 40

10. 실수 x 에 대하여 세 조건 p, q, r 이

$p: -3 < x < 2$ 또는 $x > 4$, $q: x > a$, $r: x \geq b$

에 대하여 q 는 p 이기 위한 필요조건, r 은 p 이기 위한 충분조건이 되도록 정수 a, b 의 값을 정할 때, a 의 최댓값을 M , b 의 최솟값을 m 이라 할 때, $M + m$ 의 값은? [4.5점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

11. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ 의

두 부분집합 $A = \{1, 5\}$, $B = \{1, 4, 6, 8\}$ 에 대하여 $A \cap X = A$, $(B \cap A^c) \cap X = \{4, 8\}$ 을 만족시키는 집합 U 의 부분집합 X 의 개수는? [4.5점]

- ① 2 ② 4 ③ 8 ④ 16 ⑤ 32

12. 동원어네 반 학생 50명 중에서 방과 후 활동 중 농구반을 신청한 학생은 27명, 축구반을 신청한 학생은 15명이다. 농구반과 축구반 중 어느 반도 신청하지 않은 학생은 최대 a 명이고, 최소 b 명이다. 이때 $a + b$ 의 값은? [4.5점]

- ① 31 ② 32 ③ 33 ④ 34 ⑤ 35

13. 방정식 $f(x, y) = 0$ 이 나타내는 도형을 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동한 후, 직선 $y = -x$ 에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식을 $g(x, y) = 0$ 이라 할 때, <보기>에서 항상 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4.5점]

— <보 기> —

ㄱ. 도형 $f(x, y) = 0$ 을 평행이동하면 도형 $g(x, y) = 0$ 이 될 수 있다.
 ㄴ. 도형 $f(x, y) = 0$ 을 원점에 대하여 대칭이동하면 도형 $g(x, y) = 0$ 이 된다.
 ㄷ. 도형 $f(x, y) = 0$ 이 원이고 두 방정식 $f(x, y) = 0$, $g(x, y) = 0$ 이 서로 일치하면 그 원의 중심은 원점이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

14. 집합 $P = \{1, 2, 3, 5, 6\}$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 집합 P 의 모든 부분집합 X 의 개수는? [4.5점]

<조건>

- (가) $n(X) \geq 2$
 (나) 집합 X 의 모든 원소의 곱은 6의 배수이다.

- ① 13 ② 15 ③ 17 ④ 19 ⑤ 21

15. 두 양수 a, b 에 대하여 $a + b = 4$ 일 때,

$\frac{a^2+1}{a} + \frac{b^2+1}{b} + 2$ 의 최솟값은? [4.7점]

- ① 3 ② 5 ③ 7 ④ 9 ⑤ 11

16. 두 조건 p, q 가 다음과 같을 때, p 가 q 이기 위한 필요조건이지만 충분조건이 아닌 것은? [4.8점]

(단, $B \neq \emptyset$, n 은 자연수, x, y, z 는 실수)

- ① $p: A \cap B = B$ $q: B - A = \emptyset$
 ② $p: n^2$ 은 8의 배수이다. $q: n$ 은 8의 배수이다.
 ③ $p: xy \neq 0$ $q: x, y$ 는 모두 0이 아니다.
 ④ $p: x^2 + y^2 + z^2 = 0$ $q: x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx = 0$
 ⑤ $p: |x + y + z| = |x| + |y| + |z|$ $q: xy + yz + zx \geq 0$

17. 두 실수 a, b 에 대하여 세 조건 p, q, r 가

$$p: ab = 0, \quad q: a^2 + b^2 = ab, \quad r: a^2 + b^2 = (a - b)^2$$

일 때, <보기>에서 항상 참인 명제를 있는 대로 고른 것은? [5.0점]

<보기>

- ㉠. $p \rightarrow q$ ㉡. $\sim q \rightarrow r$ ㉢. $\sim r \rightarrow \sim p$

- ① ㉠ ② ㉡ ③ ㉢ ④ ㉡, ㉢ ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

18. 모든 실수 x 에 대하여 $\sqrt{(k-2)x^2 - 2(k-2)x + 5}$ 의 값이 양의 실수가 되도록 하는 모든 정수 k 의 합은? [5.0점]

- ① 14 ② 16 ③ 18 ④ 20 ⑤ 22

19. 좌표평면에서 자연수 n 에 대하여 점 A_n 과 B_n 을 다음과 같이 정하자.

(가) $A_1(1, 0)$

(나) 점 B_n 은 점 A_n 을 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동시킨 점이다.

(다) n 이 홀수일 때 점 A_{n+1} 은 점 B_n 을 y 축의 방향으로 1만큼 평행이동시킨 점이고, n 이 짝수일 때 점 A_{n+1} 은 점 B_n 을 x 축의 방향으로 1만큼 평행이동시킨 점이다.

$\overline{A_{15}B_{20}}$ 의 값을 k 라 할 때, k^2 의 값은? [5.0점]

- ① 5 ② 10 ③ 15 ④ 20 ⑤ 25

20. 다음은 $n \geq 2$ 인 자연수 n 에 대하여 $\sqrt{n^2-1}$ 이 무리수임을 증명한 것이다.

<증명>

$\sqrt{n^2-1}$ 이 유리수라고 가정하면

$$\sqrt{n^2-1} = \frac{b}{a} \quad (\text{단, } a, b \text{는 서로소인 자연수}) \text{로 놓을 수 있다.}$$

이 식의 양변을 제곱하여 정리하면 $a^2(n^2-1) = b^2$ 이다.

a 는 b^2 의 약수이고 a, b 는 서로소인 자연수이므로

$$n^2 = \boxed{\text{(가)}} \text{이다}$$

자연수 k 에 대하여

(i) $b = 2k$ 일 때

$$(2k)^2 < n^2 < \boxed{\text{(나)}} \text{인 자연수 } n \text{이 존재하지 않는다.}$$

(ii) $b = 2k+1$ 일 때

$$\boxed{\text{(나)}} < n^2 < (2k+2)^2 \text{인 자연수 } n \text{이 존재하지 않는다.}$$

(i)과 (ii)에 의하여 $\sqrt{n^2-1} = \frac{b}{a}$ (a, b 는 서로소인 자연수)

를 만족하는 자연수 n 은 존재하지 않는다.

따라서 $\sqrt{n^2-1}$ 이 무리수이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(b), g(k)$ 라 할 때, $f(3)+g(2)$ 의 값은? [5.0점]

- ① 27 ② 29 ③ 31 ④ 33 ⑤ 35

논술형 문항

논술형1.

중심이 $(4, 2)$ 이고 반지름의 길이가 2인 원 O_1 이 있다. 원 O_1 을 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동한 후 y 축의 방향으로 k 만큼 평행이동한 원을 O_2 라 하자. 원 O_1 과 원 O_2 가 서로 다른 두 점 A, B 에서 만나고 선분 \overline{AB} 의 길이가 $2\sqrt{3}$ 일 때, 상수 k 의 값을 구하는 풀이 과정과 답을 정확히 기술하시오. [7점]

논술형2.

두 실수 a, b 에 대하여

부등식 $|a-b| \geq |a| - |b|$ 가 항상 성립함을 증명하시오.

(증명 과정을 자세히 기술하시오) [8점]

$$3, 5, 3, 5, 4, 3, 2.$$

$$1, 1, 2, 4, 1, 4$$

$$\text{은 } 1, k = -2$$

$$4, 3, 2, 3, 4, 5.$$

$$5.$$

* 확인사항 *

- 문제지와 답안지의 해당란을 정확히 기입(표기)했는지 확인 하시오.

이 시험문제의 저작권은 동원고등학교에 있습니다. 저작권법(제2조, 제16조, 제20조, 제32조)에 의해 보호 받는 저작물이므로 전재와 복제 및 배포는 금지되며, 이를 어길시 저작권법에 의거 처벌될 수 있습니다.

-끝-