[유형별 목차]

Ⅰ. 도형의 방정식

01_평면좌표와 직선의 방정식

02_원의 방정식

03_도형의 이동

Ⅱ. 집합과 명제

01_집합

핵심정리 01 두 점 사이의 거리

(1) 수직선 위의 두 점 $\mathrm{A}(x_1)$, $\mathrm{B}(x_2)$사이의 거리는

$\overline{\mathrm{AB}}=|x_2-x_1|$

(2) 좌표평면 위의 두 점 $\mathrm{A}(x_1,\ y_1)$, $\mathrm{B}(x_2,\ y_2)$사이의 거리는

$\overline{\mathrm{AB}}=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$

핵심 유형
7종 교과서

● 대표문항

지학사

1. 다음 수직선 위의 두 점 사이의 거리를 구하시오.

(1) $\mathrm{A}(1)$, $\mathrm{B}(5)$

(2) $\mathrm{A}(-4)$, $\mathrm{B}(2)$

동아출판

2. 다음 두 점 사이의 거리를 구하시오.

(1) $\mathrm{A}(1,\ 3)$, $\mathrm{B}(-3,\ 4)$

(2) $\mathrm{O}(0,\ 0)$, $\mathrm{A}(5,\ -1)$

비상

3. 다음 두 점 사이의 거리를 구하시오.

(1) $\mathrm{A}(-2,\ 3)$, $\mathrm{B}(4,\ 1)$

(2) $\mathrm{O}(0,\ 0)$, $\mathrm{A}(3,\ -4)$

지학사

4. 다음 두 점 사이의 거리를 구하시오.

(1) $\mathrm{A}(0,\ 2)$, $\mathrm{B}(4,\ -1)$

(2) $\mathrm{A}(-1,\ -1)$, $\mathrm{B}(2,\ 1)$

YBM

5. 두 점 $\mathrm{A}(-2,\ 0)$, $\mathrm{B}(0,\ a)$ 사이의 거리가 $2\sqrt{5}$일 때, 양수 a의 값은?

① 3　② 4　③ 5　④ 6　⑤ 7

천재(전)

6. 두 점 $\mathrm{A}(4,\ 1)$, $\mathrm{B}(a,\ -1)$ 사이의 거리가 $2\sqrt{5}$가 되도록 하는 모든 a의 값의 합은?

① 5　② 6　③ 7　④ 8　⑤ 9

핵심정리 02 같은 거리에 있는 점

⇨ 수직선 또는 좌표평면 위에서 두 점 사이의 거리를 구하는 식을 활용하여 문제 상황을 식으로 표현한 후 이를 해결한다.

핵심 유형
7종 교과서

● 대표문항

천재(홍)

7. 두 점 $\mathrm{A}(1,\ 4)$, $\mathrm{B}(-2,\ 1)$에서 같은 거리에 있는 x축 위의 점의 좌표를 구하시오.

YBM

8. 두 점 $\mathrm{A}(3,\ -3)$, $\mathrm{B}(5,\ 5)$에서 같은 거리에 있는 x축 위의 점의 좌표를 구하시오.

동아출판

9. 두 점 $\mathrm{A}(-3,\ 4)$, $\mathrm{B}(6,\ 1)$에서 같은 거리에 있는 y축 위의 점의 좌표를 구하시오.

천재(전)

10. 두 점 $\mathrm{A}(1,\ 2)$, $\mathrm{B}(4,\ -1)$에서 같은 거리에 있는 y축 위의 점 P의 좌표를 구하시오.

YBM

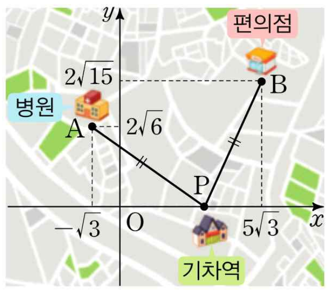
11. 두 점 $\mathrm{A}(-1,\ 3)$, $\mathrm{B}(3,\ 1)$에서 같은 거리에 있는 직선 $y=x-1$ 위의 점의 좌표를 구하시오.

지학사

12. 직선 $y=x+3$ 위의 점 $\mathrm{P}(a,\ b)$는 두 점 $\mathrm{A}(3,\ 1)$, $\mathrm{B}(4,\ 2)$로부터 같은 거리에 있을 때, a, b의 값을 구하시오.

동아출판

13. 다음 그림에서 병원, 편의점, 기차역을 각각 세 점 $\mathrm{A}(-\sqrt{3},\ 2\sqrt{6})$, $\mathrm{B}(5\sqrt{3},\ 2\sqrt{15})$, $\mathrm{P}(a,\ 0)$이라고 하자. $\overline{\mathrm{AP}}=\overline{\mathrm{BP}}$일 때, 상수 a의 값을 구하시오.



핵심정리 03 두 점 사이의 거리의 활용

[1] 두 점 사이의 거리의 활용 (1) 식의 값
(1) 문제 상황이 주어지는 경우: 문제 상황을 수학적 표현으로 나타내어 값을 구한다.
(2) 식이 주어지는 경우: 식을 만족시키는 상황을 추론하여 값을 구한다.

[2] 두 점 사이의 거리의 활용 (2)
(1) 선분의 길이의 제곱의 합과 차는 이차함수의 식으로 전개하면 최댓값 또는 최솟값을 구할 수 있다.
(2) 세 꼭짓점의 좌표가 주어지는 경우 두 점 사이의 거리공식을 활용하여 삼각형의 모양을 추론할 수 있다.
(3) 삼각형 ABC의 세 꼭짓점 A, B, C와 변 BC의 중점 M에 대하여 다음 식이 성립한다.

$$\overline{\mathrm{AB}}^2+\overline{\mathrm{AC}}^2=2(\overline{\mathrm{AM}}^2+\overline{\mathrm{BM}}^2)$$

핵심 유형
7종 교과서

● 대표문항

■■■ 동아출판 ■■■

14. 세 점 $\mathrm{A}(1,\ 5)$, $\mathrm{B}(-1,\ 1)$, $\mathrm{C}(5,\ 3)$을 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC는 어떤 삼각형인지 말하시오.

(1) 세 변 AB, BC, CA의 길이를 각각 구하시오.

(2) 삼각형 ABC는 어떤 삼각형인지 말하시오.

■■■ 지학사 ■■■

15. 세 점 $\mathrm{A}(0,\ -1)$, $\mathrm{B}(3,\ 3)$, $\mathrm{C}(7,\ 0)$을 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC는 어떤 삼각형인지 말하시오.

■■■ 천재(전) ■■■

16. 세 점 $\mathrm{A}(2,\ 3\sqrt{3})$, $\mathrm{B}(2,\ -\sqrt{3})$, $\mathrm{C}(-4,\ \sqrt{3})$을 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC는 어떤 삼각형인지 말하시오.

■■■ 미래엔 ■■■

17. 세 점 $\mathrm{A}(-2,\ 9)$, $\mathrm{B}(6,\ 7)$, $\mathrm{C}(5,\ 3)$을 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC는 어떤 삼각형인지 말하시오.

■■■ 비상 ■■■

18. 세 점 $\mathrm{A}(1,\ 2)$, $\mathrm{B}(3,\ 6)$, $\mathrm{C}(-3,\ 4)$를 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC는 어떤 삼각형인지 말하시오.

■■■ 미래엔 ■■■

19. 세 점 $\mathrm{A}(-4,\ 5)$, $\mathrm{B}(-2,\ -3)$, $\mathrm{C}(1,\ a)$를 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC가 $\angle C=90^\circ$인 직각 삼각형일 때, a의 값을 모두 구하시오.

동아출판

20. 두 점 $\mathrm{A}(-2,\ 4)$, $\mathrm{B}(4,\ 1)$과 x축 위의 점 P에 대하여 $\overline{\mathrm{AP}}^2+\overline{\mathrm{BP}}^2$의 최솟값을 구하시오.

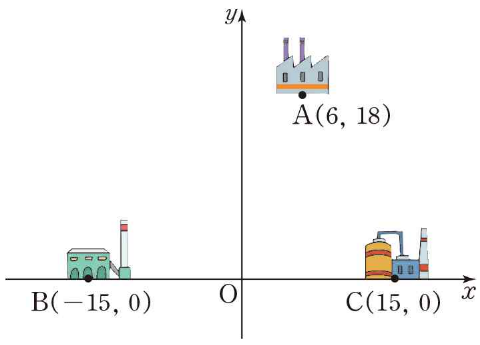
비상

21. 두 점 $\mathrm{A}(1,\ 2t-1)$, $\mathrm{B}(2t,\ 2)$ 사이의 거리를 l이라고 할 때, l^2의 최솟값은? (단, t는 실수)

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

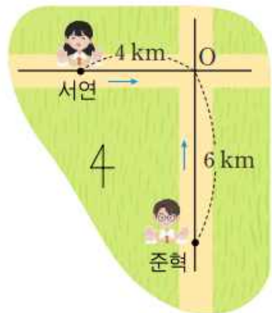
지학사

22. 다음 그림과 같이 세 공장 A, B, C를 좌표평면 위에 나타내면 $\mathrm{A}(6,\ 18)$, $\mathrm{B}(-15,\ 0)$, $\mathrm{C}(15,\ 0)$이다. 운반 비용은 물류 센터에서 각 공장에 이르는 거리의 제곱의 합에 비례한다고 할 때, 운반 비용을 최소로 하는 물류 센터의 위치의 좌표를 구하시오.



천재(전)

23. 그림과 같이 교차점 O에서 수직으로 만나는 직선 도로가 있다. 서연이는 교차점 O로부터 서쪽으로 $4\ \mathrm{km}$ 떨어진 지점에서 동쪽을 향하여 시속 $2\ \mathrm{km}$로 움직이고, 준혁이는 교차점 O로부터 남쪽으로 $6\ \mathrm{km}$ 떨어진 지점에서 북쪽을 향하여 시속 $4\ \mathrm{km}$로 움직인다. 두 사람이 오전 8시에 동시에 출발하여 움직일 때, 두 사람 사이의 거리가 최소가 되는 시각은 언제인지 구하시오.



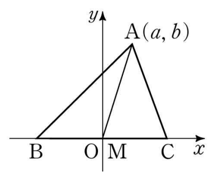
동아출판, 천재(전)

24. 다음은 삼각형 ABC에서 변 BC의 중점을 M이라고 할 때,

$$\overline{\mathrm{AB}}^2+\overline{\mathrm{AC}}^2=2\left(\overline{\mathrm{AM}}^2+\overline{\mathrm{BM}}^2\right)$$

이 성립함을 보이는 과정이다. ( ) 안에 알맞은 것을 써넣으시오.

오른쪽 그림과 같이 변 BC를 x축 위에 놓고, 중점 M이 원점 O가 되도록 삼각형 ABC를 좌표평면 위에 놓으면 두 점 B, C의 좌표는 각각 $(-c,\ 0)$, $(c,\ 0)$으로 나타낼 수 있다.
점 A의 좌표를 $(a,\ b)$라고 하면



$\overline{\mathrm{AB}}^2+\overline{\mathrm{AC}}^2=\{(a+c)^2+b^2\}+\{(a-c)^2+b^2\}$
$=2(\qquad\qquad)$ ……㉠

한편, $\overline{\mathrm{AM}}^2=a^2+b^2$, $\overline{\mathrm{BM}}^2=c^2$이므로
$2\left(\overline{\mathrm{AM}}^2+\overline{\mathrm{BM}}^2\right)=2(\qquad\qquad)$ ……㉡

㉠, ㉡에서 $\overline{\mathrm{AB}}^2+\overline{\mathrm{AC}}^2=2\left(\overline{\mathrm{AM}}^2+\overline{\mathrm{BM}}^2\right)$

핵심정리 04 선분의 내분점

⇨ 수직선 위의 두 점 $\mathrm{A}(x_1)$, $\mathrm{B}(x_2)$에 대하여

(1) 선분 AB를 $m : n$ $(m>0,\ n>0)$으로 내분하는 점 P는

$$\mathrm{P}\left(\frac{mx_2+nx_1}{m+n}\right)$$

(2) 선분 AB의 중점 M은 $\mathrm{M}\left(\frac{x_1+x_2}{2}\right)$

⇨ 좌표평면 위의 두 점 $\mathrm{A}(x_1,\ y_1)$, $\mathrm{B}(x_2,\ y_2)$에 대하여

(1) 선분 AB를 $m : n$ $(m>0,\ n>0)$으로 내분하는 점 P는

$$\mathrm{P}\left(\frac{mx_2+nx_1}{m+n},\ \frac{my_2+ny_1}{m+n}\right)$$

(2) 선분 AB의 중점 M은 $\mathrm{M}\left(\frac{x_1+x_2}{2},\ \frac{y_1+y_2}{2}\right)$

핵심 유형
7종 교과서

● 대표문항

비상

25. 그림과 같은 수직선 위의 두 점 $\mathrm{A}(-2)$, $\mathrm{B}(8)$에 대하여 다음 점의 좌표를 구하시오.

(1) 선분 AB를 $3 : 2$로 내분하는 점 P

(2) 선분 BA를 $4 : 1$로 내분하는 점 Q

(3) 선분 AB의 중점 M

미래엔

26. 두 점 $\mathrm{A}(-6)$과 $\mathrm{B}(8)$에 대하여 다음 점의 좌표를 구하시오.

(1) 선분 AB를 $2:5$로 내분하는 점

(2) 선분 AB의 중점

천재(홍)

27. 두 점 $\mathrm{A}(-2)$, $\mathrm{B}(8)$에 대하여 다음 점의 좌표를 구하시오.

(1) 선분 AB를 $2 : 3$으로 내분하는 점

(2) 선분 AB의 중점

YBM

28. 수직선 위의 두 점 $\mathrm{A}(-4)$, $\mathrm{B}(6)$에 대하여 다음 점의 좌표를 구하시오.

(1) 선분 AB를 $3 : 2$로 내분하는 점

(2) 선분 AB의 중점

천재(전)

29. 두 점 $\mathrm{A}(-9)$, $\mathrm{B}(5)$에 대하여 다음 점의 좌표를 구하시오.

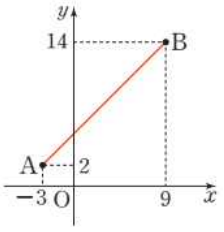
(1) 선분 AB를 $3:4$로 내분하는 점

(2) 선분 AB의 중점

● 대표문항

비상

30. 그림과 같은 좌표평면 위의 두 점 $\mathrm{A}(-3,\ 2)$, $\mathrm{B}(9,\ 14)$에 대하여 다음 점의 좌표를 구하시오.



(1) 선분 AB를 $2:1$로 내분하는 점 P

(2) 선분 BA를 $3:1$로 내분하는 점 Q

(3) 선분 AB의 중점 M

동아출판

31. 두 점 $\mathrm{A}(-2,\ 1)$, $\mathrm{B}(2,\ 3)$에 대하여 다음 점의 좌표를 구하시오.

(1) 선분 AB를 $3:1$로 내분하는 점

(2) 선분 AB의 중점

천재(홍)

32. 두 점 $\mathrm{A}(-2,\ 8)$, $\mathrm{B}(5,\ -6)$에 대하여 다음 점의 좌표를 구하시오.

(1) 선분 AB를 $3:4$로 내분하는 점

(2) 선분 AB의 중점

천재(전)

33. 두 점 $\mathrm{A}(1,\ -4)$, $\mathrm{B}(7,\ 8)$에 대하여 다음 점의 좌표를 구하시오.

(1) 선분 AB를 $1:5$로 내분하는 점

(2) 선분 AB의 중점

미래엔

34. 다음 점의 좌표를 구하시오.

(1) 두 점 $\mathrm{A}(-2)$와 $\mathrm{B}(8)$에 대하여 선분 AB를 $3:2$로 내분하는 점

(2) 두 점 $\mathrm{A}(6,\ 2)$와 $\mathrm{B}(-3,\ -1)$에 대하여 선분 AB를 $1:2$로 내분하는 점

천재(홍)

35. 두 점 $\mathrm{A}(a,\ 2)$, $\mathrm{B}(5,\ b)$를 이은 선분 AB를 $3:1$로 내분하는 점의 좌표가 $(3,\ 5)$일 때, a, b의 값을 구하시오.

비상

36. 두 점 $\mathrm{A}(2,\ -3)$, $\mathrm{B}(p,\ 7)$에 대하여 선분 AB를 $3:2$로 내분하는 점의 좌표가 $(5,\ q)$일 때, 실수 p, q의 값을 구하시오.

YBM

37. 두 점 $\mathrm{A}(1,\ -3)$, $\mathrm{B}(6,\ 7)$에 대하여 선분 AB를 $3:2$로 내분하는 점의 좌표를 구하시오.

천재(홍)

38. 두 점 $\mathrm{A}(-3,\ 2)$, $\mathrm{B}(7,\ -3)$을 이은 선분 AB를 $3:2$로 내분하는 점을 C라고 할 때, 점 C와 원점 사이의 거리를 구하시오.

비상

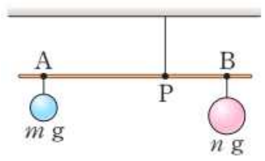
39. 두 점 $\mathrm{A}(-3,\ 2)$, $\mathrm{B}(5,\ 6)$에 대하여 선분 AB를 $1:3$으로 내분하는 점을 P, 중점을 M이라고 할 때, 두 점 P, M 사이의 거리를 구하시오.

비상

40. 선분 AB의 중점이 $\mathrm{M}(2,\ 3)$이고, 선분 AB를 $3:1$로 내분하는 점이 $\mathrm{P}(4,\ 5)$일 때, 선분 AB의 길이를 구하시오.

비상

41. 그림은 무게가 각각 mg, ng인 물체를 막대 위의 두 점 A, B에 매달고 점 P에 실을 매달아 모빌을 만든 것이다. 이 모빌이 평형이 되도록 하는 점 P의 위치는 다음을 만족시킨다.



$$\overline{\mathrm{AP}}:\overline{\mathrm{PB}}=n:m$$

모빌의 막대를 수직선으로 생각하고 두 점 $\mathrm{A}(1)$, $\mathrm{B}(7)$에 각각 $10\mathrm{g}$, $20\mathrm{g}$인 물체를 매달 때, 모빌이 평형이 되도록 하는 점 P의 좌표를 구하시오.

핵심정리 05 내분점의 활용

⇨ 선분의 길이와 도형의 넓이 등의 조건으로 문제 상황이 주어질 때, 내분점과 외분점을 활용하여 해결한다.

핵심 유형
7종 교과서

● 대표문항

■■■ 미래엔 ■■■

42. 두 점 $\mathrm{A}(-1,\ 4)$와 $\mathrm{B}(a,\ b)$에 대하여 선분 AB를 $4:1$로 내분하는 점은 x축 위에 있고, $1:3$으로 내분하는 점은 y축 위에 있을 때, $a+b$의 값은?

① -4 ② -2 ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

■■■ 천재(전) ■■■

43. 두 점 $\mathrm{A}(2,\ a)$, $\mathrm{B}(-2,\ 3)$에 대하여 선분 AB를 $1:3$으로 내분하는 점이 x축 위에 있을 때, a의 값을 구하시오.

■■■ YBM ■■■

44. 좌표평면 위의 두 점 $\mathrm{A}(1,\ -3)$, $\mathrm{B}(a,\ 5)$를 이은 선분 AB를 $3:1$로 내분하는 점 P가 y축 위에 있을 때, 상수 a의 값과 점 P의 좌표를 구하시오.

■■■ 동아출판 ■■■

45. 두 점 $\mathrm{A}(1,\ 2)$, $\mathrm{C}(-2,\ 5)$에 대하여 선분 AC 위의 점 $\mathrm{B}(a,\ b)$가 $\overline{\mathrm{AB}}=2\overline{\mathrm{BC}}$를 만족시킬 때, 두 상수 $a,\ b$의 값을 각각 구하시오.

■■■ 비상 ■■■

46. 두 점 $\mathrm{A}(-3,\ -8)$, $\mathrm{B}(15,\ 1)$에 대하여 선분 AB 위의 점 P가 $5\overline{\mathrm{AP}}=4\overline{\mathrm{BP}}$를 만족시킬 때, 점 P의 좌표를 구하시오.

지학사

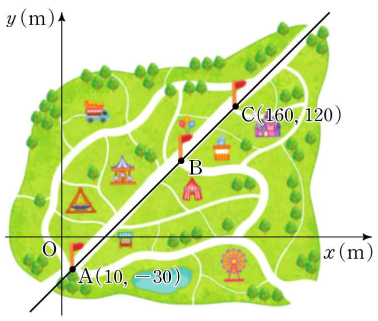
47. 두 점 $\mathrm{A}(-1,\ -1)$, $\mathrm{B}(5,\ 2)$에 대하여 선분 AB를 $2:1$로 내분하는 점이 직선 $y=ax-5$ 위에 있을 때, 상수 a의 값을 구하시오.

미래엔

48. 두 점 $\mathrm{A}(2,\ -3)$과 $\mathrm{B}(5,\ 6)$에 대하여 선분 AB를 $2:3$으로 내분하는 점이 직선 $y=\frac{1}{2}x+k$ 위에 있을 때, 상수 k의 값을 구하시오.

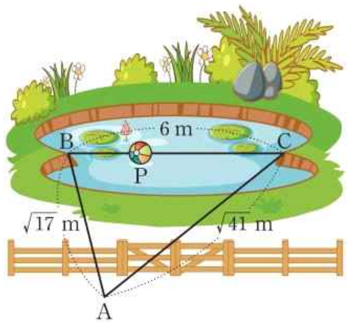
동아출판

49. 그림은 놀이공원 지도를 좌표평면 위에 나타낸 것이다. 세 지점 A, B, C는 안내판의 위치이고, B 지점과 A 지점 사이의 거리는 B 지점과 C 지점 사이의 거리의 2배일 때, B 지점의 좌표를 구하시오. (단, B 지점은 선분 AC 위에 있다.)



미래엔

50. 그림과 같이 연못 안에 있는 공을 울타리 밖의 A 지점에서 건지려고 한다. 연못의 가장자리의 두 지점 B와 C에 대하여 선분 BC를 $1:2$로 내분하는 점 P에 공이 있고, $\overline{\mathrm{AB}}=\sqrt{17}\,\mathrm{m}$, $\overline{\mathrm{BC}}=6\,\mathrm{m}$, $\overline{\mathrm{AC}}=\sqrt{41}\,\mathrm{m}$이다.



(1) 점 B의 좌표를 $(-3,\ 0)$, 점 C의 좌표를 $(3,\ 0)$으로 하는 좌표축을 그릴 때, 점 P의 좌표를 구하시오.

(2) (1)의 좌표평면에서 점 A의 좌표를 구하고, 두 점 A와 P 사이의 거리를 구시오.

YBM

51. 두 점 $\mathrm{A}(-2,\ 2)$, $\mathrm{B}(4,\ 5)$를 이은 선분 AB 위의 점 $\mathrm{C}(a,\ b)$에 대하여 $3|\overline{\mathrm{AC}}-\overline{\mathrm{BC}}|=\overline{\mathrm{AB}}$가 성립할 때, $a+b$의 값은? (단, a, b는 양수)

① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

비상

52. 두 점 $\mathrm{A}(-3,\ 1)$, $\mathrm{B}(2,\ -4)$에 대하여 선분 AB를 $k : (1-k)$로 내분하는 점이 제3사분면 위에 있도록 하는 실수 k의 값의 범위를 구하시오. (단, $0<k<1$)

천재(전)

53. 두 점 $\mathrm{A}(-2,\ 5)$, $\mathrm{B}(2,\ -3)$을 이은 선분 AB를 $t:(1-t)$로 내분하는 점 P가 제1사분면 위에 있을 때, t의 값의 범위를 구하시오. (단, $0<t<1$)

YBM

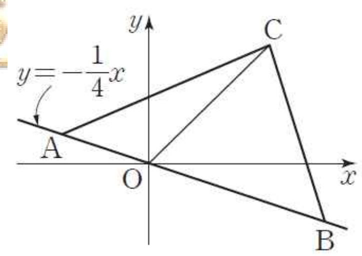
54. $0<t<1$일 때, 두 점 $\mathrm{A}(1,\ 5)$, $\mathrm{B}(-3,\ -2)$를 이은 선분 AB를 $t : (1-t)$로 내분하는 점 P가 있다. 점 P가 제2사분면 위에 있도록 하는 실수 t의 값의 범위를 구하시오.

비상

55. 세 점 $\mathrm{A}(-1,\ 3)$, $\mathrm{B}(5,\ -3)$, $\mathrm{C}(8,\ 6)$을 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC에서 변 AB 위의 한 점 P를 지나고 변 BC와 평행한 직선이 변 AC와 만나는 점을 Q라고 하자. 삼각형 ABC의 넓이가 삼각형 APQ의 넓이의 9배일 때, 두 점 P, Q의 좌표를 구하시오.

YBM

56. 직선 $y=-\dfrac{1}{4}x$ 위의 두 점 $\mathrm{A}(-4,\ 1)$, $\mathrm{B}(a,\ b)$가 있다. 제1사분면 위의 한 점 C에 대하여 삼각형 AOC와 삼각형 OBC의 넓이의 비가 $1:3$일 때, $a+b$의 값은?
(단, $a>0$이고, O는 원점이다.)



① 7　② 8　③ 9　④ 10　⑤ 11

핵심정리 06 삼각형의 무게중심

⇨ 좌표평면 위의 두 점 $A(x_1,\ y_1)$, $B(x_2,\ y_2)$, $C(x_3,\ y_3)$을 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC의 무게중심 G의 좌표는

$$\left(\frac{x_1+x_2+x_3}{3},\ \frac{y_1+y_2+y_3}{3}\right)$$

핵심 유형
7종 교과서

● 대표문항

지학사

57. 세 점 $A(x_1,\ y_1)$, $B(x_2,\ y_2)$, $C(x_3,\ y_3)$을 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC의 무게중심 G의 좌표를 구하시오.

천재(전)

58. 다음 세 점 A, B, C를 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC의 무게중심 G의 좌표를 구하시오.

(1) $A(0,\ 0)$, $B(-5,\ 2)$, $C(-1,\ 1)$

(2) $A(-2,\ 2)$, $B(1,\ -7)$, $C(4,\ -1)$

동아출판

59. 세 점 $A(1,\ 2)$, $B(-2,\ -5)$, $C(4,\ 0)$을 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC의 무게중심 G의 좌표를 구하시오.

천재(홍)

60. 세 점 $A(2,\ -1)$, $B(-1,\ 3)$, $C(-7,\ 1)$을 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC의 무게중심 G의 좌표를 구하시오.

미래엔

61. 세 점 $A(-1,\ 2)$, $B(3,\ 5)$, $C(a,\ b)$를 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC의 무게중심의 좌표가 $(1,\ 1)$일 때, $a+b$의 값을 구하시오.

지학사

62. 세 점 $A(-6,\ 3)$, $B(4,\ -5)$, $C(a,\ b)$를 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC의 무게중심의 좌표가 $(1,\ 0)$일 때, $a+b$의 값은?

① 5 ② 7 ③ 9 ④ 11 ⑤ 13

YBM

63. 세 점 $A(a,\ 3)$, $B(5,\ 2)$, $C(6,\ a+b)$를 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC의 무게중심의 좌표가 $(4,\ b)$일 때, 상수 a, b의 값을 구하시오.

비상

64. 세 점 $\mathrm{A}(-2,\ 1)$, $\mathrm{B}(a,\ 8)$, $\mathrm{C}(-4,\ b)$를 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC의 무게중심이 $\mathrm{G}(-2,\ 4)$일 때, 실수 a, b의 값을 구하시오.

지학사

65. 세 점 $\mathrm{A}(-3,\ 2)$, $\mathrm{B}(1,\ 4)$, $\mathrm{C}(5,\ 0)$을 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC에서 세 변 AB, BC, CA의 중점을 각각 P, Q, R라고 할 때, 다음 물음에 답하시오.

(1) 세 점 P, Q, R의 좌표를 구하시오.

(2) 삼각형 PQR의 무게중심의 좌표를 구하고, 삼각형 ABC의 무게중심의 좌표와 비교하시오.

(3) 세 변 AB, BC, CA를 각각 $m:n$으로 내분하는 점을 각각 L, M, N이라고 할 때, 삼각형 LMN의 무게중심의 좌표와 삼각형 ABC의 무게중심의 좌표를 비교하시오.

미래엔

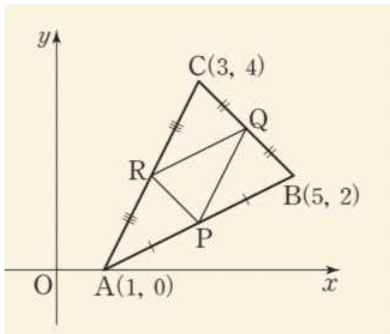
66. 세 점 $\mathrm{A}(6,\ 3)$, $\mathrm{B}(0,\ -3)$, $\mathrm{C}(-3,\ 9)$에 대하여 다음에 답하시오.

(1) 삼각형 ABC의 무게중심의 좌표를 구하시오.

(2) 세 변 AB, BC, CA를 각각 $2:1$로 내분하는 점을 차례대로 D, E, F라 할 때, 삼각형 DEF의 무게중심의 좌표를 구하고 (1)의 결과와 비교하시오.

천재(홍)

67. 세 점 $\mathrm{A}(1,\ 0)$, $\mathrm{B}(5,\ 2)$, $\mathrm{C}(3,\ 4)$를 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC에서 세 변 AB, BC, CA의 중점을 각각 P, Q, R라고 할 때, 삼각형 ABC의 무게중심과 삼각형 PQR의 무게중심이 일치함을 보이시오.



천재(홍)

68. 삼각형 ABC의 세 변 AB, BC, CA의 중점의 좌표가 각각 $(-1,\ 3)$, $(4,\ 7)$, $(a,\ 2)$이고, 삼각형 ABC의 무게중심의 좌표가 $(3,\ b)$일 때, $a+b$의 값을 구하시오.

천재(전)

69. 삼각형 ABC의 무게중심의 좌표가 $(3,\ -2)$이고 변 BC의 중점의 좌표가 $(4,\ 1)$일 때, 꼭짓점 A의 좌표를 구하시오.

비상

70. 세 점 A, B, C를 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC의 무게중심이 $\mathrm{G}(2,\ -3)$이고, 선분 BC의 중점이 $\mathrm{M}(3,\ -1)$일 때, 점 A의 좌표를 구하시오.

YBM

71. 세 점 $\mathrm{A}(0,\ 4)$, $\mathrm{B}(-2,\ 0)$, $\mathrm{C}(a,\ b)$를 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC가 있다. $\overline{\mathrm{AC}}=\overline{\mathrm{BC}}$이고 삼각형 ABC의 무게중심이 x축 위에 있을 때, $a+b$의 값은?

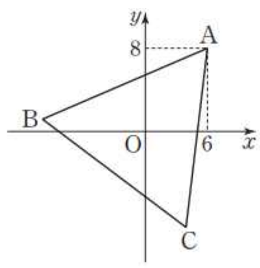
① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

비상

72. 세 점 $\mathrm{A}(2,\ k)$, $\mathrm{B}(6,\ 2)$, $\mathrm{C}(7,\ 8)$을 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC의 무게중심이 직선 $x-y+3=0$ 위에 있을 때, 실수 k의 값을 구하시오.

천재(전)

73. 그림과 같이 좌표평면 위의 점 $\mathrm{A}(6,\ 8)$을 꼭짓점으로 하는 정삼각형 ABC의 무게중심이 원점일 때, 삼각형 ABC의 넓이를 구하시오.



핵심정리 07 평행사변형과 마름모의 성질

⇨ (1) 평행사변형의 두 쌍의 대변은 서로 평행하며 길이가 같고, 두 대각선의 중점이 같다.

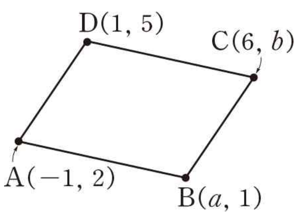
(2) 마름모는 네 변의 길이가 같고, 두 대각선의 중점이 같으며 수직이다.

핵심 유형
7종 교과서

● 대표문항

■■■ 지학사 ■■■

74. 그림과 같이 네 점 $\mathrm{A}(-1,\ 2)$, $\mathrm{B}(a,\ 1)$, $\mathrm{C}(6,\ b)$, $\mathrm{D}(1,\ 5)$를 꼭짓점으로 하는 평행사변형 ABCD에서 다음 성질을 이용하여 a, b의 값을 구하시오.



평행사변형의 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.

■■■ 동아출판 ■■■

75. 평행사변형 ABCD의 세 꼭짓점이 $\mathrm{A}(-2,\ 4)$, $\mathrm{B}(-5,\ -4)$, $\mathrm{C}(2,\ -9)$일 때, 꼭짓점 D의 좌표를 구하시오.

핵심정리 08 각의 이등선의 성질

⇨ 삼각형 ABC에서 점 A를 지나는 직선 l이 $\angle$A를 이등분할 때, 직선 l과 변 BC가 만나는 점을 D라 하면

$\overline{AB}:\overline{AC}=\overline{BD}:\overline{CD}$

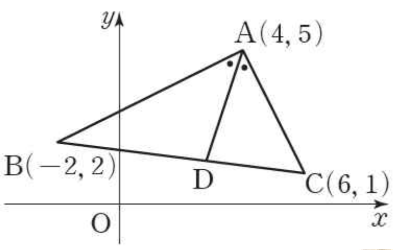
가 성립한다.

핵심 유형
7종 교과서

● 대표문항

YBM

76. 다음 그림과 같이 세 점 A(4, 5), B(−2, 2), C(6, 1)을 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC에서 $\angle$A의 이등분선과 변 BC가 만나는 점 D의 좌표를 구하시오.

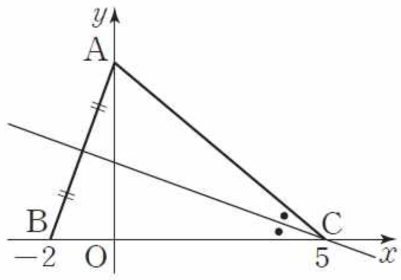


지학사

77. 좌표평면 위의 두 점 A(4, 3), B(6, 8)에 대하여 $\angle$AOB를 이등분하는 직선과 선분 AB의 교점의 좌표를 구하시오.
(단, O는 원점이다.)

YBM

78. 다음 그림과 같이 세 점 A(0, a), B(−2, 0),C(5, 0)을 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC가 있다. $\angle$C의 이등분선이 선분 AB의 중점을 지날 때, 양수 a의 값은?



① $\sqrt{21}$ ② $\sqrt{22}$ ③ $\sqrt{23}$ ④ $2\sqrt{6}$ ⑤ 5

핵심정리 09 한 점과 기울기가 주어진 직선방정식

⇨ 좌표평면 위의 한 점 $\mathrm{A}(x_1,\ y_1)$을 지나고 기울기가 m인 직선의 방정식은

$y-y_1=m(x-x_1)$

핵심 유형 7종 교과서

● 대표문항

■■■ 동아출판 ■■■

79. 다음 직선의 방정식을 구하시오.

(1) 점 $(1,\ 2)$를 지나고 기울기가 3인 직선

(2) 두 점 $(3,\ 3),\ (5,\ 7)$을 지나는 직선

(3) 점 $(2,\ -6)$을 지나고 x축에 수직인 직선

(4) 점 $(-3,\ 5)$를 지나고 y축에 평행한 직선

■■■ 천재(홍) ■■■

80. 다음 직선의 방정식을 구하시오.

(1) 점 $(-1,\ 4)$를 지나고 직선 $y=-x+7$에 평행한 직선

(2) 점 $(6,\ 2)$를 지나고 직선 $x+2y-1=0$에 평행한 직선

■■■ 지학사 ■■■

81. 다음 직선의 방정식을 구하시오.

(1) 점 $(5,\ -2)$를 지나고 직선 $y=-x+2$에 평행한 직선

(2) 점 $(-2,\ 1)$을 지나고 직선 $2x-3y+5=0$에 평행한 직선

■■■ 비상 ■■■

82. 점 $(-3,\ 5)$를 지나고 다음 직선에 평행한 직선의 방정식을 구하시오.

(1) $y=-2x+3$

(2) $2x-3y+5=0$

■■■ 미래엔 ■■■

83. 점 $(-2,\ 2)$를 지나고 다음 직선에 수직인 직선의 방정식을 구하시오.

(1) $y=2x+5$

(2) $2x+3y-4=0$

천재(홍)

84. 다음 직선의 방정식을 구하시오.

(1) 점 $(3,\ -5)$를 지나고 직선 $x-2y-3=0$에 수직인 직선

(2) x절편이 -4이고 직선 $4x+y+2=0$에 수직인 직선

천재(전)

85. 다음 직선의 방정식을 구하시오.

(1) 점 $(4,\ -1)$을 지나고 직선 $y=3x-2$에 수직인 직선

(2) 점 $(1,\ 2)$를 지나고 직선 $x-5y-1=0$에 수직인 직선

지학사

86. 다음 직선의 방정식을 구하시오.

(1) 점 $(2,\ -2)$를 지나고 직선 $y=-x+3$에 수직인 직선

(2) 점 $(3,\ 1)$을 지나고 직선 $3x-y+6=0$에 수직인 직선

미래엔

87. 다음 직선의 방정식을 구하시오.

(1) 점 $(-4,\ 5)$를 지나고 직선 $y=-3x+2$에 평행한 직선

(2) 점 $(1,\ -3)$을 지나고 직선 $y=2x-1$에 수직인 직선

YBM

88. 다음 직선의 방정식을 구하시오.

(1) 점 $(2,\ 1)$을 지나고 직선 $y=2x+3$에 평행한 직선

(2) 점 $(1,\ -1)$을 지나고 직선 $y=\frac{1}{3}x+4$에 수직인 직선

동아출판

89. 다음 직선의 방정식을 구하시오.

(1) 점 $(-3,\ 4)$를 지나고 기울기가 -2인 직선

(2) 점 $(7,\ 5)$를 지나고 y축에 수직인 직선

비상

90. 다음 직선의 방정식을 구하시오.

(1) 직선 $y=2x-3$과 평행하고 점 $(3,\ 1)$을 지나는 직선

(2) 직선 $x-4y+7=0$과 수직이고 점 $(-1,\ 2)$를 지나는 직선

YBM

91. 점 $(-1,\ 3)$을 지나고 직선 $y=-3x-1$에 평행한 직선의 방정식을 구하시오.

천재(전)

92. 점 $(2,\ 2)$를 지나고 직선 $y=\frac{1}{2}x-1$에 평행한 직선의 방정식을 구하시오.

지학사

93. 점 $(-1,\ 4)$를 지나고 직선 $y=3x+1$에 평행한 직선의 방정식을 구하시오.

비상

94. 점 $(2,\ -1)$을 지나고 직선 $9x-3y+2=0$에 평행한 직선의 방정식을 구하시오.

비상

95. 점 $(-4,\ 3)$을 지나고 직선 $3x-6y+5=0$에 수직인 직선의 방정식을 구하시오.

YBM

96. 점 $(2,\ -3)$을 지나고 직선 $y=-\frac{1}{3}x+\frac{1}{2}$에 수직인 직선의 방정식을 구하시오.

천재(전)

97. 점 $(3,\ -2)$를 지나고 직선 $y=x+5$에 수직인 직선의 방정식을 구하시오.

비상

98. 세 점 $\mathrm{A}(5,\ 2)$, $\mathrm{B}(2,\ 4)$, $\mathrm{C}(-1,\ -3)$을 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC의 무게중심 G를 지나면서 직선 $9x-3y+7=0$과 평행한 직선의 방정식을 구하시오.

미래엔

99. 두 직선 $2x-3y+4=0$과 $3x+y-5=0$의 교점을 지나고 직선 $6x+3y+1=0$과 평행한 직선의 방정식을 구하는 풀이 과정과 답을 쓰시오.

천재(홍)

100. 두 직선 $-x+2y+1=0$, $2x-y-5=0$의 교점을 지나고 직선 $3x-y+2=0$과 평행한 직선의 방정식을 구하시오.

비상

101. 두 직선 $3x+2y+4=0$, $2x+y+3=0$의 교점을 지나고 직선 $x+4y+5=0$과 수직인 직선의 방정식을 구하시오.

미래엔

102. 직선 $3x-y-8=0$과 평행하고 점 $(3,\ -3)$을 지나는 직선이 점 $\left(\frac{2}{3},\ k\right)$를 지날 때, k의 값을 구하시오.

천재(전)

103. 점 $(a,\ 2)$를 지나고 직선 $3x-y+4=0$에 평행한 직선이 점 $(2,\ 5)$를 지날 때, a의 값을 구하시오.

천재(전)

104. 점 $(6,\ a)$를 지나고 직선 $2x+y-3=0$에 수직인 직선이 점 $(4,\ 1)$을 지날 때, a의 값을 구하시오.

천재(홍)

105. 두 점 $\mathrm{A}(-1,\ 2)$, $\mathrm{B}(2,\ 8)$을 지나는 직선에 수직이고, 선분 AB를 $2:1$로 내분하는 점을 지나는 직선의 방정식이 $ax+by-13=0$일 때, 상수 a, b에 대하여 $a+b$의 값을 구하시오.

비상

106. 두 점 $\mathrm{A}(6,\ 3)$, $\mathrm{B}(2,\ -1)$에 대하여 선분 AB를 $3:1$로 내분하는 점 P를 지나고 선분 AB와 수직인 직선의 방정식이 $y=ax+b$일 때, 실수 a, b의 값을 구하시오.

비상

107. 직선 $x+2y-4k=0$과 x축, y축으로 둘러싸인 삼각형의 넓이가 100일 때, 양수 k의 값을 구하시오.

핵심정리 10 두 점을 지나는 직선의 방정식

⇨ 좌표평면 위의 서로 다른 두 점 $\mathrm{A}(x_1,\ y_1)$, $\mathrm{B}(x_2,\ y_2)$를 지나는 직선의 방정식은

① $x_1 \neq x_2$일 때, $y-y_1=\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}(x-x_1)$

② $x_1=x_2$일 때, $x=x_1$

핵심 유형 7종 교과서

● 대표문항

동아출판

108. 다음 두 점을 지나는 직선의 방정식을 구하시오.

(1) $(4,\ 3)$, $(8,\ -1)$

(2) $(-2,\ 3)$, $(1,\ 7)$

(3) $(-7,\ 6)$, $(0,\ 6)$

(4) $(5,\ 4)$, $(5,\ -1)$

천재(전)

109. 두 직선 $y=2x+7$, $y=-\dfrac{1}{2}x+2$의 교점과 점 $(2,\ 5)$를 지나는 직선의 방정식을 구하시오.

천재(전)

110. 두 점 $(3,\ -4)$, $(-1,\ -2)$를 지나는 직선에 평행하고 x절편이 -1인 직선의 방정식을구하시오.

천재(전)

111. 두 점 $(1,\ 2)$, $(4,\ -4)$를 지나는 직선에 수직이고 점 $(3,\ 5)$를 지나는 직선의 방정식을 구하시오.

천재(전)

112. 두 점 $\mathrm{A}(1,\ a)$, $\mathrm{B}(3,\ -5)$를 지나는 직선이 점 $\mathrm{P}(a,\ 3)$을 지날 때, 상수 a의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

핵심정리 11 도형의 넓이를 분할하는 직선

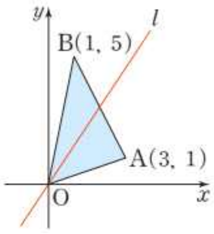
⇨ 직선에 의해 분할되는 도형의 모양을 확인한 후 넓이를 구하는 식을 세워 문제를 해결한다.

핵심 유형
7종 교과서

● 대표문항

비상

113. 그림과 같이 세 점 O(0, 0), A(3, 1), B(1, 5)를 꼭짓점으로 하는 삼각형 OAB의 넓이를 원점 O를 지나는 직선 l이 이등분할 때, 직선 l의 방정식을 구하시오.



동아출판

114. 세 점 A(3, −2), B(6, 0), C(2, 2)를 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC가 있다. 직선 $mx+y-3m+2=0$이 삼각형 ABC의 넓이를 이등분할 때, 상수 m의 값을 구하시오.

핵심정리 12 정점을 지나는 직선

⇨ 직선의 방정식에서 항등식의 성질을 이용하여 식을 임의의 실수로 묶어 정리하면 실수의 값에 관계없이 직선이 항상 지나는 점을 찾을 수 있다.

핵심 유형 7종 교과서

● 대표문항

동아출판

115. <보기>에서 직선 $(k-3)x-(2k+9)y=5k$에 대한 설명으로 옳은 것만을 있는 대로 고르시오. (단, k는 상수이다.)

〈 보기 〉
ㄱ. $k=0$일 때, 직선 $y=3x$와 수직이다.
ㄴ. $k=-2$일 때, 직선 $y=x$와 평행하다.
ㄷ. k의 값에 관계없이 점 $(3,\ -1)$을 지난다.

동아출판

116. 직선 $(k+3)x+(2k-4)y-2k-1=0$이 실수 k의 값에 관계없이 항상 지나는 점의 좌표를 구하시오.

동아출판

117. 두 점 $\mathrm{A}(2,\ 0)$, $\mathrm{B}(-3,\ 5)$를 이은 선분 AB와 직선 $l : kx-y-3k+3=0$이 한 점에서 만날 때, 실수 k의 값의 범위를 구하시오.

미래엔

118. 두 직선 $y=-x+3$과 $y=kx+3k+2$가 제1사분면에서 만날 때, 실수 k의 값의 범위를 구하는 풀이 과정과 답을 쓰시오.

천재(홍)

119. 점 $(2,\ 1)$을 지나는 직선과 직선 $kx-y+3=0$이 y축에서 수직으로 만날 때, 상수 k의 값을 구하시오.

YBM

120. 직선 $(k+2)x+(-2k+1)y+(3k-4)=0$은 k의 값에 관계없이 항상 점 P를 지난다. 점 P를 지나고 직선 $3x+y+2=0$과 평행한 직선의 방정식을 구하시오.

천재(전)

121. 두 직선 $x+y-3=0$, $mx+y+m+2=0$이 제1사분면에서 만나도록 하는 실수 m의 값의 범위가 $\alpha<m<\beta$일 때, $\alpha+\beta$의 값은?

① -5　② $-\frac{11}{2}$　③ -6　④ $-\frac{13}{2}$　⑤ -7

핵심정리 13 두 직선의 위치 관계 (평행과 수직)

⇨ 두 직선 $y=mx+n$, $y=m'x+n'$에 대하여

① 두 직선이 서로 평행하면 $m=m'$, $n\neq n'$이다.
$m=m'$, $n\neq n'$이면 두 직선은 서로 평행하다.

② 두 직선이 서로 수직이면 $mm'=-1$이다.
$mm'=-1$이면 두 직선은 서로 수직이다.

⇨ 두 직선 $ax+by+c=0$, $a'x+b'y+c'=0$에 대하여 $c'\neq 0$일 때

① 두 직선이 서로 평행하면 $\frac{a}{a'}=\frac{b}{b'}\neq\frac{c}{c'}$

$\frac{a}{a'}=\frac{b}{b'}\neq\frac{c}{c'}$이면 두 직선이 서로 평행하다.

② 두 직선이 서로 수직이면 $aa'+bb'=0$이다.
$aa'+bb'=0$이면 두 직선은 서로 수직이다.

핵심 유형
7종 교과서

● 대표문항

동아출판

122. 〈보기〉에서 다음 조건에 맞는 직선만을 있는 대로 고르시오.

〈 보기 〉

ㄱ. $x-2y+5=0$	ㄴ. $2x+4y+1=0$
ㄷ. $2x-y+3=0$	ㄹ. $x+2y-2=0$

(1) 직선 $y=2x-1$과 평행한 직선

(2) 직선 $y=2x-1$과 수직인 직선

지학사

123. 다음 〈보기〉의 직선 중에서 직선 $3x-2y+1=0$과 평행한 것과 수직인 것을 각각 찾으시오.

〈 보기 〉

ㄱ. $y=\frac{3}{2}x+5$	ㄴ. $y=\frac{2}{3}x-1$
ㄷ. $6x+4y+3=0$	ㄹ. $2x+3y-4=0$

천재(홍)

124. 다음 보기에서 직선 $4x+2y+1=0$에 평행한 직선과 수직인 직선을 각각 찾으시오.

〈 보기 〉

ㄱ. $2x+y+3=0$	ㄴ. $y=2x-4$
ㄷ. $x+2y-2=0$	ㄹ. $y=\frac{1}{2}x+3$

천재(전)

125. 〈보기〉의 직선 중에서 서로 평행한 것을 찾으시오.

〈 보기 〉

ㄱ. $x+2y=1$	ㄴ. $2x-y+2=0$
ㄷ. $y=-2x+8$	ㄹ. $2x+y-3=0$

천재(전)

126. 〈보기〉의 직선 중에서 서로 수직인 것을 찾으시오.

〈 보기 〉

ㄱ. $2x+y=1$	ㄴ. $x+2y-4=0$
ㄷ. $x-y+2=0$	ㄹ. $y=2x-3$

동아출판

127. 두 직선 $2x-6y+1=0$, $kx+y+2=0$의 위치 관계가 다음과 같을 때, 상수 k의 값을 구하시오.

(1) 서로 평행하다.

(2) 서로 수직이다.

동아출판

128. 두 직선 $kx+y=2$, $2x-y=0$의 위치 관계가 다음과 같을 때, 상수 k의 값을 구하시오.

(1) 서로 평행하다.

(2) 서로 수직이다.

천재(전)

129. 두 직선 $(k+1)x-4y+1=0$, $(k-1)x+2y+3=0$에 대하여 다음을 만족시키는 양수 k의 값을 구하시오.

(1) 두 직선이 서로 평행

(2) 두 직선이 서로 수직

비상

130. 두 직선 $x+2y-3=0$, $kx-6y-9=0$이 서로 평행할 때, 실수 k의 값을 구하시오.

지학사

131. 두 직선 $2x+ay+1=0$, $4x+6y-8=0$이 서로 평행할 때, 상수 a의 값을 구하시오.

비상

132. 두 직선 $ax+2y+1=0$, $bx-3y+2=0$이 서로 수직일 때, 실수 a, b에 대하여 ab의 값을 구하시오.

YBM

133. 직선 $ax+4y-3=0$은 직선 $6x+(a+5)y+1=0$에 평행하고 직선 $(a+1)x-3y+5=0$에 수직일 때, 상수 a의 값을 구하시오.

미래엔

134. 직선 $2x-y+6=0$이 직선 $2x+ay-3=0$과 수직이고 직선 $(2-b)x+3y+1=0$과 평행할 때, 상수 a와 b에 대하여 ab의 값을 구하시오.

천재(홍)

135. 직선 $x+ay+4=0$이 직선 $y=2x-7$과 수직이고 직선 $2x+(b-1)y-1=0$과 평행할 때, 상수 a, b에 대하여 $a+b$의 값을 구하시오.

지학사

136. 직선 $ax+6y-3=0$이 직선 $2x+3y-1=0$과 평행하고, 직선 $3x+by+1=0$과 수직일 때, 상수 a, b에 대하여 $a+b$의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

동아출판

137. 직선 $y=mx+1$이 직선 $y=-\frac{1}{4}x+2$에 수직이고, 직선 $y=(n+2)x-5$에 평행할 때, 두 상수 m, n의 값을 각각 구하시오.

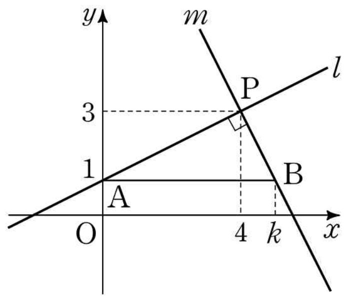
YBM

138. 직선 $y=a^2x+2a$가 직선 $y=9x+a-3$과 평행하고 직선 $y=bx+2$와 수직일 때, ab의 값은? (단, a, b는 상수)

① $-\frac{2}{3}$ ② $-\frac{1}{2}$ ③ $-\frac{1}{3}$ ④ $-\frac{1}{4}$ ⑤ $-\frac{1}{6}$

동아출판

139. 점 A$(0,\ 1)$을 지나는 직선 l과 점 B$(k,\ 1)$을 지나는 직선 m이 점 P$(4,\ 3)$에서 수직으로 만난다. 이때 삼각형 ABP의 무게중심의 좌표를 구하시오. (단, k는 상수이다.)



핵심정리 14 세 직선의 위치 관계

⇨ 세 직선이 삼각형을 이루지 않을 조건
(1) 적어도 두 직선이 평행한 경우
(2) 세 직선이 한 점에서 만나는 경우

핵심 유형 7종 교과서

● 대표문항

동아출판

140. 세 직선

$y=2x+1,\ y=-x+4,\ y=mx-2$

가 삼각형을 이루지 않도록 하는 실수 m의 값을 모두 구하시오.

(1) 세 직선이 삼각형을 이루지 않을 조건을 말하시오.

(2) 실수 m의 값을 모두 구하시오.

천재(홍)

141. 세 직선

$x+2y-5=0,\ x-y+1=0,\ ax-y+a+1=0$

이 삼각형을 이루지 않도록 하는 상수 a의 값을 모두 구하시오.

YBM

142. 세 직선 $x+2y=0,\ x+y-2=0,\ mx+2y+1=0$이 삼각형을 이루지 않도록 하는 상수 m의 값을 모두 구하시오.

천재(전)

143. 세 직선 $y=2x,\ y=-x+3,\ y=ax+1$이 삼각형을 이루지 않도록 하는 모든 상수 a의 값의 합은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

비상

144. 세 직선

$l:\ x+y-1=0,\ m:\ ax-y+5=0,\ n:\ 2x-y+4=0$

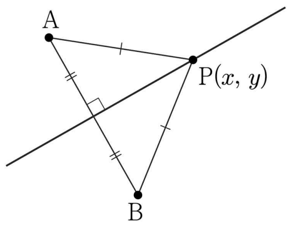
이 삼각형을 이루지 않도록 하는 실수 a의 값을 모두 구하시오.

핵심정리 15 수직이등분선의 방정식

⇨ 선분 AB의 중점을 지나고 직선 AB와 수직인 선분 즉, 선분 AB의 수직이등분선의 방정식은 다음의 방법으로 구할 수 있다.

[방법1] 직선 AB의 기울기가 $m(m \neq 0)$일 때, 선분 AB의 중점을 지나고 기울기가 $-\frac{1}{m}$인 직선의 방정식으로 구한다.

[방법2] 수직이등분선 위의 임의의 점 P의 좌표를 $(x,\ y)$로 놓고 $\overline{PA}=\overline{PB}$에서 $\overline{PA}^2=\overline{PB}^2$을 정리하여 구한다.



핵심 유형
7종 교과서

● 대표문항

■■■ 지학사 ■■■

145. 두 점 $A(2,\ 4)$, $B(4,\ -2)$를 이은 선분 AB의 수직이등분선의 방정식을 구하려고 할 때, 다음 물음에 답하시오.

(1) 두 점 A, B를 지나는 직선의 기울기를 구하시오.

(2) 선분 AB의 중점의 좌표를 구하시오.

(3) 선분 AB의 수직이등분선의 방정식을 구하시오.

■■■ 동아출판 ■■■

146. 두 점 $A(1,\ 5)$, $B(5,\ -3)$을 이은 선분 AB의 수직이등분선의 방정식을 구하시오.

■■■ YBM ■■■

147. 두 점 $A(-1,\ 0)$, $B(3,\ -4)$를 이은 선분 AB의 수직이등분선의 방정식을 구하시오.

■■■ 천재(전) ■■■

148. 두 점 $A(-1,\ 2)$, $B(3,\ 0)$을 이은 선분 AB의 수직이등분선이 점 $(-1,\ a)$를 지날 때, a의 값은?

① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

■■■ 지학사 ■■■

149. 두 점 $A(3,\ -4)$, $B(a,\ b)$를 지나는 직선에 수직이고, 선분 AB의 중점을 지나는 직선의 방정식이 $y=\frac{1}{2}x+\frac{3}{4}$일 때, $a+b$의 값은?

① 8 ② 4 ③ 0 ④ -4 ⑤ -8

미래엔

150. 두 점 $\mathrm{A}(-2,\ -3)$과 $\mathrm{B}(6,\ 5)$를 이은 선분 AB의 수직이등분선의 방정식을 구하려고 한다.

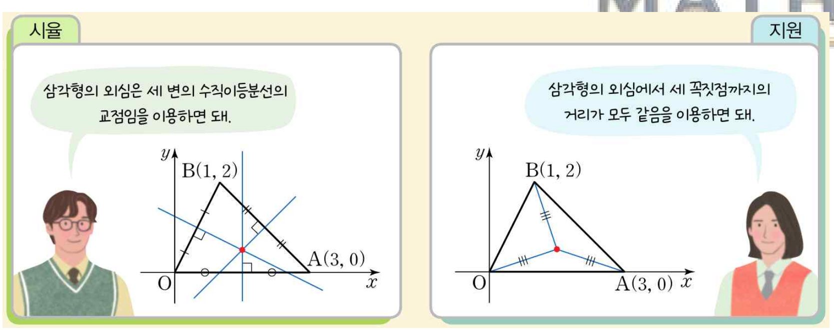
연서 : 선분 AB의 수직이등분선은 그 선분의 중점을 지나는 수선임을 이용하여 구할 수 있어.

유찬 : 선분 AB의 수직이등분선 위의 점에서 두 점 A와 B까지의 거리가 같음을 이용하여 구할 수 있어.

두 학생의 방법을 이용하여 선분 AB의 수직이등분선의 방정식을 구하고, 그 결과를 비교하시오.

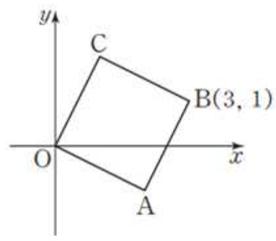
천재(홍)

151. 시율이와 지원이의 방법으로 세 점 $\mathrm{O}(0,\ 0)$, $\mathrm{A}(3,\ 0)$, $\mathrm{B}(1,\ 2)$를 꼭짓점으로 하는 삼각형 OAB의 외심의 좌표를 각각 구하고, 그 결과를 비교하시오.



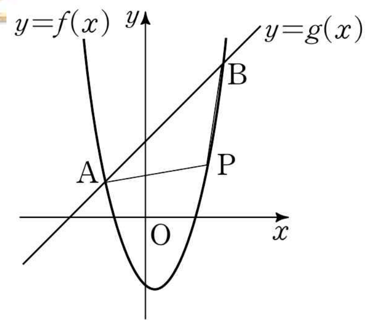
천재(전)

152. 그림과 같이 사각형 OABC가 정사각형이고, 점 B의 좌표가 $(3,\ 1)$일 때, 직선 AC의 방정식을 구하시오. (단, O는 원점이다.)



동아출판

153. 다음 그림과 같이 두 함수 $f(x)=x^2-x-4$, $g(x)=x+4$의 그래프가 만나는 두 점을 각각 A, B라고 하자. 함수 $y=f(x)$의 그래프 위의 점 P에 대하여 $\overline{\mathrm{AP}}=\overline{\mathrm{BP}}$일 때, 점 P의 x좌표를 구하시오. (단, 점 P의 x좌표는 양수이다.)



핵심정리 16 점과 직선 사이의 거리

⇨ ① 점 $(x_1,\ y_1)$과 직선 $ax+by+c=0$ 사이의 거리는

$$\frac{|ax_1+by_1+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

② 원점과 직선 $ax+by+c=0$ 사이의 거리는

$$\frac{|c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

핵심 유형
7종 교과서

● 대표문항

동아출판

154. 다음 점과 직선 사이의 거리를 구하시오.

(1) 점 $(4,\ 0)$, 직선 $x+\sqrt{3}y+4=0$

(2) 원점, 직선 $x+y-2=0$

(3) 점 $(1,\ 1)$, 직선 $x=-2$

(4) 점 $(0,\ -2)$, 직선 $y=4$

천재(전)

155. 다음 점과 직선 사이의 거리를 구하시오.

(1) 점 $(2,\ -1)$, 직선 $12x-5y-3=0$

(2) 점 $(-4,\ 2)$, 직선 $y=-2x-1$

(3) 원점, 직선 $x-3y+20=0$

지학사

156. 점 $(-1,\ 2)$와 직선 $y=-\frac{1}{2}x+4$ 사이의 거리를 구하시오.

지학사

157. 점 $(1,\ a)$와 직선 $2x+y-3=0$ 사이의 거리가 $2\sqrt{5}$가 되도록 하는 모든 a의 값의 합은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

동아출판

158. x축 위의 점 $\mathrm{P}(a,\ 0)$과 직선 $2x+\sqrt{5}y+2=0$ 사이의 거리가 4일 때, 양수 a의 값을 구하시오.

지학사

159. 평행한 두 직선 사이의 거리를 점과 직선 사이의 거리를 이용하여 두 직선 $3x+y-1=0$, $3x+y+4=0$ 사이의 거리를 구하시오.

YBM

160. 평행한 두 직선 $x+2y-3=0$, $2x+4y-1=0$ 사이의 거리를 구하시오.

천재(전)

161. 평행한 두 직선 $2x-y+3=0$, $2x-y-7=0$ 사이의 거리를 구하시오.

동아출판

162. 평행한 두 직선 $4x+3y-1=0$, $4x+3y+9=0$ 사이의 거리를 구하시오.

미래엔

163. 평행한 두 직선 $x+2y+1=0$과 $x+2y+6=0$ 사이의 거리를 구하시오.

지학사

164. 두 직선 $y=\frac{2}{3}x-\frac{4}{3}$, $y=\frac{2}{3}x+3$ 사이의 거리를 구하시오.

지학사

165. 두 직선 $3x-y+1=0$, $x+3y+2=0$에 이르는 거리가 같은 y축 위의 점의 좌표를 모두 구하시오.

동아출판

166. 평행한 두 직선 $x-2y+1=0$, $x-2y+k=0$ 사이의 거리가 $2\sqrt{5}$일 때, 양수 k의 값을 구하시오.

천재(전)

167. 두 직선 $x+2y-3=0$, $x+2y+a=0$ 사이의 거리가 $2\sqrt{5}$일 때, 상수 a의 값을 모두 구하시오.

미래엔

168. 평행한 두 직선 $2x+3y-1=0$과 $2x+3y-k=0$ 사이의 거리가 $\sqrt{13}$일 때, 상수 k의 값을 모두 구하시오.

비상

169. 평행한 두 직선 $2x+3y-3=0$, $2x+3y+k=0$ 사이의 거리가 $\sqrt{13}$이 되도록 하는 실수 k의 값을 모두 구하시오.
(단, $k \neq -3$)

천재(홍)

170. 점 $(2,\ 3)$에서 서로 다른 두 직선 $x-y-3=0$, $x-y+a=0$에 이르는 거리가 같을 때, 상수 a의 값을 구하시오.

동아출판

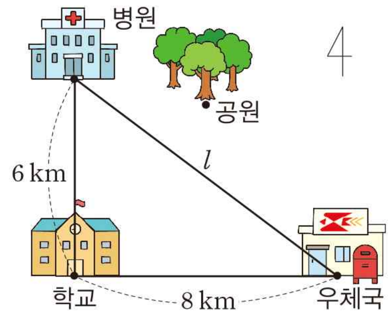
171. 두 직선 $2x-y-5=0$, $x-3y=0$의 교점을 지나는 직선 중에서 점 $(3,\ 4)$와의 거리가 최대인 직선의 방정식을 구하시오.

미래엔

172. 두 점 $\mathrm{A}(-2,\ -4)$와 $\mathrm{B}(4,\ 8)$에 대하여 원점과 선분 AB의 수직이등분선 사이의 거리를 구하시오.

지학사

173. 다음 그림과 같이 학교에서 동쪽으로 $8\mathrm{km}$ 떨어진 지점에 우체국이 있고, 북쪽으로 $6\mathrm{km}$ 떨어진 지점에 병원이 있고, 우체국과 병원을 연결하는 직선 도로 l이 있다. 이때 학교에서 동쪽으로 $4\mathrm{km}$, 북쪽으로 $5\mathrm{km}$ 떨어진 지점에 공원을 건설하고 공원과 직선 도로 l을 최단 거리로 연결하는 새로운 도로를 건설하려고 할 때, 다음 물음에 답하시오.



(1) 학교와 우체국을 잇는 직선 도로를 x축, 학교와 병원을 잇는 직선 도로를 y축, 학교를 원점으로 하는 좌표평면에서 우체국, 병원, 공원의 위치를 좌표로 나타내시오.

(2) 직선 도로 l의 방정식을 구하시오.

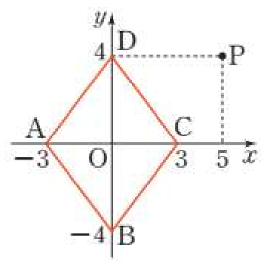
(3) 공원과 직선 도로 l 사이의 최단 거리를 구하시오.

비상

174. 그림과 같이 네 점

$\mathrm{A}(-3,\ 0)$, $\mathrm{B}(0,\ -4)$, $\mathrm{C}(3,\ 0)$, $\mathrm{D}(0,\ 4)$

를 꼭짓점으로 하는 마름모 ABCD에 대하여 점 $\mathrm{P}(5,\ 4)$에서 마름모 위의 한 점까지 거리의 최댓값과 최솟값을 구하시오.



핵심정리 17 자취방정식: 점과 직선 사이의 거리

⇨ 점과 직선 사이의 거리 공식을 이용하여
(1) 구하고자 하는 직선의 방정식을 구할 수 있다.
(2) 두 직선의 각의 이등선의 방정식
= 두 직선으로부터 같은 거리에 있는 자취 방정식

핵심 유형 7종 교과서

● 대표문항

동아출판

175. 다음 직선의 방정식을 구하시오.

(1) 기울기가 2이고 원점에서의 거리가 $\sqrt{5}$인 직선

(2) 원점을 지나고 점 $(2,\ 1)$에서의 거리가 1인 직선

미래엔

176. 다음 직선의 방정식을 구하시오.

(1) 직선 $3x+4y-5=0$에 평행하고 원점에서의 거리가 2인 직선

(2) 직선 $2x-y-4=0$에 수직이고 점 $(2,\ -1)$에서의 거리가 4인 직선

YBM

177. 다음 직선의 방정식을 구하시오.

(1) 기울기가 1이고, 원점에서의 거리가 $2\sqrt{2}$인 직선

(2) 점 $(3,\ 1)$을 지나고, 원점에서의 거리가 $\sqrt{10}$인 직선

지학사

178. 직선 $3x-4y-2=0$에 평행하고 점 $(1,\ 0)$에서의 거리가 1인 직선의 방정식을 모두 구하시오.

천재(전)

179. 기울기가 2이고 점 $(4,\ 1)$에서의 거리가 $2\sqrt{5}$인 직선의 방정식을 모두 구하시오.

천재(전)

180. 점 $(1,\ 0)$을 지나고 점 $(-1,\ 1)$에서의 거리가 2인 직선의 방정식을 모두 구하시오.

미래엔

181. 직선 $x-3y+2=0$에 평행하고 원점에서의 거리가 $\sqrt{10}$인 직선의 방정식을 구하시오.

비상

182. 직선 $4x-3y+5=0$에 평행하고, 원점에서 거리가 3인 직선의 방정식을 구하시오.

천재(홍)

183. 직선 $3x-4y+6=0$에 평행하고 원점에서의 거리가 1인 직선의 방정식을 구하시오.

동아출판

184. 직선 $3x+4y+5=0$에 평행하고 점 $(2,\ -2)$에서의 거리가 2인 직선의 방정식을 구하시오.

비상

185. 직선 $2x+3y+5=0$과 평행하고, 두 직선 $4x-y+6=0$, $x+2y-3=0$의 교점에서 거리가 $\sqrt{13}$인 직선의 방정식을 구하시오.

지학사

186. 직선 $x+2y-3=0$에 수직이고 점 $(2,\ 5)$에서의 거리가 $\sqrt{5}$인 직선의 방정식을 모두 구하시오.

비상

187. 직선 $2x+y-9=0$에 수직이고, 점 $(3,\ 1)$에서 거리가 $\sqrt{5}$인 직선의 방정식을 구하시오.

지학사

188. 직선 $x+y-2=0$에 수직이고 점 $(-1,\ 3)$에서의 거리가 $2\sqrt{2}$인 직선의 방정식을 모두 구하시오.

천재(홍)

189. 직선 $x+3y-2=0$에 수직이고 원점에서의 거리가 $\sqrt{10}$인 직선의 방정식을 구하시오.

천재(홍)

190. 두 직선 $3x+y-2=0$, $x-3y-6=0$이 이루는 각을 이등분하는 직선의 방정식을 모두 구하시오.

미래엔

191. 두 직선 $4x+y-5=0$과 $x-4y+3=0$이 이루는 각을 이등분하는 직선의 방정식을 구하시오.

미래엔

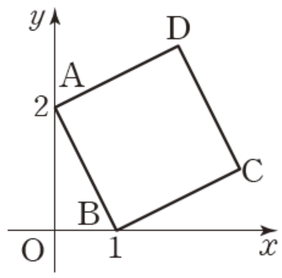
192. 두 직선 $3x+y-2=0$과 $x-3y+6=0$이 이루는 각을 이등분하는 직선 중에서 기울기가 음수인 직선의 방정식을 구하시오.

동아출판

193. 두 직선 $x-3y+1=0$, $3x-y-4=0$이 이루는 각을 이등분하는 직선이 점 $\mathrm{P}(3,\ a)$를 지날 때, 실수 a의 값을 모두 구하시오.

YBM

194. 그림과 같이 두 점 $\mathrm{A}(0,\ 2)$, $\mathrm{B}(1,\ 0)$을 꼭짓점으로 하는 정사각형 ABCD에 대하여 다음을 구하시오.
(단, 두 점 C, D는 제1사분면 위의 점이다.)



(1) 직선 AD의 방정식

(2) 직선 CD의 방정식

핵심정리 18 삼각형의 넓이: 세 점이 주어진 경우

⇨ 좌표평면 위의 세 점 $\mathrm{A}(x_1,\ y_1)$, $\mathrm{B}(x_2,\ y_2)$, $\mathrm{C}(x_3,\ y_3)$을 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC의 넓이는

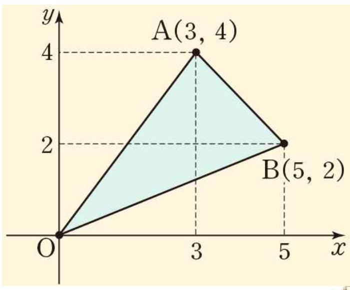
$$\frac{1}{2}\left|x_1y_2+x_2y_3+x_3y_1-x_2y_1-x_3y_2-x_1y_3\right|$$

핵심 유형 7종 교과서

● 대표문항

지학사

195. 그림은 세 점 $\mathrm{O}(0,\ 0)$, $\mathrm{A}(3,\ 4)$, $\mathrm{B}(5,\ 2)$를 꼭짓점으로 하는 삼각형 AOB를 나타낸 것이다.



다음 과정에 따라 삼각형 AOB의 넓이를 구하시오.

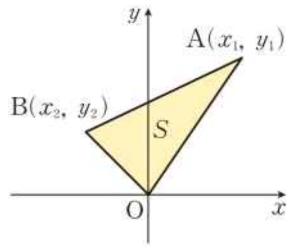
(1) 선분 OA의 길이를 구하시오.

(2) 점 B와 직선 OA 사이의 거리를 구하시오.

(3) 삼각형 AOB의 넓이를 구하시오.

미래엔

196. 그림과 같이 세 점 $\mathrm{O}(0,\ 0)$, $\mathrm{A}(x_1,\ y_1)$, $\mathrm{B}(x_2,\ y_2)$를 꼭짓점으로 하는 삼각형 OAB의 넓이 S를 원점과 직선 사이의 거리를 이용하여 구하려고 한다.



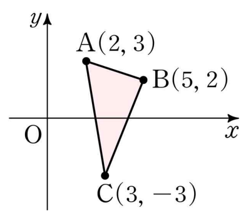
(1) 변 AB의 길이를 구하시오.

(2) 직선 AB의 방정식을 구하고, 원점과 이 직선 사이의 거리를 구하시오.

(3) (1), (2)의 결과를 이용하여 삼각형 OAB의 넓이 S가 $S=\frac{1}{2}\left|x_1y_2-x_2y_1\right|$임을 보이시오.

동아출판

197. 세 점 $\mathrm{A}(2,\ 3)$, $\mathrm{B}(5,\ 2)$, $\mathrm{C}(3,\ -3)$을 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC의 넓이를 구하시오.



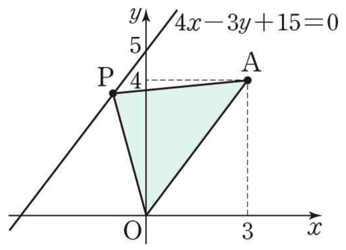
(1) 선분 AB의 길이를 구하시오.

(2)삼각형 ABC에서 선분 AB를 밑변으로 할 때, 높이를 구하시오.

(3) 삼각형 ABC의 넓이를 구하시오.

지학사

198. 다음 그림과 같이 두 점 O$(0,\ 0)$, A$(3,\ 4)$와 직선 $4x-3y+15=0$ 위의 점 P에 대하여 삼각형 POA의 넓이를 구하시오.

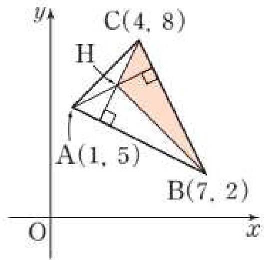


천재(홍)

199. 두 점 O$(0,\ 0)$, A$(3,\ 1)$과 직선 $x-3y+8=0$ 위의 점 P에 대하여 삼각형 OAP의 넓이를 구하시오.

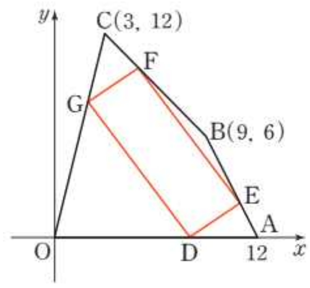
비상

200. 다음 그림과 같이 세 점 A$(1,\ 5)$, B$(7,\ 2)$, C$(4,\ 8)$을 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC에 대하여 두 점 A, C에서 각각 두 변 BC, AB에 내린 수선의 교점을 H라고 하자. 이때 삼각형 HBC의 넓이를 구하시오.



비상

201. 그림은 네 점 O$(0,\ 0)$, A$(12,\ 0)$, B$(9,\ 6)$, C$(3,\ 12)$를 꼭짓점으로 하는 사각형 OABC를 좌표평면 위에 나타낸 것이다. 이 사각형에서 두 변 OA, BC를 각각 $2:1$로 내분하는 점을 D, F라 하고, 두 변 AB, CO를 각각 $1:2$로 내분하는 점을 E, G라고 하자. 다음 물음에 답하시오.



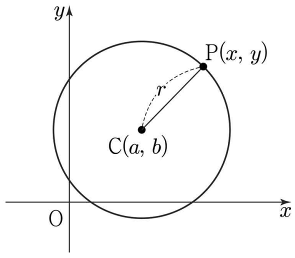
(1) 사각형 DEFG의 각 꼭짓점의 좌표를 구하시오.

(2) 사각형 DEFG는 어떤 사각형인지 설명하시오.

(3) 사각형 DEFG의 넓이를 구하시오.

핵심정리 19 중심이 주어진 원의 방정식

⇨ 중심이 점 $(a,\ b)$이고 점 $(x_1,\ y_1)$을 지나는 원의 방정식은
$(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$이라 하고 $x=x_1,\ y=y_1$을 대입하여
r^2의 값을 구한다.



⇨ 중심이 축 위에 있는 원의 방정식
① 중심이 x축 위에 있는 원의 방정식 → $(x-a)^2+y^2=r^2$
② 중심이 y축 위에 있는 원의 방정식 → $x^2+(y-b)^2=r^2$
③ 중심이 $y=f(x)$의 그래프 위에 있는 원의 방정식
→ $(x-a)^2+\{y-f(a)\}^2=r^2$

핵심 유형
7종 교과서

● 대표문항

천재(전)

202. 다음 원의 방정식을 구하시오.

(1) 중심이 원점이고 반지름의 길이가 $\sqrt{5}$인 원

(2) 중심의 좌표가 $(3,\ -2)$이고 반지름의 길이가 3인 원

(3) 중심의 좌표가 $(-4,\ -4)$이고 점 $(0,\ -4)$를 지나는 원

YBM

203. 다음 원의 방정식을 구하고 그래프를 그리시오.

(1) 중심이 $(-3,\ 4)$이고 반지름의 길이가 6인 원

(2) 중심이 원점이고 점 $(2,\ 3)$을 지나는 원

천재(홍)

204. 다음 원의 방정식을 구하고, 그래프를 그리시오.

(1) 중심이 $(-2,\ 0)$이고 반지름의 길이가 1인 원

(2) 중심이 원점이고 점 $(3,\ 4)$를 지나는 원

비상

205. 다음 원의 방정식을 구하고, 그 그래프를 그리시오.

(1) 중심이 점 $(1,\ 2)$이고 반지름의 길이가 2인 원

(2) 중심이 원점이고 반지름의 길이가 $\sqrt{10}$인 원

비상

206. 다음 원의 방정식을 구하시오.

(1) 중심이 x축 위에 있고 두 점 $(2,\ -4)$, $(7,\ 1)$을 지나는 원

(2) 중심이 y축 위에 있고 두 점 $(-2,\ -5)$, $(3,\ 0)$을 지나는 원

지학사

207. 중심이 x축 위에 있고 두 점 $(0,\ 4)$, $(7,\ 3)$을 지나는 원의 방정식을 구하시오.

천재(홍)

208. 중심이 x축 위에 있고 두 점 $\mathrm{A}(-3,\ 0)$, $\mathrm{B}(5,\ 4)$를 지나는 원의 방정식을 구하시오.

미래엔

209. 두 점 $(4,\ 5)$와 $(-2,\ -1)$을 지나고 중심이 y축 위에 있는 원의 방정식을 구하시오.

동아출판

210. 중심이 직선 $y=-x$ 위에 있고, 두 점 $\mathrm{A}(4,\ 0)$, $\mathrm{B}(2,\ -6)$을 지나는 원의 방정식을 구하시오.

비상

211. 중심이 직선 $y=x+1$ 위에 있고, 두 점 $(-3,\ 4)$, $(1,\ -2)$를 지나는 원의 방정식을 구하시오.

천재(전)

212. 중심의 좌표가 $(2,\ 3)$이고 직선 $x+3y-1=0$에 접하는 원의 방정식을 구하시오.

동아출판

213. 두 직선 $y=2x+4$, $y=2x-2$에 모두 접하는 원이 있다. 이 원의 중심이 직선 $y=3x$ 위에 있을 때, 원의 중심의 좌표를 구하시오.

YBM

214. 원 $x^2+(y-a)^2=4a^2\ (a>0)$과 x축이 만나는 두 점을 각각 A, B라 하면 삼각형 ABP의 넓이가 $2\sqrt{3}$이 되도록 하는 원 위의 점 P의 개수가 3이다. 이 3개의 점을 각각 P_1, P_2, P_3라 할 때, 삼각형 $\mathrm{P}_1\mathrm{P}_2\mathrm{P}_3$의 넓이를 구하시오. (단, a는 실수)

핵심정리 20 지름의 양 끝 점이 주어진 원

⇨ 두 점 A, B를 지름의 양 끝 점으로 하는 원

→ (원의 중심)=($\overline{\mathrm{AB}}$의 중점), (반지름의 길이)=$\frac{1}{2}\overline{\mathrm{AB}}$

핵심 유형
7종 교과서

● 대표문항

동아출판

215. 다음 두 점을 지름의 양 끝 점으로 하는 원의 방정식을 구하고, 그 그래프를 그리시오.

(1) $(0,\ 0)$, $(-6,\ 8)$

(2) $(-2,\ 4)$, $(2,\ 6)$

비상

216. 다음 원의 방정식을 구하고, 그 그래프를 그리시오.

(1) 두 점 $(3,\ 0)$, $(-1,\ 2)$를 지름의 양 끝점으로 하는 원

(2) 두 점 $(1,\ -4)$, $(3,\ 2)$를 지름의 양 끝점으로 하는 원

지학사

217. 두 점 $\mathrm{A}(5,\ 1)$, $\mathrm{B}(-1,\ -3)$을 지름의 양 끝 점으로 하는 원의 방정식을 구하시오.

천재(전)

218. 두 점 $\mathrm{A}(-2,\ 3)$, $\mathrm{B}(4,\ 7)$을 지름의 양 끝점으로 하는 원의 방정식을 구하시오.

천재(홍)

219. 두 점 $\mathrm{A}(3,\ -6)$, $\mathrm{B}(5,\ -4)$를 지름의 양 끝점으로 하는 원의 방정식을 구하시오.

지학사

220. 두 점 $(1,\ 3)$, $(k,\ -1)$을 지름의 양 끝 점으로 하는 원의 넓이가 5π일 때, 양수 k의 값을 구하시오.

동아출판

221. 좌표평면 위의 두 점 $\mathrm{A}(3,\ \sqrt{5})$, $\mathrm{B}(-1,\ -\sqrt{5})$와 직선 $y=-x-2$ 위의 서로 다른 두 점 P, Q에 대하여 $\angle\mathrm{APB}=\angle\mathrm{AQB}=90^\circ$일 때, 선분 PQ의 길이를 구하시오.

미래엔

222. 원 $x^2+y^2+9x-6y-2=0$과 직선 $2x-y+2=0$의 두 교점을 지름의 양 끝 점으로 하는 원의 중심의 좌표를 $(a,\ b)$라 할 때, $a+b$의 값을 구하시오.

핵심정리 21 원의 일반형이 주어진 원의 방정식

⇨ 방정식 $x^2+y^2+Ax+By+C=0$이 원을 나타낸다.

→ 주어진 방정식을 $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$ 꼴로 변형하면 원의 중심이 $(a,\ b)$ 이고 반지름이 r 인 원

핵심 유형 7종 교과서

● 대표문항

지학사

223. 다음 방정식이 나타내는 원의 중심의 좌표와 반지름의 길이를 구하시오.

(1) $x^2+y^2-14x=0$

(2) $x^2+y^2+4x+12y+36=0$

동아출판

224. 다음 방정식이 나타내는 도형을 말하고, 그 그래프를 그리시오.

(1) $x^2+y^2-6y+5=0$

(2) $x^2+y^2-2x+4y-4=0$

YBM

225. 다음 방정식이 나타내는 도형을 말하시오.

(1) $x^2+y^2+2x=0$

(2) $x^2+y^2+4x-6y-12=0$

동아출판

226. 다음 방정식이 나타내는 원의 중심의 좌표와 반지름의 길이를 각각 구하고, 그 그래프를 그리시오.

(1) $(x-3)^2+(y+2)^2=49$

(2) $x^2+y^2-8x+10y+5=0$

비상

227. 다음 방정식이 나타내는 도형을 말하시오.

(1) $x^2+y^2-8x+2y+8=0$

(2) $2x^2+2y^2+4x-8y+3=0$

미래엔

228. 원 $x^2+y^2+6x-8y+9=0$의 중심의 좌표는 $(a,\ b)$이고 반지름의 길이는 r이다. 이때 $a+b+r$의 값을 구하시오.

비상

229. 원 $x^2+y^2+4x-6y+12=0$의 중심의 좌표와 반지름의 길이를 구하시오.

YBM

230. 원 $x^2+y^2-4x+6y+9=0$의 중심과 넓이를 구하시오.

지학사

231. x, y에 대한 이차방정식 $x^2+y^2-2kx-2k^2-6k-9=0$이 반지름의 길이가 3 이하인 원을 나타낼 때, 실수 k의 값의 범위를 구하시오.

미래엔

232. 방정식 $x^2+y^2-4x+2y+k=0$이 나타내는 도형이 반지름의 길이가 $\sqrt{2}$ 이상인 원이 되도록 하는 자연수 k의 개수를 구하시오.

비상

233. 직선 $y=3x+5$가 원 $x^2+y^2-6x-4ay-12=0$의 중심을 지날 때, 실수 a의 값을 구하시오.

YBM

234. 방정식 $x^2+y^2-2ax+4ay+6a^2+2a-5=0$이 원을 나타낼 때, 그중 넓이가 최대인 원의 반지름의 길이를 구하시오. (단, a는 실수)

비상

235. 원 $x^2+y^2+4ax-6ay+12a^2+4a-7=0$의 넓이가 최소가 될 때, 원의 중심의 좌표를 구하시오. (단, a는 실수)

천재(홍)

236. 원 $x^2+y^2-2ax+6ay+7a^2-6a-8=0$의 넓이가 최소가 되도록 하는 원의 중심의 좌표를 구하시오. (단, a는 상수)

비상

237. 직선 $2x+ay+5=0$이 원 $x^2+y^2-4x+6y-3=0$의 넓이를 이등분할 때, 실수 a의 값을 구하시오.

천재(전)

238. 두 원

$$x^2+y^2-2x+6y+6=0,$$
$$x^2+y^2+4x-6y-3=0$$

의 넓이를 동시에 이등분하는 직선의 방정식을 구하시오.

핵심정리 22 원의 방정식이 되기 위한 조건

⇨ 방정식 $x^2+y^2+Ax+By+C=0$이 식에서
→ 주어진 방정식을 $(x-a)^2+(y-b)^2=c$ 꼴로 변형해서
$c>0$ 이면 원이 된다.

핵심 유형 7종 교과서

● 대표문항

지학사

239. x, y에 대한 이차방정식 $x^2+y^2+2x-2y+k=0$이 원을 나타내 도록 하는 실수 k의 값의 범위를 구하시오.

동아출판,비상

240. 방정식 $x^2+y^2+4x-2y+k=0$이 원을 나타내도록 하는 실수 k의 값의 범위를 구하시오.

미래엔

241. 방정식 $x^2+y^2+6x-4y+k+1=0$이 나타내는 도형이 원이 되도록 하는 실수 k의 값의 범위를 구하시오.

YBM

242. 방정식 $x^2+y^2-2x+8y+k=0$이 원을 나타내도록 실수 k의 값의 범위를 정하시오.

비상

243. 방정식 $x^2+y^2-6kx-4y+5k+4=0$이 나타내는 도형이 원이 되도록 하는 실수 k의 값의 범위를 구하시오.

천재(전)

244. 방정식 $x^2+y^2-5x+3y+k=0$이 나타내는 도형이 원일 때, 실수 k의 값의 범위를 구하시오.

동아출판

245. 방정식 $x^2+y^2+2x-6y+k^2-2k+7=0$이 나타내는 도형이 원일 때, 실수 k의 값의 범위를 구하시오.

천재(홍)

246. 방정식 $x^2+y^2+4x+6y+k=0$이 원을 나타내도록 하는 자연수 k의 개수를 구하시오.

핵심정리 23 세 점을 지나는 원의 방정식

[풀이1]
⇨ 세 점 A, B, C를 지나는 원의 방정식은 다음과 같은 순서로 구한다.
① 원의 중심을 $\mathrm{P}(a,\ b)$라 한다. [외심]
② $\overline{\mathrm{PA}}=\overline{\mathrm{PB}}=\overline{\mathrm{PC}}$임을 이용하여 $a,\ b$에 대한 방정식을 세운다.
③ ②의 방정식을 연립하여 $a,\ b$의 값을 구한다.
④ 반지름의 길이는 $\overline{\mathrm{PA}}$의 길이와 같음을 이용하여 반지름의 길이를 구한다. ← $\overline{\mathrm{PB}}$, $\overline{\mathrm{PC}}$의 길이를 이용할 수도 있다.
[풀이2]
⇨ 원의 일반형 $x^2+y^2+ax+by+c=0$ 에서 세 점을 대입하여 연립방정식을 풀어 a,b,c 값을 구한다.

핵심 유형
7종 교과서

● 대표문항

천재(전)

247. 세 점 $\mathrm{O}(0,\ 0)$, $\mathrm{P}(2,\ 0)$, $\mathrm{Q}(3,\ -3)$을 지나는 원의 방정식을 구하시오.

미래엔

248. 세 점 $\mathrm{A}(1,\ 5)$, $\mathrm{B}(2,\ 4)$, $\mathrm{C}(-1,\ 1)$을 지나는 원의 방정식을 구하시오.

YBM

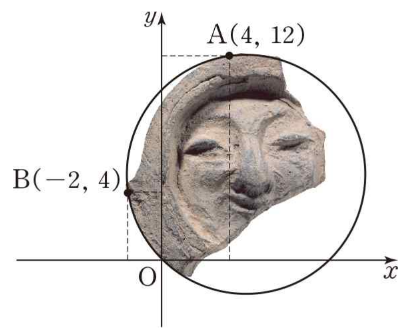
249. 세 점 $\mathrm{O}(0,\ 0)$, $\mathrm{A}(2,\ 1)$, $\mathrm{B}(0,\ -3)$을 지나는 원의 중심과 반지름의 길이를 구하시오.

미래엔

250. 세 점 $(0,\ 0)$, $(4,\ 0)$, $(-2,\ 6)$을 지나는 원의 중심의 좌표를 $(p,\ q)$라 할 때, $p+q$의 값은?
① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

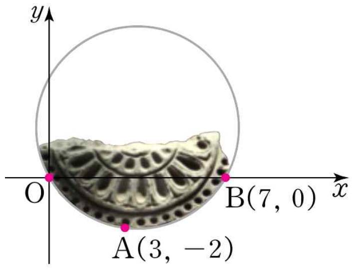
지학사

251. 7세기경의 신라 시대 유물로 알려진 얼굴 무늬 수막새는 발굴될 당시 일부분이 파손되어 있었다. 이 수막새를 복원하기 위해 다음 그림과 같이 수막새 그림이 좌표평면 위의 세 점 $\mathrm{A}(4,\ 12)$, $\mathrm{B}(-2,\ 4)$, $\mathrm{O}(0,\ 0)$을 지나도록 놓고 원을 그렸다. 복원된 수막새의 가장자리를 나타내는 원의 방정식을 구하시오.



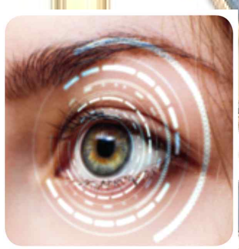
천재(전)

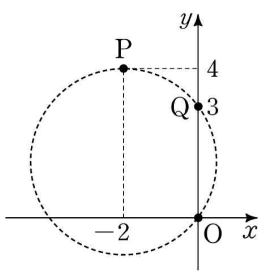
252. 그림은 원래 원 모양으로 추정되는 훼손된 유물을 복원하기 위해 유물의 사진을 좌표평면 위에 나타낸 것이다. 사진의 둘레에 원점과 두 점 $\mathrm{A}(3,\ -2)$, $\mathrm{B}(7,\ 0)$이 있을 때, 이 세 점을 지나는 원의 방정식을 구하시오.



동아출판

253. 보안 시스템 중 하나인 홍채 인식은 눈의 홍채의 크기 등의 정보로 사람을 인식하는 기술이다. 홍채의 바깥쪽 경계를 원 모양이라고 할 때, 홍채 경계 위에 있는 일부 점을 이용하면 홍채의 크기를 파악할 수 있다. 홍채 경계 위에 있는 세 점 $\mathrm{O}(0,\ 0)$, $\mathrm{P}(-2,\ 4)$, $\mathrm{Q}(0,\ 3)$을 지나는 원의 방정식을 구하시오.





동아출판

254. 세 직선 $y=0,\ x-3y=0,\ x-5y+2=0$으로 둘러싸인 삼각형의 외접원의 반지름의 길이를 구하시오.

(1) 삼각형의 세 꼭짓점의 좌표를 각각 구하시오.

(2) 삼각형의 세 꼭짓점을 지나는 원의 방정식을 구하시오.

(3) 삼각형의 외접원의 반지름의 길이를 구하시오.

비상

255. 세 직선 $l:\ x-3y=0,\ m:\ 3x+y=0,\ n:\ x+2y-5=0$으로 둘러싸인 삼각형의 외접원의 방정식을 구하시오.

핵심정리 24 내접원의 방정식

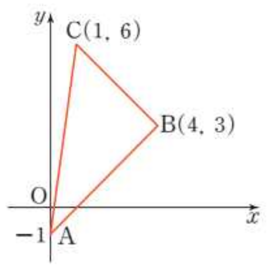
⇨ 원의 중심에서 접선까지의 거리와 반지름의 길이는 같음을 이용하여 원의 중심[내심]의 좌표를 구할 수 있다.

핵심 유형
7종 교과서

● 대표문항

■■■ 비상 ■■■

256. 그림은 세 점 $\mathrm{A}(0,\ -1)$, $\mathrm{B}(4,\ 3)$, $\mathrm{C}(1,\ 6)$을 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC를 좌표평면 위에 나타낸 것이다. ‘삼각형의 세 내각의 이등분선은 한 점(내심)에서 만나고, 이 점(내심)에서 세 변에 이르는 거리는 같다.’를 이용하여 삼각형 ABC의 내접원을 그리고, 내접원의 방정식을 구하려고 한다.
삼각형 ABC의 내접원의 중심을 점 $(a,\ b)$라 하고 이 점에서 세 변에 이르는 거리가 같음을 이용하여 내접원의 방정식을 구하시오. (단, a, b는 실수)



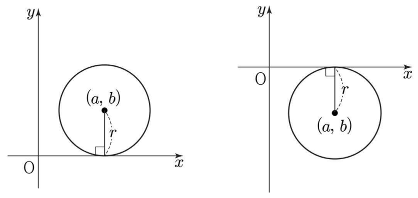
핵심정리 25 축에 접하는 원의 방정식

⇨ 원 $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$이

① x축에 접할 때

→ (반지름의 길이)$=|$(중심의 y좌표)$|=|b|$

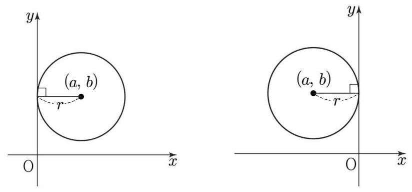
→ $(x-a)^2+(y-b)^2=b^2$



② y축에 접할 때

→ (반지름의 길이)$=|$(중심의 x좌표)$|=|a|$

→ $(x-a)^2+(y-b)^2=a^2$



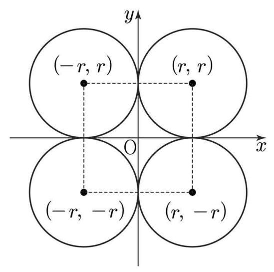
③ x축, y축에 동시에 접할 때,

→ 중심이 제1사분면 위에 있으면 $(x-r)^2+(y-r)^2=r^2$

→ 중심이 제2사분면 위에 있으면 $(x+r)^2+(y-r)^2=r^2$

→ 중심이 제3사분면 위에 있으면 $(x+r)^2+(y+r)^2=r^2$

→ 중심이 제4사분면 위에 있으면 $(x-r)^2+(y+r)^2=r^2$



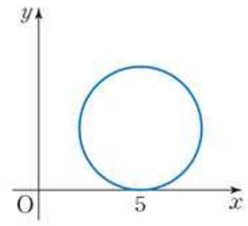
핵심 유형
7종 교과서

● 대표문항

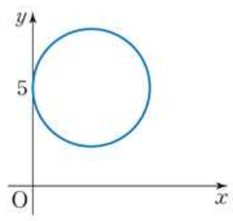
YBM

257. 다음을 만족시키는 원 중에서 중심이 제1사분면에 있고 반지름의 길이가 3인 원의 방정식을 구하시오.

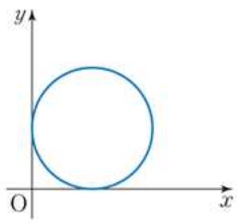
(1) 점 $(5,\ 0)$에서 x축에 접한다.



(2) 점 $(5,\ 0)$에서 y축에 접한다.



(3) x축과 y축에 모두 접한다.



천재(홍)

258. 점 $(3,\ 4)$를 중심으로 하고 y축에 접하는 원의 방정식을 구하시오.

비상

259. 다음 원과 그에 해당하는 원의 방정식을 찾아 선으로 연결하고, 그 이유를 설명하시오.

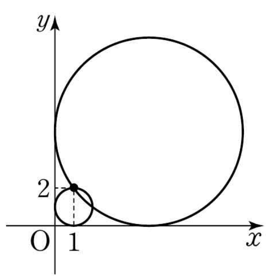
원	원의 방정식
① x축, y축에 모두 접하는 원 ·	· ㉠ $(x+1)^2+(y-5)^2=1$
② x축에만 접하는 원 ·	· ㉡ $(x-4)^2+(y-2)^2=4$
③ y축에만 접하는 원 ·	· ㉢ $(x-3)^2+(y+3)^2=9$

YBM

260. 곡선 $x^2+y^2-2y=0$ 위의 점 중에서 제2사분면에 있는 점을 중심으로 하고 x축과 y축에 동시에 접하는 원의 방정식을 구하시오.

천재(전)

261. 점 $(1,\ 2)$를 지나고 x축과 y축에 동시에 접하는 두 원의 넓이의 합을 구하시오.



미래엔

262. x축과 y축에 동시에 접하고 점 $(2,\ 1)$을 지나는 원의 방정식을 모두 구하는 풀이 과정과 답을 쓰시오.

YBM

263. 직선 $y=x$ 위의 점을 중심으로 하고, x축과 y축에 동시에 접하는 원 중에서 직선 $3x-4y+12=0$과 접하는 두 원의 넓이의 합은?

① 9π ② 10π ③ 11π ④ 12π ⑤ 13π

천재(홍)

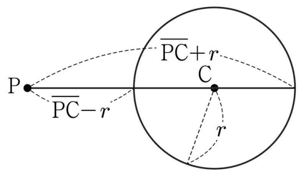
264. x축과 y축에 동시에 접하고 중심이 제1사분면 위에 있는 원이 직선 $3x+4y-12=0$에 접할 때, 원의 반지름의 길이를 모두 구하시오.

핵심정리 26 한 점에서 원 위의 점까지의 거리

⇨ 원 밖의 한 점 P와 원의 중심 C 사이의 거리를 d, 원의 반지름의 길이를 r라 할 때, 점 P와 원 위의 점 사이의 거리의

① 최댓값 ➡ $\overline{\mathrm{PC}}+r=d+r$

② 최솟값 ➡ $\overline{\mathrm{PC}}-r=d-r$



핵심 유형 7종 교과서

● 대표문항

비상

265. 원점 O와 원 $x^2+y^2-8x+6y+21=0$ 위를 움직이는 점 P에 대하여 선분 OP의 길이의 최댓값과 최솟값을 구하시오.

핵심정리 27 자취방정식: 원

⇨ 두 점에서 거리의 비가 일정한 점들의 자취
조건을 만족시키는 점의 좌표를 $(x,\ y)$라고 하고 주어진 조건을 이용하여 $x,\ y$에 대한 방정식을 세운다.

핵심 유형 7종 교과서

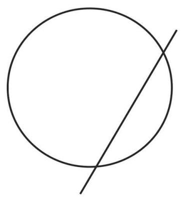
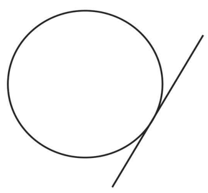
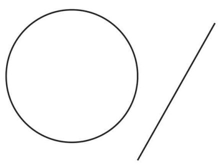
● 대표문항

동아출판

266. 두 점 $\mathrm{A}(-1,\ 2)$, $\mathrm{B}(2,\ -4)$에서의 거리의 비가 $1:2$로 일정한 점 $\mathrm{P}(x,\ y)$가 나타내는 도형의 방정식을 구하시오.

핵심정리 28 원과 직선의 위치관계

⇨ 원과 직선의 위치 관계

 두 점에서 만난다	① 반지름의 길이가 r인 원의 중심과 직선 사이의 거리를 d라 할 때 $\rightarrow d<r$ ② 원의 방정식과 직선의 방정식에서 한 문자를 소거하여 얻은 이차방정식의 판별식을 D라 할 때 $\rightarrow D>0$
 한 점에서 만난다 (접한다)	① 반지름의 길이가 r인 원의 중심과 직선 사이의 거리를 d라 할 때, $\rightarrow d=r$ ② 원의 방정식과 직선의 방정식에서 한 문자를 소거하여 얻은 이차방정식의 판별식을 D라 할 때 $\rightarrow D=0$
 만나지 않는다.	① 반지름의 길이가 r인 원의 중심과 직선 사이의 거리를 d라 할 때 $\rightarrow d>r$ ② 원의 방정식과 직선의 방정식에서 한 문자를 소거하여 얻은 이차방정식의 판별식을 D라 할 때 $\rightarrow D<0$

핵심 유형
7종 교과서

● 대표문항

YBM

267. 원 $x^2+y^2=4$와 다음 직선의 위치 관계를 말하시오.

(1) $y=x+1$

(2) $y=\sqrt{2}x+2\sqrt{3}$

(3) $y=-x+5$

지학사

268. 다음 원과 직선의 위치 관계를 말하시오.

(1) $x^2+y^2=5,\ y=2x+5$

(2) $x^2+y^2-6x=0,\ x-y+6=0$

동아출판

269. 다음 원과 직선의 위치 관계를 말하시오.

(1) $x^2+y^2=2,\ y=-x-3$

(2) $(x-2)^2+(y+1)^2=5,\ x-2y=5$

비상

270. 다음 원과 직선의 위치 관계를 판단하시오.

(1) $x^2+y^2-8y+14=0,\ y=-x+6$

(2) $x^2+y^2-2x+y=0,\ 2x-y+3=0$

■■■ 지학사, 동아출판 ■■■

271. 원 $x^2+y^2=2$와 직선 $y=2x+k$의 위치 관계가 다음과 같을 때, 실수 k의 값 또는 범위를 구하시오.

(1) 서로 다른 두 점에서 만난다.

(2) 한 점에서 만난다.

(3) 만나지 않는다.

■■■ 비상 ■■■

272. 원 $x^2+y^2=52$와 직선 $y=-\frac{3}{2}x+k$의 위치 관계가 다음과 같도록 하는 실수 k의 값 또는 범위를 구하시오.

(1) 서로 다른 두 점에서 만난다.

(2) 한 점에서 만난다.

(3) 만나지 않는다.

■■■ 천재(홍) ■■■

273. 원 $x^2+y^2=1$과 직선 $y=kx-3$의 위치 관계가 다음과 같도록 하는 실수 k의 값 또는 범위를 구하시오.

(1) 서로 다른 두 점에서 만난다.

(2) 한 점에서 만난다(접한다).

(3) 만나지 않는다.

■■■ 동아출판, 지학사, 미래엔 ■■■

274. 원 $x^2+y^2=8$과 직선 $y=x+k$가 서로 다른 두 점에서 만나도록 하는 실수 k의 값의 범위를 구하시오.

■■■ YBM ■■■

275. 원 $x^2+y^2=5$와 직선 $y=-2x+k$가 서로 다른 두 점에서 만나도록 실수 k의 값의 범위를 정하시오.

■■■ 동아출판, YBM, 지학사, 천재(전), 천재(홍) ■■■

276. 원 $x^2+y^2=3$과 직선 $y=2x+k$가 서로 다른 두 점에서 만나도록 실수 k의 값의 범위를 구하시오.

■■■ 비상, 천재(전) ■■■

277. 원 $x^2+y^2=10$과 직선 $y=3x+k$가 서로 다른 두 점에서 만나도록 하는 실수 k의 값의 범위를 구하시오.

동아출판

278. 원 $x^2+y^2=9$와 직선 $2x-3y-a=0$이 접할 때, 양수 a의 값을 구하시오.

YBM

279. 원 $x^2+y^2=8$과 직선 $x-y+k=0$이 접할 때, 양수 k의 값을 구하시오.

천재(전)

280. 원 $(x+1)^2+(y-2)^2=8$과 직선 $y=x-1$의 위치 관계를 말하시오.

천재(전)

281. 원 $(x+4)^2+(y+1)^2=5$와 직선 $2x-11y+k=0$이 서로 다른 두 점에서 만날 때, 실수 k의 값의 범위를 구하시오.

천재(홍)

282. 원 $x^2+y^2=8$과 직선 $y=mx+4$가 만나도록 하는 실수 m의 값의 범위를 구하시오.

지학사

283. 원 $x^2+y^2-2y=0$과 직선 $y=x+k$가 만나도록 하는 실수 k의 값의 범위를 구하시오.

동아출판

284. 원 $x^2+y^2-2x+4y=0$과 직선 $x+2y-k=0$이 만나도록 하는 실수 k의 값의 범위를 구하시오.

비상

285. 원 $(x-1)^2+(y-a)^2=16$과 직선 $4x-3y+5a-2=0$이 만나도록 하는 실수 a의 값의 범위를 구하시오.

비상

286. 다음 〈보기〉 중 원과 직선이 만나지 않는 것을 고르시오.

〈 보기 〉

ㄱ. $x^2+y^2=5,\ 2x+y-3=0$

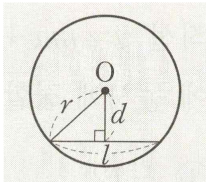
ㄴ. $x^2+y^2=10,\ x+3y-10=0$

ㄷ. $(x-2)^2+(y+1)^2=15,\ y=2x+5$

핵심정리 29 현의 길이

⇨ 반지름의 길이가 r인 원의 중심에서 d만큼 떨어진 현의 길이를 l이라 하면

→ $l=2\sqrt{r^2-d^2}$



핵심 유형
7종 교과서

● 대표문항

■■■ 동아출판 ■■■

287. 원 $x^2+y^2+2x+10y-38=0$과 직선 $x+3y-4=0$이 만나는 두 점을 각각 A, B라고 할 때, 선분 AB의 길이를 구하시오.

■■■ 천재(홍) ■■■

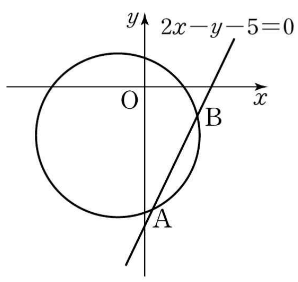
288. 원 $x^2+y^2+6x-27=0$과 직선 $4x+3y-13=0$이 만나는 두 점을 각각 A, B라고 할 때, 선분 AB의 길이를 구하시오

■■■ 비상 ■■■

289. 원 $x^2+y^2+4x+2y-4=0$과 직선 $x-2y+2\sqrt{5}=0$이 서로 다른 두 점 A, B에서 만날 때, 선분 AB의 길이를 구하시오.

■■■ YBM ■■■

290. 그림과 같이 원 $x^2+y^2+2x+4y+k=0$과 직선 $2x-y-5=0$이 두 점 A, B에서 만난다. $\overline{AB}=4$일 때, 상수 k의 값은?



① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

■■■ 미래엔 ■■■

291. 원 $x^2+y^2-6x-4y+k=0$이 x축과 만나는 두 점 사이의 거리가 8일 때, 상수 k의 값을 구하시오.

비상

292. 원 $x^2+y^2=25$와 직선 $x+y-k=0$이 서로 다른 두 점 A, B에서 만난다. $\overline{\mathrm{AB}}=8$일 때, 양수 k의 값을 구하시오.

천재(전)

293. 직선 $x-y+2=0$과 원 $(x-a)^2+(y-1)^2=5$가 만나는 두 점 사이의 거리가 $2\sqrt{3}$일 때, 상수 a의 값을 모두 구하시오.

천재(전)

294. 원점을 지나는 원 $x^2+y^2-6x-2ay+a^2-16=0$이 직선 $y=-3$과 서로 다른 두 점에서 만난다고 할 때, 원과 직선이 만나는 두 점 사이의 거리를 구하시오. (단, a는 상수이다.)

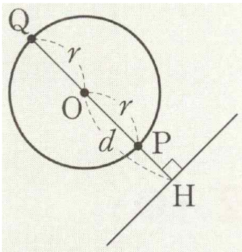
비상

295. 원 $x^2+y^2-10x-2ky+9=0$의 중심을 C라 하고, 이 원과 직선 $4x-3y+3k=0$의 두 교점을 A, B라고 하자. 삼각형 ABC의 넓이가 12가 되도록 하는 실수 k의 값을 모두 구하시오.

핵심정리 30 원 위의 점에서 직선까지의 거리

⇨ 원의 중심 O와 직선 사이의 거리를 d, 원의 반지름의 길이를 r라 할 때, 원 위의 점과 직선 사이의 거리

① 최댓값 → $\overline{\mathrm{OH}}+\overline{\mathrm{OQ}}=d+r$ ② 최솟값 → $\overline{\mathrm{OH}}-\overline{\mathrm{OP}}=d-r$



핵심 유형
7종 교과서

● 대표문항

■■■ 미래엔 ■■■

296. 원 $(x-2)^2+(y-5)^2=4$ 위의 점과 직선 $3x-4y-6=0$ 사이의 거리의 최댓값과 최솟값을 구하시오.

■■■ 동아출판 ■■■

297. 원 $(x-1)^2+(y+3)^2=16$ 위의 점과 직선 $3x-4y+30=0$ 사이의 거리의 최댓값과 최솟값을 각각 구하시오.

■■■ 비상 ■■■

298. 원 $(x-4)^2+(y-5)^2=10$ 위의 점과 직선 $3x-y+13=0$ 사이의 거리의 최댓값을 구하시오.

■■■ 지학사 ■■■

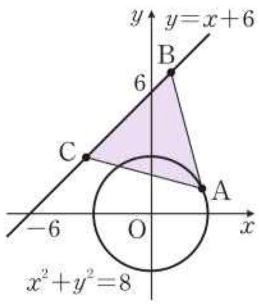
299. 점 $\mathrm{A}(3,\ 4)$를 지나는 직선 중 원점과의 거리가 최대인 직선을 l이라고 할 때, 원 $(x-6)^2+(y-7)^2=1$ 위의 점 P와 직선 l 사이의 거리의 최솟값을 구하시오.

■■■ YBM ■■■

300. 점 $(3,\ 4)$를 지나는 직선 중에서 원점과의 거리가 최대인 직선을 l이라 하자. 원 $(x-7)^2+(y-5)^2=1$ 위의 점 P와 직선 l 사이의 거리의 최솟값을 구하시오.

미래엔

301. 그림과 같이 원 $x^2+y^2=8$ 위의 점 A와 직선 $y=x+6$ 위의 서로 다른 두 점 B와 C를 꼭짓점으로 하는 정삼각형 ABC를 만들 때, 그 넓이의 최댓값과 최솟값을 구하시오.



천재(홍)

302. 원 $x^2+y^2=25$ 위의 두 점 A$(5,\ 0)$, B$(-4,\ -3)$과 원 위의 점 C에 대하여 삼각형 ABC의 넓이의 최댓값을 구하시오.

비상

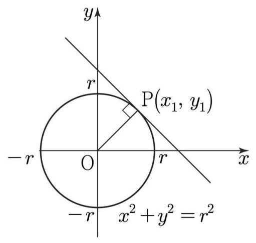
303. 두 점 A$(2,\ 0)$, B$(0,\ 2)$와 원 $(x-3)^2+(y-3)^2=2$ 위의 점 P에 대하여 삼각형 APB의 넓이의 최솟값을 구하시오.

핵심정리 31 접선의 방정식 (1) 접점이 주어질 때

⇨ 원 위의 점(접점)이 주어진 접선의 방정식

① 원 $x^2+y^2=r^2$ 위의 점 $(x_1,\ y_1)$에서의 접선의 방정식

→ $x_1x+y_1y=r^2$



② 원 $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$ 위의 점 $(x_1,\ y_1)$에서의 접선의 방정식 → 원의 접선이 두 점 $(a,\ b)$, $(x_1,\ y_1)$을 지나는 직선과 수직임을 이용한다.

핵심 유형
7종 교과서

● 대표문항

천재(전)

304. 원 $x^2+y^2=25$ 위의 다음 점에서의 접선의 방정식을 구하시오.

(1) $(3,\ -4)$

(2) $(-1,\ 2\sqrt{6})$

(3) $(5,\ 0)$

(4) $(0,\ -5)$

천재(홍)

305. 다음 접선의 방정식을 구하시오.

(1) 원 $x^2+y^2=13$ 위의 점 $(3,\ -2)$에서의 접선

(2) 원 $x^2+y^2=16$ 위의 점 $(-4,\ 0)$에서의 접선

지학사, YBM

306. 다음 접선의 방정식을 구하시오.

(1) 원 $x^2+y^2=10$ 위의 점 $(1,\ 3)$에서의 접선

(2) 원 $x^2+y^2=25$ 위의 점 $(0,\ 5)$에서의 접선

동아출판

307. 다음 접선의 방정식을 구하시오.

(1) 원 $x^2+y^2=20$ 위의 점 $(2,\ -4)$를 지나는 접선

(2) 원 $x^2+y^2=16$ 위의 점 $(4,\ 0)$을 지나는 접선

동아출판

308. 원 $x^2+y^2=25$ 위의 점 $(3,\ 4)$를 지나는 접선을 l이라고 하자. 이 원에 접하고 직선 l에 수직인 직선의 방정식을 구하시오.

천재(홍)

309. 원 $x^2+y^2=13$ 위의 점 $(2,\ 3)$에서의 접선을 l이라고 하자. 이 원에 접하고 직선 l에 수직인 직선의 방정식을 모두 구하시오.

YBM

310. 원 $x^2+y^2=18$ 위의 두 점 $(3,\ 3)$, $(3,\ -3)$에서의 접선과 y축으로 둘러싸인 삼각형의 넓이를 구하시오.

비상

311. 원 $x^2+y^2=8$ 위의 점 $(-2,\ 2)$를 지나는 접선이 x축, y축과 만나는 점을 각각 A, B라고 할 때, 삼각형 OAB의 넓이를 구하시오.
(단, O는 원점)

천재(홍)

312. 원 $x^2+y^2=10$ 위의 점 $(1,\ -3)$에서의 접선이 점 $(a,\ -4)$를 지날 때, a의 값을 구하시오.

미래엔

313. 원 $x^2+y^2=r^2$ 위의 점 $(a,\ 4)$에서의 접선의 방정식이 $x-\frac{4}{3}y+b=0$일 때, $a+3b+r$의 값을 구하시오.
(단, $r>0$이고 b는 상수)

YBM

314. 원 $x^2+y^2=10$ 위의 점 $\mathrm{A}(1,\ 3)$에서의 접선과 원 위의 제2사분면 위에 있는 점 B에서의 접선이 서로 수직일 때, 점 B의 좌표를 구하시오.

천재(전)

315. 원 $x^2+y^2=8$ 위의 점 $(-2,\ 2)$에서의 접선을 l이라고 할 때, 점 $(1,\ 3)$과 직선 l 사이의 거리를 구하시오.

미래엔

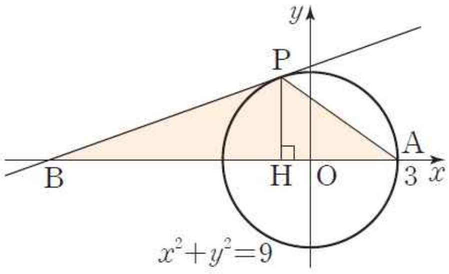
316. 원 $x^2+y^2=10$ 위의 점 $(1, 3)$에서의 접선이 원 $x^2+y^2-16x-8y+k=0$과 접할 때, 실수 k의 값을 구하시오.

비상

317. 원 $x^2+y^2=5$ 위의 점 $(1,\ 2)$를 지나는 접선을 l_1, 원 $x^2+y^2=9$ 위의 점 $(a,\ b)$를 지나는 접선을 l_2라고 하자. 두 접선 l_1, l_2가 서로 수직일 때, 실수 a, b에 대하여 $\frac{a}{b}$의 값을 구하시오.
(단, $ab\neq 0$)

■■■ YBM ■■■

318. 다음 그림과 같이 원 $x^2+y^2=9$와 점 $\mathrm{A}(3,\ 0)$이 있다. 원 위의 제2사분면 위에 있는 점 P에서의 접선이 x축과 만나는 점을 B, 점 P에서 x축에 내린 수선의 발을 H라 하자. $2\overline{\mathrm{AH}}=\overline{\mathrm{BH}}$일 때, 삼각형 PBA의 넓이를 구하시오.

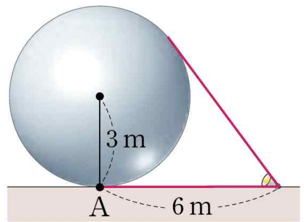


■■■ 비상 ■■■

319. 원 $x^2+y^2=4$에 대하여 원과 x축의 양의 부분의 교점을 A, 제2사분면 위에 있는 원 위의 한 점 P를 지나는 접선 l과 x축의 교점을 B라고 하자. 점 P에서 x축에 내린 수선의 발 H가 선분 AB의 중점일 때, 접선 l의 방정식을 구하시오.

■■■ 천재(전) ■■■

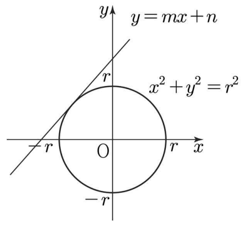
320. 그림과 같이 반지름의 길이가 3 m인 구 모양의 조형물이 점 A에서 지면과 만난다. 점 A로부터 6 m만큼 떨어진 지점에 조명을 설치하여 비출 때, 이 조형물이 조명을 받는 부분의 최대 높이를 구하시오. (단, 조명의 크기는 생각하지 않는다.)



핵심정리 32 접선의 방정식 (2) 기울기 주어질 때

⇨ 기울기가 주어진 접선의 방정식

① 원 $x^2+y^2=r^2$ $(r>0)$에 접하고 기울기가 m인 직선의 방정식 → $y=mx\pm r\sqrt{m^2+1}$



② 원 $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$ $(r>0)$에 접하고 기울기가 m인 직선의 방정식 → 접선의 방정식을 $y=mx+k$ (k는 상수)라 하고 이 직선과 원의 중심 $(a,\ b)$ 사이의 거리가 반지름의 길이 r와 같음을 이용한다.

핵심 유형 7종 교과서

● 대표문항

YBM

321. 원 $x^2+y^2=25$에 접하고 기울기가 2인 접선의 방정식을 다음 두 학생이 말하는 방법으로 구하시오.

난 이차방정식의 판별식을 이용해 볼게.

민호의 방법

현주의 방법

난 중심과 접선 사이의 거리가 반지름의 길이와 같음을 이용할래.

지학사

322. 다음 직선의 방정식을 구하시오.

(1) 원 $x^2+y^2=2$에 접하고 기울기가 2인 직선

(2) 원 $x^2+y^2=16$에 접하고 직선 $2x+y+4=0$과 평행한 직선

비상

323. 다음 직선의 방정식을 구하시오.

(1) 원 $x^2+y^2=8$에 접하고 직선 $y=-x-\dfrac{3}{2}$에 평행한 직선

(2) 원 $x^2+y^2=16$에 접하고 직선 $4x+3y+2=0$에 수직인 직선

YBM

324. 다음 접선의 방정식을 구하시오.

(1) 원 $x^2+y^2=10$에 접하고 기울기가 -1인 접선

(2) 원 $x^2+y^2=2$에 접하고 직선 $x-2y+1=0$과 수직인 접선

동아출판

325. 다음 직선의 방정식을 구하시오.

(1) 원 $x^2+y^2=9$에 접하고 기울기가 2인 직선

(2) 원 $x^2+y^2=1$에 접하고 직선 $x-3y+2=0$에 수직인 직선

미래엔

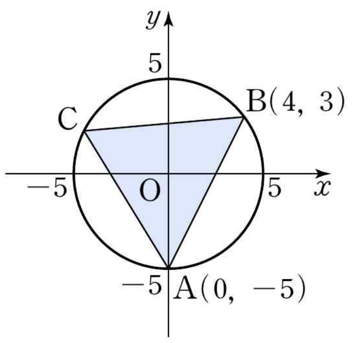
326. 직선 $2x+y-3=0$에 평행하고 원 $x^2+y^2=25$에 접하는 직선이 점 $(-\sqrt{5},\ a)$를 지날 때, 양수 a의 값을 구하시오.

천재(전)

327. 원 $x^2+y^2=10$에 접하고 기울기가 -3인 두 직선의 방정식을 구하고, 두 직선 사이의 거리를 구하시오.

YBM

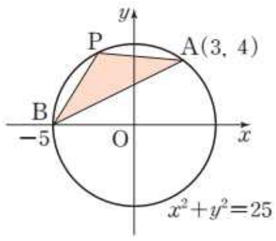
328. 다음 그림과 같이 원 $x^2+y^2=25$ 위의 두 점 $\mathrm{A}(0,\ -5)$, $\mathrm{B}(4,\ 3)$과 원 위를 움직이는 점 C가 있다. 삼각형 ABC의 넓이의 최댓값이 $a+b\sqrt{5}$일 때, $a+b$의 값은? (단, a, b는 유리수)



① 20 ② 21 ③ 22 ④ 23 ⑤ 24

비상

329. 다음 그림과 같이 원 $x^2+y^2=25$ 위의 두 점 $\mathrm{A}(3,\ 4)$, $\mathrm{B}(-5,\ 0)$에 대하여 호 AB 위를 움직이는 점을 P라고 할 때, 물음에 답하시오.



(1) 원의 중심과 직선 AB 사이의 거리를 구하시오.

(2) 삼각형 APB의 넓이의 최댓값을 구하시오.

핵심정리 33 접선의 방정식 (3) 원 밖의 점

⇨ 원 밖의 한 점에서 그은 접선의 방정식

→ 원 밖의 점 $(a,\ b)$에서 원에 그은 접선의 기울기를 m이라 하면 접선의 방정식은

$y-b=m(x-a)$, 즉 $mx-y-ma+b=0$ ⋯⋯ ㉠

이므로 원의 중심과 직선 ㉠ 사이의 거리가 원의 반지름의 길이와 같음을 이용하여 m의 값을 구한다.

핵심 유형
7종 교과서

● 대표문항

천재(전)

330. 점 $(0,\ 10)$에서 원 $x^2+y^2=10$에 그은 접선의 x절편을 다음 세 학생의 방법으로 각각 구하시오.

천재(전),천재(홍)

331. 점 $(5,\ 0)$에서 원 $x^2+y^2=5$에 그은 접선의 방정식을 구하시오.

지학사

332. 다음 접선의 방정식을 구하시오.

(1) 점 $(5,\ 0)$에서 원 $x^2+y^2=5$에 그은 접선

(2) 점 $(1,\ 1)$에서 원 $x^2+y^2=1$에 그은 접선

동아출판

333. 점 $(3,\ 2)$에서 원 $x^2+y^2=4$에 그은 접선의 방정식을 구하시오.

YBM

334. 점 $(1,\ -7)$에서 원 $x^2+y^2=25$에 그은 접선의 방정식을 구하시오.

천재(전)

335. 점 $(3,\ 1)$에서 원 $x^2+y^2=5$에 그은 접선의 방정식을 구하시오.

비상

336. 점 $(0,\ 3)$에서 원 $x^2+y^2=3$에 그은 접선의 방정식을 구하시오.

YBM

337. 점 $(-2,\ 4)$에서 원 $x^2+y^2=2$에 그은 두 접선이 각각 y축과 만나는 점의 좌표를 $(0,\ a)$, $(0,\ b)$라 할 때, $a+b$의 값은?

① -10　② -9　③ -8　④ -7　⑤ -6

미래엔

338. 점 $\mathrm{P}(-2,\ 4)$에서 원 $x^2+y^2=2$에 그은 두 접선이 y축과 만나는 두 점을 A와 B라 할 때, 삼각형 PAB의 넓이를 구하는 풀이 과정과 답을 쓰시오.

천재(홍)

339. 점 $\mathrm{A}(5,\ 0)$과 원 $x^2+y^2=9$ 위의 점 P에 대하여 직선 AP의 기울기를 m이라고 할 때, m의 값의 범위를 구하시오.

비상

340. 점 $(0,\ -3)$에서 원 $(x-1)^2+(y-1)^2=4$에 그은 두 접선의 기울기의 곱을 구하시오.

비상

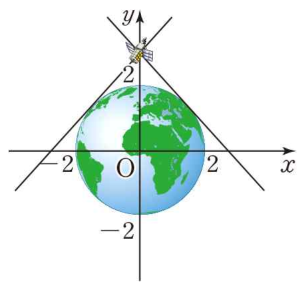
341. 점 $(3,\ -4)$에서 원 $x^2+y^2=10$에 그은 두 접선이 원과 만나는 점을 각각 P, Q라고 할 때, 원의 중심과 직선 PQ 사이의 거리를 구하시오.

천재(전)

342. 점 $(5,\ 6)$에서 원 $(x-2)^2+(y-3)^2=r^2$에 그은 두 접선이 서로 수직으로 만날 때, r의 값을 구하시오. (단, $r>0$)

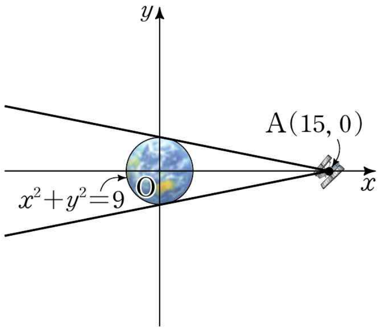
지학사

343. 다음 그림은 지구 모양을 좌표평면 위에 원 $x^2+y^2=4$로 나타내 고, 고도가 1인 인공위성을 y축의 양의 방향 위에 나타낸 것이다. 이 인공위성에서 지구 모양에 그은 접선의 방정식을 구하시오. (단, 인공위성의 크기는 무시한다.)



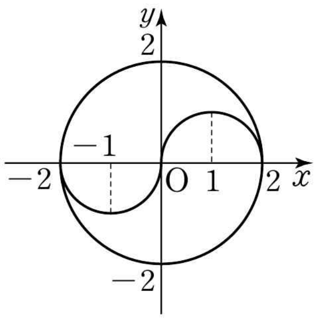
동아출판

344. 다음 그림은 좌표평면 위에 지구의 중심을 원점으로 하고, 지구를 원 $x^2+y^2=9$로, 인공위성을 점 $\mathrm{A}(15,\ 0)$으로 나타낸 것이다. 인공위성이 지구를 관측할 수 있는 영역은 점 A에서 지구에 그은 접선의 방정식으로 예측할 수 있다. 이 인공위성에서 지구에 접선을 그었을 때, 접점의 좌표를 모두 구하시오.



천재(전)

345. 그림과 같이 좌표평면 위에 원과 반원으로 이루어진 도형이 있다. 이 도형과 직선 $y=a(x+1)$이 서로 다른 5개의 점에서 만나도록 하는 상수 a의 값의 범위를 구하시오.



천재(전)

346. 점 $(2,\ 1)$에서 원 $(x-3)^2+(y+2)^2=4$에 그은 두 접선의 기울기의 합을 구하시오.

동아출판

347. 점 $(4,\ 1)$에서 원 $x^2+y^2=4$에 그은 두 접선의 기울기를 각각 $m_1,\ m_2$라고 할 때, m_1m_2의 값을 구하시오.

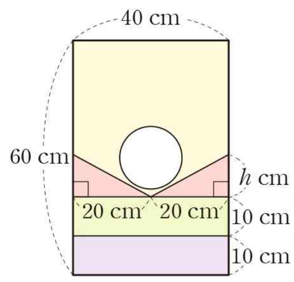
(1) 기울기가 m이고 점 $(4,\ 1)$을 지나는 접선의 방정식을 세우시오.

(2) 원의 중심과 접선 사이의 거리가 원의 반지름의 길이와 같음을 이용하여 m에 대한 방정식을 세우시오.

(3) m_1m_2의 값을 구하시오.

YBM

348. 그림과 같이 가로의 길이가 $40\,\mathrm{cm}$, 세로의 길이가 $60\,\mathrm{cm}$인 직사각형 모양의 종이로 방패연을 만들려고 한다. 종이의 두 대각선의 교점을 중심으로 하고 반지름의 길이가 $8\,\mathrm{cm}$인 원 모양의 구멍을 낸 후, 그 아래쪽에 직사각형 2개와 직각삼각형 2개를 그려 도형을 색칠한다면 직사각형의 세로의 길이가 모두 $10\,\mathrm{cm}$이고, 직각삼각형의 밑변의 길이가 모두 $20\,\mathrm{cm}$일 때, 직각삼각형의 높이 h의 최댓값을 구하시오.



핵심정리 34 공통 외접선의 방정식

⇨ 삼각형의 닮음을 이용하여 y 절편의 구하고, $d=r$을 이용하여 기울기를 구할 수 있다.

핵심 유형 7종 교과서

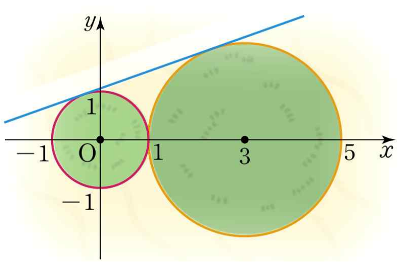
● 대표문항

동아출판

349. 두 실수 m, n에 대하여 두 원 $x^2+y^2=9$, $x^2+(y-4)^2=4$에 동시에 접하는 접선의 방정식 $y=mx+n$을 모두 구하시오.

천재(전)

350. 사막과 같이 자연적인 방법으로 경작하지 못하는 땅에 인공적으로 물을 가져와 원형으로 경작지를 만들어서 농사를 지을 수 있게 하는 것을 원형 관개 농법이라고 한다. 그림은 두 원형 경작지에 모두 접하도록 도로를 건설한 것을 좌표평면 위에 나타낸 것이다. 두 원의 중심의 좌표가 각각 $(0,\ 0)$과 $(3,\ 0)$이고, 직선의 방정식이 $ax+by=3$일 때, 상수 a, b의 값을 구하시오. (단, $a<0$, $b>0$)



YBM

351. 세 양수 a, b, r에 대하여 두 원

$C_1 : x^2+y^2=r^2$

$C_2 : (x-a)^2+(y-b)^2=r^2$

이 다음 조건을 만족시킬 때, $(a+b)r^2$의 값을 구하시오.

(가) 원 C_2는 원 C_1의 중심을 지난다. (나) 두 원 C_1, C_2는 모두 직선 $2x-y+5=0$에 접한다.

핵심정리 35 점의 평행이동

⇨ 점 $(x,\ y)$를 x축의 방향으로 m만큼, y축의 방향으로 n만큼 평행이동한 점의 좌표 → $(x+m,\ y+n)$

핵심 유형
7종 교과서

● 대표문항

YBM

352. 다음 점을 x축의 방향으로 3만큼, y축의 방향으로 -2만큼 평행이동한 점의 좌표를 구하시오.

(1) $(-2,\ 3)$

(2) $(1,\ -5)$

지학사

353. 다음 점을 x축의 방향으로 5만큼, y축의 방향으로 -2만큼 평행이동한 점의 좌표를 구하시오.

(1) $(-5,\ 6)$

(2) $(8,\ -4)$

비상

354. 다음 점을 x축의 방향으로 -3만큼, y축의 방향으로 5만큼 평행이동한 점의 좌표를 구하시오.

(1) $(2,\ -3)$

(2) $(7,\ -2)$

천재(홍)

355. 다음 점을 x축의 방향으로 2만큼, y축의 방향으로 -4만큼 평행이동한 점의 좌표를 구하시오.

(1) $(0,\ 3)$

(2) $(-1,\ 1)$

천재(전)

356. 점 $(5,\ -4)$를 x축의 방향으로 a만큼, y축의 방향으로 2만큼 평행이동하였더니 점 $(2,\ b)$로 옮겨졌다. 이때 $a,\ b$의 값을 구하시오.

동아출판

357. 점 $(a,\ -1)$을 x축의 방향으로 -1만큼, y축의 방향으로 3만큼 평행이동한 점의 좌표가 $(2,\ b)$일 때, 두 상수 $a,\ b$의 값을 각각 구하시오.

비상

358. 좌표평면 위의 점 $(5,\ 1)$을 x축의 방향으로 a만큼, y축의 방향으로 -3만큼 평행이동한 점의 좌표가 $(7,\ b)$일 때, 실수 $a,\ b$의 값을 구하시오.

미래엔

359. 점 $(2,\ -1)$을 x축의 방향으로 a만큼, y축의 방향으로 b만큼 평행이동한 점의 좌표가 $(-5,\ 2)$일 때, 상수 a와 b의 값을 구하시오.

천재(홍)

360. 점 $(-2,\ 1)$을 점 $(1,\ -2)$로 옮기는 평행이동에 의하여 점 $(5,\ 2)$가 옮겨지는 점의 좌표를 구하시오.

천재(전)

361. 점 $(1,\ -1)$을 점 $(-1,\ 2)$로 옮기는 평행이동에 의하여 점 $(-3,\ 5)$가 점 $(a,\ b)$로 옮겨질 때, $a+b$의 값은?

① 1　② 2　③ 3　④ 4　⑤ 5

미래엔

362. 점 $(4,\ -5)$를 x축의 방향으로 -2만큼, y축의 방향으로 4만큼 평행이동한 점이 직선 $x-ay+3=0$ 위에 있을 때, 상수 a의 값을 구하시오.

천재(전)

363. 세 점 $\mathrm{A}(0,\ 1)$, $\mathrm{B}(-1,\ 3)$, $\mathrm{C}(4,\ 5)$를 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC를 x축의 방향으로 3만큼, y축의 방향으로 1만큼 평행이동하였다. 이때 평행이동한 삼각형의 무게중심의 좌표를 구하시오.

핵심정리 36 도형의 평행이동 : 직선. 원 .포물선

[1] 직선의 평행이동

⇨ 직선 $y=mx+n$을 x축의 방향으로 a만큼, y축의 방향으로 b만큼 평행이동한 직선의 방정식

→ $y-b=m(x-a)+n$, 즉 $y=mx-ma+n+b$

[2] 원의 평행이동

⇨ ① 원 $x^2+y^2=r^2$을 x축의 방향으로 m만큼, y축의 방향으로 n만큼 평행이동한 원의 방정식

→ $(x-m)^2+(y-n)^2=r^2$

② 원의 평행이동은 원의 중심의 평행이동으로 생각할 수 있다.

[3] 포물선의 평행이동

⇨ ① 포물선 $y=ax^2+bx+c$를 x축의 방향으로 m만큼, y축의 방향으로 n만큼 평행이동한 포물선의 방정식

→ $y-n=a(x-m)^2+b(x-m)+c$

② 포물선의 평행이동은 꼭짓점의 평행이동으로 생각할 수 있다.

핵심 유형
7종 교과서

● 대표문항

■■■ 지학사 ■■■

364. 다음 방정식이 나타내는 도형을 x축의 방향으로 1만큼, y축의 방향으로 -2만큼 평행이동한 도형의 방정식을 구하시오.

(1) $y=2x+1$

(2) $3x-4y+5=0$

(3) $x^2+y^2=4$

(4) $x^2+y^2-2y-9=0$

■■■ YBM ■■■

365. 다음 방정식이 나타내는 도형을 x축의 방향으로 -1만큼, y축의 방향으로 -3만큼 평행이동한 도형의 방정식을 구하시오.

(1) $y=-2x^2$

(2) $x^2+y^2-2x-8=0$

■■■ 동아출판 ■■■

366. 다음 방정식이 나타내는 도형을 x축의 방향으로 2만큼, y축의 방향으로 -3만큼 평행이동한 도형의 방정식을 구하시오.

(1) $3x+4y+2=0$

(2) $(x+3)^2+(y-2)^2=4$

■■■ 미래엔 ■■■

367. 다음 방정식이 나타내는 도형을 x축의 방향으로 6만큼, y축의 방향으로 -2만큼 평행이동한 도형의 방정식을 구하시오.

(1) $2x+3y-1=0$

(2) $x^2+(y-1)^2=9$

■■■ 천재(전) ■■■

368. 다음 방정식이 나타내는 도형을 x축의 방향으로 -3만큼, y축의 방향으로 2만큼 평행이동한 도형의 방정식을 구하시오.

(1) $3x-2y-4=0$

(2) $(x+3)^2+y^2=8$

동아출판

369. 직선 $y=ax+b$를 x축의 방향으로 1만큼, y축의 방향으로 -2만큼 평행이동하면 직선 $x-3y+1=0$과 x축에서 수직으로 만난다. 이때 두 상수 a, b의 값을 각각 구하시오.

(1) 직선 $y=ax+b$를 x축의 방향으로 1만큼, y축의 방향으로 -2만큼 평행이동한 직선의 방정식을 구하시오.

(2) (1)에서 구한 직선과 직선 $x-3y+1=0$이 서로 수직임을 이용하여 상수 a의 값을 구하시오.

(3) (1)에서 구한 직선과 직선 $x-3y+1=0$의 교점이 x축 위에 있음을 이용하여 상수 b의 값을 구하시오.

YBM

370. 방정식 $2x+y=3$이 나타내는 도형을 x축의 방향으로 -3만큼, y축의 방향으로 1만큼 평행이동한 도형의 방정식을 구하시오.

비상

371. 직선 $y=3x+5$를 x축의 방향으로 a만큼, y축의 방향으로 -3만큼 평행이동한 도형이 점 $(7,\ 5)$를 지날 때, 실수 a의 값을 구하시오.

천재(홍)

372. 점 $(-1,\ 1)$을 점 $(1,\ -2)$로 옮기는 평행이동에 의하여 직선 $2x+y+a=0$은 직선 $2x+y+6=0$으로 옮겨진다. 이때 상수 a의 값을 구하시오.

미래엔

373. 직선 $2x+y-4=0$을 x축의 방향으로 2만큼, y축의 방향으로 a만큼 평행이동하면 직선 $2x+y-3=0$과 일치한다. 이때 상수 a의 값을 구하시오.

천재(홍)

374. 직선 $2x+3y-5=0$을 x축의 방향으로 5만큼, y축의 방향으로 k만큼 평행이동한 직선이 원점을 지날 때, k의 값을 구하시오.

미래엔

375. 포물선 $y=x^2-4x$를 포물선 $y=x^2-12x+27$로 옮기는 평행이동에 의하여 직선 $l:2x+y-1=0$이 직선 l'으로 옮겨진다. 이때 두 직선 l과 l' 사이의 거리를 구하는 풀이 과정과 답을 쓰시오.

동아출판

376. 점 $(2,\ -1)$을 점 $(-1,\ 1)$로 이동시키는 평행이동에 의하여 포물선 $y=x^2+2x-6$을 평행이동한 도형의 방정식을 구하시오.

천재(전)

377. 직선 $4x-3y+5=0$을 x축의 방향으로 a만큼 평행이동한 직선이 원 $(x+2)^2+(y-1)^2=4$에 접할 때, a의 값을 모두 구하시오.

지학사

378. 직선 $x+y-1=0$을 x축의 방향으로 a만큼, y축의 방향으로 $2a$만큼 평행이동한 직선을 l이라고 하자.
원 $x^2+y^2-4ax-3ay+24=0$을 C라고 할 때, 직선 l이 원 C의 둘레의 길이를 이등분한다. 상수 a의 값과 원 C의 반지름의 길이를 각각 구하시오.

동아출판

379. 원 $x^2+(y-1)^2=1$을 원 $(x-1)^2+(y+2)^2=1$로 옮기는 평행이동에 의하여 직선 $6x-2y-3=0$이 직선 $ax-2y+b=0$으로 옮겨진다. 이때 두 상수 a, b의 값을 각각 구하시오.

동아출판

380. 원 $x^2+y^2=1$을 x축의 방향으로 2만큼, y축의 방향으로 3만큼 평행이동한 도형의 방정식을 구하시오.

천재(홍)

381. 원 $x^2+y^2=1$을 x축의 방향으로 3만큼, y축의 방향으로 1만큼 평행이동한 원의 방정식을 구하시오.

지학사

382. 원 $x^2+y^2=1$을 x축의 방향으로 -2만큼, y축의 방향으로 3만큼 평행이동한 원의 방정식을 구하시오.

천재(홍)

383. 원 $x^2+y^2+4x-6y-3=0$을 x축의 방향으로 a만큼, y축의 방향으로 b만큼 평행이동하였더니 원 $x^2+y^2=16$이 되었다. 이때 a, b의 값을 구하시오.

YBM

384. 방정식 $(x+2)^2+(y-1)^2=4$가 나타내는 도형을 x축의 방향으로 2만큼, y축의 방향으로 -2만큼 평행이동한 도형의 방정식을 구하시오.

동아출판

385. 원 $x^2+y^2+4x-8y+11=0$을 x축의 방향으로 a만큼, y축의 방향으로 b만큼 평행이동하였더니 원 $(x-1)^2+(y-2)^2=9$가 되었다. 이때 두 상수 a, b의 값을 각각 구하시오.

비상

386. 원 $x^2+y^2-6x+2y+6=0$을 x축의 방향으로 a만큼, y축의 방향으로 b만큼 평행이동하였더니 원 $(x-5)^2+(y+2)^2=4$가 되었다. 이때 실수 a, b의 값을 구하시오.

YBM

387. 원 $x^2+y^2+4x-2y-3=0$을 x축의 방향으로 a만큼, y축의 방향 으로 b만큼 평행이동하였더니 중심이 원점인 원이 되었다. 상수 a, b의 값을 구하시오.

천재(전)

388. 원 $x^2+y^2+6x-4y=3$을 x축의 방향으로 a만큼, y축의 방향으로 b만큼 평행이동하였더니 원 $x^2+y^2=r^2$과 일치하였다. 이때 a, b, r의 값을 구하시오. (단, $r>0$)

YBM

389. 원 $(x-a)^2+(y-b)^2=c$를 x축의 방향으로 4만큼, y축의 방향으로 -5만큼 평행이동하였더니 원 $x^2+y^2=9$와 일치하였다. 상수 a, b, c의 값을 구하시오.

미래엔

390. 원 $(x+a)^2+(y-4)^2=4$를 x축의 방향으로 -6만큼 평행이동한 원이 y축에 접할 때, 상수 a의 값을 모두 구하시오.

천재(홍)

391. 원 $x^2+y^2=1$을 y축의 방향으로 k만큼 평행이동한 원이 직선 $4x+3y+1=0$에 접할 때, 음수 k의 값을 구하시오.

천재(전)

392. 직선 $2x+y+k=0$을 x축의 방향으로 -2만큼, y축의 방향으로 1만큼 평행이동한 직선이 원 $x^2+y^2=20$과 한 점에서 만날 때, 상수 k의 값을 모두 구하시오.

비상

393. 원 $x^2+(y+2)^2=5$를 x축의 방향으로 1만큼, y축의 방향으로 2만큼 평행이동한 원이 직선 $x+2y+k=0$과 한 점에서 만나도록 하는 실수 k의 값을 모두 구하시오.

YBM

394. 원 $x^2+y^2=5$를 x축의 방향으로 1만큼, y축의 방향으로 a만큼 평행이동하였더니 직선 $y=2x$에 접한다고 한다. 양수 a의 값을 구하시오.

지학사

395. 직선 $y=x-5$를 x축의 방향으로 a만큼 평행이동한 직선이 원 $x^2+y^2=2$와 서로 다른 두 점에서 만나도록 하는 실수 a의 값의 범위를 구하시오.

YBM

396. 원 $(x-2)^2+(y+3)^2=10$을 x축의 방향으로 a만큼, y축의 방향으로 $2-a$만큼 평행이동한 원이 직선 $y=3x-5$와 서로 다른 두 점에서 만나도록 하는 정수 a의 개수를 구하시오.

비상

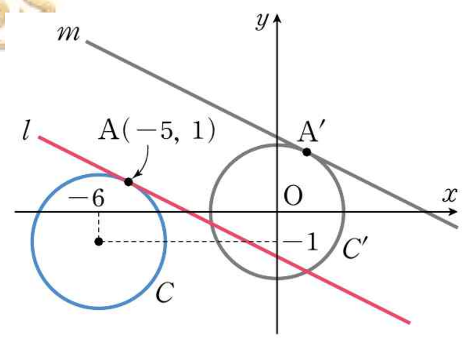
397. 원 C_1: $x^2+(y-1)^2=1$을 x축의 방향으로 3만큼, y축의 방향으로 6만큼 평행이동한 원을 C_2라고 하자. 직선 l이 두 원 C_1, C_2의 넓이를 동시에 이등분할 때, 직선 l의 방정식을 구하시오.

비상

398. 원 $(x-a)^2+(y-b)^2=a^2$을 x축의 방향으로 -6만큼, y축의 방향으로 -3만큼 평행이동한 도형이 x축과 y축에 동시에 접할 때, 실수 a, b의 값을 구하시오. (단, $a>0$, $b>0$)

미래엔

399. 원 C: $(x+6)^2+(y+1)^2=5$ 위의 점 $\mathrm{A}(-5,\ 1)$에서의 접선 l의 방정식을 구하려고 한다.



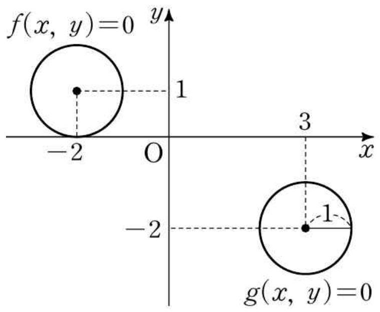
(1) 원 C를 원 C': $x^2+y^2=5$로 옮기는 평행이동에 의하여 점 A를 평행이동한 점 A'의 좌표를 구하시오.

(2) 원 C' 위의 점 A'에서의 접선 m의 방정식을 구하시오.

(3) 접선 m을 평행이동하여 접선 l의 방정식을 구하시오.

동아출판

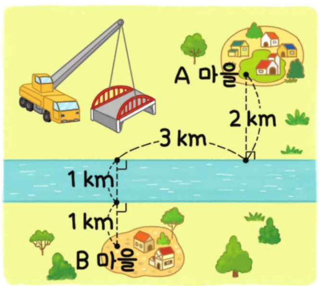
400. 아래 그림과 같이 두 방정식 $f(x,\ y)=0$, $g(x,\ y)=0$이 나타내는 도형은 각각 반지름의 길이가 1인 원이다. 다음 중 옳은 것은?



① $g(x,\ y)=f(-x-5,\ y-3)$
② $g(x,\ y)=f(x+5,\ y-3)$
③ $g(x,\ y)=f(x+5,\ y+3)$
④ $g(x,\ y)=f(x-5,\ -y-3)$
⑤ $g(x,\ y)=f(x-5,\ y+3)$

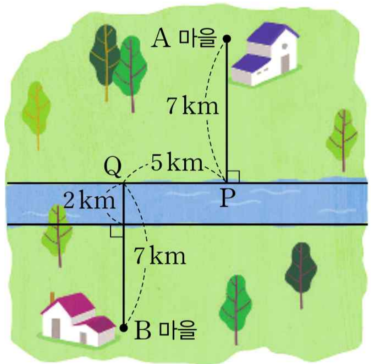
YBM

401. 그림과 같이 폭이 1km인 강을 사이에 두고 두 마을 A, B가 있다. A 마을에서 B 마을까지 이동거리가 최소가 되도록 강에 다리를 설치하려고 한다. 이동 거리의 최솟값을 구하시오.
(단, 다리는 강에 수직이 되게 설치하고 다리의 폭은 무시한다.)



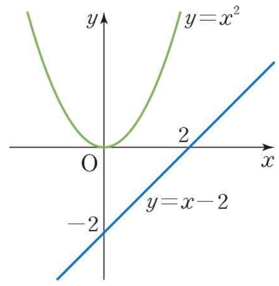
동아출판

402. 다음 그림과 같이 폭이 $2\ \text{km}$로 일정한 강가에 $5\ \text{km}$ 떨어진 두 지점 P, Q로부터 각각 $7\ \text{km}$ 떨어진 지점에 두 마을 A, B가 있다. A 마을에서 B 마을까지 이동 거리가 최소가 되도록 강에 다리를 수직으로 설치하려고 한다. 이때 이동 거리의 최솟값을 구하시오.
(단, 다리의 폭은 무시한다.)



YBM

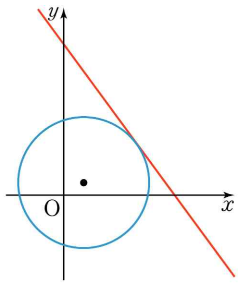
403. 함수 $y=x^2$의 그래프를 평행이동하여 직선 $y=x-2$에 접하게 하려 한다. 다음 세 가지 방법 중에서 하나를 선택하여 각각 실수 a 또는 b의 값을 구하거나 p와 q 사이의 관계를 식으로 나타내시오.



방법 1 x축의 방향으로 a만큼
방법 2 y축의 방향으로 b만큼
방법 3 x축의 방향으로 p만큼, y축의 방향으로 q만큼

비상

404. 그림과 같이 원과 직선이 접하고 있다. 원과 직선을 동시에 x축의 방향으로 a만큼, y축의 방향으로 b만큼 평행이동할 때, 다음 중 항상 변하지 않는 것을 모두 말하시오. (단, a, b는 실수)



〈 보기 〉

ㄱ. 원의 넓이
ㄴ. 원과 직선의 위치 관계
ㄷ. 직선의 y절편
ㄹ. 원점과 직선 사이의 거리
ㅁ. 직선의 기울기
ㅂ. 원의 중심과 직선 사이의 거리

핵심정리 37 점의 대칭이동

⇨ 점 $(x,\ y)$를 다음에 대하여 대칭이동한 점의 좌표는

① x축 → y좌표의 부호를 바꾼다. $\Rightarrow (x,\ -y)$

② y축 → x좌표의 부호를 바꾼다. $\Rightarrow (-x,\ y)$

③ 원점 → x좌표, y좌표의 부호를 모두 바꾼다.
$\Rightarrow (-x,\ -y)$

④ 직선 $y=x$ → x좌표와 y좌표를 서로 바꾼다.
$\Rightarrow (y,\ x)$

⑤ 직선 $y=-x$ → x좌표, y좌표의 부호를 모두 바꾼 후 이들을 서로 바꾼다. $\Rightarrow (-y,\ -x)$

핵심 유형
7종 교과서

● 대표문항

미래엔

405. 점 $(-4,\ 3)$을 다음에 대하여 대칭이동한 점의 좌표를 구하시오.

(1) x축

(2) y축

(3) 원점

(4) 직선 $y=x$

YBM

406. 다음 점을 x축, y축, 원점에 대하여 대칭이동한 점의 좌표를 구하시오.

(1) $(-2,\ -4)$

(2) $(5,\ -3)$

비상

407. 점 $(a,\ 6)$을 원점에 대하여 대칭이동한 점을 P라고 하자. 직선 $y=x+3a$가 점 P를 지날 때, 실수 a의 값을 구하시오.

천재(홍)

408. 점 $\mathrm{P}(-3,\ -2)$를 y축에 대하여 대칭이동한 점을 Q, 점 Q를 원점에 대하여 대칭이동한 점을 R라고 할 때, 삼각형 PQR의 넓이를 구하시오.

지학사

409. 점 $(a+3,\ -b+1)$을 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한 점의 좌표가 $(a,\ 5)$일 때, $a,\ b$의 값을 구하시오.

미래엔

410. 점 $(3,\ a)$를 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한 다음 x축에 대하여 대칭이동한 점의 좌표가 $(2,\ b)$일 때, $a+b$의 값은?

① -2　② -1　③ 0　④ 1　⑤ 2

천재(전)

411. 점 $(3,\ 5)$를 x축, y축, 원점에 대하여 대칭이동한 점을 각각 A, B, C라고 할 때, 삼각형 ABC의 넓이를 구하시오.

미래엔

412. 점 $\mathrm{A}(2,\ 1)$을 원점에 대하여 대칭이동한 점을 B, 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한 점을 C라 할 때, 세 점 A, B, C를 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC의 넓이를 구하는 풀이 과정과 답을 쓰시오.

YBM

413. 점 $\mathrm{P}(-3,\ 4)$를 원점에 대하여 대칭이동한 점을 Q, 점 P를 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한 점을 R라 할 때, 삼각형 PQR의 넓이를 구하시오.

비상

414. 점 $\mathrm{A}(a,\ b)$를 원점에 대하여 대칭이동한 점을 B라 하고, 점 B를 x축에 대하여 대칭이동한 후 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한 점을 C라고 하자. 삼각형 ABC의 무게중심이 $\mathrm{G}(1,\ -2)$일 때, 실수 $a,\ b$의 값을 구하시오.

핵심정리 38 도형의 대칭이동 : 직선, 원, 포물선

⇨ 도형 $f(x,\ y)=0$ 을 다음에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식은 [모든 도형에 적용!]

① x축 → y대신 $-y$를 대입한다. ⇒ $f(x,\ -y)=0$

② y축 → x대신 $-x$를 대입한다. ⇒ $f(-x,\ y)=0$

③ 원점 → x 대신 $-x$, y 대신 $-y$ 를 대입한다.
⇒ $f(-x,\ -y)=0$

④ 직선 $y=x$ → x대신 y, y 대신 x를 대입한다.
⇒ $f(y,\ x)=0$

⑤ 직선 $y=-x$ → x 대신 $-y$, y대신 $-x$를 대입한다
⇒ $f(-y,\ -x)=0$

핵심 유형
7종 교과서

● 대표문항

비상

415. 직선 $3x+2y+1=0$을 다음 점 또는 직선에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식을 구하시오.

(1) x축

(2) y축

(3) 원점

(4) 직선 $y=x$

천재(전)

416. 원 $(x+10)^2+(y-7)^2=12$를 다음에 대하여 대칭이동한 원의 방정식을 구하시오.

(1) x축

(2) y축

(3) 원점

(4) 직선 $y=x$

YBM

417. 직선 $2x+y-4=0$을 원점 및 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식을 구하시오.

동아출판

418. 직선 $y=ax+5$를 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한 도형이 원래의 직선과 일치할 때, 상수 a의 값을 구하시오.

지학사

419. 직선 $3x+4y+a=0$을 x축에 대하여 대칭이동한 직선이 원 $(x-4)^2+(y-3)^2=4$에 접할 때, 양수 a의 값을 구하시오.

미래엔

420. 직선 $x+3y-4=0$을 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한 직선을 l이라 할 때, 원 $(x-1)^2+y^2=4$와 직선 l의 교점의 개수를 구하시오.

천재(전)

421. 직선 $2x+y-6=0$을 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동하였더니 원 $(x+a)^2+(y+4)^2=4$의 넓이를 이등분하였다. 이때 상수 a의 값을 구하시오.

동아출판

422. 직선 $3x-y+1=0$을 x축에 대하여 대칭이동 하였더니 원 $(x-a)^2+(y-2)^2=4$의 넓이를 이등분하였다. 이때 상수 a의 값을 구하시오.

미래엔

423. 직선 $x+y-4=0$을 원점에 대하여 대칭이동한 직선이 원 $x^2+y^2+ax-4y-6=0$의 넓이를 이등분할 때, 상수 a의 값을 구하시오.

천재(홍)

424. 직선 $5x-12y+k=0$을 x축에 대하여 대칭이동 한 직선과 점 $(-2,\ 4)$ 사이의 거리가 3일 때, 양수 k의 값을 구하시오.

동아출판

425. 직선 $(a+1)x+2y-8=0$을 x축에 대하여 대칭이동한 후 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동하였더니 점 $(3,\ -2)$를 지났다. 이때 상수 a의 값을 구하시오.

천재(전)

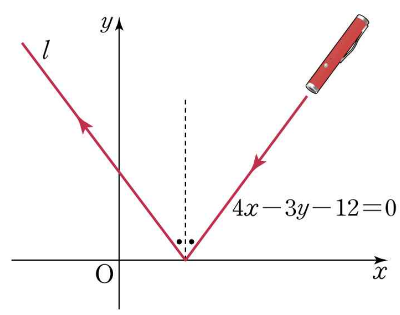
426. 직선 $ax+y+5=0$을 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한 다음 y축에 대하여 대칭이동하였더니 점 $(-3,\ 2)$를 지났다. 이때 상수 a의 값을 구하시오.

미래엔

427. 직선 $y=2x-3$을 x축에 대하여 대칭이동한 직선과 점 $(-2,\ 3)$을 지나는 직선 l이 서로 수직일 때, 직선 l의 방정식을 구하시오.

YBM

428. 다음 그림과 같이 레이저 포인터에서 나온 레이저 광선은 직선 $4x-3y-12=0$을 따라 진행하다가 x축과 만나면 반사되어 직선 l을 따라 진행한다. 레이저 광선의 입사각과 반사각의 크기가 같을 때, 직선 l의 방정식을 구하시오.



■■■ 지학사 ■■■

429. 다음 방정식이 나타내는 도형을 x축, y축, 원점, 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식을 각각 구하시오.

(1) $5x+12y-4=0$

(2) $(x+1)^2+(y-2)^2=4$

■■■ 미래엔 ■■■

430. 다음 방정식이 나타내는 도형을 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식을 구하시오.

(1) $2x+y+3=0$

(2) $x^2+y^2-6x+9y=0$

■■■ 천재(홍) ■■■

431. 원 $(x-2)^2+(y+1)^2=2$를 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한 원의 방정식을 구하시오.

■■■ 동아출판 ■■■

432. 중심의 좌표가 $(1,\ -1)$이고 반지름의 길이가 k인 원을 y축에 대하여 대칭이동하면 점 $(-3,\ -5)$를 지난다. 이때 양수 k의 값을 구하시오.

■■■ 천재(전) ■■■

433. 방정식 $x^2+y^2-4x+ay+4=0$이 나타내는 도형을 x축에 대하여 대칭이동하였더니 원 $(x+b)^2+(y-3)^2=r^2$과 일치하였다. 이때 상수 $a,\ b,\ r$의 값을 구하시오. (단, $r>0$)

■■■ YBM ■■■

434. 원 $(x+2)^2+(y-3)^2=4$를 y축에 대하여 대칭이동한 후, 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식을 구하시오.

■■■ 비상 ■■■

435. 원 $x^2+y^2+ax+by+c=0$을 원점에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식이 $(x-2)^2+(y+3)^2=6$일 때, 실수 $a,\ b,\ c$의 값을 구하시오.

천재(홍)

436. 원 $(x-a)^2+(y+a)^2=9$를 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한 원이 x축과 서로 다른 두 점 A, B에서 만난다. 선분 AB의 길이가 $2\sqrt{5}$일 때, 양수 a의 값을 구하시오.

미래엔

437. 원 $x^2+y^2+8x-10y+28=0$을 x축에 대하여 대칭이동한 원이 직선 $y=mx$에 접하도록 하는 모든 실수 m의 값의 합을 구하시오.

천재(전)

438. 원 $C_1 : x^2+y^2-6x+8y+21=0$을 원점에 대하여 대칭이동한 원을 C_2라고 하자. 두 점 P, Q가 각각 두 원 C_1, C_2 위의 점일 때, 다음 물음에 답하시오.

(1) 원 C_2의 방정식을 구하시오.

(2) 선분 PQ의 길이가 최소가 되는 경우를 말하시오.

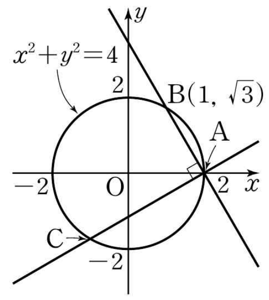
(3) 선분 PQ의 길이의 최솟값을 구하시오.

비상

439. 직선 $3x+4y+k=0$을 y축에 대하여 대칭이동한 직선을 l, 원 $(x-2)^2+(y-3)^2=4$를 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한 원을 C라고 하자. 원 C와 직선 l이 한 점에서 만나도록 하는 실수 k의 값을 모두 구하시오.

비상

440. 그림과 같이 원 $x^2+y^2=4$ 위의 두 점 $A(2,\ 0)$, $B(1,\ \sqrt{3})$에 대하여 점 A를 지나고 직선 AB에 수직인 직선이 원과 만나는 점을 C라고 하자. 이때 점 C의 좌표를 구하시오.



핵심정리 39 점과 도형의 평행이동과 대칭이동

⇨ 점 또는 도형의 평행이동과 대칭이동을 연달아 할 때는 이동하는 순서에 주의하여 점의 좌표 또는 도형의 방정식을 구한다.

핵심 유형
7종 교과서

● 대표문항

■■■ 천재(홍) ■■■

441. 점 P를 x축의 방향으로 4만큼, y축의 방향으로 -2만큼 평행이동한 후 x축에 대하여 대칭이동하였더니 점 $(5,\ 1)$이 되었을 때, 점 P의 좌표를 구하시오.

■■■ 비상 ■■■

442. 점 $\mathrm{A}(-2,\ 3)$을 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한 점을 B라 하고, 점 B를 x축의 방향으로 2만큼, y축의 방향으로 a만큼 평행이동한 점을 C라고 하자. 세 점 A, B, C가 한 직선 위에 있을 때, 실수 a의 값을 구하시오.

■■■ YBM ■■■

443. 좌표평면 위의 점 $\mathrm{P}(x,\ y)$가 다음과 같은 규칙에 따라 이동한다.

(가) $y \geq 2x$이면 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한다.
(나) $y < 2x$이면 x축의 방향으로 -1만큼, y축의 방향으로 2만큼 평행이동 한다.

점 P가 점 $(1,\ 1)$에서 출발하여 위의 규칙을 따라 12번 이동한 후의 점의 좌표를 구하시오.

핵심정리 40 도형 $f(x, y)=0$ 의 평행과

⇨ 주어진 방정식이 나타내는 도형은 방정식 $f(x, y)=0$ 이 나타내는 도형을 어떻게 평행이동 또는 대칭이동했는지 유추하여 찾는다.
이때 x, y 의 부호와 위치를 확인하여 대칭이동을 유추하고, $x-a$, $y-b$ 꼴에서 평행이동을 유추한다.

핵심 유형 7종 교과서

● 대표문항

YBM

444. 직선 $2x-y-3=0$을 x축에 대하여 대칭이동한 후, x축의 방향 으로 -1만큼 평행이동한 도형의 방정식을 구하시오.

천재(전)

445. 점 $(-2,\ -1)$을 지나는 직선을 y축의 방향으로 3만큼 평행이동 한 다음 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동하였더니 점 $(2,\ -4)$를 지났다. 이때 처음 직선의 방정식을 구하시오.

YBM

446. 직선 $3x+y-1=0$을 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한 후, x축의 방향으로 1만큼 평행이동하였더니 원 $x^2+(y-a)^2=2$의 넓이를 이등분하였다. 이때 상수 a의 값을 구하시오.

YBM

447. 직선 $y=-\frac{1}{3}x-2$를 x축의 방향으로 a만큼 평행이동한 후 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한 직선을 l이라 하자. 직선 l이 원 $(x-1)^2+(y+3)^2=10$과 접하도록 하는 모든 상수 a의 값의 합은?

① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

동아출판

448. 직선 $l: y=ax-2\,(a\neq 0)$를 x축의 방향으로 2만큼, y축의 방향으로 -3만큼 평행이동한 후, 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한 직선을 l'이라고 하자. 두 직선 l, l'의 교점이 y축 위에 있을 때, 상수 a의 값을 구하시오.

비상

449. 직선 l: $y=ax+4$를 x축의 방향으로 2만큼, y축의 방향으로 -1만큼 평행이동한 후, 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한 직선을 l'이라고 하자. 두 직선 l, l'의 교점이 y축 위에 있을 때, 실수 a의 값을 구하시오.

미래엔

450. 원 $(x-1)^2+(y-6)^2=9$를 x축의 방향으로 5만큼, y축의 방향으로 -1만큼 평행이동한 다음 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한 원의 방정식을 구하시오.

지학사

451. 원 $(x-1)^2+(y-2)^2=1$을 x축의 방향으로 2만큼, y축의 방향으로 -3만큼 평행이동한 후, y축에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식을 구하시오.

미래엔

452. 원 $(x-3)^2+(y+2)^2=5$를 x축의 방향으로 2만큼, y축의 방향으로 1만큼 평행이동한 다음 x축에 대하여 대칭이동한 원의 방정식을 구하시오.

비상

453. 원 $x^2+y^2+6x-2y+9=0$을 x축의 방향으로 -2만큼, y축의 방향으로 1만큼 평행이동한 후, 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식을 구하시오.

지학사

454. 원 $(x-2)^2+(y-5)^2=9$를 x축의 방향으로 a만큼 평행이동한 후, 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한 원이 x축에 접하도록 하는 실수 a의 값을 모두 구하시오.

YBM

455. 원 $(x+a)^2+(y+b)^2=9$를 y축에 대하여 대칭이동한 후, y축의 방향으로 2만큼 평행이동한 원이 x축과 y축에 동시에 접할 때, $a+b$의 값을 구하시오. (단, a, b는 양수)

천재(홍)

456. 원 $(x+a)^2+(y+b)^2=4$를 원점에 대하여 대칭이동 한 후 y축의 방향으로 4만큼 평행이동한 원이 x축과 y축에 동시에 접할 때, 상수 a, b에 대하여 ab의 최댓값을 구하시오.

천재(전)

457. 원 $(x+1)^2+(y-4)^2=3$을 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한 원과 x축의 방향으로 a만큼, y축의 방향으로 b만큼 평행이동한 원이 일치한다고 할 때, a, b의 값을 구하시오.

비상

458. 원 $x^2+y^2+10x+12y+57=0$을 x축의 방향으로 a만큼, y축의 방향으로 b만큼 평행이동한 후, 원점에 대하여 대칭이동한 원을 C라고 하자. 원 C가 x축과 y축에 동시에 접하고 그 원의 중심이 제2사분면 위에 있을 때, 실수 a, b의 값을 구하시오.

비상

459. 다음 〈보기〉 중 도형의 평행이동과 대칭이동에 대한 설명으로 옳은 것을 모두 고르시오.

〈 보기 〉

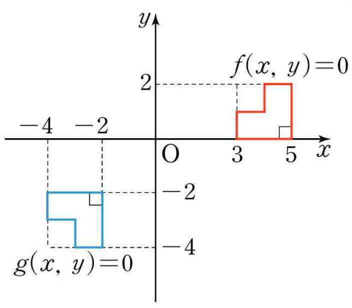
ㄱ. 직선 $y=-3x+5$를 x축의 방향으로 3만큼, y축의 방향으로 -5만큼 평행이동하면 원점을 지난다.

ㄴ. 직선 l: $x-y-1=0$을 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한 도형은 l과 평행하다.

ㄷ. 원 C: $(x-3)^2+(y+1)^2=4$를 x축의 방향으로 -4만큼, y축의 방향으로 4만큼 평행이동한 후, 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한 도형은 원 C와 같다.

비상

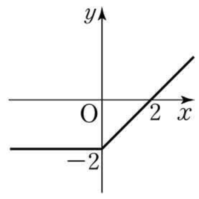
460. 두 방정식 $f(x,\ y)=0$, $g(x,\ y)=0$이 나타내는 도형이 아래 그림과 같을 때, 다음 중 옳은 것은?

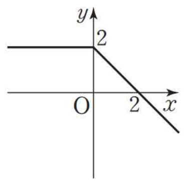


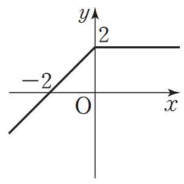
① $g(x,\ y)=f(-x-7,\ y+2)$　② $g(x,\ y)=f(-x-7,\ -y-2)$
③ $g(x,\ y)=f(x+7,\ y+2)$　④ $g(x,\ y)=f(x+7,\ -y-2)$
⑤ $g(x,\ y)=f(x+7,\ -y+2)$

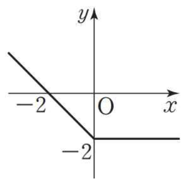
천재(홍)

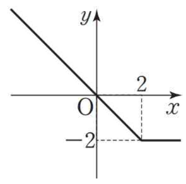
461. 방정식 $f(x,\ y)=0$이 나타내는 도형이 그림과 같을 때, 다음 중 방정식 $f(x+2,\ -y)=0$이 나타내는 도형은?

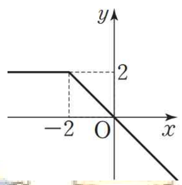


①


②


③


④


⑤


핵심정리 41 점, 직선에 대한 대칭이동

⇨ 점 P를 점 A에 대하여 대칭이동한 점을 P'이라 하면
점 A는 $\overline{\mathrm{PP}'}$의 중점이다.

⇨ 점 P를 직선 l에 대하여 대칭이동한 점을 P'이라 하면
① $\overline{\mathrm{PP}'}$의 중점은 직선 l 위의 점이다.
② 직선 PP'은 직선 l과 수직이다.

핵심 유형 7종 교과서

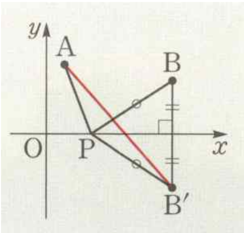
● 대표문항

YBM

462. 원 $(x+4)^2+(y-1)^2=5$를 직선 l에 대하여 대칭이동한 원의 방정식이 $(x-1)^2+(y+4)^2=5$일 때, 직선 $2x+y-8=0$을 직선 l에 대하여 대칭이동한 직선의 y절편을 구하시오.

핵심정리 42 대칭이동을 이용한 거리의 최솟값

⇨ 두 점 A, B와 x축(또는 y축 또는 직선 $y=x$) 위의 점 P에 대하여 $\overline{AP}+\overline{BP}$의 최솟값은 다음과 같은 순서로 구한다.



① 점 B를 x축(또는 y축 또는 직선 $y=x$)에 대하여 대칭이동한 점 B′의 좌표를 구한다.

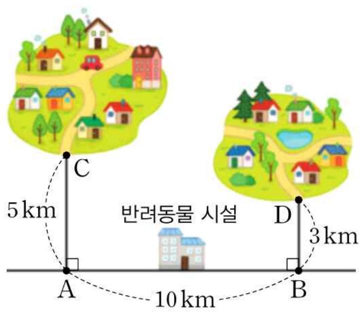
② $\overline{AP}+\overline{BP}=\overline{AP}+\overline{B'P}\geq\overline{AB'}$이므로 구하는 최솟값은 $\overline{AB'}$의 길이와 같음을 이용한다.

핵심 유형 7종 교과서

● 대표문항

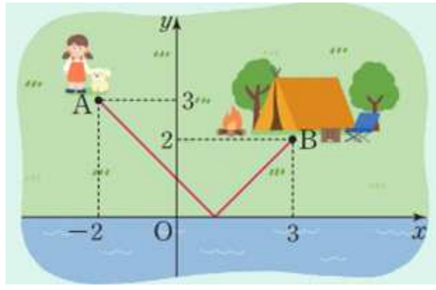
■■■ 동아출판 ■■■

463. 그림과 같은 직선 도로에서 10 km 떨어진 두 지점 A, B로부터 각각 5 km, 3 km 떨어진 두 지점에 두 마을 C, D가 있다. 직선 도로에 반려동물 시설을 지으려고 할 때, 두 지역 C, D에서 반려동물 시설까지의 거리의 합의 최솟값을 구하시오.



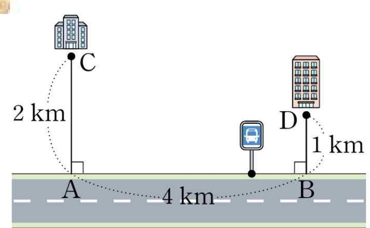
■■■ 천재(전) ■■■

464. 그림과 같이 캠핑장에 수연이가 반려견과 함께 있다. 수연이가 A 지점에 있는 반려견을 개울가로 데리고 가서 물을 먹인 후 텐트가 있는 B 지점으로 가려고 할 때, 반려견의 최소 이동 거리를 구하시오.



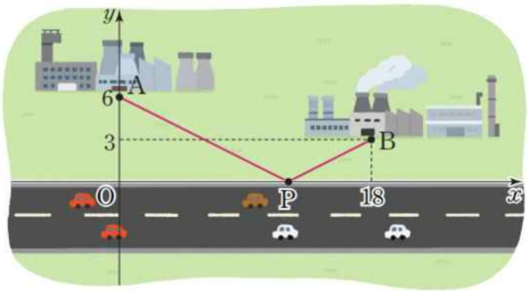
■■■ 미래엔 ■■■

465. 다음 그림과 같이 직선으로 뻗은 도로변에 4 km 떨어진 두 지점 A와 B로부터 각각 수직으로 2 km와 1 km 떨어진 지점에 두 건물 C와 D가 있다. 도로변에 버스 정류장을 만들려고 할 때, 두 건물에서 버스 정류장까지의 거리의 합의 최솟값을 구하시오.



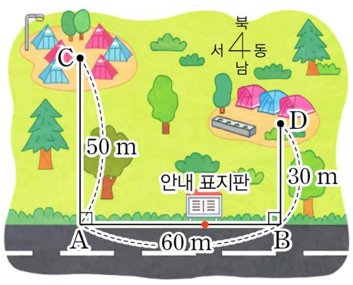
천재(전)

466. 다음 그림은 두 부품 공장 A, B와 직선 도로를 좌표평면 위에 나타낸 것이다. 두 공장까지의 거리의 합이 최소가 되도록 하는 도로변의 지점에 부품들을 조립하는 공장 P를 지으려고 한다. 공장 P를 건설할 지점의 좌표를 구하시오. (단, 건물의 크기는 무시한다.)



비상

467. 그림과 같이 직선 도로 위의 두 지점 A, B는 60m 떨어져 있고, 두 지점으로부터 북쪽으로 각각 50m, 30m 떨어진 지점에 두 캠핑장 C, D가 있다. 두 캠핑장으로부터 거리의 합이 최소가 되도록 하는 도로 위의 지점에 안내 표지판을 설치할 때, 표지판은 지점 A로부터 몇 m 떨어진 곳에 설치해야 하는지 말하시오.



비상

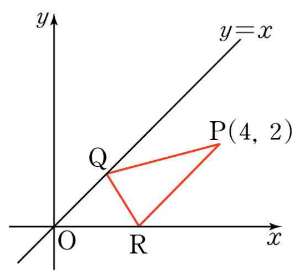
468. 두 점 A(3, 1), B(1, 3)과 x축 위의 점 C에 대하여 삼각형 ABC의 둘레의 길이에 대한 최솟값을 구하시오.

비상

469. 두 점 A(−2, −2), B(−2, 1)과 y축 위의 점 P, $\overline{\mathrm{BQ}}=1$인 점 Q에 대하여 $\overline{\mathrm{AP}}+\overline{\mathrm{PQ}}$의 값이 최소가 될 때, 삼각형 APQ의 넓이를 구하시오.

비상

470. 그림은 점 P(4, 2), 직선 $y=x$ 위를 움직이는 점 Q, x축 위를 움직이는 점 R를 꼭짓점으로 하는 삼각형 PQR를 좌표평면 위에 나타낸 것이다. 다음 물음에 답하시오.

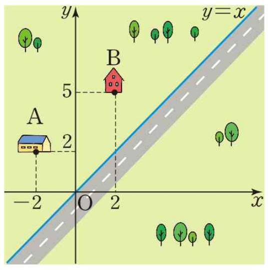


(1) 점 P를 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한 점 P′과 x축에 대하여 대칭이동한 점 P″의 좌표를 각각 구하시오.

(2) 삼각형 PQR의 둘레의 길이에 대한 최솟값을 구하시오.

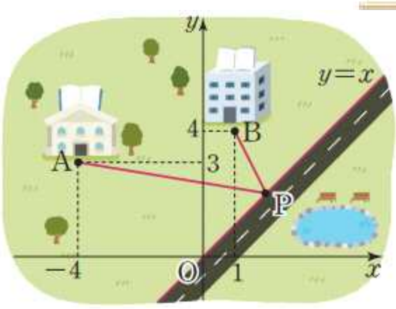
■■■ 지학사 ■■■

471. 다음 그림은 직선 도로와 두 주거 건물 A, B를 좌표평면 위에 나타낸 것이다. 직선 $y=x$ 위에 두 주거 건물까지의 거리의 합이 최소가 되도록 도서관을 건설하려고 한다. 도서관을 건설할 지점의 좌표를 구하시오. (단, 건물의 크기는 무시한다.)



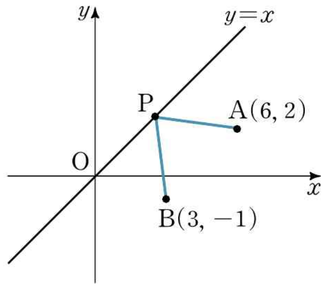
■■■ 천재(전) ■■■

472. 그림은 두 도서관 A, B와 직선 도로를 좌표평면 위에 나타낸 것이다. 두 도서관 쪽의 도로변인 직선 $y=x$ 위에 두 도서관까지의 거리의 합이 최소가 되도록 무인 도서관 P를 설치하려고 한다. 무인 도서관 P를 설치할 지점의 좌표를 구하시오.
(단, 건물의 크기는 무시한다.)



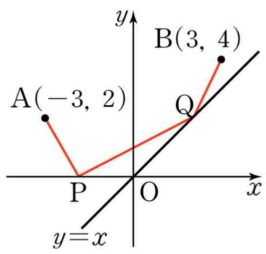
■■■ 동아출판 ■■■

473. 다음 그림과 같이 두 점 A$(6,\ 2)$, B$(3,\ -1)$과 직선 $y=x$ 위를 움직이는 점 P에 대하여 $\overline{\mathrm{AP}}+\overline{\mathrm{BP}}$의 최솟값을 구하시오.



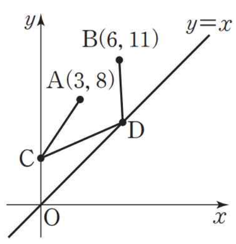
■■■ 비상 ■■■

474. 그림과 같이 두 점 A$(-3,\ 2)$, B$(3,\ 4)$와 x축 위를 움직이는 점 P, 직선 $y=x$ 위를 움직이는 점 Q에 대하여 $\overline{\mathrm{AP}}+\overline{\mathrm{PQ}}+\overline{\mathrm{QB}}$의 최솟값을 구하시오. (단, 두 점 P, Q는 서로 다른 점이다.)



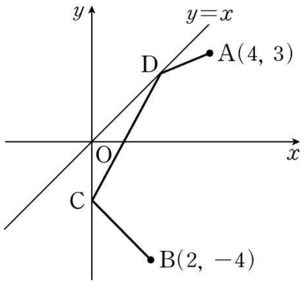
■■■ 천재(홍) ■■■

475. 그림과 같이 두 점 A$(3,\ 8)$, B$(6,\ 11)$과 y축 위의 점 C, 직선 $y=x$ 위의 점 D가 있다. 이때 $\overline{\mathrm{AC}}+\overline{\mathrm{CD}}+\overline{\mathrm{BD}}$의 최솟값을 구하시오.



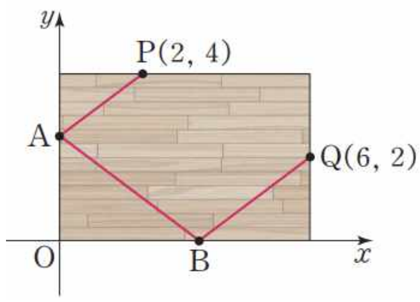
미래엔

476. 다음 그림과 같이 두 점 $\mathrm{A}(4,\ 3)$과 $\mathrm{B}(2,\ -4)$에 대하여 서로 다른 두 점 C와 D가 각각 y축과 직선 $y=x$ 위에 있을 때, $\overline{\mathrm{AD}}+\overline{\mathrm{DC}}+\overline{\mathrm{CB}}$의 최솟값을 구하시오.



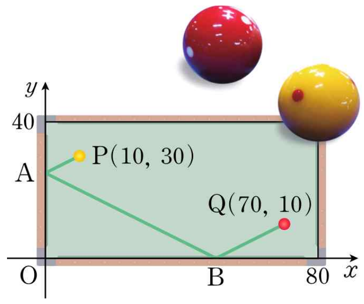
천재(전)

477. 다음 그림은 직사각형 모양의 전시실을 좌표평면 위에 나타낸 것이다. 전시실 입구 P의 좌표는 $(2,\ 4)$이고, 출구 Q의 좌표는 $(6,\ 2)$이다. 관람객의 이동 거리가 최소가 되도록 각 벽면에 작품 A, B의 위치를 정하려고 할 때, 관람객의 최소 이동 거리를 구하시오.



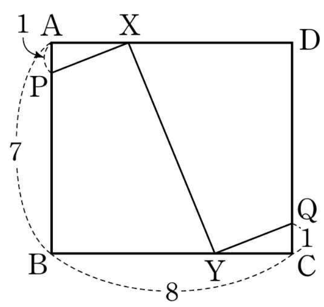
미래엔

478. 그림은 가로의 길이가 80, 세로의 길이가 40인 직사각형 모양의 당구대를 두 변이 좌표축에 놓이도록 그린 것이다. 점 $\mathrm{P}(10,\ 30)$의 위치에 놓인 노란 공을 쳐서 y축과 x축에 차례대로 부딪히게 하여 점 $\mathrm{Q}(70,\ 10)$의 위치에 놓인 빨간 공을 맞히려고 할 때, 두 점 A와 B의 좌표를 구하시오. (단, 공이 당구대의 변에 부딪힐 때의 입사각과 반사각의 크기는 같고, 공의 크기는 생각하지 않는다.)



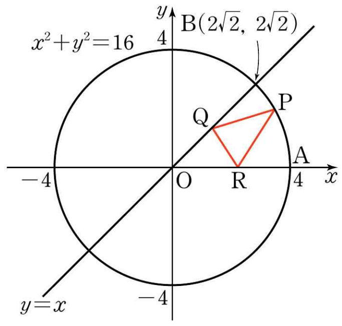
동아출판

479. 다음 그림과 같이 가로, 세로의 길이가 각각 8, 7인 직사각형 ABCD의 변 AB 위에 점 P가 있고, 변 CD 위에 점 Q가 있다. 또, 점 X는 변 AD 위를 움직이고, 점 Y는 변 BC 위를 움직인다. $\overline{\mathrm{AP}}=\overline{\mathrm{CQ}}=1$일 때, $\overline{\mathrm{PX}}+\overline{\mathrm{XY}}+\overline{\mathrm{YQ}}$의 최솟값을 구하시오.



비상

480. 그림과 같은 원 $x^2+y^2=16$에 대하여 원과 x축의 교점 중 하나를 $\mathrm{A}(4,\ 0)$, 원과 직선 $y=x$의 교점 중 하나를 $\mathrm{B}(2\sqrt{2},\ 2\sqrt{2})$라고 하자. 호 AB 위를 움직이는 점을 P, 선분 OB 위를 움직이는 점을 Q, 선분 OA 위를 움직이는 점을 R라고 할 때, 삼각형 PQR의 둘레의 길이에 대한 최솟값을 구하시오. (단, O는 원점)



핵심정리 01 집합의 뜻

[1] 집합의 뜻
(1) 집합
⇨ 어떤 조건에 의하여 그 대상을 분명히 정할 수 있을 때, 그 대상들의 모임
[예] 챗 GPT를 잘 다루는 학생의 모임 $\Rightarrow$ 집합이 아니다.
챗 GPT를 가장 잘 다루는 학생의 모임 $\Rightarrow$ 집합이다.
(2) 원소
⇨ 집합을 이루고 있는 대상 하나하나
[보충]
⇨ 집합이 아닌 것 $\Rightarrow$ 그 대상이 명확하지 않은 표현들
'아름다운', '좋은', '잘하는', '유명한', '맛있는', '재미있는', '가까운', '작은(큰)' 등은 조건이 명확하지 않아 그 대상을 분명하게 정할 수 없으므로 집합이 아니다.

핵심 유형
7종 교과서

● 대표문항

미래엔

481. 다음에서 집합인 것을 모두 찾고, 그 집합의 원소를 구하시오.
(1) 9의 약수의 모임
(2) 인기 있는 수영 선수의 모임
(3) 높은 빌딩의 모임
(4) 방정식 $4x-5=0$의 해의 모임

비상

482. 다음 중 집합인 것을 모두 찾고, 집합인 것은 그 원소를 모두 구하시오.
(1) 안전한 장소의 모임
(2) 10의 약수의 모임
(3) 방정식 $x(x-1)=0$의 해의 모임
(4) $\sqrt{3}$에 가까운 값들의 모임

YBM

483. 다음이 집합인지 아닌지 말하고, 집합인 것은 그 원소를 모두 말하시오.
(1) 5보다 작은 자연수의 모임
(2) 축구를 잘하는 나라의 모임

지학사

484. 다음 중에서 집합인 것을 찾고, 집합인 것은 그 원소를 모두 말하시오.
(1) 높은 산의 모임
(2) 10에 가까운 수의 모임
(3) 5보다 작은 짝수의 모임

천재(전)

485. 다음 중에서 집합인 것을 모두 찾고, 그 집합의 원소를 모두 말하시오.
(1) 15보다 작은 소수의 모임
(2) 대한민국 광역시의 모임
(3) 원주율 π와 가까운 유리수의 모임

천재(홍)

486. 다음 중 집합인 것을 모두 찾고, 그 집합의 원소를 말하시오.
(1) 인구가 많은 국가의 모임
(2) 12의 약수의 모임
(3) 방정식 $x(x-4)=0$의 해의 모임
(4) 맛있는 음식의 모임

동아출판

487. 다음 중 집합인 것을 찾고, 집합인 것은 그 원소를 모두 말하시오.

(1) 6의 약수의 모임

(2) 좋아하는 과일의 모임

미래엔

488. 다음에서 집합인 것에 ○ 표, 집합이 아닌 것에 × 표를 하시오.

(1) 인구수가 많은 나라의 모임 (　　　)

(2) π보다 작은 자연수의 모임 (　　　)

(3) 1에 가까운 실수의 모임 (　　　)

동아출판

489. 다음 중에서 집합인 것에는 ○ 표, 집합이 아닌 것에는 × 표를 하시오.

(1) 우리 반 학생의 모임 (　　)

(2) 노래를 잘하는 학생의 모임 (　　)

(3) 6에 가까운 수의 모임 (　　)

(4) 27의 약수의 모임 (　　)

비상

490. 다음 중 집합인 것을 고르시오.

(1) 음악을 좋아하는 학생의 모임

(2) 짝수인 소수의 모임

(3) 맛있는 간식의 모임

천재(홍)

491. 다음 중 집합인 것을 모두 찾으시오.

(1) 유명한 가수의 모임

(2) 우리 반에서 생일이 2월인 학생의 모임

(3) 100보다 큰 자연수의 모임

(4) 작은 홀수의 모임

미래엔

492. 다음에서 집합인 것은?

① 그림을 잘 그리는 사람의 모임
② 예쁜 꽃의 모임
③ 우리 학교 1학년 학생의 모임
④ 성능이 우수한 컴퓨터의 모임
⑤ 키가 큰 식물의 모임

핵심정리 02 집합과 원소와의 관계

(1) 집합과 원소 사이의 관계는 $\in$(속하는 관계)를 사용하여 나타낸다.

① 원소 a가 집합 A에 속한다.

$\Rightarrow$ 원소 a가 집합 A에 속한다.

$\Rightarrow$ $a \in A$, 즉 (원소)$\in$(집합)

② b가 집합 A의 원소가 아니다.

$\Rightarrow$ 원소 b가 집합 A에 속하지 않는다.

$\Rightarrow$ $b \notin A$, 즉 (원소)$\notin$(집합)

(2) 집합과 집합 사이의 관계는 $\subset$(포함 관계)를 사용하여 나타낸다.

$\Rightarrow$ (집합)$\subset$(집합), (집합)$\not\subset$(집합)

[보충]

① 집합 속의 집합은 하나의 원소로 생각한다.
즉 $\{1,\ \{2\}\}$와 같이 집합을 원소로 갖는 경우 집합 기호가 있다고 원소인 $\{2\}$를 집합이라고 하지 않도록 주의한다.

② $\{0\}$, $\{\varnothing\}$는 공집합이 아니고 0, $\varnothing$를 각각 원소로 하는 집합이다.

핵심 유형
7종 교과서

● 대표문항

천재(홍)

493. 6 이하의 짝수의 집합을 A라고 할 때

(1) 2, 4, 6은 집합 A의 원소이므로 $2 \in A$, $4 \in A$, $6 \square A$

(2) 1, 3, 5는 집합 A의 원소가 아니므로
$1 \notin A$, $3 \notin A$, $5 \square A$

지학사,YBM

494. 24의 약수의 집합을 A라고 할 때, 다음 $\square$ 안에 기호 $\in$ 또는 $\notin$ 중에서 알맞은 것을 써넣으시오.

(1) $3 \square A$ (2) $5 \square A$ (3) $6 \square A$ (4) $9 \square A$

미래엔

495. 실수 전체의 집합을 R이라 할 때, 다음 $\square$ 안에 기호 $\in$와 $\notin$ 중에서 알맞은 것을 써넣으시오.

(1) $0 \square R$ (2) $\sqrt{21} \square R$ (3) $-i \square R$

비상

496. 7보다 작은 소수의 집합을 A라고 할 때, 다음 빈칸에 기호 $\in$, $\notin$ 중에서 알맞은 것을 써넣으시오.

(1) $3 \square A$ (2) $6 \square A$ (3) $11 \square A$

동아출판

497. 유리수 전체의 집합을 Q라고 할 때, 다음 $\square$ 안에 기호 $\in$, $\notin$중 알맞은 것을 써넣으시오.

(1) $\frac{3}{4} \square Q$ (2) $\sqrt{7} \square Q$ (3) $-4 \square Q$ (4) $\pi \square Q$

천재(홍)

498. 10보다 작은 홀수의 집합을 A라고 할 때, 다음 $\square$ 안에 기호 $\in$, $\notin$ 중 알맞은 것을 써넣으시오.

(1) $3 \square A$ (2) $5 \square A$ (3) $8 \square A$

미래엔

499. 집합 $A = \{x \mid x$는 15의 약수$\}$에 대하여 다음에서 옳은 것은?

① $9 \in A$ ② $\{3,\ 5,\ 7\} \subset A$
③ $\{3,\ 5\} \in A$ ④ $\{15\} \subset A$
⑤ $A = \{1,\ 3,\ 5\}$

핵심정리 03 집합의 표현방법

(1) 원소나열법
⇒ 집합에 속하는 모든 원소를 { } 안에 나열하여 집합을 나타내는 방법
(2) 조건제시법
⇒ 집합에 속하는 원소들의 공통된 성질을 제시하여 집합을 나타내는 방법, 즉 $\{x \mid x$의 조건$\}$
(3) 벤 다이어그램 : 집합을 나타내는 그림
[예] 6의 양의 약수의 집합 A를 나타내면 다음과 같다.

원소나열법	조건제시법	벤 다이어그램
$A=\{1,\ 2,\ 3,\ 6\}$	$A=\{x \mid x$의 6의 양의 약수$\}$	A: 1 2 3 6

[보충]
⇒ 집합을 원소나열법으로 나타낼 때,
① 원소를 배열하는 순서는 생각하지 않는다.
② 같은 원소는 중복하여 쓰지 않는다.
③ 원소가 많고 원소 사이에 일정한 규칙이 있으면 그 원소 중 일부를 생략하고 '…'를 사용한다.

핵심 유형
7종 교과서

● 대표문항

■■■ YBM ■■■

500. 다음 집합에서 원소나열법으로 나타낸 집합은 조건제시법으로, 조건제시법으로 나타낸 집합은 원소나열법으로 나타내시오.
(1) $\{1,\ 2,\ 5,\ 10\}$

(2) $\{-2,\ -1,\ 0,\ 1,\ 2\}$

(3) $\{x \mid x$는 8의 약수$\}$

(4) $\{x \mid x$는 100보다 작은 10의 배수$\}$

■■■ 천재(전) ■■■

501. 다음에서 조건제시법으로 나타낸 집합은 원소나열법으로 나타내고, 원소나열법으로 나타낸 집합은 조건제시법으로 나타내시오.
(1) $\{x \mid x$는 10 이상 20 이하의 짝수$\}$

(2) $\{5,\ 10,\ 15,\ \cdots\}$

■■■ 미래엔 ■■■

502. 다음 집합에서 원소나열법으로 나타낸 것은 조건제시법으로, 조건제시법으로 나타낸 것은 원소나열법으로 나타내시오.
(1) $\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 6,\ 12\}$

(2) $\{5,\ 10,\ 15,\ \cdots\}$

(3) $\{x \mid (x-3)(x-5)=0\}$

(4) $\{x \mid x$는 100 이하의 홀수$\}$

■■■ 지학사 ■■■

503. 다음 집합을 원소나열법으로 나타낸 것은 조건제시법으로, 조건제시법으로 나타낸 것은 원소나열법으로 나타내시오.
(1) $\{1,\ 5,\ 25\}$

(2) $\{x \mid -3<x<2$인 정수$\}$

(3) $\{-1,\ 0,\ 1,\ 2,\ 3\}$

(4) $\{x \mid x$는 28의 약수$\}$

■■■ 천재(홍) ■■■

504. 다음 집합을 원소나열법으로 나타낸 것은 조건제시법으로, 조건제시법으로 나타낸 것은 원소나열법으로 나타내시오.
(1) $A=\{5,\ 10,\ 15,\ 20\}$

(2) $B=\{x \mid x$는 10 이하의 짝수$\}$

■■■ 비상 ■■■

505. 다음 집합을 원소나열법으로 나타낸 것은 조건제시법으로, 조건제시법으로 나타낸 것은 원소나열법으로 바꾸고, 벤 다이어그램으로 각각 나타내시오.
(1) $A=\{2,\ 4,\ 6,\ 8,\ 10\}$

(2) $B=\{x \mid x$ 는 $-1 \le x \le 1$ 인 정수$\}$

YBM

506. 다음 집합을 원소나열법과 조건제시법으로 나타내시오. 또 벤 다이어그램으로 나타내시오.

(1) 10보다 작은 3의 배수의 집합 A

(2) 15의 약수의 집합 B

미래엔

507. 다음 집합을 원소나열법으로 나타내시오.

(1) $\{x \mid x$는 21의 약수$\}$

(2) $\{x \mid x^2-7x+6=0\}$

동아출판

508. 다음 조건제시법으로 나타낸 집합을 원소나열법으로 나타내시오.

(1) $A=\{x \mid x$는 10 이상 20 이하인 짝수$\}$

(2) $B=\{x \mid x$는 210의 소인수$\}$

비상

509. 다음 집합 중 나머지 넷과 다른 하나는?

① $\{3,\ 6\}$
② $\{x \mid x$ 는 $x>2$ 인 6 의 약수$\}$
③ $\{x \mid x^2-9x+18=0\}$
④ $\{x \mid x$ 는 $3 \le x \le 6$ 인 자연수$\}$
⑤ $\{x \mid x$ 는 $0<x<9$ 인 3 의 배수$\}$

YBM

510. 집합 $A=\{1,\ 2,\ 3\}$에 대하여 다음 집합을 원소나열법으로 나타내시오.

(1) $B=\{x+y \mid x \in A,\ y \in A\}$

(2) $C=\{xy \mid x \in A,\ y \in A\}$

지학사

511. 두 집합 $A=\{0,\ 1\}$, $B=\{-1,\ 1,\ 2\}$에 대하여 집합 $C=\{a+b \mid a \in A,\ b \in B\}$를 원소나열법으로 나타내시오.

YBM

512. 집합 $A=\{(x,\ y) \mid ax+by=6\}$에 대하여 $(2,\ 1) \in A$, $(3,\ 3) \in A$일 때, $a-b$의 값을 구하시오. (단, a, b는 상수)

동아출판

513. 자연수 전체의 집합 N의 부분집합 A가 다음 조건을 만족시킬 때, 집합 A의 개수를 구하시오. (단, $A \neq \varnothing$)

$x \in A$ 이면 $\dfrac{36}{x} \in A$

YBM

514. 집합 $A=\{x \mid x$는 자연수$\}$에 대하여 다음을 만족시키는 집합 B의 개수는? (단, $B \neq \varnothing$)

(가) $B \subset A$
(나) $a \in B$이면 $\dfrac{16}{a} \in B$이다.

① 5 ② 6 ③ 7
④ 8 ⑤ 9

핵심정리 04 집합의 구분

(1) 유한집합 : 원소가 유한개인 집합
(2) 무한집합 : 원소가 무수히 많은 집합
(3) 공집합($\varnothing$) : 원소가 하나도 없는 집합
  ⇒ 공집합은 원소의 개수가 0이므로 유한집합이다.
(4) 유한집합의 원소의 개수
  집합 A가 유한집합일 때, 집합 A의 원소의 개수를 $n(A)$와 같이 나타낸다.
  ① $n(\varnothing)=0$
  ② $n(\{\varnothing\})=1$
  ③ $n(\{0\})=1$

[보충]
① 집합 A가 조건제시법으로 주어지면 집합 A를 원소나열법으로 나타낸 후 $n(A)$를 구한다.
② 무한집합은 셀 수 있는 무한집합(예 : 자연수의 집합)과 셀 수 없는 무한집합(예 : 실수의 집합)이 있다.

핵심 유형
7종 교과서

● 대표문항

지학사

515. 다음 세 집합 A, B, C에 대하여 $n(A)$, $n(B)$, $n(C)$를 구하시오.

(1) $A=\{3,\ 5,\ 8,\ 11\}$

(2) $B=\{x\,|\,x$는 $x^2-6x+5\le 0$인 자연수$\}$

(3) $C=\{3,\ 6,\ 9,\ 12,\ \cdots,\ 30\}$

미래엔

516. 다음 집합 A에 대하여 $n(A)$를 구하시오.

(1) $A=\{3,\ 6,\ 9\}$

(2) $A=\{1^2,\ 2^2,\ 3^2,\ \cdots,\ 10^2\}$

(3) $A=\{x\,|\,x$는 $x^2=-4$인 실수$\}$

(4) $A=\{x\,|\,x^2-2x-3=0\}$

비상

517. 다음 집합의 원소의 개수를 기호를 사용하여 나타내시오.

(1) $A=\{$ ㄱ, ㄴ, ㄷ $\}$

(2) $B=\{x\,|\,x^2-64=0\}$

(3) $C=\{1,\ 2,\ 3,\ \ldots,\ 20\}$

(4) $D=\{x\,|\,x$ 는 $|x|<5$ 인 정수$\}$

지학사

518. 다음 두 집합 A, B에 대하여 $n(A)$, $n(B)$를 구하시오.

(1) $A=\{x\,|\,x$는 $x^2-3x-4\le 0$인 정수$\}$

(2) $B=\{x\,|\,x$는 21의 약수$\}$

YBM

519. 다음 집합 A에 대하여 $n(A)$를 구하시오.

(1) $A=\{2,\ 4,\ 6,\ 8\}$

(2) $A=\{5,\ 10,\ 15,\ \cdots,\ 100\}$

(3) $A=\{x\,|\,x^2=2$인 유리수$\}$

(4) $A=\{x\,|\,x(x^2-1)=0\}$

천재(전)

520. 다음 집합 A에 대하여 $n(A)$를 구하시오.

(1) $A=\{x|x$는 35의 약수$\}$

(2) $A=\{x|x$는 $x^2+1\le 0$인 실수$\}$

천재(홍)

521. 두 집합 $A=\{2,\ 4,\ 6,\ \cdots,\ 20\}$, $B=\{x|x$는 20 이하의 소수$\}$에 대하여 $n(A)$, $n(B)$를 구하시오.

비상

522. 빈칸에 알맞은 수를 써넣어 보자.

집합 $B=\{x\,|\,x$ 는 $-5<x<-1$ 인 자연수$\}$는 원소가 하나도 없으므로 공집합이다. 즉, $n(B)=\square$ 이다.

천재(홍)

523. 세 집합

$A=\{-1,\ 0,\ 1\}$,
$B=\{x^2|x\in A\}$,
$C=\{x+y|x\in A,\ y\in A\}$

에 대하여 다음 중 옳은 것은?

① $A\subset B\subset C$ ② $A\subset C\subset B$ ③ $B\subset A\subset C$
④ $B\subset C\subset A$ ⑤ $C\subset B\subset A$

동아출판

524. 두 집합 $A=\{1,\ 2,\ 3,\ 4\}$, $B=\{1,\ a\}$에 대하여 집합

$X=\{x+y|x\in A,\ y\in B\}$

라고 하자. $n(X)=6$일 때, 자연수 a의 값을 구하시오.

비상

525. 다음은 집합의 원소의 개수를 나타낸 것이다. 옳지 않은 것을 모두 찾고, 그 이유를 설명하시오.

(1) $n(\{0\})=0$

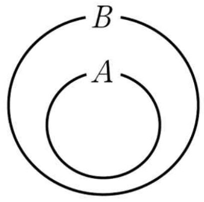
(2) $n(\{1,\ 2\})=2$

(3) $n(\{x\,|\,x$ 는 $x^2=-1$ 인 실수$\})=0$

(4) $n(\{3\})\neq n(\{1\})$

핵심정리 05 집합과 집합 사이의 포함관계

· 두 집합 A, B에 대하여
집합 A의 모든 원소가 집합 B에 속하면
$A \subset B$
$\Rightarrow$ 모든 $x \in A$에 대하여 $x \in B$이면 $A \subset B$



[보충]
· 집합 사이의 포함 관계는 주어진 집합을 원소나열법으로 나열한 후 각각의 원소를 비교하여 구한다.

핵심 유형
7종 교과서

● 대표문항

동아출판

526. 집합 $A=\{x|x$는 10 이하의 소수$\}$이다. 다음 □ 안에 기호 $\in$, $\subset$ 중 알맞은 것을 써넣으시오.

(1) $3 \square A$
(2) $\varnothing \square A$
(3) $\{2, 5, 7\} \square A$
(4) $A \square A$

미래엔

527. 다음 □ 안에 기호 $\subset$와 $\not\subset$ 중에서 알맞은 것을 써넣으시오.

(1) $\{2,\ 3,\ 5\} \square \{x \mid x$는 10 이하의 소수$\}$
(2) $\{0,\ 1\} \square \{x \mid x^2+x=0\}$

비상

528. 다음 두 집합 사이의 포함 관계를 판단하고, 빈칸에 기호 $\subset$, $\not\subset$ 중에서 알맞은 것을 써넣으시오.

(1) $A=\{a,\ b\}$, $B=\{a,\ b,\ c\}$에 대하여 $A \square B$이다.
(2) $A=\{x \mid x$는 $x-2<0$인 자연수$\}$, $B=\{x \mid x^2-2x=0\}$에 대하여 $A \square B$이다.

지학사

529. 다음 □ 안에 기호 $\subset$ 또는 $\not\subset$ 중에서 알맞은 것을 써넣으시오.

(1) $\{1,\ 4\} \square \{1,\ 4,\ 7\}$
(2) $\{x \mid x$는 35의 약수$\} \square \{1,\ 5,\ 7,\ 9\}$

YBM

530. 다음 □ 안에 $\subset$ 또는 $\not\subset$ 중에서 알맞은 것을 써넣으시오.

(1) $\{a,\ e\} \square \{a,\ e,\ i,\ o,\ u\}$
(2) $\{2,\ 3,\ 4\} \square \{2,\ 3,\ 6,\ 8\}$

미래엔

531. 다음 두 집합 A와 B 사이의 포함 관계를 기호 $\subset$를 사용하여 나타내시오.

(1) $A=\{1,\ 3,\ 7,\ 15\}$, $B=\{x \mid x$는 홀수$\}$
(2) $A=\{x \mid x$는 16의 약수$\}$, $B=\{2,\ 4\}$

천재(전)

532. 집합 $A=\{x|x$는 18의 약수$\}$에 대하여 다음 중 옳은 것은?

① $3 \not\in A$
② $\{1,\ 18\} \subset A$
③ $\{3,\ 9\} \in A$
④ $\{2,\ 4,\ 9\} \subset A$
⑤ $A \subset \{x|x$는 9의 약수$\}$

천재(홍)

533. 두 집합 $A=\{x|x$는 15 이하의 자연수$\}$, $B=\{x|x$는 15의 약수$\}$에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은?

① $4 \in A$
② $10 \in B$
③ $8 \not\in B$
④ $B \subset A$
⑤ $\{1,\ 3,\ 5\} \subset B$

지학사

534. 두 집합

$A=\{x\,|\,x$는 27의 약수$\}$, $B=\{x\,|\,x^2-3x=0\}$

에 대하여 다음 중 옳은 것은?

① $2\in A$　② $3\notin A$　③ $-3\in B$
④ $\{9\}\subset A$　⑤ $B\subset A$

YBM

535. 전체집합 $U=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5\}$와 집합 $A=\{2,\ 4\}$에 대하여 다음 중에서 옳지 않은 것은?

① $\{2\}\subset A$　② $3\in A^c$
③ $n(A^c)=3$　④ $n(A^c-A)=1$
⑤ $(A\cap A^C)\subset\varnothing$

천재(홍)

536. 집합 $A=\{1,\ 2,\ 3\}$에 대하여 다음 〈보기〉에서 옳은 것만을 있는 대로 고르시오.

〈 보기 〉

ㄱ. $1\in A$　ㄴ. $2\notin A$
ㄷ. $\varnothing\subset A$　ㄹ. $\{1,\ 4\}\subset A$

천재(전)

537. 집합 $A=\{1,\ 2,\ 3,\ 4\}$에 대하여 〈보기〉에서 옳은 것만을 있는 대로 고르시오.

〈 보기 〉

ㄱ. $3\in A$　ㄴ. $\varnothing\not\subset A$
ㄷ. $\{3,\ 5\}\not\subset A$　ㄹ. $A\subset\{2,\ 4\}$

지학사

538. 집합 A가 $A=\{x\,|\,x$는 9 이하의 홀수$\}$일 때, 다음 〈보기〉에서 옳은 것만을 있는 대로 고르시오.

〈 보기 〉

ㄱ. $1\in A$　ㄴ. $2\in A$
ㄷ. $\varnothing\subset A$　ㄹ. $\{3,\ 9\}\subset A$

비상

539. 두 집합 $A=\{1,\ 3,\ 5\}$, $B=\{1,\ 2,\ 3,\ 4\}$에 대하여 다음 〈보기〉 중 옳은 것을 모두 고르시오.

〈 보기 〉

ㄱ. $2\in A$　ㄴ. $\{1,\ 5\}\not\subset B$
ㄷ. $3\notin A\cap B$　ㄹ. $\varnothing\subset A\cup B$

비상

540. 실수 전체의 집합 A에 대하여 다음 〈보기〉 중 옳은 것을 모두 고르시오.

〈 보기 〉

ㄱ. $7\in A$　ㄴ. $\varnothing\in A$
ㄷ. $\{8\}\subset A$　ㄹ. $3\subset A$

YBM

541. 두 집합 $A=\{a,\ 2\}$, $B=\{3a-2,\ 2,\ 3\}$에 대하여 집합 A가 집합 B의 부분집합일 때, 정수 a의 값을 모두 구하시오. (단, $a\neq2$)

YBM

542. 두 집합

$A=\{x|2<x\le7\}$,
$B=\{x|a<x<2a+9\}$

에 대하여 $A\subset B$를 만족시키는 정수 a의 개수를 구하시오.

핵심정리 06 서로 같은 두 집합

· 두 집합 A, B에 대하여
$A \subset B$이고 $B \subset A$이면 기호로 $A=B$이다.
$\Rightarrow$ 두 집합 A, B가 서로 같다.
$\Rightarrow$ 두 집합 A, B의 모든 원소가 같다.

핵심 유형
7종 교과서

● 대표문항

YBM

543. 다음 $\square$ 안에 $=$ 또는 $\neq$ 중에서 알맞은 것을 써넣으시오.

(1) $\{1,\ 5,\ 7\}$ $\square$ $\{x\,|\,x$는 10 이하의 홀수$\}$

(2) $\{x\,|\,x^2-3x=0\}$ $\square$ $\{0,\ 3\}$

(3) $\{-1,\ 0,\ 1\}$ $\square$ $\{x|x^2-4<0\}$

지학사

544. 다음 $\square$ 안에 기호 $=$ 또는 $\neq$ 중에서 알맞은 것을 써넣으시오.

(1) $\{x\,|\,x$는 2의 약수$\}$ $\square$ $\{x\,|\,x$는 3보다 작은 자연수$\}$

(2) $\{x\,|\,x$는 5보다 작은 홀수$\}$ $\square$ $\{1,\ 3,\ 4\}$

미래엔

545. 다음 □ 안에 기호 $=$와 $\neq$ 중에서 알맞은 것을 써넣으시오.

(1) $\{2,\ 4,\ 6\}$ $\square$ $\{x\,|\,x$는 8 이하의 짝수$\}$

(2) $\{x\,|\,x^2-1=0\}$ $\square$ $\{-1,\ 1\}$

비상

546. 두 집합 $A=\{x\,|\,x$ 는 5 의 약수$\}$, $B=\{a,\ b\}$에 대하여 $A=B$일 때, ab의 값을 구하시오. (단, a, b는 실수)

동아출판

547. 두 집합 $A=\{2,\ 3,\ 4\}$, $B=\{a,\ a+1,\ 4\}$에 대하여 $A=B$가 성립할 때, 상수 a의 값을 구하시오.

미래엔

548. 자연수 a와 b에 대하여 두 집합

$$A=\{2,\ a^2-2a\},\ B=\{-1,\ b^2-b\}$$

가 서로 같을 때, $a+b$의 값을 구하시오.

비상

549. 두 집합

$$A=\{2,\ a,\ b-1\},\ B=\{a+2,\ 0,\ 4\}$$

에 대하여 $A=B$일 때, a, b의 값을 구하시오. (단, a, b는 실수)

지학사

550. 두 집합 $A=\{1,\ a,\ b+1\}$, $B=\{a-3,\ 4,\ 8\}$에 대하여 $A=B$를 만족시키는 상수 a, b의 값을 구하시오.

천재(홍)

551. 두 집합 $A=\{4,\ 6,\ a+6\}$, $B=\{b,\ 2a,\ 9\}$에 대하여 $A=B$일 때, 실수 a, b의 값을 구하시오.

YBM

552. 두 집합

$A=\{2,\ 5,\ a\},\ B=\{2,\ 4,\ a+b\}$

에 대하여 $A=B$를 만족시키는 상수 a, b의 값을 구하시오.

지학사

553. 두 집합

$A=\{1,\ 2,\ a\},\ B=\{1,\ b,\ b^2+3\}$

이 서로 같을 때, 자연수 a, b의 값을 구하시오.

천재(전)

554. 두 집합

$A=\{4,\ 6,\ 2a\},\ B=\{10,\ a+1,\ 2b\}$

에 대하여 $A=B$일 때, 실수 a, b의 값을 구하시오.

천재(전)

555. 두 집합

$A=\{-4,\ a^2\},\ B=\{x\,|\,x^2-16=0\}$

이 서로 같을 때, 자연수 a의 값을 구하시오.

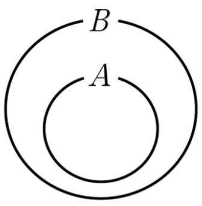
핵심정리 07 부분집합

(1) 부분집합

집합 A가 집합 B의 부분집합이다. ($A \subset B$)

$\Rightarrow$ 집합 A의 모든 원소가 집합 B에 속한다.

$\Rightarrow$ 모든 $x \in A$에 대하여 $x \in B$이다.



(2) 진부분집합

① 집합 A의 진부분집합

$\Rightarrow$ 집합 A의 부분집합 중에서 A를 제외한 모든 집합

② 집합 A가 집합 B의 진부분집합이다.

$\Rightarrow$ $A \subset B$이고 $A \neq B$이다.

[보충]

① 공집합은 모든 집합의 부분집합이고
모든 집합은 자기 자신의 부분집합이다.

② 진부분집합은 부분집합 중 자기 자신을 제외한 부분집합이다.

③ 조건제시법으로 주어진 집합의 부분집합을 구할 때는 집합을 원소나열법으로 구체적으로 나타낸 후 구하는 것이 편리하다.

(3) 부분집합의 개수

집합 $A = \{a_1,\ a_2,\ a_3,\ \cdots,\ a_n\}$에 대하여

① 집합 A의 부분집합의 개수 $\Rightarrow$ 2^n

② A의 진부분집합의 개수 $\Rightarrow$ $2^n - 1$

③ 원소의 개수가 k인 부분집합의 개수 $\Rightarrow$ ${}_n\mathrm{C}_k$ ($k \le n$)

④ A의 특정한 원소 k개를 반드시 포함하는 부분집합의 개수
$\Rightarrow$ 2^{n-k} (단, $k \le n$)

⑤ A의 특정한 원소 k개를 반드시 포함하지 않는 부분집합의 개수 $\Rightarrow$ 2^{n-k} (단, $k \le n$)

⑥ A의 원소 중 k개를 모두 포함하고 m개는 포함하지 않는 집합 A의 부분집합의 개수 $\Rightarrow$ 2^{n-k-m} (단, $k+m \le n$)

[보충]

① A의 특정한 원소 k개를 반드시 포함하는 부분집합의 개수
$\Rightarrow$ 특정한 원소 k개를 포함하지 않는 부분집합의 개수 2^{n-k}와 같다.

② 특정한 원소를 반드시 포함하거나 포함하지 않는 집합의 개수
$\Rightarrow$ 그 원소를 제외하고 만들 수 있는 집합의 개수와 같다.

핵심 유형
7종 교과서

● 대표문항

■■■ 미래엔, 비상, 지학사, 천재(전) ■■■

556. 집합 $A = \{a,\ b,\ c\}$에 대하여 다음에 답하시오.

(1) 집합 A의 부분집합을 모두 구하고, 그 개수를 말하시오.

(2) 집합 A의 진부분집합을 모두 구하고, 그 개수를 말하시오.

■■■ 지학사 ■■■

557. 집합 $A = \{3,\ 4\}$에 대하여 다음을 모두 구하시오.

(1) 집합 A의 부분집합

(2) 집합 A의 진부분집합

■■■ 동아출판 ■■■

558. 집합 $A = \{x \mid x$는 9의 약수$\}$일 때, 다음을 구하시오.

(1) 집합 A의 부분집합

(2) 집합 A의 진부분집합의 개수

YBM , 비상

559. 집합 $\{1,\ 2,\ 3,\ 4\}$의 부분집합을 모두 구하시오.

YBM

560. 다음 집합의 진부분집합을 모두 구하고, 몇 개인지 말하시오.

(1) $A=\{1,\ 2,\ 4\}$

(2) $B=\{x\,|\,x^2-2x-3=0\}$

지학사

561. 집합 $A=\{x\,|\,x$는 15의 약수$\}$의 진부분집합을 모두 구하시오.

동아출판

562. 집합 $A=\{x|x$는 6의 약수$\}$의 진부분집합을 모두 구하시오.

천재(홍)

563. 집합 $\{0,\ 3,\ 6,\ 9\}$의 진부분집합을 모두 구하시오.

동아출판

564. 다음 중 집합 $\{1,\ 2,\ 3\}$의 부분집합인 것을 모두 찾으시오.

$\varnothing,\quad \{1\},\quad \{0,\ 1\},\quad \{2,\ 3\},\quad \{1,\ 2,\ 3\}$

미래엔

565. 자연수 n에 대하여 $A_n=\{x\,|\,x$는 $\sqrt{4n}$ 이하의 홀수$\}$일 때, $A_n\subset A_{100}$을 만족시키는 n의 최댓값을 구하시오.

YBM

566. 집합 $\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5\}$의 부분집합 중에서 다음을 만족시키는 집합의 개수를 구하시오.

(1) $1,\ 2$를 모두 원소로 갖는 집합

(2) $1,\ 2$를 모두 원소로 갖지 않는 집합

(3) 1은 원소로 갖고, 2는 원소로 갖지 않는 집합

핵심정리 08 조건을 만족시키는 부분집합

[1] $A \subset X \subset B$를 만족하는 집합 X의 개수

⇒ 집합 B의 부분집합 중에서 A의 모든 원소를 반드시 원소로 갖는 집합의 개수를 구한다.

⇒ $n(A)=a$, $n(B)=b$, $A \subset X \subset B$일 때, 집합 X의 개수는 2^{b-a}

[보충]

⇒ 집합 X의 개수는 원소가 b개인 집합의 부분집합 중에서 특정한 원소 a개를 반드시 포함하고 있는 집합의 개수와 같다.

[2] 적어도, 또는 문구가 포함된 부분집합

(1) 특정한 원소 k개 중 적어도 한 개를 원소로 갖는 부분집합의 개수

⇒ (전체 부분집합의 개수)

$-$(특정한 원소 k개를 제외한 집합의 부분집합의 개수)

(2) a 또는 b를 원소로 갖는 부분집합의 개수

⇒ (전체 부분집합의 개수)

$-$(a, b를 모두 원소로 갖지 않는 부분집합의 개수)

[보충]

⇒ 원소의 개수가 n인 집합에서 a개를 반드시 원소로 갖고 b개를 원소로 갖지 않는 부분집합의 개수 ⇒ $2^{n-(a+b)}$

핵심 유형
7종 교과서

● 대표문항

자학사

567. 집합 $A=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6\}$에 대하여 다음을 구하시오.

(1) 집합 A의 부분집합 중 원소 3을 포함하는 부분집합의 개수

(2) 집합 A의 부분집합 중 원소 1을 포함하고, 5를 포함하지 않는 부분집합의 개수

(3) 집합 $B=\{1,\ 3,\ 5\}$에 대하여 $B \subset C \subset A$를 만족시키는 집합 C의 개수

비상

568. 두 집합 $A=\{2,\ 4\}$, $B=\{2,\ 4,\ 6,\ 8\}$에 대하여 $A \subset X \subset B$를 만족시키는 집합 X를 모두 구하시오.

미래엔

569. 두 집합

$$A=\{x \mid x^2-8x+15=0\},\ B=\{x \mid x\text{는 } 9 \text{ 이하의 홀수}\}$$

에 대하여 $A \subset X \subset B$를 만족시키는 집합 X의 개수를 구하시오.

비상

570. 집합 $A=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6\}$의 부분집합 중에서 적어도 한 개의 홀수를 원소로 갖는 부분집합의 개수를 구하시오.

YBM

571. 전체집합 $U=\{x|x$는 실수$\}$의 부분집합 중에서 다음을 만족시키는 집합 A의 개수는?

(가) $0 \in A$, $n(A)=4$
(나) $a \in A$이면 $a^2-2 \in A$이다.

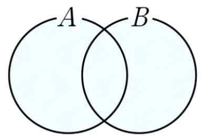
① 1　② 2　③ 3　④ 4　⑤ 5

핵심정리 09 합집합과 교집합

(1) 합집합

$A\cup B=\{x\,|\,x\in A$ 또는 $x\in B\}$

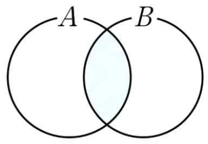
⇒ 두 집합 A와 B의 모든 원소로 이루어진 집합



(2) 교집합

$A\cap B=\{x\,|\,x\in A$ 그리고 $x\in B\}$

⇒ 두 집합 A와 B에 공통으로 속하는 원소로 이루어진 집합



[보충]

⇒ 두 집합의 합집합과 교집합을 구할 때, 조건제시법으로 주어진 집합을 원소나열법으로 나타낸 후 구한다.

핵심 유형 7종 교과서

● 대표문항

비상

572. 두 집합 $A=\{5,\ 6,\ 7\}$, $B=\{x\,|\,x$는 6 이하의 자연수$\}$ 에 대하여 다음 집합을 구하시오.

(1) $A\cup B$

(2) $A\cap B$

동아출판

573. 두 집합 $A=\{1,\ 3,\ 5,\ 7\}$, $B=\{3,\ 4,\ 5,\ 8\}$에 대하여 다음 집합을 구하시오.

(1) $A\cap B$

(2) $A\cup B$

미래엔

574. 다음 두 집합 A와 B에 대하여 $A\cap B$와 $A\cup B$를 구하시오.

(1) $A=\{1,\ 3,\ 9,\ 27\}$, $B=\{3,\ 9,\ 15,\ 21,\ 27\}$

(2) $A=\{x\,|\,x^2-3x-4=0\}$, $B=\{x\,|\,x$는 5 이하의 자연수$\}$

동아출판

575. 두 집합 A, B가 다음과 같을 때, $A\cap B$, $A\cup B$를 각각 구하시오.

(1) $A=\{s,\ u,\ n\}$, $B=\{s,\ t,\ a,\ r\}$

(2) $A=\{x\,|\,x^2-1=0\}$, $B=\{-2,\ 0,\ 2\}$

YBM

576. 두 집합 A, B가 다음과 같을 때, $A\cap B$와 $A\cup B$를 구하시오.

(1) $A=\{1,\ 2,\ 3,\ 4\}$, $B=\{2,\ 4,\ 6\}$

(2) A$=\{x\,|\,x$는 6의 약수 $\}$, $B=\{2,\ 3,\ 5,\ 7\}$

천재(홍)

577. 집합 $A=\{2,\ 3,\ 5,\ 7\}$일 때, 다음 조건을 모두 만족시키는 집합 B를 구하시오.

(가) $A\cup B=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 7\}$
(나) $A\cap B=\{2,\ 3\}$

동아출판

578. 집합 $A=\{2,\ 3,\ 5,\ 7\}$일 때, 다음 조건을 만족시키는 집합 B를 구하시오.

(가) $A\cap B=\{3,\ 5,\ 7\}$
(나) $A\cup B=\{1,\ 2,\ 3,\ 5,\ 7,\ 9\}$

■■■ 비상 ■■■

579. 두 집합 A, B에 대하여

$A=\{5,\ 6,\ 7,\ 8,\ 9,\ 10\}$
$A\cup B=\{3,\ 5,\ 6,\ 7,\ 8,\ 9,\ 10\}$
$A\cap B=\{6,\ 9\}$

일 때, 집합 B를 구하시오.

■■■ 동아출판 ■■■

580. 두 집합 $A=\{1,\ 3,\ a+1\}$, $B=\{5,\ a-3\}$에 대하여 $A\cap B=\{3\}$일 때, $A\cup B$를 구하시오. (단, a는 실수이다.)

■■■ 천재(전) ■■■

581. 두 집합 $A=\{2,\ a\}$, $B=\{3,\ 4,\ 2a+1\}$에 대하여 $A\cup B=\{2,\ 3,\ 4,\ 7\}$일 때, a의 값을 구하시오.

■■■ 천재(전) ■■■

582. 두 집합 $A=\{1,\ 2,\ 2a+5\}$, $B=\{3,\ a,\ 3b-1\}$에 대하여 $A\cap B=\{2,\ 3\}$일 때, 실수 a, b의 값을 구하시오.

■■■ YBM ■■■

583. 두 집합 $A=\{2,\ 5,\ a+3\}$, $B=\{4,\ 6,\ b-2\}$에 대하여 $A\cap B=\{2,\ 6\}$이다. 다음을 구하시오.

(1) 실수 a, b의 값

(2) $A\cup B$

■■■ 비상 ■■■

584. 두 집합 $A=\{1,\ 2\}$, $B=\{3,\ 4\}$에 대하여 두 집합 P, Q가 다음과 같을 때, $n(P\cup Q)$를 구하시오.

$P=\{p\mid p=x+y,\ x\in A,\ y\in B\}$ $Q=\{q\mid q=xy,\ x\in A,\ y\in B\}$

■■■ 천재(전) ■■■

585. 전체집합 $U=\{x\mid x$는 5 이하의 자연수$\}$의 두 부분집합 A, B가 $A\cup B=U$, $A\cap B=\{2,\ 4,\ 5\}$를 만족시킬 때, 집합 A의 모든 원소의 합을 a, 집합 B의 모든 원소의 합을 b라고 하자. 이때 ab의 최댓값을 구하시오.

■■■ 동아출판 ■■■

586. 실수 전체의 집합 U의 두 부분집합 A, B에 대하여 $n(A)=3$, $B=\left\{\dfrac{x+a}{3}\,\middle|\,x\in A\right\}$이다. 두 집합 A, B가 다음 조건을 만족시킬 때, 상수 a의 값을 구하시오.

(가) 집합 A의 모든 원소의 합은 30이다. (나) 집합 $A\cup B$의 모든 원소의 합은 41이다. (다) $A\cap B=\{7\}$

핵심정리 10 서로소인 두 집합

(1) 두 집합 A, B가 서로소이면
  $\Rightarrow A\cap B=\varnothing$
  $\Rightarrow$ 두 집합의 공통된 원소가 하나도 없다.
(2) 두 집합이 서로소일 때, 미지수의 범위는 다음 순서로 구한다.
  ① 두 집합의 부등식의 해를 각각 구한다.
  ② 두 부등식의 해의 공통부분이 없도록 수직선 위에 나타낸다.
  ③ 미지수의 범위를 구한다.

[보충]
① 공집합은 모든 집합과 서로소이다.
② 두 집합 A, B가 서로소가 아니면 공통인 원소가 적어도 한 개 존재한다.
③ 두 수의 최대공약수가 1일 때, 두 수는 서로소이다.

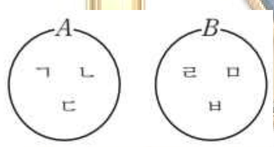
핵심 유형
7종 교과서

● 대표문항

비상

587. 두 집합

$A=\{ㄱ, ㄴ, ㄷ\}$, $B=\{ㄹ, ㅁ, ㅂ\}$



에 대하여 $A\cap B=\varnothing$이므로 A와 B는 ☐이다.

지학사

588. 다음 두 집합 A, B에 대하여 $A\cup B$와 $A\cap B$를 구하시오. 또, 서로소인 것을 찾으시오.

(1) $A=\{1,\ 5,\ 8,\ 9\}$, $B=\{1,\ 4,\ 6,\ 8\}$

(2) $A=\{x\,|\,x$는 16의 약수$\}$, $B=\{x\,|\,x^2-5x+6=0\}$

(3) $A=\{x\,|\,x\le 1\}$, $B=\{x\,|\,x^2-3x+2<0\}$

천재(홍)

589. 다음 두 집합 A, B에 대하여 $A\cup B$와 $A\cap B$를 구하고, 벤 다이어그램을 이용하여 나타내시오. 또 두 집합이 서로소인 것을 찾으시오.

(1) $A=\{a,\ b,\ c\}$, $B=\{c,\ d,\ e\}$

(2) $A=\{x\,|\,x$는 $-2<x\le 4$인 정수$\}$, $B=\{3,\ 4,\ 5,\ 6\}$

(3) $A=\{x\,|\,x^2=4\}$, $B=\{x\,|\,x^2-2x-3=0\}$

미래엔

590. 다음 두 집합 A와 B가 서로소인지 아닌지 확인하시오.

(1) $A=\{x\,|\,|x|\ge 1\}$, $B=\{x\,|\,x^2=1\}$

(2) $A=\{x\,|\,x$는 정삼각형$\}$, $B=\{x\,|\,x$는 직각삼각형$\}$

비상

591. 다음 중 두 집합 A, B가 서로소인 것을 고르시오.

(1) $A=\{x\,|\,x^2+2x+1=0\}$, $B=\{x\,|\,x^2-4=0\}$

(2) $A=\{x\,|\,x$는 8 의 약수$\}$, $B=\{x\,|\,x$는 12 보다 작은 자연수$\}$

(3) $A=\{x\,|\,x$는 이등변삼각형$\}$, $B=\{x\,|\,x$는 직각삼각형$\}$

YBM

592. 다음 중에서 두 집합 A, B가 서로소인 것을 모두 찾으시오.

(1) $A=\{x\,|\,x$는 5의 약수$\}$, $B=\{x\,|\,x$는 8의 약수$\}$

(2) $A=\{x|x^2-4=0\}$, $B=\{x|x^2-2x-3=0\}$

(3) $A=\{x\,|\,x$는 직각삼각형$\}$, $B=\{x\,|\,x$는 정삼각형$\}$

천재(전)

593. 집합 $A=\{2,\ 3,\ 7\}$과 집합 B가 서로소이고 $A\cup B=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7\}$일 때, 집합 B를 구하시오.

지학사

594. 전체집합 $U=\{a,\ b,\ c,\ d,\ e\}$의 부분집합 중에서 집합 $A=\{a,\ b,\ d\}$와 서로소인 집합을 모두 구하시오.

미래엔

595. 전체집합 $U=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5\}$의 부분집합 중에서 집합 $A=\{1,\ 2,\ 4\}$와 서로소인 집합을 모두 구하시오.

동아출판

596. 전체집합 $U=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5\}$의 부분집합 A가 $A\cap\{1,\ 3,\ 5\}=\varnothing$을 만족시킬 때, 집합 A를 모두 구하시오.

YBM

597. 집합 $A=\{x|x$는 12의 약수$\}$의 부분집합 중에서 집합 $B=\{1,\ 3,\ 5\}$와 서로소인 집합의 개수는?

① 7 ② 8 ③ 15
④ 16 ⑤ 31

천재(전)

598. 집합 $A=\{2,\ 4,\ 6,\ 8,\ 10\}$의 부분집합 중에서 집합 $B=\{8,\ 10\}$과 서로소인 집합의 개수를 구하시오.

천재(홍)

599. 다음 중 집합 $A=\{2,\ 4,\ 6\}$과 서로소인 집합을 모두 고르시오.

$\{1\}$, $\{2\}$, $\{2,\ 4\}$, $\{3,\ 5\}$, $\{1,\ 2,\ 4\}$

비상

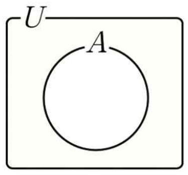
600. 다음 중 집합 $A=\{1,\ 4,\ 6\}$과 서로소인 집합은?

① $\{x\,|\,x^2-6x+8=0\}$
② $\{x\,|\,x$는 $1<x<6$인 자연수$\}$
③ $\{x\,|\,x$는 16 의 약수$\}$
④ $\{x\,|\,x$는 7 보다 작은 소수$\}$
⑤ $\{x\,|\,x$는 36 의 제곱근$\}$

핵심정리 11 여집합과 차집합

· 전체집합 U의 두 부분집합 A, B에 대하여

(1) 여집합



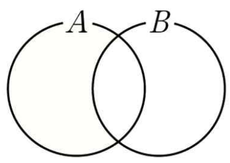
$A^C=\{x\mid x\in U$ 그리고 $x\notin A\}$

$\Rightarrow$ 전체집합 U에 속하지만 집합 A에는 속하지 않는다.

$\Rightarrow$ 전체집합 U에서 집합 A의 원소를 제외한 집합

$\Rightarrow$ $A^C=U-A$, $(A^C)^C=A$

(2) 차집합



$A-B=\{x\mid x\in A$ 그리고 $x\notin B\}$

$\Rightarrow$ 집합 A에 속하지만 집합 B에 속하지 않는다.

$\Rightarrow$ 집합 A에서 집합 B의 원소를 제외한 집합

$\Rightarrow$ $A-B=A\cap B^C$

(3) 드모르간의 법칙

① $(A\cap B)^C=A^C\cup B^C$

② $(A\cup B)^C=A^C\cap B^C$

[보충]

(1) 여집합의 성질

① $B^C\subset A^C$이면 $A\subset B$

② $\varnothing^C=U$, $U^C=\varnothing$

③ $A\cup A^C=U$, $A\cap A^C=\varnothing$

(2) 차집합의 성질

① $A-B=A\cap B^C=A-(A\cap B)=(A\cup B)-B$

② $U-A=A^C$

③ $A-B=\varnothing$이면 $A\subset B$, $B-A=\varnothing$이면 $B\subset A$

(3) 드모르간 법칙의 성질

① $(A\cap B^C)^C=A^C\cup B$

② $(A^C\cap B^C)^C=A\cup B$

핵심 유형
7종 교과서

● 대표문항

■■■ 미래엔 ■■■

601. 전체집합 $U=\{1,\ 2,\ 3,\ \cdots,\ 10\}$의 두 부분집합

$A=\{1,\ 5,\ 9,\ 10\}$, $B=\{x\mid x$는 10의 약수$\}$

에 대하여 다음을 구하시오.

(1) $A\cap B$

(2) $A\cup B$

(3) A^C

(4) $A-B$

■■■ 비상 ■■■

602. 전체집합 $U=\{x\mid x$는 9 이하의 자연수$\}$의 두 부분집합

$A=\{1,\ 2,\ 3,\ 6\}$, $B=\{1,\ 2,\ 3,\ 5,\ 7\}$

에 대하여 다음 집합을 구하시오.

(1) $A\cap B$

(2) A^C

(3) $A\cap B^C$

(4) $B-A$

■■■ 지학사 ■■■

603. 전체집합 $U=\{x\mid x$는 10 이하의 자연수$\}$의 두 부분집합

$A=\{x\mid x$는 10의 약수$\}$, $B=\{x\mid x$는 5의 배수$\}$

에 대하여 다음 집합을 구하시오.

(1) A^C

(2) $A-B$

(3) $B-A$

YBM

604. 전체집합 $U=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7\}$의 두 부분집합

$A=\{1,\ 3,\ 5\}$, $B=\{1,\ 2,\ 5,\ 7\}$

에 대하여 다음을 구하시오.

(1) $A\cap B$

(2) $A\cup B$

(3) A^c

(4) $A-B$

동아출판

605. 전체집합 $U=\{x|x$는 10 이하의 자연수$\}$의 두 부분집합

$A=\{x|x$는 4의 약수$\}$, $B=\{x|x$는 8의 약수$\}$에 대하여 다음을 구하시오.

(1) A^C

(2) B^C

(3) $A-B$

(4) $B-A$

지학사

606. 전체집합 $U=\{x\,|\,x$는 7 이하의 자연수$\}$의 두 부분집합

$A=\{x\,|\,x$는 2의 배수$\}$,

$B=\{x\,|\,x^2-9x+18\leq 0\}$

에 대하여 다음을 구하시오.

(1) $A\cup B$

(2) $A\cap B$

(3) A^C

(4) $A-B$

천재(전)

607. 전체집합 $U=\{x|x$는 10 이하의 자연수$\}$의 두 부분집합

$A=\{1,\ 3,\ 5,\ 8\}$, $B=\{x|x$는 9의 약수$\}$에 대하여 다음을 구하시오.

(1) $A\cup B$

(2) $A\cap B$

(3) A^C

(4) $A-B$

천재(홍)

608. 전체집합 $U=\{x|x$는 10 이하의 자연수$\}$의 두 부분집합

$A=\{1,\ 2,\ 3,\ 4\}$, $B=\{x|x$는 짝수$\}$에 대하여 다음을 구하시오.

(1) $A\cup B$

(2) $A\cap B$

(3) A^C

(4) $A-B$

(5) $A^C\cap B^C$

(6) $A^C\cup B^C$

미래엔

609. 전체집합 $U=\{x\,|\,x$는 10 이하의 자연수$\}$에 대하여 다음 집합의 여집합을 구하시오.

(1) $A=\{1,\ 2,\ 3,\ 6\}$

(2) $B=\{x\,|\,x$는 9의 약수$\}$

미래엔

610. 다음 두 집합 A와 B에 대하여 $A-B$와 $B-A$를 구하시오.

(1) $A=\{2,\ 3,\ 5,\ 7,\ 9\}$, $B=\{3,\ 9\}$

(2) $A=\{x\,|\,x$는 18의 약수$\}$, $B=\{x\,|\,x$는 12의 약수$\}$

비상

611. 전체집합 $U=\{x\,|\,x$는 8 이하의 자연수$\}$의 부분집합 $A=\{2,\ 4,\ 6,\ 8\}$에 대하여 다음 집합의 여집합을 구하시오.

(1) A

(2) A^C

(3) $\varnothing$

(4) U

비상

612. 두 집합 $A=\{1,\ 3,\ 5,\ 7,\ 9\}$, $B=\{x\,|\,x$는 15 의 약수$\}$에 대하여 $A-B$, $B-A$를 구하시오.

YBM

613. 전체집합 $U=\{x|x$는 10 이하의 자연수$\}$의 두 부분집합
$A=\{1,\ 3,\ 5,\ 7,\ 9\}$, $B=\{x|x$는 6의 약수$\}$
에 대하여 A^c와 $A-B$를 구하시오.

천재(전)

614. 다음 두 집합 A, B에 대하여 $A-B$를 구하시오.

(1) $A=\{1,\ 4,\ 5,\ 7,\ 8\}$, $B=\{x|x$는 12의 약수$\}$

(2) $A=\{x|x$는 $x-5<0$인 자연수$\}$, $B=\{x|x^2-5x+6=0\}$

천재(홍)

615. 전체집합 $U=\{x|x$는 12 이하의 자연수$\}$의 두 부분집합 $A=\{1,\ 3,\ 5,\ 7,\ 9,\ 11\}$, $B=\{x|x$는 3의 배수$\}$에 대하여 다음을 구하고, 벤 다이어그램을 이용하여 나타내시오.

(1) A^C

(2) $A-B$

(3) $B-A$

미래엔

616. 전체집합 U의 두 부분집합 A와 B에 대하여 $A-B=A\cap B^C$가 성립함을 벤 다이어그램을 이용하여 확인하시오.

비상

617. 전체집합 U의 두 부분집합 A, B에 대하여 다음이 성립함을 벤 다이어그램을 이용하여 보이시오.

(1) $A\cup A^C=U$

(2) $A\cap A^C=\varnothing$

(3) $A\subset B$이면 $B^C\subset A^C$

미래엔

618. 전체집합 U의 부분집합 A에 대하여 다음이 성립함을 벤 다이어그램을 이용하여 확인하시오.

(1) $(A^C)^C=A$

(2) $A\cup A^C=U$

(3) $A\cap A^C=\varnothing$

비상

619. 전체집합 U의 두 부분집합 A, B에 대하여 다음이 성립함을 드모르간 법칙을 이용하여 보이시오.

(1) $(A^C \cup B)^C = A \cap B^C$

(2) $(B-A)^C = B^C \cup A$

동아출판

620. 전체집합 $U=\{x \mid x$는 12 이하의 자연수$\}$의 두 부분집합 $A=\{x \mid x$는 8의 약수$\}$, $B=\{x \mid x$는 4의 배수$\}$에 대하여 $A^C \cap B^C$을 구하시오.

동아출판

621. 전체집합 $U=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5\}$의 두 부분집합 $A=\{1,\ 2,\ 3\}$, $B=\{3,\ 4,\ 5\}$ 에 대하여 집합 $A \cap B^C$을 구하시오.

지학사

622. 두 집합 $A=\{1,\ 3,\ 5\}$, $B=\{2,\ 3,\ 6\}$에 대하여 집합 $(A-B)\cup B$를 구하시오.

동아출판

623. 두 집합 A, B가 $A \cup B=\{1,\ 2,\ 3,\ 4\}$, $A-B=\{3\}$, $B-A=\{1,\ 4\}$를 만족시킬 때, $A \cap B$를 구하시오.

동아출판

624. 두 집합

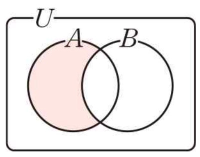
$A=\{x \mid x^2-5x+6 \le 0\}$,

$B=\{x \mid x^2-(a+1)x+a<0\}$

에 대하여 $A-B=\varnothing$을 만족시키는 실수 a의 값의 범위를 구하시오. (단, $a>1$)

지학사

625. 오른쪽 벤 다이어그램의 색칠한 부분을 나타내는 집합과 항상 같은 집합인 것만을 〈보기〉에서 있는 대로 고르시오.



〈 보기 〉

ㄱ. $A \cap B^C$　　ㄴ. $(A \cup B)-B$

ㄷ. $U-A^C$　　ㄹ. $(A \cup B) \cap B^C$

핵심정리 12 집합의 연산법칙

· 전체집합 U의 두 부분집합 A, B에 대하여

(1) 교환법칙

$A\cup B=B\cup A$, $A\cap B=B\cap A$

(2) 결합법칙

① $(A\cup B)\cup C=A\cup(B\cup C)$

② $(A\cap B)\cap C=A\cap(B\cap C)$

(3) 분배법칙

① $A\cup(B\cap C)=(A\cup B)\cap(A\cup C)$

② $A\cap(B\cup C)=(A\cap B)\cup(A\cap C)$

(4) 흡수법칙

① $A\cup(B\cap A)=A$

② $A\cap(A\cup B)=A$

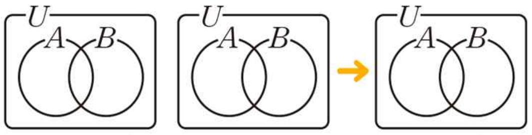
핵심 유형
7종 교과서

● 대표문항

지학사

626. 전체집합 U의 두 부분집합 A, B에 대하여 $(A-B)^C\cap A=A\cap B$가 성립함을 다음 두 가지 방법으로 확인해 보이시오.

(1) 벤 다이어그램 이용



$(A-B)^C$ $\cap$ A $=(A-B)^C\cap A$

(2) 집합의 연산 법칙 이용

$(A-B)^C\cap A$	
$=(A\cap\square)^C\cap A$	⇦ 차집합의 성질
$=(\square\cup\square)\cap A$	⇦ 드모르간의 법칙
$=(A^C\cap A)\square(B\cap A)$	⇦ 분배법칙
$=\varnothing\cup(\square\cap B)$ ↔	⇦ 교환법칙
$=A\cap B$	

미래엔 비상

627. 세 집합 A, B, C에 대하여 $(A\cap B)\cap C=A\cap(B\cap C)$가 성립함을 벤 다이어그램을 이용하여 확인하시오.

미래엔

628. 두 집합 A와 B에 대하여 다음이 성립함을 벤 다이어그램을 이용하여 확인하시오.

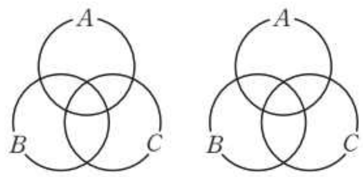
(1) $A\cup(A\cap B)=A$

(2) $A\cap(A\cup B)=A$

비상

629. 세 집합 A, B, C에 대하여 다음이 성립함을 벤 다이어그램을 이용하여 보이시오.

$A\cup(B\cap C)=(A\cup B)\cap(A\cup C)$



$A\cup(B\cap C)$ $(A\cup B)\cap(A\cup C)$

비상

630. 세 집합 A, B, C에 대하여 다음이 성립함을 벤 다이어그램을 이용하여 보이시오.

$C-(A\cap B)=(C-A)\cup(C-B)$

YBM

631. 전체집합 U의 두 부분집합 A, B에 대하여 $(A-B)^c = A^c \cup B$가 성립함을 설명하시오.

YBM

632. 전체집합 U의 두 부분집합 A, B에 대하여 $A \cup (A \cap B)^c = U$가 성립함을 설명하시오.

미래엔

633. 전체집합 $U=\{1,\ 2,\ 3,\ \cdots,\ 10\}$의 세 부분집합 A, B, C에 대하여 $A \cup B = \{x \mid x$는 3의 배수$\}$, $A \cup C = \{x \mid x$는 9의 약수$\}$일 때, $A \cup (B \cap C)$의 모든 원소의 합을 구하시오.

비상

634. 전체집합 $U=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7\}$의 두 부분집합 A, B에 대하여

$A \cap B = \{3\}$, $(B^C \cup A)^C = \{4,\ 5\}$

일 때, 집합 B를 구하시오.

지학사

635. 세 집합 A, B, C에 대하여 $A \cup B = \{a,\ b,\ d,\ e\}$, $A \cup C = \{a,\ b,\ c,\ e\}$일 때, $A \cup (B \cap C)$를 구하시오.

동아출판

636. 세 집합 A, B, C에 대하여 $A \cup B = \{1,\ 2,\ 3\}$, $B \cup C = \{2,\ 3,\ 4,\ 5\}$일 때, $B \cup (A \cap C)$를 구하시오.

YBM

637. 전체집합 U의 두 부분집합 A, B에 대하여

$A = \{1,\ 2,\ 3,\ 6\}$,

$(A-B)^C = \{1,\ 3,\ 4,\ 6,\ 7,\ 8\}$

일 때, 집합 $A^c \cup B^c$의 모든 원소의 합을 구하시오.

천재(전)

638. 세 집합 A, B, C에 대하여 $A \cup B = \{2,\ 3,\ 4\}$, $C = \{1,\ 3,\ 9\}$일 때, $A \cup (B \cup C)$를 구하시오.

천재(전)

639. 세 집합 A, B, C에 대하여 $A \cup B = \{a,\ b,\ c\}$, $A \cup C = \{b,\ c,\ d,\ e\}$일 때, $A \cup (B \cap C)$를 구하시오.

천재(전)

640. 전체집합 $U=\{x|x$는 18 이하의 자연수$\}$의 두 부분집합

$A=\{x|x$는 3의 배수$\}$, $B=\{x|x$는 10의 약수$\}$

에 대하여 $A^C \cup B^C$을 구하시오.

천재(홍)

641. 세 집합 A, B, C에 대하여

$A\cup B=\{4,\ 5,\ 6,\ 7,\ 8\}$,
$C=\{x\,|\,x^2-7x+12=0\}$

일 때, $A\cup(B\cup C)$를 구하시오.

비상

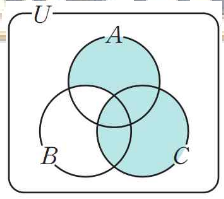
642. 전체집합 U의 세 부분집합

$A=\{0,\ 1,\ 2\}$
$B=\{b\,|\,b=x+1,\ x\in A\}$
$C=\{c\,|\,c=x-y,\ x\in A,\ y\in A\}$

에 대하여 집합 $(C\cap A^C)\cup B$를 구하시오.

천재(홍)

643. 다음 중 오른쪽 벤 다이어그램에서 색칠된 부분이 나타내는 집합과 항상 같은 집합은?



① $(A^C\cap B)\cup C$ ② $A\cap(B\cup C)$
③ $(A\cup B)\cap C^C$ ④ $(A-B)\cap C$
⑤ $(A-B)\cup C$

비상

644. 전체집합 $U=\{x\,|\,x$는 10 보다 작은 자연수$\}$의 두 부분집합 A, B에 대하여

$A\cup B=U$, $A\cap(A-B)^C=A$

를 만족시킬 때, 집합 B의 원소의 개수를 구하시오.

천재(홍)

645. 전체집합 $U=\{x\,|\,x$는 8 이하의 자연수$\}$의 두 부분집합 A, B에 대하여

$A^C\cap(A\cup B)=\{x\,|\,x^2-12x+32=0\}$,
$A-(A\cap B)=\{x\,|\,x$는 6의 약수$\}$

이다. 집합 A의 원소의 개수가 최대일 때, 집합 B를 구하시오.

동아출판

646. 전체집합 $U=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7,\ 8\}$의 두 부분집합 A, B가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $A\cap B=\{3,\ 5\}$
(나) $A^C\cap B^C=\{1,\ 4,\ 7\}$

집합 X의 모든 원소의 합을 $S(X)$라고 할 때,

$S(A)=S(B)$, $n(A)=n(B)+1$

을 만족시키는 집합 B를 구하시오.

핵심정리 13 집합의 연산 성질

· 전체집합 U의 부분집합 A, B에 대하여

(1) $A\cup A=A$, $A\cap A=A$

(2) $A\cup\varnothing=A$, $A\cap\varnothing=\varnothing$

(3) $A\cup U=U$, $A\cap U=A$

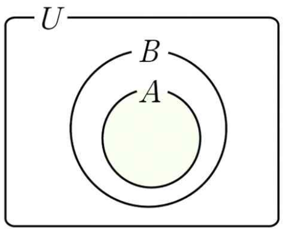
(4) $A\cup A^C=U$, $A\cap A^C=\varnothing$

(5) $U^C=\varnothing$, $\varnothing^C=U$, $(A^C)^C=A$

(6) $A-B=A\cap B^C$

[포함관계]

· 전체집합 U의 두 부분집합 A, B에 대하여 $A\subset B$와 같은 표현



(1) $A\cap B=A$

(2) $A\cup B=B$

(3) $A-B=\varnothing$, $A\cap B^C=\varnothing$

(4) $A^C\cup B=U$

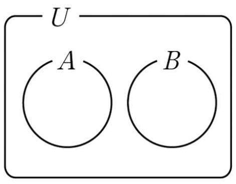
(5) $B^C\subset A^C$

(6) $B^C-A^C=\varnothing$

[서로소인 경우]

· 전체집합 U의 두 부분집합 A, B에 대하여

$A\cap B=\varnothing$와 같은 표현



(1) $A-B=A$, $B-A=B$

(2) $A\subset B^C$, $B\subset A^C$

(3) $A^C-B^C=B$

(4) $A^C\cup B^C=U$

핵심 유형 7종 교과서

● 대표문항

비상

647. 전체집합 U의 두 부분집합 A, B에 대하여 $A\cap B=A$일 때, 다음 〈보기〉 중 항상 옳은 것을 모두 고르시오.

〈 보기 〉

ㄱ. $A\subset B$ ㄴ. $A^C\subset B^C$

ㄷ. $A\cup B=U$ ㄹ. $(A^C\cup B)^C=\varnothing$

천재(전)

648. 전체집합 U의 두 부분집합 A, B에 대하여 $A\cup B=B$일 때, 〈보기〉에서 항상 옳은 것만을 있는 대로 고르시오.

〈 보기 〉

ㄱ. $A\subset B$ ㄴ. $A\cap B=A$

ㄷ. $A^C\subset B^C$ ㄹ. $B-A=\varnothing$

비상

649. 전체집합 U의 두 부분집합 A, B에 대하여 $A\cup B=B$일 때, 다음 중 항상 성립한다고 할 수 없는 것은?

① $A\subset B$ ② $B^C\subset A^C$ ③ $A\cap B=A$

④ $B-A=\varnothing$ ⑤ $A^C\cup B^C=U-A$

동아출판

650. 전체집합 U의 두 부분집합 A, B에 대하여 $A\subset B$이고 $A\neq B$일 때, 보기에서 옳은 것만을 있는 대로 고르시오.

〈 보기 〉

ㄱ. $A^c\subset B^C$ ㄴ. $B-A=\varnothing$

ㄷ. $A\cap B=A$ ㄹ. $A\cup B=B$

YBM

651. 전체집합 U의 두 부분집합 A, B에 대하여 $A-B=\varnothing$일 때, 〈보기〉에서 항상 옳은 것만을 있는대로 고르시오.

〈 보기 〉

ㄱ. $A\subset B$ ㄴ. $A\cap B=B$

ㄷ. $B^c\subset A^c$ ㄹ. $A^c\cup B=U$

ㅁ. $A\cap B^c=\varnothing$

천재(홍)

652. 전체집합 U의 두 부분집합 A, B에 대하여 $B-A=\varnothing$일 때, 다음 〈보기〉에서 항상 옳은 것만을 있는 대로 고르시오.

〈 보기 〉

ㄱ. $A^C \cap B=\varnothing$	ㄴ. $A \subset B$
ㄷ. $A-B=\varnothing$	ㄹ. $A^C \subset B^C$
ㅁ. $A \cup B=B$	ㅂ. $A^C \cap B^C=A^C$

YBM

653. 공집합이 아닌 두 집합 A, B가 다음을 만족시킬 때, 두 집합 A, B 사이의 포함관계를 말하시오.

(1) $A \cap B=A$

(2) $A \cup B=A$

미래엔

654. 두 집합

$A=\{x^2+2x,\ 4,\ 6\}$, $B=\{x,\ 6\}$

에 대하여 $A \cap B=B$를 만족시키는 모든 정수 x의 값을 구하시오.

천재(전)

655. 두 집합

$A=\{x \mid -3<x<4\}$, $B=\{x \mid a<x \leq b\}$

에 대하여 $A \subset B$가 성립할 때, 실수 a, b의 값의 범위를 각각 구하시오.

● 대표문항

동아출판

656. 두 집합 $A=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5\}$, $B=\{1,\ 3,\ 5\}$에 대하여 $B \cap X=B$, $A \cup X=A$를 만족시키는 집합 X의 개수를 구하시오.

(1) 세 집합 A, B, X 사이의 포함 관계를 기호 $\subset$를 사용하여 나타내시오.

(2) 집합 X의 개수를 구하시오.

비상

657. 두 집합

$A=\{1,\ 5\}$, $B=\{1,\ 2,\ 4,\ 5,\ 10,\ 20\}$

에 대하여 $A \cap X=A$, $B \cup X=B$를 만족시키는 집합 X의 개수를 구하시오.

YBM

658. 두 집합 $A=\{x \mid x$는 3의 약수$\}$, $B=\{x \mid x$는 12의 약수$\}$에 대하여

$A \cap X=A$, $B \cup X=B$

를 만족시키는 집합 X의 개수를 구하시오.

천재(홍)

659. 두 집합

$A=\{x \mid x$는 5 이하의 홀수$\}$,

$B=\{x \mid x^2-7x<0$인 자연수$\}$

에 대하여 $A\cap X=A$, $B\cup X=B$를 만족시키는 집합 X의 개수를 구하시오.

지학사

660. 두 집합 $A=\{1,\ 2,\ 3\}$, $B=\{3,\ 5,\ 7,\ 9\}$에 대하여

$A\cap X=X$, $B\cap X=\varnothing$

을 만족시키는 집합 X를 모두 구하시오.

미래엔

661. 두 집합

$A=\{x \mid x$는 8의 약수$\}$, $B=\{x \mid x$는 20 이하의 4의 배수$\}$

에 대하여 $A\cap X=\varnothing$과 $B\cup X=B$를 만족시키는 집합 X의 개수를 구하는 풀이 과정과 답을 쓰시오.

천재(전)

662. 전체집합 U의 두 부분집합 $A=\{1,\ 2,\ 3,\ 4\}$,

$B=\{3,\ 4,\ 5,\ 6\}$에 대하여

$B\cap X=X$, $(A\cap B)\cup X=X$

를 만족시키는 집합 X의 개수를 구하시오.

동아출판

663. 두 집합 $A=\{1,\ 2,\ 3,\ 4\}$, $B=\{3,\ 4,\ 5,\ 6\}$에 대하여

$B\cap X=B$, $X\cup(A\cup B)=A\cup B$를 만족시키는 집합 X의 개수를 구하시오.

천재(홍)

664. 전체집합 $U=\{x \mid x$는 7 이하의 자연수$\}$의 세 부분집합

A, B, X에 대하여

$A=\{x \mid x^2-6x+5=0\}$, $B=\{2,\ 3,\ 4\}$일 때,

$A\cap X=\varnothing$, $B\cap X=\{4\}$

를 만족시키는 집합 X의 개수를 구하시오.

핵심정리 14 배수의 집합의 연산

· 자연수 m, n에 대하여
자연수 p의 배수를 원소로 하는 집합을 A_p라 하면
$A_m \cap A_n = A_p$
$\Rightarrow$ A_p는 m과 n의 공배수의 집합이다.
$\Rightarrow$ p는 m과 n의 최소공배수이다.

[성질]

· k의 양의 배수의 집합을 A_k라 하면 m이 n의 배수일 때,

① $A_m \subset A_n$
② $A_m \cap A_n = A_m$
③ $A_m \cup A_n = A_n$

[예] 4는 2의 배수이므로
$A_4 \subset A_2$, $A_4 \cap A_2 = A_4$, $A_4 \cup A_2 = A_2$가 성립한다.

핵심 유형
7종 교과서

● 대표문항

비상, YBM

665. 전체집합 $U=\{1, 2, 3, \dots, 100\}$의 부분집합
$A_k=\{x \mid x$는 자연수 k의 배수$\}$
에 대하여 다음 집합의 원소의 개수를 구하시오.

(1) $A_3 \cup A_4$

(2) $A_2 \cap (A_3 \cap A_4)$

미래엔

666. 100 이하의 자연수 중에서 자연수 k의 배수의 집합을 A_k로 나타낼 때, 세 집합 A_3, A_8, A_{10}에 대하여 $n(A_{10} \cap (A_3 \cup A_8))$을 구하시오.

천재(전)

667. 자연수 k에 대하여
$A_k=\{x \mid x$는 k의 배수인 100 이하인 자연수 $\}$
라고 할 때, 다음을 구하시오.

(1) $n(A_2 \cap A_3)$

(2) $n(A_2 \cap (A_3 \cup A_5))$

지학사

668. 전체집합 $U=\{x \mid x$는 50 이하의 자연수$\}$의 부분집합 A_k를
$A_k=\{x \mid x$는 k의 배수$\}$
라고 하자. $n(A_3 \cap A_k) \geq 4$를 만족시키는 자연수 k의 값을 모두 구하시오. (단, k는 3보다 큰 자연수이다.)

비상

669. 2 이상의 자연수 k에 대하여 집합 A_k를
$A_k=\{x \mid x$는 k의 배수$\}$
라고 할 때, $(A_4 \cap A_6) \subset A_k$를 만족시키는 모든 자연수 k의 개수를 구하시오.

동아출판

670. 집합 $A_n=\{x|x$는 n의 배수$\}$라고 할 때, 〈보기〉 에서 옳은 것만을 있는 대로 고르시오. (단, n은 자연수이다.)

〈 보기 〉

ㄱ. $A_6 \subset A_3$
ㄴ. $A_4 \cap A_6 = A_{12}$
ㄷ. $A_3 \cap (A_4 \cup A_6) = A_{12}$

천재(홍)

671. 집합 $A_n=\{x|x$는 n의 배수$\}$에 대하여 다음 〈보기〉에서 옳은 것만을 있는 대로 고르시오. (단, n은 자연수)

〈 보기 〉

ㄱ. $A_4 \subset A_8$
ㄴ. $A_2 \cap A_5 = A_{10}$
ㄷ. $A_3 \cup A_6 = A_6$

천재(전)

672. 자연수 k의 배수의 집합을 A_k라고 할 때, 〈보기〉에서 옳은 것만을 있는 대로 고르시오.

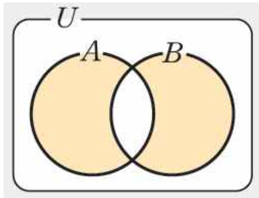
〈 보기 〉

ㄱ. $A_4 \subset A_8$
ㄴ. $A_3 \cup A_5 = A_{15}$
ㄷ. $A_3 \cap A_6 = A_6$
ㄹ. $(A_4 \cap A_6) \subset A_3$

핵심정리 15 대칭차집합

· 전체집합 U의 두 부분집합 A, B에 대하여
대칭차집합의 여러 가지 표현

$(A-B)\cup(B-A)$
$=(A\cap B^C)\cup(A^C\cap B)$
$=(A\cup B)-(A\cap B)$
$=(A\cup B)\cap(A\cap B)^C$
$=(A\cup B)\cap(A^C\cup B^C)$



[성질]

· 전체집합 U의 두 부분집합 A, B에 대하여
$A\triangle B=(A-B)\cup(B-A)$라 하면 다음이 성립한다.

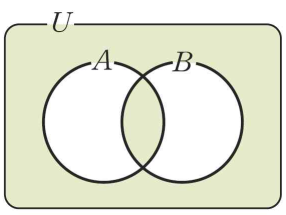
① 교환법칙 : $A\triangle B=B\triangle A$
② 결합법칙
　: $(A\triangle B)\triangle C=A\triangle(B\triangle C)$
③ $A\triangle\varnothing=\varnothing\triangle A=A$
④ $A\triangle A=\varnothing$
⑤ $A\triangle A^C=U$
⑥ $A\triangle U=A^C$
⑦ $A\triangle B=\varnothing$이면 $A=B$
⑧ $A\subset B$이면 $A\triangle B=A^C\cap B$

[보충] 추가된 대칭차집합의 성질

① $\underbrace{A\triangle A\triangle A\triangle\cdots\triangle A}_{A가\ n개}=\begin{cases}\varnothing & (n이\ 짝수)\\ A & (n이\ 홀수)\end{cases}$
② $(A\triangle B)\triangle A=B$

[대칭차집합의 여집합의 여러 가지 표현]

$A\odot B=(A\cap B)\cup(A\cup B)^C$
$\quad=(A-B)^C\cap(B-A)^C$



· 대칭차집합의 여집합 성질
① 교환법칙 : $A\odot B=B\odot A$
② $A\odot A=U$
③ $A\odot U=A$

핵심 유형
7종 교과서

● 대표문항

미래엔

673. 두 집합 A와 B에 대하여
$(A-B)\cup(B-A)=(A\cup B)-(A\cap B)$가 성립함을 벤 다이어그램을 이용하여 확인하시오.

천재(전)

674. 전체집합 $U=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5\}$의 두 부분집합 A, B에 대하여

$$A=\{1,\ 2\},\ (A\cap B^C)\cup(A^C\cap B)=\{2,\ 4,\ 5\}$$

일 때, 집합 B를 구하시오.

천재(전)

675. 전체집합 $U=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5\}$의 두 부분집합

$$A=\{x\mid x는\ 4\ 이하의\ 짝수\},\ B=\{1,\ 2,\ 5\}$$

에 대하여 $(A\cap B^C)\cup(B\cap A^C)$의 모든 원소의 합을 구하시오.

YBM

676. 두 집합 A, B가

$$A=\{5,\ a+2,\ a^2-1\},\ B=\{3,\ 5,\ a-2\}$$

일 때,

$$(A\cup B)-(A\cap B)=\{0,\ 4\}$$

이다. 집합 A의 모든 원소의 합을 b라 할 때, $a+b$의 값은? (단, a, b는 상수)

① 12　② 13　③ 14
④ 15　⑤ 16

핵심정리 16 유한집합의 원소의 개수

· 전체집합 U의 세 부분집합 A, B, C에 대하여
(1) $n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)$
(2) $n(A\cap B)=n(A)+n(B)-n(A\cup B)$
(3) $n(A^C)=n(U)-n(A)$
(4) $n(A^C\cap B^C)=n((A\cap B)^C)=n(U)-n(A\cup B)$
[보충]
① $A\cap B=\varnothing$이면 $n(A\cup B)=n(A)+n(B)$
② $n(A\cup B\cup C)=n(A)+n(B)+n(C)-n(A\cap B)-n(B\cap C)$
$-n(C\cap A)+n(A\cap B\cap C)$
③ 벤 다이어그램을 이용하여 각 영역에 해당하는 원소의 개수를 써놓고 문제에 접근하면 쉽게 풀 수 있다.
[여집합과 차집합의 원소의 개수]
· 전체집합 U의 두 부분집합 A, B에 대하여
(1) $n(A^C)=n(U)-n(A)$
(2) $n(A^C\cap B^C)=n((A\cap B)^C)=n(U)-n(A\cup B)$
(3) $n(A-B)=n(A\cap B^C)=n(A)-n(A\cap B)=n(A\cup B)-n(B)$
[보충]
벤 다이어그램을 이용하여 각 영역에 해당하는 원소의 개수를 써놓고 문제에 접근하면 쉽게 풀 수 있다.

핵심 유형
7종 교과서

● 대표문항

지학사

677. 전체집합 U의 두 부분집합 A, B에 대하여

$n(U)=25,\ n(A)=17,\ n(B)=12,\ n(A\cup B)=20$

일 때, 다음을 구하시오.
(1) $n(A\cap B)$

(2) $n(A-B)$

(3) $n(A^C\cap B^C)$

천재(홍)

678. 두 집합 A, B에 대하여 다음을 구하시오.
(1) $n(A)=5,\ n(B)=10,\ n(A\cap B)=3$일 때, $n(A\cup B)$

(2) $n(A)=11,\ n(B)=8,\ n(A\cup B)=15$일 때, $n(A\cap B)$

YBM

679. 두 집합 A, B에 대하여 다음을 구하시오.
(1) $n(A)=5,\ n(B)=6,\ n(A\cap B)=3$일 때, $n(A\cup B)$

(2) $n(A)=3,\ n(B)=5,\ n(A\cup B)=6$일 때, $n(A\cap B)$

지학사

680. 두 집합 A, B에 대하여 다음을 구하시오.
(1) $n(A)=7,\ n(B)=4,\ n(A\cap B)=2$일 때, $n(A\cup B)$

(2) $n(A)=5,\ n(B)=10,\ n(A\cup B)=11$일 때, $n(A\cap B)$

미래엔

681. 두 집합 A와 B에 대하여 $n(A)=8,\ n(B)=10,$ $n(A\cup B)=16$일 때, $n(A\cap B)$를 구하시오.

미래엔

682. 두 집합 A와 B에 대하여

$n(A)=18,\ n(B)=23,\ n(A\cup B)=30$

일 때, $n(A\cap B)$를 구하시오.

동아출판

683. 두 집합 $A,\ B$에 대하여

$n(A)=10,\ n(B)=13,\ n(A\cup B)=15$

일 때, $n(A\cap B)$를 구하시오.

YBM

684. 두 집합 $A,\ B$에 대하여

$n(A)=16,\ n(B)=11,\ n(A\cup B)=20$

일 때, $n(A\cap B)$를 구하시오.

YBM

685. 두 집합 $A,\ B$에 대하여

$n(A)=5,\ n(B)=8,\ n(A\cap B)=3$

일 때, $n(A\cup B)$를 구하시오.

동아출판

686. 두 집합 $A,\ B$에 대하여 $n(A)=7,\ n(B)=9,$ $n(A\cap B)=4$일 때, $n(A\cup B)$를 구하시오.

YBM

687. 두 집합 $A,\ B$에 대하여

$n(A)=13,\ n(A\cup B)=20,\ n(A-B)=5$

를 만족시킬 때, $n(B)$를 구하시오.

비상

688. 전체집합 U의 두 부분집합 $A,\ B$에 대하여

$n(U)=120,\ n(A)=83,\ n(B)=70,\ n(A^C\cap B^C)=7$

일 때, $n(A\cap B)$를 구하시오.

미래엔

689. 전체집합 U의 두 부분집합 A와 B에 대하여

$n(U)=40,\ n(A)=21,\ n(B)=17,\ n(A\cup B)=34$

일 때, $n(A^C\cup B^C)$를 구하시오.

미래엔

690. 전체집합 U의 두 부분집합 A와 B에 대하여

$n(U)=50,\ n(A)=30,\ n(B)=21,\ n(A\cap B)=10$

일 때, $n(A^C\cap B^C)$를 구하시오.

미래엔

691. 전체집합 $U=\{x\,|\,x$는 30 이하의 자연수$\}$의 두 부분집합

$A=\{x\,|\,x$는 6의 배수$\},\ B=\{x\,|\,x$는 24의 약수$\}$

에 대하여 $n(A^C\cap B^C)$를 구하시오.

YBM

692. 전체집합 U의 두 부분집합 A, B에 대하여

$n(U)=50,\ n(A)=25,\ n(B)=20,\ n(A\cup B)=38$

일 때, $n(A^c\cup B^c)$의 값을 구하시오.

천재(전)

693. 전체집합 U의 두 부분집합 A, B에 대하여

$n(U)=50,\ n(A)=7,\ n(B)=16,\ n(A\cup B)=21$

일 때, $n(A^C\cup B^C)$을 구하시오.

지학사

694. 전체집합 $U=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7,\ 8\}$의 두 부분집합

$A=\{1,\ 5,\ 7\}$, $B=\{x\,|\,x$는 8의 약수$\}$

에 대하여 $n(A^C\cap B^C)$을 구하시오.

천재(전)

695. 전체집합 U의 두 부분집합 A, B에 대하여

$n(U)=45,\ n(A)=15,\ n(B)=12,\ n(A\cap B)=5$

일 때, $n(A^C\cap B^C)$을 구하시오.

천재(홍)

696. 전체집합 U의 두 부분집합 A, B에 대하여

$n(U)=40,\ n(A)=19,\ n(B)=23,\ n(A\cap B)=10$

일 때, $n(A^C\cap B^C)$을 구하시오.

천재(홍)

697. 전체집합 U의 두 부분집합 A, B에 대하여

$n(U)=50,\ n(A)=28,\ n(B)=23,\ n(A\cap B^C)=20$

일 때, $n(A^C\cap B^C)$을 구하시오.

천재(홍)

698. 전체집합 U의 두 부분집합 A, B에 대하여

$n(U)=50,\ n(A)=28,\ n(B)=23,\ n(A\cap B^C)=20$

일 때, $n(A^C\cap B^C)$을 구하시오.

비상

699. 전체집합 $U=\{x\,|\,x$는 7 이하의 자연수$\}$의 두 부분집합 A, B에 대하여

$A-B=\{1,\ 2\}$, $A\cap B=\{3\}$

$B\cap(A\cap B)^C=\{4,\ 5\}$

일 때, 집합 $(A\cup B)^C$의 모든 원소의 합을 구하시오.

천재(전)

700. 전체집합 U의 두 부분집합 A, B에 대하여

$n(A)=21,\ n(B)=15,\ n(A^C\cap B)=8$

일 때, $n(A-B)$를 구하시오.

미래엔

701. 전체집합 U의 두 부분집합 A와 B에 대하여

$n(A^C \cap B)=7$, $n(A \cap B)=4$, $n(A \cup B)=20$

일 때, $n(A-B)$를 구하시오.

동아출판

702. 두 집합 A, B에 대하여

$n(A \cup B)=23$, $n(A)=10$, $n(B)=17$

일 때, $n(A-B)+n(B-A)$를 구하시오.

비상

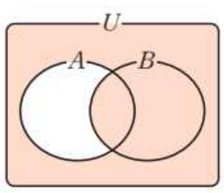
703. 전체집합 U의 두 부분집합 A, B에 대하여

$n(U)=60$, $n(A)=40$, $n(B)=25$, $n(A-B)=16$

일 때, $n((B-A)^C)$를 구하시오.

비상

704. 전체집합 $U=\{0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6\}$의 두 부분집합 $A=\{0,\ 2,\ 3,\ 5\}$, $B=\{3,\ 4,\ 5,\ 6\}$에 대하여 다음 벤 다이어그램의 색칠한 부분을 나타내는 집합의 원소의 개수를 구하여 기호로 바르게 나타낸 것은?



① $n(U-A)=3$　　② $n(U-B)=3$
③ $n(B-A)=2$　　④ $n(A \cup B^C)=5$
⑤ $n((A-B)^C)=5$

동아출판

705. 다음 표는 태양계 행성에 대하여 위성 또는 고리가 있으면 ○표, 없으면 ×표를 하여 정리한 것이다.

	수성	금성	지구	화성	목성	토성	천왕성	해왕성
위성 유무	×	×	○	○	○	○	○	○
고리 유무	×	×	×	×	○	○	○	○

태양계 행성 전체의 집합을 U, 위성을 가진 행성의 집합을 A, 고리를 가진 행성의 집합을 B라고 할 때, $n(A-B)$를 구하시오.

핵심정리 17 유한집합의 원소의 개수의 활용

다음과 같은 순서로 집합의 원소의 개수를 구한다.
① 실생활 문제에서 주어진 문제상황을 집합으로 나타낸다.
② 주어진 모임을 전체집합 U와 두 부분집합 A, B의 원소의 개수로 나타낸다.
③ 주어진 모임에 해당하는 집합의 원소의 개수를 집합의 연산법칙 또는 벤 다이어그램을 이용하여 구한다.

[보충] 실생활 용어를 집합으로 표현하는 방법
① '또는', '이거나', '적어도~' $\Rightarrow$ $A \cup B$
② '이고', '와', '그리고', '모두', '둘 다 ~하는' $\Rightarrow$ $A \cap B$
③ '~만 ~하는', '~뿐 ~하는' $\Rightarrow$ $A-B$ 또는 $B-A$
④ '둘 다 ~하지 않는' $\Rightarrow$ $A^C \cap B^C = (A \cup B)^C$
⑤ '~둘 중 하나만 ~하는' $\Rightarrow$ $(A-B) \cup (B-A)$

핵심 유형
7종 교과서

● 대표문항

미래엔

706. 어느 학급의 학생 25명 중에서 직업 체험과 대학 탐방을 모두 신청한 학생은 6명, 직업 체험과 대학 탐방 중에서 어느 것도 신청하지 않은 학생은 2명이다. 직업 체험을 신청한 학생이 대학 탐방을 신청한 학생보다 5명이 더 많을 때, 다음을 구하시오.
(1) 직업 체험 또는 대학 탐방을 신청한 학생 수

(2) 직업 체험을 신청한 학생 수

비상

707. 어느 반 학생 중에서 제주도를 방문해 본 학생은 10명, 울릉도를 방문해 본 학생은 6명이고, 두 곳을 모두 방문해 본 학생은 2명이다. 이 반 학생 중에서 제주도 또는 울릉도를 방문해 본 학생은 몇 명인지 구하시오.

동아출판

708. 어느 반 학생 25명 중에서 학교 스포츠 클럽 활동으로 배드민턴을 희망하는 학생은 17명, 탁구를 희망하는 학생은 11명, 두 종목 중 어느 것도 희망하지 않는 학생은 2명이었다. 탁구만 희망하는 학생 수를 구하시오.
(1) 배드민턴과 탁구를 모두 희망하는 학생 수를 구하시오.

(2) 탁구만 희망하는 학생 수를 구하시오.

지학사

709. 어느 반 학생을 대상으로 급식 메뉴 선호도 조사를 하였다. 비빔밥을 선호하는 학생은 12명, 잔치국수를 선호하는 학생은 20명, 비빔밥과 잔치국수를 모두 선호하는 학생은 8명일 때, 비빔밥 또는 잔치국수를 선호하는 학생 수를 구하시오.

동아출판

710. 어느 안전 동아리 회원 중에서 소방 안전 교육을 받은 회원은 15명, 심폐 소생 교육을 받은 회원은 22명, 두 교육을 모두 받은 회원은 7명이다. 이때 소방 안전 교육 또는 심폐 소생 교육을 받은 회원 수를 구하시오.

천재(홍)

711. 승연이네 반 학생 21명 중에서 인터넷 동영상 서비스 A에 가입한 학생은 11명, 인터넷 동영상 서비스 B에 가입한 학생은 13명, 두 서비스 중 어느 하나도 가입하지 않은 학생은 3명이다. 이때 인터넷 동영상 서비스 A와 B에 모두 가입한 학생 수를 구하시오.

YBM

712. 어느 학급 학생 40명을 대상으로 두 뮤지컬 A, B를 관람한 학생 수를 조사하였더니 A 뮤지컬을 관람한 학생이 25명, B 뮤지컬을 관람한 학생이 18명이었다. 어느 뮤지컬도 관람하지 않은 학생이 6명일 때, A 뮤지컬만 관람한 학생수를 구하시오.

지학사

713. 어느 학급의 30명의 학생 중에서 재난 안전 교육을 받은 학생이 13명, 응급 처치 교육을 받은 학생이 15명이다. 두 교육을 모두 받지 않은 학생이 7명일 때, 재난 안전 교육만을 받은 학생 수를 구하시오.

비상

714. 학생 30명이 참여한 재난 안전 교육에서 방독면 사용 교육을 선택한 학생은 15명, 소화기 사용 교육을 선택한 학생은 9명, 두 교육을 모두 선택한 학생은 6명이다. 두 교육 중에서 어느 것도 선택하지 않은 학생은 몇 명인지 구하시오.

지학사

715. 어느 고등학교 1학년 학생 100명을 대상으로 강릉과 부산에 방문한 경험이 있는지를 조사하였다. 강릉에 방문한 경험이 있는 학생이 50명, 부산에 방문한 경험이 있는 학생이 35명, 강릉과 부산 모두 방문한 경험이 있는 학생이 27명일 때, 강릉 또는 부산 어느 곳도 방문한 경험이 없는 학생 수를 구하시오.

미래엔

716. 100 미만의 자연수 중에서 7의 배수가 아니거나 5로 나누었을 때의 나머지가 3이 아닌 자연수의 개수를 구하시오.

천재(전)

717. 학생 30명을 대상으로 세 가지 진로 체험 프로그램 A, B, C를 진행하기로 하였다. 신청자 수를 조사한 결과, 프로그램 A를 신청한 학생은 18명, 프로그램 B를 신청 한 학생은 13명, 프로그램 A와 B를 모두 신청한 학생 은 9명, 세 가지 프로그램 중 어느 것도 신청하지 않은 학생은 2명이었다. 프로그램 C만 신청한 학생 수를 구 하시오.

핵심정리 18 원소의 개수의 최댓값과 최솟값

· 전체집합 U의 두 부분집합 A, B에 대하여

$n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)$

를 이용하여 집합의 원소의 개수의 최댓값과 최솟값을 구한다.

[보충]

① $n(A\cap B)$의 최댓값

$n(A\cap B)\le\{n(A)$와 $n(B)$ 중 원소의 개수가 작은 쪽$\}$

② $n(A\cap B)$의 최솟값

$n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)\le n(U)$에서

$n(A)+n(B)-n(U)\le n(A\cap B)$

· 전체집합 U의 두 부분집합 A, B에 대하여

(1) $n(A\cap B)$가 최대인 경우

$\Rightarrow$ $n(A\cup B)$가 최소

$\Rightarrow$ $A\subset B$ 또는 $B\subset A$

(2) $n(A\cap B)$가 최소인 경우

$\Rightarrow$ $n(A\cup B)$가 최대

$\Rightarrow$ $A\cup B=U$

[보충]

· 집합의 원소의 개수가 최대 또는 최소가 되는 경우

$\Rightarrow$ 집합의 관계가 특수할 때가 대부분이다.

즉 $n(A\cup B)=n(A\cap B)$이거나 $n(A\cap B)=n(A)$

핵심 유형 7종 교과서

● 대표문항

천재(전)

718. 준혁이네 반 학생 30명을 대상으로 공학 도구 사용 경험 을 조사하였더니 프로그램 A를 사용해 본 학생이 21명, 프로그램 B를 사용해 본 학생이 15명이었다. 두 프로그램 A, B를 모두 사용해 본 학생 수의 최댓값과 최솟값을 구하시오.

미래엔

719. 어느 자전거 동아리 회원 40명을 대상으로 두 코스 A와 B를 다녀온 경험이 있는 회원 수를 조사하였더니 A 코스는 28명이고 B 코스는 21명이었다. 두 코스 A와 B를 모두 다녀온 회원 수의 최댓값과 최솟값을 구하는 풀이 과정과 답을 쓰시오.

비상

720. 수지네 반 학생 30명을 대상으로 두 선택 과목 A, B에 대한 선호도를 조사한 결과 과목 A를 선호하는 학생이 14명, 과목 B를 선호하는 학생이 19명이었다. 두 과목을 모두 선호하는 학생이 x명일 때, x의 최댓값과 최솟값을 구하시오.

비상

721. 환경 캠프에 참여한 학생 32명 중에서 친환경 가방을 만든 학생은 17명, 친환경 수세미를 만든 학생은 20명이다. 친환경 가방과 친환경 수세미를 모두 만든 학생이 x명일 때, x의 최댓값과 최솟값을 구하시오.

지학사

722. 어느 보건소에서 인플루엔자 예방 접종을 받은 사람 75명 중 50세 이상이 45명, A동 주민이 35명이다. 다음 물음에 답하시오.

(1) 인플루엔자 예방 접종을 받은 50세 이상 A동 주민 수의 최댓값을 구하시오.

(2) 인플루엔자 예방 접종을 받은 50세 이상 A동 주민 수의 최솟값을 구하시오.

동아출판

723. 전체집합 U의 두 부분집합 A, B가 다음 조건을 만족시킬 때, $n(B)$의 최댓값을 구하시오.

(가) $n(U)=20$
(나) $A\cap(B\cup A^C)=\varnothing$
(다) $n(A-B)=10$

[정답 및 해설]

1. 정답 (1) 4 (2) 6

2. 정답 (1) $\sqrt{17}$ (2) $\sqrt{26}$

3. 정답 (1) $2\sqrt{10}$ (2) 5

4. 정답 (1) 5 (2) $\sqrt{13}$

5. 정답 ②

6. 정답 ④

7. 정답 $(2,\ 0)$

8. 정답 $(8,\ 0)$

9. 정답 $(0,\ -2)$

10. 정답 $(0,\ -2)$

11. 정답 $(-1,\ -2)$

12. 정답 $a=1,\ b=4$

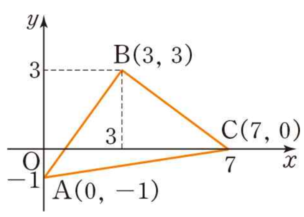
13. 정답 $3\sqrt{3}$

14. 정답 (1) $\overline{AB}=2\sqrt{5}$, $\overline{BC}=2\sqrt{10}$, $\overline{CA}=2\sqrt{5}$
(2) $\angle A=90^\circ$ 인 직각이등변삼각형

(1) $\overline{AB}=\sqrt{(-1-1)^2+(1-5)^2}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$
$\overline{BC}=\sqrt{\{5-(-1)^2\}+(3-1)^2}=\sqrt{40}=2\sqrt{10}$
$\overline{CA}=\sqrt{(1-5)^2+(5-3)^2}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$

(2) $\overline{AB}=\overline{CA}$이고 $\overline{AB}^2+\overline{CA}^2=\overline{BC}^2$이므로 삼각형 ABC는 $\angle A=90^\circ$ 인 직각이등변삼각형이다.

15. 정답 $\angle B=90^\circ$ 인 직각이등변삼각형
세 변 AB, BC, CA의 길이를 각각 구하면

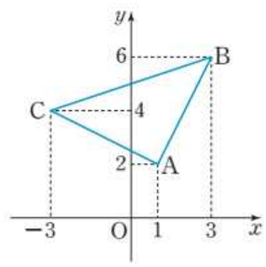


$\overline{AB}=\sqrt{(3-0)^2+\{3-(-1)\}^2}=5$
$\overline{BC}=\sqrt{(7-3)^2+(0-3)^2}=5$
$\overline{CA}=\sqrt{(0-7)^2+\{(-1)-0\}^2}=5\sqrt{2}$
즉, $\overline{AB}=\overline{BC}$이고, $\overline{AB}^2+\overline{BC}^2=\overline{CA}^2$이므로 삼각형 ABC는 $\angle B=90^\circ$ 인 직각이등변삼각형이다.

16. 정답 정삼각형

17. 정답 $\angle B=90°$인 직각삼각형

18. 정답 $\overline{AB}=\overline{AC}$이고 $\angle A=90°$인 직각이등변삼각형
삼각형 ABC의 세 변의 길이는



$\overline{AB}=\sqrt{(3-1)^2+(6-2)^2}=2\sqrt{5}$
$\overline{BC}=\sqrt{(-3-3)^2+(4-6)^2}=2\sqrt{10}$
$\overline{AC}=\sqrt{(-3-1)^2+(4-2)^2}=2\sqrt{5}$
따라서 $\overline{AB}=\overline{AC}$,
$\overline{AB}^2+\overline{AC}^2=\overline{BC}^2$이므로 삼각형 ABC는 $\overline{AB}=\overline{AC}$이고 $\angle A=90°$인 직각이등변삼각형이다.

19. 정답 $0,\ 2$

20. 정답 35
$P(a,\ 0)$이라고 하면
$\overline{AP}^2+\overline{BP}^2=\{a-(-2)^2\}^2+(0-4)^2+(a-4)^{2+}(0-1)^2$
$=2a^2-4a+37$ …… ❶
$=2(a-1)^2+35$ …… ❷
따라서 $a=1$일 때 $\overline{AP}^2+\overline{BP}^2$의 최솟값은 35이다. …… ❸

단계	채점 기준	비율
❶	$\overline{AP}^2+\overline{BP}^2$을 a에 대한 식으로 나타내기	30%
❷	식 변형하기	30%
❸	$\overline{AP}^2+\overline{BP}^2$의 최솟값 구하기	40%

21. 정답 ②
$l^2=(2t-1)^2+(2t-3)^2=8(t-1)^2+2$
따라서 l^2의 최솟값은 2이므로 ②이다.

22. 정답 $(2,\ 6)$
운반 비용을 M, 물류 센터의 위치를 $P(a,\ b)$라고 하면
$M=k\left(\overline{PA}^2+\overline{PB}^2+\overline{PC}^2\right)$ (단, k는 상수이다.)
$\overline{PA}^2+\overline{PB}^2+\overline{PC}^2$이 최소가 될 때 운반 비용이 최소가 되므로
$\overline{PA}^2+\overline{PB}^2+\overline{PC}^2$
$=(a-6)^2+(b-18)^2+(a+15)^2+b^2+(a-15)^2+b^2$
$=3a^2+3b^2-12a-36b+810$
$=3(a-2)^2+3(b-6)^2+690$
에서 $a=2,\ b=6$일 때 운반 비용이 최소가 된다.
따라서 구하는 물류 센터의 위치의 좌표는 $(2,\ 6)$이다.

23. 정답 오전 9시 36분

교차점 O를 원점으로 하는 좌표평면 위에 나타내면
출발한 지 t시간 후 서연이와 준혁이가 위치한 지점의
좌표는 각각 $(-4+2t,\ 0)$, $(0,\ -6+4t)$이므로
두 사람 사이의 거리는

$$\sqrt{(4-2t)^2+(-6+4t)^2}=\sqrt{20t^2-64t+52}$$
$$=\sqrt{20\left(t-\frac{8}{5}\right)^2+\frac{4}{5}}$$

따라서 두 사람 사이의 거리가 최소가 되는 시각은
$t=85$일 때, 즉 $\frac{8}{5}$시간 후이므로 오전 9시 36분이다.

24. 정답 $a^2+b^2+c^2$, b^2, $a^2+b^2+c^2$

25. 정답 (1) 4 (2) 0 (3) 3

26. 정답 (1) -2 (2) 1

27. 정답 (1) 2 (2) 3

28. 정답 (1) 2 (2) 1

29. 정답 (1) -3 (2) -2

30. 정답 (1) $(5,\ 10)$ (2) $(0,\ 5)$ (3) $(3,\ 8)$

31. 정답 (1) $\left(1,\ \frac{5}{2}\right)$ (2) $(0,\ 2)$

(1) 선분 AB를 $3:1$로 내분하는 점의 좌표를 $(x,\ y)$라고 하면

$$x=\frac{3\times2+1\times(-2)}{3+1}=\frac{4}{4}=1,\ y=\frac{3\times3+1\times1}{3+1}=\frac{10}{4}=\frac{5}{2}$$

따라서 내분하는 점의 좌표는 $\left(1,\ \frac{5}{2}\right)$이다.

(2) 선분 AB의 중점의 좌표를 $(x,\ y)$라고 하면

$x=\frac{-2+2}{2}=0,\ y=\frac{1+3}{2}=2$ 따라서 중점의 좌표는 $(0,\ 2)$이다.

32. 정답 (1) $(1,\ 2)$ (2) $\left(\frac{3}{2},\ 1\right)$

33. 정답 (1) $(2,\ -2)$ (2) $(4,\ 2)$

34. 정답 (1) 4 (2) $(3,\ 1)$

35. 정답 $a=-3$, $b=6$

36. 정답 $p=7$, $q=3$

37. 정답 $(4,\ 3)$

구하는 점의 좌표를 $(x,\ y)$라 하면

$$x=\frac{3\times6+2\times1}{3+2}=4$$
$$y=\frac{3\times7+2\times(-3)}{3+2}=3$$

따라서 구하는 점의 좌표는 $(4,\ 3)$이다.

38. 정답 $\sqrt{10}$

39. 정답 $\sqrt{5}$

$\mathrm{P}(-1,\ 3)$, $\mathrm{M}(1,\ 4)$이므로 $\overline{\mathrm{PM}}=\sqrt{2^2+1^2}=\sqrt{5}$

40. 정답 $8\sqrt{2}$

$\overline{\mathrm{AB}}=4\overline{\mathrm{MP}}$이고 $\overline{\mathrm{MP}}=2\sqrt{2}$이므로 $\overline{\mathrm{AB}}=8\sqrt{2}$

41. 정답 5

42. 정답 ④

43. 정답 -1

44. 정답 $-\frac{1}{3}$, $(0,\ 3)$

45. 정답 $a=-1$, $b=4$

46. 정답 $(5,\ -4)$

47. 정답 2

선분 AB를 $2:1$로 내분하는 점의 좌표는 $(3,\ 1)$
이때 점 $(3,\ 1)$이 직선 $y=ax-5$ 위에 있으므로 $a=2$

48. 정답 -1

49. 정답 $(110,\ 70)$

50. 정답 풀이 참조

(1) 점 P가 선분 BC를 $1:2$로 내분하므로

$\left(\frac{1\times3+2\times(-3)}{1+2},\ \frac{1\times0+2\times0}{1+2}\right)$

즉, 점 P의 좌표는 $(-1,\ 0)$

(2) 점 A의 좌표를 $(x,\ y)$라 하면

$\overline{\mathrm{AB}}=\sqrt{17}\ \mathrm{m}$, $\overline{\mathrm{AC}}=\sqrt{41}\ \mathrm{m}$이므로

$\sqrt{(x+3)^2+y^2}=\sqrt{17}$,

$\sqrt{(x-3)^2+y^2}=\sqrt{41}$

두 식을 연립하여 풀면 $x=-2$

$x=-2$를 위의 식에 대입하여 정리하면

$y=\pm4$

그런데 $y<0$이므로 $y=-4$

따라서 $\mathrm{A}(-2,\ -4)$이므로

$\overline{\mathrm{AP}}=\sqrt{\{-1-(-2)\}^2+\{0-(-4)\}^2}=\sqrt{17}$ (m)

51. 정답 ③

52. 정답 $\frac{1}{5}<k<\frac{3}{5}$

선분 AB를 k : $(1-k)$로 내분하는 점의 좌표는

$(5k-3,\ -5k+1)$ ▶ 40 %

이 점이 제3사분면 위에 있으려면 $5k-3<0$, $-5k+1<0$이어야 한다. ▶ 40 %

따라서 $\frac{1}{5}<k<\frac{3}{5}$ ▶ 20 %

53. 정답 $\frac{1}{2}<t<\frac{5}{8}$

54. 정답 $\frac{1}{4}<t<\frac{5}{7}$

55. 정답 $\mathrm{P}(1,\ 1)$, $\mathrm{Q}(2,\ 4)$

삼각형 ABC와 삼각형 APQ는 닮음이고, 넓이의 비가 9 : 1이므로

$\overline{\mathrm{AB}}$: $\overline{\mathrm{AP}}=\overline{\mathrm{AC}}$: $\overline{\mathrm{AQ}}=3$: 1

따라서 두 점 P, Q는 각각 선분 AB, AC를 1 : 2로 내분하는 점이므로 $\mathrm{P}(1,\ 1)$, $\mathrm{Q}(2,\ 4)$

56. 정답 ③

삼각형 AOC와 삼각형 OBC는 각각 선분 AO와 선분 OB를 밑변으로 할 때, 두 삼각형의 높이가 같으므로 두 삼각형의 밑변의 길이의 비는 두 삼각형의 넓이의 비와 같다.

즉 삼각형 AOC와 삼각형 OBC의 넓이의 비가 $1:3$이므로

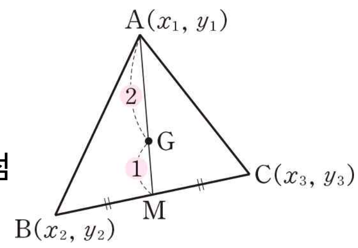
$\overline{\mathrm{AO}}:\overline{\mathrm{OB}}=1:3$

원점 O는 선분 AB를 $1:3$으로 내분하는 점이므로

$\frac{1\times a+3\times(-4)}{1+3}=0,\ \frac{1\times b+3\times1}{1+3}=0$

따라서 $a=12,\ b=-3$이므로 $a+b=9$

57. 정답 $\left(\frac{x_1+x_2+x_3}{3},\ \frac{y_1+y_2+y_3}{3}\right)$



변 BC의 중점 M의 좌표는

$\left(\frac{x_2+x_3}{2},\ \frac{y_2+y_3}{2}\right)$

무게중심 G의 좌표를 $(x,\ y)$라고 하면 점 G가 선분 AM을 $2:1$로 내분하므로

$$x=\frac{2\times\frac{x_2+x_3}{2}+x_1}{2+1}=\frac{x_1+x_2+x_3}{3}$$

$$y=\frac{2\times\frac{y_2+y_3}{2}+y_1}{2+1}=\frac{y_1+y_2+y_3}{3}$$

따라서 무게중심 G의 좌표는 $\left(\frac{x_1+x_2+x_3}{3},\ \frac{y_1+y_2+y_3}{3}\right)$이다.

58. 정답 (1) $(-2,\ 1)$ (2) $(1,\ -2)$

59. 정답 $(1,\ -1)$

60. 정답 $(-2,\ 1)$

61. 정답 -3

62. 정답 ②

63. 정답 $a=1,\ b=3$

64. 정답 $a=0,\ b=3$

65. 정답 (1) $\mathrm{P}(-1,\ 3)$, $\mathrm{Q}(3,\ 2)$, $\mathrm{R}(1,\ 1)$ (2) $(1,\ 2)$, 삼각형 ABC의 무게중심의 좌표가 $(1,\ 2)$이므로 일치한다. (3) 삼각형 ABC의 무게중심의 좌표와 일치한다.

(2) 삼각형 PQR의 무게중심의 좌표는 $(1,\ 2)$

삼각형 ABC의 무게중심의 좌표는 $(1,\ 2)$

따라서 삼각형 PQR의 무게중심의 좌표와 삼각형 ABC의 무게중심의 좌표는 일치한다.

(3) 세 점 L, M, N은 각각 $\mathrm{L}\left(\frac{m-3n}{m+n},\ \frac{4m+2n}{m+n}\right)$,

$\mathrm{M}\left(\frac{5m+n}{m+n},\ \frac{4n}{m+n}\right)$, $\mathrm{N}\left(\frac{-3m+5n}{m+n},\ \frac{2m}{m+n}\right)$이고 삼각형

LMN의 무게중심의 좌표는
$\left(\dfrac{3(m+n)}{3(m+n)},\ \dfrac{6(m+n)}{3(m+n)}\right)$
에서 $(1,\ 2)$이므로 삼각형 ABC의 무게중심의 좌표와 일치한다.

66. 정답 (1) $(1,\ 3)$ (2) $(1,\ 3)$, 같다.

67. 정답 풀이참조
각형 ABC의 무게중심의 좌표는
$\left(\dfrac{1+5+3}{3},\ \dfrac{0+2+4}{3}\right)$, 즉 $(3,\ 2)$
이때 세 점 $\mathrm{P}(3,\ 1)$, $\mathrm{Q}(4,\ 3)$, $\mathrm{R}(2,\ 2)$이므로 삼각형 PQR의 무게중심의 좌표는
$\left(\dfrac{3+4+2}{3},\ \dfrac{1+3+2}{3}\right)$, 즉 $(3,\ 2)$
따라서 삼각형 ABC와 삼각형 PQR의 무게중심은 일치한다.

68. 정답 10

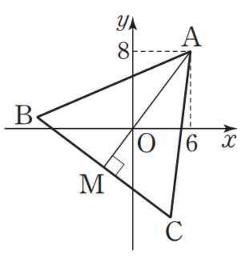
69. 정답 $(1,\ -8)$

70. 정답 $(0,\ -7)$
점 A의 좌표를 $(a,\ b)$ (a, b는 실수)라고 하면 무게중심 G는 선분 AM을 $2:1$로 내분하는 점이므로
$\mathrm{G}\left(\dfrac{a+6}{3},\ \dfrac{b-2}{3}\right)$
즉, $\dfrac{a+6}{3}=2$, $\dfrac{b-2}{3}=-3$이므로 $a=0$, $b=-7$
따라서 점 A의 좌표는 $(0,\ -7)$

71. 정답 ⑤

72. 정답 14

73. 정답 $75\sqrt{3}$
선분 BC의 중점을 M이라고 하면
$\overline{\mathrm{AM}}\perp\overline{\mathrm{BC}}$
점 O는 선분 AM을 $2:1$로 내분하므로 $\overline{\mathrm{AM}}=\dfrac{3}{2}\overline{\mathrm{AO}}$



이때 $\overline{\mathrm{AO}}=\sqrt{6^2+8^2}=10$이므로
$\overline{\mathrm{AM}}=15$
정삼각형 ABC의 한 변의 길이를 a라고 하면
높이는 $\dfrac{\sqrt{3}}{2}a$이므로 $\dfrac{\sqrt{3}}{2}a=15$에서 $a=10\sqrt{3}$
따라서 삼각형 ABC의 넓이는
$\dfrac{1}{2}\times\overline{\mathrm{BC}}\times\overline{\mathrm{AM}}=\dfrac{1}{2}\times10\sqrt{3}\times15=75\sqrt{3}$

74. 정답 $a=4$, $b=4$
평행사변형의 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분하므로 선분 AC의 중점과 선분 BD의 중점은 일치한다.
선분 AC의 중점의 좌표는 $\left(\dfrac{5}{2},\ \dfrac{2+b}{2}\right)$
선분 BD의 중점의 좌표는 $\left(\dfrac{a+1}{2},\ 3\right)$
따라서 $\dfrac{5}{2}=\dfrac{a+1}{2}$, $\dfrac{2+b}{2}=3$이므로 $a=4$, $b=4$이다.

75. 정답 $(5,\ -1)$
사각형 ABCD가 평행사변형이므로 두 대각선 AC, BD의 중점이 일치한다. 꼭짓점 D의 좌표를 $(a,\ b)$라고 하면 $\dfrac{-2+2}{2}=\dfrac{-5+a}{2}$, $\dfrac{4+(-9)}{2}=\dfrac{-4+b}{2}$에서 $a=5$, $b=-1$ 이므로 $\mathrm{D}(5,\ -1)$이다.

76. 정답 $\left(\dfrac{14}{5},\ \dfrac{7}{5}\right)$

77. 정답 $\left(\dfrac{14}{3},\ \dfrac{14}{3}\right)$
$\overline{\mathrm{OA}}=\sqrt{4^2+3^2}=5$, $\overline{\mathrm{OB}}=\sqrt{6^2+8^2}=10$이므로
$\overline{\mathrm{OA}}:\overline{\mathrm{OB}}=1:2$ …… ㉮
$\angle\mathrm{AOB}$를 이등분하는 직선과 선분 AB의 교점을 P라고 하면
$\overline{\mathrm{AP}}:\overline{\mathrm{PB}}=\overline{\mathrm{OA}}:\overline{\mathrm{OB}}=1:2$이므로 점 P는 선분 AB를 $1:2$로 내분하는 점이다. …… ㉯
점 P의 좌표는
$\left(\dfrac{1\times6+2\times4}{1+2},\ \dfrac{1\times8+2\times3}{1+2}\right)$
따라서 구하는 점의 좌표는 $\left(\dfrac{14}{3},\ \dfrac{14}{3}\right)$이다. …… ㉰

단계	채점 요소	배점 비율
㉮	$\overline{\mathrm{OA}}:\overline{\mathrm{OB}}$를 구했다.	35%
㉯	$\angle\mathrm{AOB}$를 이등분하는 직선과 선분 AB의 교점이 선분 AB를 $1:2$로 내분하는 점임을 알았다.	35%
㉰	$\angle\mathrm{AOB}$를 이등분하는 직선과 선분 AB의 교점의 좌표를 구했다.	30%

78. 정답 ④

79. 정답 (1) $y=3x-1$ (2) $y=2x-3$ (3) $x=2$ (4) $x=-3$

80. 정답 (1) $y=-x+3$ (2) $y=-\frac{1}{2}x+5$

81. 정답 (1) $y=-x+3$ (2) $y=\frac{2}{3}x+\frac{7}{3}$

82. 정답 (1) $y=-2x-1$ (2) $y=\frac{2}{3}x+7$

83. 정답 (1) $y=-\frac{1}{2}x+1$ (2) $y=\frac{3}{2}x+5$

84. 정답 (1) $y=-2x+1$ (2) $y=\frac{1}{4}x+1$

85. 정답 (1) $y=-\frac{1}{3}x+\frac{1}{3}$ (2) $y=-5x+7$

86. 정답 (1) $y=x-4$ (2) $y=-\frac{1}{3}x+2$

87. 정답 (1) $y=-3x-7$ (2) $y=-\frac{1}{2}x-\frac{5}{2}$

88. 정답 (1) $y=2x-3$ (2) $y=-3x+2$

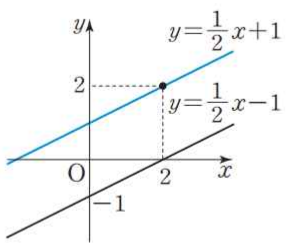
89. 정답 (1) $y=-2x-2$ (2) $y=5$

90. 정답 (1) $y=2x-5$ (2) $y=-4x-2$

91. 정답 $y=-3x$
직선 $y=-3x-1$에 평행한 직선의 기울기는 -3이고
이 직선이 점 $(-1,\ 3)$을 지나므로
구하는 직선의 방정식은
$y-3=-3\{x-(-1)\}$, 즉 $y=-3x$

92. 정답 $y=\frac{1}{2}x+1$

구하는 직선은 기울기가 $\frac{1}{2}$이고 점 $(2,\ 2)$를 지나므로



$$y-2=\frac{1}{2}(x-2)$$

따라서 구하는 직선의 방정식은

$$y=\frac{1}{2}x+1$$

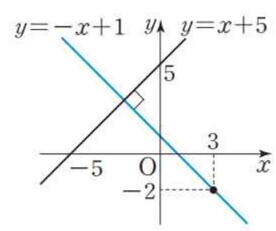
93. 정답 $y=3x+7$
직선 $y=3x+1$에 평행한 직선의 기울기는 3이고, 이 직선이 점 $(-1,\ 4)$를 지나므로 구하는 직선의 방정식은
$$y-4=3\{x-(-1)\},\ \text{즉}\ y=3x+7$$

94. 정답 $y=3x-7$
직선의 방정식 $9x-3y+2=0$을 변형하면 $y=3x+\frac{2}{3}$이므로 직선의 기울기는 3이다.
따라서 구하는 직선은 기울기가 3이고, 점 $(2,\ -1)$을 지나므로 이 직선의 방정식은
$$y-(-1)=3(x-2),\ \text{즉}\ \ y=3x-7$$

95. 정답 $y=-2x-5$
직선의 방정식 $3x-6y+5=0$을 변형하면 $y=\frac{1}{2}x+\frac{5}{6}$이므로 직선의 기울기는 $\frac{1}{2}$이다.
구하는 직선의 기울기를 m이라고 하면 $\frac{1}{2}\times m=-1,\ m=-2$
따라서 구하는 직선은 기울기가 -2이고, 점 $(-4,\ 3)$을 지나므로 이 직선의 방정식은
$$y-3=-2\{x-(-4)\},\ \text{즉}\ y=-2x-5$$

96. 정답 $y=3x-9$

97. 정답 $y=-x+1$
구하는 직선의 기울기를 m이라고 하면
$$1\times m=-1,\ \text{즉}\ m=-1$$
따라서 구하는 직선은 기울기가 -1이고 점 $(3,\ -2)$를 지나므로
$$y-(-2)=-(x-3),\ \text{즉}$$
$y=-x+1$



98. 정답 $y=3x-5$
무게중심 G의 좌표는 $(2,\ 1)$이고, 직선 $9x-3y+7=0$과 평행한 직선의 기울기는 3이므로 구하는 직선의 방정식은
$y-1=3(x-2)$, $y=3x-5$

99. 정답 풀이 참조
두 직선 $2x-3y+4=0$과 $3x+y-5=0$의 교점의 좌표는 $(1,\ 2)$
직선 $6x+3y+1=0$, 즉 $y=-2x-\frac{1}{3}$에 평행하므로 구하는 직선의 기울기는 -2이다.
따라서 구하는 직선은 점 $(1,\ 2)$를 지나고 기울기가 -2이므로 그 방정식은

$y-2=-2(x-1)$, 즉 $y=-2x+4$

100. 정답 $y=3x-8$

101. 정답 $y=4x+9$
두 직선의 교점의 좌표는 $(-2,\ 1)$이고, 직선 $x+4y+5=0$과 수직인 직선의 기울기는 4이므로 구하는 직선의 방정식은 $y=4x+9$

102. 정답 -10

103. 정답 1

104. 정답 2

105. 정답
직선 AB의 기울기는 2이므로 이 직선에 수직인 직선의 기울기는 $-\frac{1}{2}$이다. …… ❶
선분 AB를 $2:1$로 내분하는 점의 좌표는
$\left(\frac{2\times2+1\times(-1)}{2+1},\ \frac{2\times8+1\times2}{2+1}\right)$, 즉 $(1,\ 6)$ …… ❷
기울기가 $-\frac{1}{2}$이고 점 $(1,\ 6)$을 지나는 직선의 방정식은
$y=-\frac{1}{2}(x-1)+6$, 즉 $x+2y-13=0$ …… ❸
따라서 $a=1,\ b=2$이므로 $a+b=3$ …… ❹

채점 기준	배점 비율
❶ 직선의 기울기 구하기	20%
❷ 선분 AB를 2 : 1로 내분하는 점의 좌표 구하기	30%
❸ 직선의 방정식 구하기	30%
❹ $a+b$의 값 구하기	20%

106. 정답 $a=-1,\ b=3$
선분 AB와 수직인 직선의 기울기 a는
$\frac{-1-3}{2-6}\times a=-1,\ a=-1$
점 P의 좌표는 $(3,\ 0)$이므로 구하는 직선의 방정식은
$y=-x+3$, 즉 $b=3$

107. 정답 5
$\frac{1}{2}\times4k\times2k=100,\ k^2=25$, 즉 $k=\pm5$
따라서 구하는 양수 k의 값은 5

108. 정답 (1) $y=-x+7$ (2) $y=\frac{4}{3}x+\frac{17}{3}$ (3) $y=6$
(4) $x=5$

109. 정답 $y=\frac{1}{2}x+4$

110. 정답 $y=-\frac{1}{2}x-\frac{1}{2}$

111. 정답 $y=\frac{1}{2}x+\frac{7}{2}$

112. 정답 ②

113. 정답 $y=\frac{3}{2}x$
원점 O를 지나는 직선 l이 삼각형 OAB의 넓이를 이등분하려면 변 AB의 중점 $(2,\ 3)$을 지나야 한다.
따라서 구하는 직선 l의 방정식은 $y=\frac{3}{2}x$

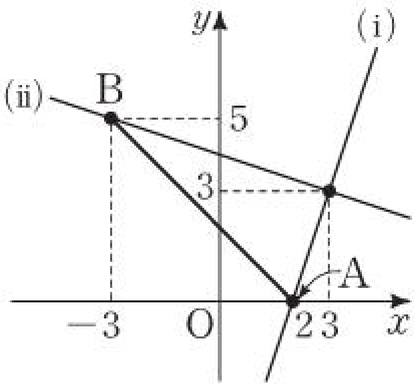
114. 정답 -3
$mx+y-3m+2=0$에서 $m(x-3)+(y+2)=0$ ……㉠
이므로 직선 ㉠은 m의 값에 관계없이 항상 점 $(3,\ -2)$를 지난다.
$\mathrm{A}(3,\ -2)$이므로 직선 ㉠이 삼각형 ABC의 넓이를 이등분하려면 직선 ㉠은 BC의 중점 $(4,\ 1)$을 지나야 한다.
따라서 $m+3=0$이므로 $m=-3$

115. 정답 ㄱ, ㄷ
ㄱ. $(k-3)x-(2k+9)y=5k$에 $k=0$을 대입하면
$-3x-9y=0,\ y=-\frac{1}{3}x$이다. 이 직선은 직선 $y=3x$와 수직이다.
ㄴ. $(k-3)x-(2k+9)y=5k$에 $k=-2$를 대입하면
$-5x-5y=-10,\ y=-x+2$이다. 이 직선은 직선 $y=x$와 평행하지 않다.
ㄷ. $(k-3)x-(2k+9)y=5k$를 k에 대하여 정리하면
$(x-2y-5)k+(-3x-9y)=0$ 연립방정식 $\begin{cases}x-2y-5=0\\-3x-9y=0\end{cases}$을 풀면 $x=3,\ y=-1$
즉, 직선 $(k-3)x-(2k+9)y=5k$는 k의 값에 관계없이 점 $(3,\ -1)$을 지난다.
따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이다.

116. 정답 $\left(1,\ \frac{1}{2}\right)$

117. 정답 $-\frac{1}{3} \le k \le 3$

$l : kx-y-3k+3=0$에서
$k(x-3)+(-y+3)=0$ 이므로
직선 l은 k으 값의 관계없이 점
$(3,\ 3)$을 지난다. …… ❶
(ⅰ) 직선 l이 점 $\mathrm{A}(2,\ 0)$을 지날
때 $-k+3=0,\ k=3$ …… ❷
(ⅱ) 직선 l이 점 $\mathrm{B}(-3,\ 5)$를
지날 때 $-6k-2=0,\ k=-\frac{1}{3}$

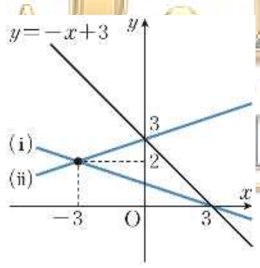


(ⅰ), (ⅱ)에서 실수 k의 값의 범위는 $-\frac{1}{3} \le k \le 3$ …… ❸

단계	채점 기준	비율
❶	직선 l이 k의 값에 관계없이 지나는 점 찾기	30%
❷	직선 l이 두 점 A, B를 지날 때 k의 값 각각 구하기	40%
❸	실수 k이 값의 범위 구하기	30%

118. 정답 풀이 참조

$y=kx+3k+2$를 k에 대하여 정리하면
$(x+3)k-(y-2)=0$ …… ①
이므로 이 직선은 k의 값에 관계없이 항상 점 $(-3,\ 2)$를 지난다.
직선 ①이 직선
$y=-x+3$과 제1사분면에서 만날 때는 오른쪽
그림과 같이 두 점 $(3,\ 0)$과 $(0,\ 3)$ 사이를
지날 때이다.



(ⅰ) 직선 ①이 점 $(3,\ 0)$을 지날 때
$6k+2=0$에서 $k=-\frac{1}{3}$
(ⅱ) 직선 ①이 점 $(0,\ 3)$을 지날 때
$3k-1=0$에서 $k=\frac{1}{3}$
(ⅰ)과 (ⅱ)에서 구하는 k의 값의 범위는 $-\frac{1}{3}<k<\frac{1}{3}$

119. 정답 1

120. 정답 $y=-3x+5$

121. 정답 ②

122. 정답 (1) ㄷ (2) ㄴ, ㄹ

123. 정답 평행한 직선: ㄱ, 수직인 직선: ㄹ

124. 정답 평행한 직선: ㄱ, 수직인 직선: ㄹ

125. 정답 ㄷ, ㄹ

126. 정답 ㄴ, ㄹ

127. 정답 (1) $-\frac{1}{3}$ (2) 3

128. 정답 (1) -2 (2) $\frac{1}{2}$

129. 정답 (1) $\frac{1}{3}$ (2) 3

130. 정답 -3

131. 정답 3

$a=0$이면 두 직선이 서로 평행하지 않다.
직선 $2x+ay+1=0$에서 $a \ne 0$이므로 $y=-\frac{2}{a}x-\frac{1}{a}$,
직선 $4x+6y-8=0$에서 $y=-\frac{2}{3}x+\frac{4}{3}$
이때 두 직선은 서로 평행하므로 $-\frac{2}{a}=-\frac{2}{3},\ -\frac{1}{a} \ne \frac{4}{3}$이다.
따라서 $a=3$이다.

132. 정답 6

133. 정답 3

134. 정답 32

135. 정답 7

136. 정답 ②

137. 정답 $m=4,\ n=2$

138. 정답 ③

139. 정답 $\left(3,\ \frac{5}{3}\right)$

직선 AP의 기울기는 $\frac{3-1}{4-0}=\frac{1}{2}$이므로 직선 BP의 기울기는 -2이다.

이때 직선 BP가 점 P$(4,\ 3)$을 지나므로 직선 BP의 방정식은
$y-3=-2(x-4)$에서 $y=-2x+11$ …… ❶
또, 점 B$(k,\ 1)$은 직선 BP 위의 점이므로
$1=-2k+11,\ k=5$ …… ❷
따라서 삼각형 ABP의 무게중심의 좌표는
$\left(\frac{0+5+4}{3}, \frac{1+1+3}{3}\right)$, 즉 $\left(3,\ \frac{5}{3}\right)$ …… ❸

단계	채점 기준	비율
❶	직선 BP이 방정식 구하기	40%
❷	상수 k의 값 구하기	20%
❸	삼각형 ABP의 무게중심의 좌표 구하기	40%

140. 정답 풀이 참조
(1) 세 직선이 삼각형을 이루지 않는 경우는 다음과 같다.
(ⅰ) 두 직선이 서로 평행한 경우
(ⅱ) 세 직선이 한 점에서 만나는 경우
(2)
(ⅰ) 직선 $y=mx-2$가 직선 $y=-x+4$와 평행할 때 $m=-1$이고, $y=2x+1$과 평행할 때 $m=2$이다.
(ⅱ) $y=2x+1$과 $y=-x+4$를 연립하여 풀면 $x=1$, $y=3$이므로 두 직선은 점 $(1,\ 3)$에서 만난다. 세 직선이 한 점에서 만나기 위해서는 직선 $y=mx-2$가 점 $(1,\ 3)$을 지나야 하므로 $3=m\times1-2$에서 $m=5$이다.
(ⅰ), (ⅱ)에서 실수 m의 값은 $-1,\ 2,\ 5$이다.

141. 정답 $-\frac{1}{2},\ \frac{1}{2},\ 1$

142. 정답 $1,\ 2,\ \frac{3}{4}$
세 직선이 삼각형을 이루지 않도록 하려면 서로 평행한 직선이 있거나 세 직선이 한 점에서 만나야 한다.
(ⅰ) 두 직선 $x+2y=0,\ x+y-2=0$과 직선 $mx+2y+1=0$이 평행한 경우
$\frac{1}{m}=\frac{2}{2}\neq\frac{0}{1}$에서 $m=1$, $\frac{1}{m}=\frac{1}{2}\neq\frac{-2}{1}$에서 $m=2$
(ⅱ) 세 직선이 한 점에서 만나는 경우
두 직선 $x+2y=0,\ x+y-2=0$을 연립하여 풀면 교점의 좌표는 $(4,\ -2)$, 직선 $mx-4+1=0$에서 $m=\frac{3}{4}$
(ⅰ), (ⅱ)에서 구하는 상수 m의 값은 $1,\ 2,\ \frac{3}{4}$이다.

143. 정답 ②

144. 정답 $-1,\ 2,\ 3$
세 직선이 삼각형을 이루지 않는 경우는 두 직선이 평행하거나 세 직선이 한 점에서 만날 때이다. ▶ 20 %
(ⅰ) 두 직선 $l,\ m$이 평행할 때,
$a=-1$ ▶ 20 %
(ⅱ) 두 직선 $m,\ n$이 평행할 때,
$a=2$ ▶ 20 %
(ⅲ) 세 직선이 한 점에서 만날 때,
두 직선 $l,\ n$의 교점 $(-1,\ 2)$는 직선 m 위의 점이므로
$-a+3=0,\ a=3$ ▶ 30 %
(ⅰ), (ⅱ), (ⅲ)에서 구하는 a의 값은 $-1,\ 2,\ 3$ ▶ 10 %

145. 정답 (1) -3 (2) $(3,\ 1)$ (3) $y=\frac{1}{3}x$
(3) 선분 AB의 수직이등분선은 선분 AB의 중점을 지나고 선분 AB에 수직인 직선이다.
따라서 선분 AB의 수직이등분선의 방정식은 기울기가 $\frac{1}{3}$이고, 점 $(3,\ 1)$을 지나는 직선의 방정식이므로
$y-1=\frac{1}{3}(x-3)$, 즉 $y=\frac{1}{3}x$

146. 정답 $y=\frac{1}{2}x-\frac{1}{2}$

147. 정답 $y=x-3$

148. 정답 ③

149. 정답 ②

150. 정답 풀이 참조
[연서] 두 점 A와 B를 지나는 직선의 기울기는
$\frac{5-(-3)}{6-(-2)}=1$이므로 이 직선에 수직인 직선의 기울기는 -1이다.
선분 AB의 중점의 좌표를 $(x,\ y)$라 하면
$x=\frac{-2+6}{2}=2,\ y=\frac{-3+5}{2}=1$
이므로 중점의 좌표는 $(2,\ 1)$
따라서 구하는 직선은 점 $(2,\ 1)$을 지나고 기울기가 -1이므로 그 방정식은
$y-1=-(x-2)$, 즉 $y=-x+3$
[유찬] 선분 AB의 수직이등분선 위의 점을 P$(x,\ y)$라 하면 $\overline{PA}=\overline{PB}$이므로
$\sqrt{(x+2)^2+(y+3)^2}=\sqrt{(x-6)^2+(y-5)^2}$
이 식의 양변을 제곱하여 정리하면
$x+y-3=0$에서 $y=-x+3$

따라서 연서와 유찬이의 방법을 이용하여 구한 결과는 서로 같다.

151. 정답 풀이참조

시율: $\overline{OA}$의 수직이등분선의 방정식은 $x=\dfrac{3}{2}$ ……①

$\overline{AB}$의 중점의 좌표는 $(2,\ 1)$이고 직선 AB의 기울기는 -1이므로 직선 AB에 수직인 직선의 기울기는 1이다. 즉, $\overline{AB}$의 수직이등분선의 방정식은

$y=(x-2)+1$

$y=x-1$ ……②

두 직선 ①, ②의 교점의 좌표가 $\left(\dfrac{3}{2},\ \dfrac{1}{2}\right)$이므로 삼각형 OAB의 외심의 좌표는 $\left(\dfrac{3}{2},\ \dfrac{1}{2}\right)$

지원: 삼각형 OAB의 외심을 $P(a,\ b)$라고 하면

$\overline{PO}=\overline{PA}$에서 $\sqrt{a^2+b^2}=\sqrt{(a-3)^2+b^2}$

$a^2+b^2=a^2-6a+9+b^2$, $a=\dfrac{3}{2}$

$\overline{PO}=\overline{PB}$에서 $\sqrt{a^2+b^2}=\sqrt{(a-1)^2+(b-2)^2}$

$a^2+b^2=a^2-2a+1+b^2-4b+4$

$2a+4b-5=0$ ……③

$a=\dfrac{3}{2}$을 ③에 대입하면 $b=\dfrac{1}{2}$이므로 삼각형 OAB의 외심의 좌표는 $\left(\dfrac{3}{2},\ \dfrac{1}{2}\right)$

따라서 시율이와 지원이의 방법으로 구한 삼각형 OAB의 외심의 좌표는 서로 같다.

152. 정답 $y=-3x+5$

직선 AC는 선분 OB의 수직이등분선이다.

두 점 O, B를 지나는 직선의 기울기가 $\dfrac{1}{3}$이므로

선분 OB의 수직이등분선의 기울기는 -3

또, 선분 OB의 중점의 좌표는 $\left(\dfrac{3}{2},\ \dfrac{1}{2}\right)$

따라서 구하는 직선은 기울기가 -3이고 점 $\left(\dfrac{3}{2},\ \dfrac{1}{2}\right)$을 지나므로

$y-\dfrac{1}{2}=-3\left(x-\dfrac{3}{2}\right)$, 즉 $y=-3x+5$

153. 정답 $\sqrt{10}$

$x^2-x-x=x+4$에서 $x^2-2x-8=0$, $(x+2)(x-4)=0$

즉, $x=-2$ 또는 $x=4$

따라서 $A(-2,\ 2)$, $B(4,\ 8)$이므로 선분 AB의 중점을 M이라고 하면

$M\left(\dfrac{-2+4}{2},\ \dfrac{2+8}{2}\right)$, 즉 $M(1,\ 5)$

이때 $\overline{AP}=\overline{BP}$이므로 직선 MP는 $\overline{AB}$를 수직이등분한다. 즉, 직선 AB의 기울기는 $\dfrac{8-2}{4-(-2)}=1$이므로 직선 MP의 기울기는 -1이고

그 방정식은 $y-5=-(x-1)$에서 $y=-x+6$

점 P는 직선 MP와 곡선 $y=x^2-x-4$의 교점이므로

$-x+6=x^2-x-4$에서 $x^2=10$

즉, $x=-\sqrt{10}$ 또는 $x=\sqrt{10}$

이때 점 P의 x좌표는 양수이므로 $\sqrt{10}$이다.

154. 정답 (1) 4 (2) $\sqrt{2}$ (3) 3 (4) 6

155. 정답 (1) 2 (2) $\sqrt{5}$ (3) $2\sqrt{10}$

156. 정답 $\sqrt{5}$

157. 정답 ⑤

158. 정답 5

159. 정답 $\dfrac{\sqrt{10}}{2}$

한 직선 위의 한 점을 정해서 그 점과 다른 직선 사이의 거리를 구하면 된다. 직선 $3x+y-1=0$ 위의 한 점 $(0,\ 1)$과 직선 $3x+y+4=0$ 사이의 거리는 $\dfrac{|3\times0+1+4|}{\sqrt{3^2+1^2}}=\dfrac{\sqrt{10}}{2}$

160. 정답 $\dfrac{\sqrt{5}}{2}$

161. 정답 $2\sqrt{5}$

162. 정답 2

163. 정답 $\sqrt{5}$

164. 정답 $\sqrt{13}$

165. 정답 $\left(0,\ -\dfrac{1}{4}\right)$ 또는 $\left(0,\ -\dfrac{3}{2}\right)$

x축 위의 점의 좌표를 $(0,\ k)$라고 하면 점 $(0,\ k)$에서 두 직선 $3x-y+1=0$, $x+3y+2=0$에 이르는 거리가 같으므로

$\dfrac{|3\times0-k+1|}{\sqrt{3^2+(-1)^2}}=\dfrac{|0+3\times k+2|}{\sqrt{1^2+3^2}}$, $|-k+1|=|3k+2|$

$-k+1=\pm(3k+2)$에서 $k=-\dfrac{1}{4}$ 또는 $k=-\dfrac{3}{2}$

따라서 구하는 점의 좌표는 $\left(0,\ -\frac{1}{4}\right)$ 또는 $\left(0,\ -\frac{3}{2}\right)$이다.

166. 정답 11
직선 $x-2y+1=0$ 위의 점 $(-1,\ 0)$과 직선 $x-2y+k=0$ 사이의 거리가 $2\sqrt{5}$이므로 $\frac{|-1-2\times0+k|}{\sqrt{1^2+(-2)^2}}=\frac{|-1+k|}{\sqrt{5}}=2\sqrt{5}$,
$|k-1|=10$ 이때 k는 양수이므로 $k=11$

167. 정답 $7,\ -13$

168. 정답 $-12,\ 14$

169. 정답 $k=-16$ 또는 $k=10$
직선 $2x+3y-3=0$ 위의 한 점 $(0,\ 1)$과 직선 $2x+3y+k=0$ 사이의 거리가 $\sqrt{13}$이 되려면
$\frac{|3+k|}{\sqrt{13}}=\sqrt{13}$, 즉 $|k+3|=13$이어야 한다.
따라서 $k=-16$ 또는 $k=10$

170. 정답 5

171. 정답 $y=1$
두 직선 $2x-y-5=0$, $x-3y=0$의 교점의 좌표는 $(3,\ 1)$이다. 점 $(3,\ 1)$을 지나고 기울기가 m인 직선의 방정식을 $y=m(x-3)+1$이라고 하면 점 $(3,\ 4)$와 직선 $mx-y-3m+1=0$ 사이의 거리 d는 $d=\frac{|3m-4-3m+1|}{\sqrt{m^2+(-1)^2}}=\frac{3}{\sqrt{m^2+1}}$이고
$\sqrt{m^2+1}$의 값이 최소일 때, 즉 $m=0$일 때, d의 값은 최대이다.
따라서 구하는 직선의 방정식은 $y=1$이다.

172. 정답 $\sqrt{5}$

173. 정답 (1) 우체국: $(8,\ 0)$, 병원: $(0,\ 6)$, 공원: $(4,\ 5)$ (2) $y=-\frac{3}{4}x+6$ (3) $\frac{8}{5}\mathrm{km}$
(3) 점 $(4,\ 5)$와 직선 $y=-\frac{3}{4}x+6$, 즉 $3x+4y-24=0$ 사이의 거리는 $\frac{|3\times4+4\times5-24|}{\sqrt{3^2+4^2}}=\frac{8}{5}$
따라서 구하는 최단 거리는 $\frac{8}{5}\mathrm{km}$이다.

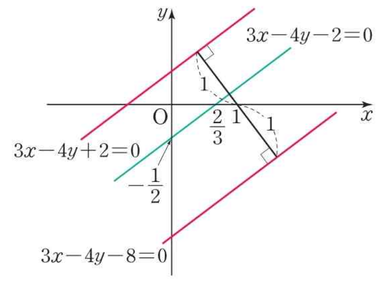
174. 정답 최댓값 $\sqrt{89}$, 최솟값 4
점 P에서 마름모 ABCD 위의 점까지 거리의 최댓값은 점 P에서 변 AB 위의 점까지 거리의 최댓값과 같다.
이때 $\overline{PA}=4\sqrt{5}$, $\overline{PB}=\sqrt{89}$이므로 최댓값은 $\sqrt{89}$이다.
점 P에서 직선 CD에 내린 수선의 발을 H라고 하면 점 H는 변 CD 위에 있으므로 $\overline{PH}$가 최솟값이 된다.
이때 직선 CD의 방정식은 $4x+3y-12=0$이고, $\overline{PH}=4$이므로 최솟값은 4이다.

175. 정답 (1) $y=2x+5$ 또는 $y=2x-5$ (2) $y=\frac{4}{3}x$ 또는 $y=0$

176. 정답 (1) $3x+4y-10=0$ 또는 $3x+4y+10=0$
(2) $x+2y-4\sqrt{5}=0$ 또는 $x+2y+4\sqrt{5}=0$

177. 정답 (1) $x-y+4=0$ 또는 $x-y-4=0$
(2) $3x+y-10=0$

178. 정답 $3x-4y-8=0$ 또는 $3x-4y+2=0$
직선 $3x-4y-2=0$과 평행한 직선의 방정식을 $3x-4y+c=0$이라고 하면 점 $(1,\ 0)$에서 이 직선까지의 거리가 1이므로



$\frac{|3\times1-4\times0+c|}{\sqrt{3^2+(-4)^2}}=\frac{|3+c|}{5}=1$
$|3+c|=5$
$c=-8$ 또는 $c=2$
따라서 구하는 직선의 방정식은
$3x-4y-8=0$ 또는 $3x-4y+2=0$

179. 정답 $y=2x-17,\ y=2x+3$

180. 정답 $3x-4y-3=0,\ x=1$

181. 정답 $x-3y-10=0$ 또는 $x-3y+10=0$
직선 $x-3y+2=0$, 즉 $y=\frac{1}{3}x+\frac{2}{3}$의 기울기가 $\frac{1}{3}$이므로 구하는 직선의 방정식은 $y=\frac{1}{3}x+k$, 즉 $x-3y+3k=0$
원점과 이 직선 사이의 거리가 $\sqrt{10}$이므로
$\frac{|3k|}{\sqrt{1^2+(-3)^2}}=\frac{|3k|}{\sqrt{10}}=\sqrt{10}$, $|3k|=10$, $k=-\frac{10}{3}$ 또는 $k=\frac{10}{3}$
따라서 구하는 직선의 방정식은
$x-3y-10=0$ 또는 $x-3y+10=0$

182. 정답 $4x-3y+15=0$ 또는 $4x-3y-15=0$
직선 $4x-3y+5=0$에 평행한 직선의 방정식은 $4x-3y+a=0$

(단, $a\neq 5$)

원점에서 이 직선까지 거리가 3이므로

$\dfrac{|a|}{\sqrt{4^2+(-3)^2}}=3$, $|a|=15$, 즉 $a=\pm 15$

따라서 구하는 직선의 방정식은

$4x-3y+15=0$ 또는 $4x-3y-15=0$

183. 정답 $3x-4y+5=0$ 또는 $3x-4y-5=0$

직선 $3x-4y+6=0$의 기울기가 $\dfrac{3}{4}$이므로 이 직선에 평행한 직선의 방정식은 $y=\dfrac{3}{4}x+a$, 즉 $3x-4y+4a=0\left(a\neq\dfrac{3}{2}\right)$

으로 놓을 수 있다. 이때 원점과 이 직선 사이의 거리가 1이므로

$\dfrac{|4a|}{\sqrt{3^2+(-4)^2}}=1$, $|4a|=5$, 즉 $a=\pm\dfrac{5}{4}$

따라서 구하는 직선의 방정식은 $3x-4y+5=0$ 또는 $3x-4y-5=0$

184. 정답 $3x+4y-8=0$ 또는 $3x+4y+12=0$

직선 $3x+4y+5=0$의 기울기가 $-\dfrac{3}{4}$이므로 이 직선에 평행한 직선의 방정식은 $3x+4y+c=0(c\neq 5)$과 같이 나타낼 수 있다.

점 $(2,\ -2)$와 이 직선 사이의 거리가 2이므로

$\dfrac{|3\times 2+4\times(-2)+c|}{\sqrt{3^2+4^2}}=2$, $|c-2|=10$

$c-2=-10$ 또는 $c-2=10$에서 $c=-8$ 또는 $c=12$

따라서 구하는 직선의 방정식은

$3x+4y-8=0$ 또는 $3x+4y+12=0$

185. 정답 $2x+3y-17=0$ 또는 $2x+3y+9=0$

직선 $2x+3y+5=0$과 평행한 직선의 방정식을 $2x+3y+k=0\ (k\neq 5)$이라고 하자.

두 직선 $4x-y+6=0$, $x+2y-3=0$의 교점 $(-1,\ 2)$에서 직선 $2x+3y+k=0$까지의 거리가 $\sqrt{13}$이므로

$\dfrac{|k+4|}{\sqrt{13}}=\sqrt{13}$, $|k+4|=13$

따라서 $k=-17$ 또는 $k=9$이므로 구하는 직선의 방정식은

$2x+3y-17=0$ 또는 $2x+3y+9=0$

186. 정답 $2x-y-4=0$ 또는 $2x-y+6=0$

187. 정답 $x-2y+4=0$ 또는 $x-2y-6=0$

188. 정답 $x-y+8=0$ 또는 $x-y=0$

189. 정답 $3x-y+10=0$ 또는 $3x-y-10=0$

190. 정답 $x+2y+2=0$, $2x-y-4=0$

각의 이등분선 위의 점을 $\mathrm{P}(x,\ y)$라고 하면 점 P에서 두 직선 $3x+y-2=0$, $x-3y-6=0$에 이르는 거리가 같으므로

$\dfrac{|3x+y-2|}{\sqrt{3^2+1^2}}=\dfrac{|x-3y-6|}{\sqrt{1^2+(-3)^2}}$

(ⅰ) $3x+y-2=x-3y-6$인 경우

$2x+4y+4=0$, 즉 $x+2y+2=0$

(ⅱ) $3x+y-2=-(x-3y-6)$인 경우

$4x-2y-8=0$, 즉 $2x-y-4=0$

(ⅰ), (ⅱ)에서 구하는 직선의 방정식은

$x+2y+2=0$, $2x-y-4=0$

191. 정답 $3x+5y-8=0$ 또는 $5x-3y-2=0$

두 직선이 이루는 각을 이등분하는 직선 위의 점을 $\mathrm{P}(x, y)$라 하면 점 P에서 두 직선에 이르는 거리가 같으므로

$\dfrac{|4x+y-5|}{\sqrt{4^2+1^2}}=\dfrac{|x-4y+3|}{\sqrt{1^2+(-4)^2}}$,

$|4x+y-5|=|x-4y+3|$, $4x+y-5=\pm(x-4y+3)$

따라서 구하는 직선의 방정식은

$3x+5y-8=0$ 또는 $5x-3y-2=0$

192. 정답 $y=-\dfrac{1}{2}x+2$

두 직선이 이루는 각을 이등분하는 직선 위의 점을 $\mathrm{P}(x,\ y)$라 하면 점 P에서 두 직선에 이르는 거리가 같으므로

$\dfrac{|3x+y-2|}{\sqrt{3^2+1^2}}=\dfrac{|x-3y+6|}{\sqrt{1^2+(-3)^2}}$,

$|3x+y-2|=|x-3y+6|$,

$3x+y-2=\pm(x-3y+6)$

이 식을 정리하면

$y=-\dfrac{1}{2}x+2$ 또는 $y=2x+2$

그런데 구하는 직선의 기울기가 음수이므로

$y=-\dfrac{1}{2}x+2$

193. 정답 $-\dfrac{1}{2}$, $\dfrac{9}{4}$

두 직선 $x-3y+1=0, 3x-y-4=0$이 이루는 각의 이등분선 위의 점 $\mathrm{P}(3,\ a)$와 두 직선 사이의 거리가 서로 같으므로

$\dfrac{|3-3a+1|}{\sqrt{1^2+(-3)^2}}=\dfrac{|3\times 3-a-4|}{\sqrt{3^2+(-1)^2}}$ …… ❶

$|4-3a|=|5-a|$

(ⅰ) $4-3a=5-a$일 때, $-2a=1$, $a=-\dfrac{1}{2}$

(ⅱ) $4-3a=-5+a$일 때, $-4a=-9$, $a=\dfrac{9}{4}$

(ⅰ), (ⅱ)에서 $a=-\frac{1}{2}$, $a=\frac{9}{4}$ …… ❷

단계	채점 기준	비율
❶	a에 대한 방정식 세우기	40%
❷	실수 a의 값 구하기	60%

194. 정답 (1) $y=\frac{1}{2}x+2$ (2) $y=-2x+7$

(2) 직선 CD는 직선 AB와 평행하고 점 B와 직선 CD 사이의 거리는 $\sqrt{5}$이다. 직선 CD의 방정식을 $y=-2x+c$, 즉 $2x+y-c=0$으로 놓으면 점 $(1,\ 0)$과 직선 $2x+y-c=0$ 사이의 거리는

$$\frac{|2+0-c|}{\sqrt{2^2+1^2}}=\sqrt{5},\ |2-c|=5,\ c=-3 \text{ 또는 } c=7$$

따라서 구하는 직선의 방정식은

$y=-2x-3$ 또는 $y=-2x+7$

두 점 C, D는 제1사분면 위의 점이므로 구하는 직선의 방정식은 $y=-2x+7$

195. 정답 (1) 5 (2) $\frac{14}{5}$ (3) 7

196. 정답 풀이 참조

(1) $\overline{AB}=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$

(2) 직선 AB의 방정식은 $y=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}(x-x_1)+y_1$

즉, $(y_2-y_1)x-(x_2-x_1)y-x_1y_2+x_2y_1=0$이므로 원점과 이 직선 사이의 거리는 $\frac{|x_1y_2-x_2y_1|}{\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}}$

(3) $S=\frac{1}{2}\times\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$

$$\times\frac{|x_1y_2-x_2y_1|}{\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}}=\frac{1}{2}|x_1y_2-x_2y_1|$$

197. 정답 (1) $\sqrt{10}$ (2) $\frac{17\sqrt{10}}{10}$ (3) $\frac{17}{2}$

(1) $\overline{AB}=\sqrt{(5-2)^2+(2-3)^2}=\sqrt{10}$

(2)두 점 $A(2,\ 3)$, $B(5,\ 2)$를 지나는 직선의 방정식은

$y-3=\frac{2-3}{5-2}(x-2)$에서 $x+3y-11=0$이므로 점 $C(3,\ -3)$과 직선 AB 사이의 거리는

$$\frac{|1\times3+3\times(-3)-11|}{\sqrt{1^2+3^2}}=\frac{17}{\sqrt{10}}=\frac{17\sqrt{10}}{10}$$

(3)삼각형 ABC의 넓이는 $\frac{1}{2}\times\sqrt{10}\times\frac{17\sqrt{10}}{10}=\frac{17}{2}$

198. 정답 $\frac{15}{2}$

점 $O(0,\ 0)$에서 직선 $4x-3y+15=0$에 내린 수선의 발을 H라고 하면 $\overline{OH}=\frac{|15|}{\sqrt{4^2+(-3)^2}}=3$

$\overline{OA}=5$이므로 삼각형 POA의 넓이는

$\frac{1}{2}\times\overline{OA}\times\overline{OH}=\frac{1}{2}\times5\times3=\frac{15}{2}$

199. 정답 4

200. 정답 6

점 A를 지나고, 두 점 B, C를 지나는 직선

$y=-2x+16$과 수직인 직선의 방정식은 $y=\frac{1}{2}x+\frac{9}{2}$

점 C를 지나고, 두 점 A, B를 지나는 직선

$y=-\frac{1}{2}x+\frac{11}{2}$과 수직인 직선의 방정식은 $y=2x$

위의 두 직선의 교점이 H이므로 $H(3,\ 6)$

따라서 $\overline{BC}=3\sqrt{5}$, 점 H와 직선 BC 사이의 거리는 $\frac{4\sqrt{5}}{5}$이므로

삼각형 HBC의 넓이는 $\frac{1}{2}\times3\sqrt{5}\times\frac{4\sqrt{5}}{5}=6$

201. 정답 풀이 참조

(1) $D(8,\ 0)$, $E(11,\ 2)$, $F(5,\ 10)$, $G(2,\ 8)$

(2) 두 직선 DE, GF의 기울기는 $\frac{2}{3}$이고, 두 직선 EF, DG의 기울기는 $-\frac{4}{3}$이므로 $\overline{DE}\,/\!/\,\overline{GF}$, $\overline{EF}\,/\!/\,\overline{DG}$

따라서 사각형 DEFG는 평행사변형이다.

(3) 사각형 DEFG는 평행사변형이므로 밑변을 EF라고 하면 $\overline{EF}=10$

두 점 E, F를 지나는 직선의 방정식은 $4x+3y-50=0$이므로 점 $D(8,\ 0)$과 이 직선 사이의 거리, 즉 평행사변형 DEFG의 높이는 $\frac{18}{5}$

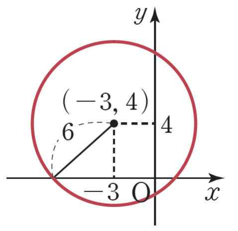
따라서 사각형 DEFG의 넓이는 $10\times\frac{18}{5}=36$

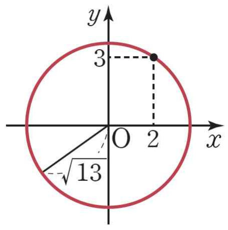
202. 정답 (1) $x^2+y^2=5$ (2) $(x-3)^2+(y+2)^2=9$

(3) $(x+4)^2+(y+4)^2=16$

203. 정답 풀이 참조

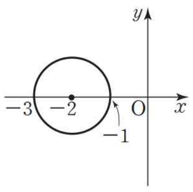
(1) $(x+3)^2+(y-4)^2=36$　　(2) $x^2+y^2=13$

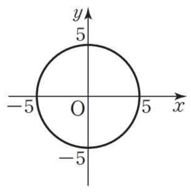




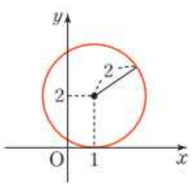
204. 정답 풀이참조

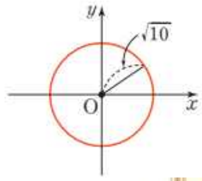
(1) $(x+2)^2+y^2=1$　(2) $x^2+y^2=25$





205. 정답 (1) $(x-1)^2+(y-2)^2=4$, (2) $x^2+y^2=10$,





206. 정답 (1) $(x-3)^2+y^2=17$

(2) $x^2+(y+2)^2=13$

207. 정답 $(x-3)^2+y^2=25$

원의 중심의 좌표를 $(a,\ 0)$, 반지름의 길이를 r라고 하면 원의 방정식은 $(x-a)^2+y^2=r^2$

이 원이 점 $(0,\ 4)$를 지나므로 $(0-a)^2+4^2=r^2$

$a^2+16=r^2$　　 …… ㉠

또, 이 원이 점 $(7,\ 3)$를 지나므로 $(7-a)^2+3^2=r^2$

$a^2-14a+58=r^2$　　 …… ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=3,\ r^2=25$

따라서 구하는 원의 방정식은 $(x-3)^2+y^2=25$이다.

208. 정답 $(x-2)^2+y^2=25$

209. 정답 $x^2+(y-3)^2=20$

210. 정답 $(x-3)^2+(y+3)^2=10$

211. 정답 $(x-2)^2+(y-3)^2=26$

원의 중심을 점 $(a,\ a+1)$ (a는 실수)이라고 하면

$(a+3)^2+(a-3)^2=(a-1)^2+(a+3)^2,\ a=2$

따라서 원의 중심은 점 $(2,\ 3)$이고, 반지름의 길이는 $\sqrt{26}$이므로 구하는 원의 방정식은

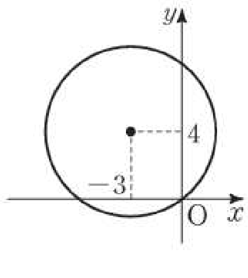
$(x-2)^2+(y-3)^2=26$

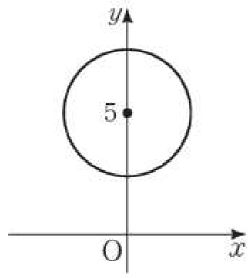
212. 정답 $(x-2)^2+(y-3)^2=10$

213. 정답 $(1,\ 3)$

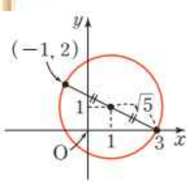
214. 정답 8

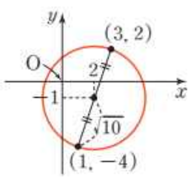
215. 정답 (1) $(x+3)^2+(y-4)^2=25$ (2) $x^2+(y-5)^2=5$





216. 정답 (1) $(x-1)^2+(y-1)^2=5$ (2) $(x-2)^2+(y+1)^2=10$



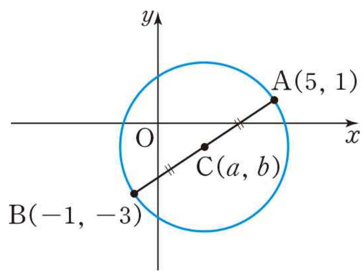


217. 정답 $(x-2)^2+(y+1)^2=13$

구하는 원의 중심을 $\mathrm{C}(a,\ b)$라고 하면 점 C는 선분 AB의 중점이므로

$$a=\frac{5+(-1)}{2}=2,$$

$$b=\frac{1+(-3)}{2}=-1$$



즉, $\mathrm{C}(2,\ -1)$

또, 원의 반지름의 길이는

$\overline{\mathrm{AC}}=\sqrt{(2-5)^2+(-1-1)^2}=\sqrt{13}$

따라서 구하는 원의 방정식은

$(x-2)^2+(y+1)^2=13$

218. 정답 $(x-1)^2+(y-5)^2=13$

구하는 원의 중심을 $\mathrm{C}(a,\ b)$라고 하면 점 C는 선분 AB의 중점이므로

$$a=\frac{-2+4}{2}=1,\ b=\frac{3+7}{2}=5,\ \text{즉 } \mathrm{C}(1,\ 5)$$

또, 원의 반지름의 길이는 $\overline{\mathrm{AC}}=\sqrt{\{1-(-2)\}^2+(5-3)^2}=\sqrt{13}$

따라서 구하는 원의 방정식은 $(x-1)^2+(y-5)^2=13$

219. 정답 $(x-4)^2+(y+5)^2=2$

220. 정답 3

원의 중심의 좌표는 $\left(\frac{1+k}{2},\ \frac{3+(-1)}{2}\right)$, 즉 $\left(\frac{1+k}{2},\ 1\right)$

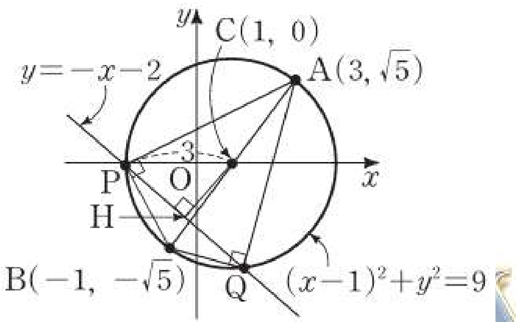
두 점 $(1,\ 3)$, $\left(\frac{1+k}{2},\ 1\right)$ 사이의 거리는 $\sqrt{5}$이므로

$\sqrt{\left(\frac{1+k}{2}-1\right)^2+(1-3)^2}=\sqrt{\left(\frac{k-1}{2}\right)^2+4}=\sqrt{5}$

즉, $\left(\frac{k-1}{2}\right)^2=1$이므로 $k=3$ 또는 $k=-1$

이때 $k>0$이므로 $k=3$

221. 정답 $3\sqrt{2}$



오른쪽 그림에서 $\angle APB=\angle AQB=90^\circ$이므로 두 점 P, Q는 $\overline{AB}$를 지름으로 하는 원 위에 있다.

이 원은 중심이 점 $C(1,\ 0)$, 반지름의 길이가 $\overline{AC}=3$이므로

$(x-1)^2+y^2=9$

점 C에서 $\overline{PQ}$에 내린 수선의 발을 H라고 하면 점 $C(1,\ 0)$과 직선 $y=-x-2$ 사이의 거리는 $\overline{CH}=\frac{|1+0+2|}{\sqrt{1^2+1^2}}=\frac{3\sqrt{2}}{2}$

삼각형 PHC에서 $\overline{PH}=\sqrt{3^2-\left(\frac{3\sqrt{2}}{2}\right)^2}=\frac{3\sqrt{2}}{2}$

따라서 $\overline{PQ}=2\overline{PH}=3\sqrt{2}$

222. 정답 $\frac{1}{2}$

$2x-y+2=0$에서 $y=2x+2$

이 식을 $x^2+y^2+9x-6y-2=0$에 대입하여 정리하면

$x^2+x-2=0$, $(x+2)(x-1)=0$

즉, $x=-2$ 또는 $x=1$

$x=-2$일 때 $y=-2$,

$x=1$일 때 $y=4$

이므로 원과 직선의 두 교점의 좌표는 $(-2,\ -2)$, $(1,\ 4)$

이고, 이 두 점을 지름의 양 끝 점으로 하는 원의 중심은 두 점을 잇는 선분의 중점과 같으므로 그 좌표는

$\left(\frac{-2+1}{2},\ \frac{-2+4}{2}\right)$, 즉 $\left(-\frac{1}{2},\ 1\right)$

따라서 $a=-\frac{1}{2}$, $b=1$이므로

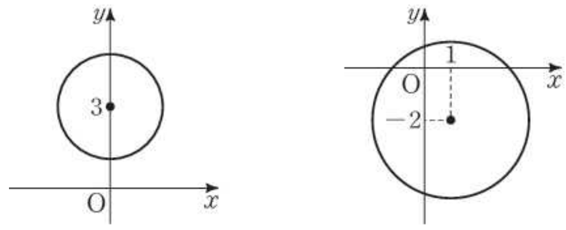
$a+b=-\frac{1}{2}+1=\frac{1}{2}$

223. 정답 (1) 중심의 좌표: $(7,\ 0)$, 반지름의 길이: 7

(2) 중심의 좌표: $(-2,\ -6)$, 반지름의 길이: 2

224. 정답 (1) 중심의 좌표가 $(0,\ 3)$이고 반지름의 길이가 2인 원

(2) 중심의 좌표가 $(1,\ -2)$이고 반지름의 길이가 3인 원

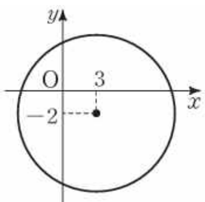


225. 정답 (1) 중심이 $(-1,\ 0)$이고 반지름의 길이가 1인 원

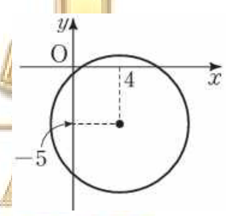
(2) 중심이 $(-2,\ 3)$이고 반지름의 길이가 5인 원

226. 정답 풀이 참조

(1) 중심의 좌표 : $(3,\ -2)$ 반지름의 길이 : 7



(2) 중심의 좌표 : $(4,\ -5)$ 반지름의 길이 : 6



227. 정답 (1) 중심이 점 $(4,\ -1)$이고 반지름의 길이가 3인 원

(2) 중심이 점 $(-1,\ 2)$이고 반지름의 길이가 $\frac{\sqrt{14}}{2}$인 원

228. 정답 5

229. 정답 중심의 좌표: $(-2,\ 3)$, 반지름의 길이: 1

230. 정답 원의 중심 : $(2,\ -3)$, 넓이 : 4π

231. 정답 $-2\le k\le 0$

$x^2+y^2-2kx-2k^2-6k-9=0$에서

$(x-k)^2+y^2=3k^2+6k+9$

이 방정식이 반지름의 길이가 3 이하인 원을 나타내려면

$0<3k^2+6k+9\le 9$

(ⅰ) $3k^2+6k+9>0$에서 $3(k+1)^2+6>0$이므로 k는 모든 실수

(ⅱ) $3k^2+6k+9\le 9$에서 $3k^2+6k\le 0$

즉, $3k(k+2)\le 0$이므로 $-2\le k\le 0$

(ⅰ), (ⅱ)에서 $-2 \le k \le 0$

232. 정답 3

233. 정답 7
원의 방정식을 변형하면
$(x-3)^2+(y-2a)^2=4a^2+21$
직선 $y=3x+5$가 이 원의 중심 점 $(3,\ 2a)$를 지나므로
$2a=14,\ a=7$

234. 정답 $\sqrt{6}$
주어진 방정식을 변형하면
$(x^2-2ax+a^2)+(y^2+4ay+4a^2)=-6a^2-2a+5+a^2+4a^2$
$(x-a)^2+(y+2a)^2=-a^2-2a+5=-(a+1)^2+6$
이때 $-(a+1)^2+6$의 최댓값이 6이므로 반지름의 길이의 최댓값은 $\sqrt{6}$이다.

235. 정답 $(-4,\ 6)$
원의 방정식을 변형하면
$(x+2a)^2+(y-3a)^2=a^2-4a+7$
이 원의 넓이는 $(a^2-4a+7)\pi=\{(a-2)^2+3\}\pi$이므로 $a=2$일 때, 원의 넓이가 최소가 된다.
따라서 구하는 원의 중심의 좌표는 $(-4,\ 6)$

236. 정답 $(-1,\ 3)$

237. 정답 3

238. 정답 $y=-2x-1$

239. 정답 $k<2$
$x^2+y^2+2x-2y+k=0$에서 $(x+1)^2+(y-1)^2=-k+2$
이 방정식이 나타내는 도형이 원이 되려면 $-k+2>0$
따라서 $k<2$이다.

240. 정답 $k<5$

241. 정답 $k<12$

242. 정답 $k<17$

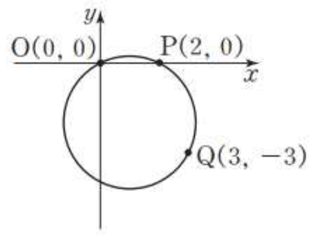
243. 정답 $k<0$ 또는 $k>\frac{5}{9}$
방정식을 변형하면 $(x-3k)^2+(y-2)^2=9k^2-5k$
이 방정식이 나타내는 도형이 원이 되려면 $9k^2-5k>0$
이어야 하므로 $k<0$ 또는 $k>\frac{5}{9}$

244. 정답 $k<\frac{17}{2}$

245. 정답 $-1<k<3$

246. 정답 12

247. 정답 $x^2+y^2-2x+4y=0$
구하는 원의 방정식을
$x^2+y^2+Ax+By+C=0$이라고 하면
점 $O(0,\ 0)$을 지나므로 $C=0$
따라서 원의 방정식은
$x^2+y^2+Ax+By=0$



또, 두 점 $P(2,\ 0)$, $Q(3,\ -3)$을 지나므로
$4+2A=0,\ 18+3A-3B=0$
이를 연립하여 풀면 $A=-2,\ B=4$
따라서 구하는 원의 방정식은 $x^2+y^2-2x+4y=0$

248. 정답 $x^2+(y-3)^2=5$
원의 중심을 $P(a,b)$라 하면 $\overline{PA}=\overline{PB}=\overline{PC}$
$\overline{PA}=\overline{PB}$에서 $\overline{PA}^2=\overline{PB}^2$이므로
$(a-1)^2+(b-5)^2=(a-2)^2+(b-4)^2,\ a-b+3=0$ ……①
$\overline{PB}=\overline{PC}$에서 $\overline{PB}^2=\overline{PC}^2$이므로
$(a-2)^2+(b-4)^2=(a+1)^2+(b-1)^2,\ a+b-3=0$ ……②
①과 ②를 연립하여 풀면 $a=0,\ b=3$
그러므로 원의 중심은 $P(0,3)$이고 반지름의 길이는
$\overline{PA}=\sqrt{(1-0)^2+(5-3)^2}=\sqrt{5}$
따라서 구하는 원의 방정식은
$x^2+(y-3)^2=5$

249. 정답 원의 중심 : $\left(2,\ -\frac{3}{2}\right)$, 반지름의 길이 : $\frac{5}{2}$

250. 정답 ③

251. 정답 $(x-5)^2+(y-5)^2=50$ 또는 $x^2+y^2-10x-10y=0$
원의 중심을 $P(a,\ b)$라고 하면 $\overline{AP}=\overline{BP}=\overline{OP}$이고
$\overline{AP}=\sqrt{(a-4)^2+(b-12)^2}$

$\overline{BP}=\sqrt{\{a-(-2)\}^2+(b-4)^2}$

$\overline{OP}=\sqrt{a^2+b^2}$

이므로 $a=5,\ b=5$이다.

이때 원의 중심의 좌표는 $(5,\ 5)$이고 원의 반지름의 길이는

$\overline{OP}=\sqrt{5^2+5^2}=5\sqrt{2}$이다.

따라서 복원된 수막새의 가장자리를 나타내는 원의 방정식은

$(x-5)^2+(y-5)^2=50$ 또는 $x^2+y^2-10x-10y=0$

252. 정답 $x^2+y^2-7x-4y=0$

253. 정답 $x^2+y^2+4x-3y=0$

구하는 원의 방정식을 $x^2+y^2+Ax+By+C=0$ …… ㉠

이라고 하면 이 원이 원점 $(0,\ 0)$을 지나므로 $C=0$

따라서 원 ㉠은 $x^2+y^2+Ax+By=0$

또, 이 원이 두 점 $\mathrm{P}(-2,\ 4),\ \mathrm{Q}(0,\ 3)$을 지나므로

$20-2A+4B=0,\ 9+3B=0$, 즉 $A=4,\ B=-3$

따라서 구하는 원의 방정식은 $x^2+y^2+4x-3y=0$

254. 정답 (1) $(0,\ 0),\ (3,\ 1),\ (-2,\ 0)$

(2) $x^2+y^2+2x-16y=0$

(3) $\sqrt{65}$

(1) 두 직선 $y=0,\ x-3y=0$의 교점의 좌표는 $(0,\ 0)$, 두 직선 $x-3y=0,\ x-5y+2=0$의 교점의 좌표는 $(3,\ 1)$, 두 직선 $y=0,\ x-5y+2=0$의 교점의 좌표는 $(-2,\ 0)$이다.

(2) 원점을 지나는 원의 방정식을 $x^2+y^2+Ax+By=0$이라고 하면 이 원은 두 점 $(3,\ 1),\ (-2,\ 0)$을 지나므로 $10+3A+B=0,\ 4-2A=0$에서 $A=2,\ B=-16$ 따라서 구하는 원의 방정식은 $x^2+y^2+2x-16y=0$

(3) $(x+1)^2+(y-8)^2=65$ 이므로 구하는 외접원의 반지름의 길이는 $\sqrt{65}$이다.

255. 정답 $x^2+y^2-2x-4y=0$

두 직선 $l,\ m$의 교점의 좌표는 $(0,\ 0)$

두 직선 $l,\ n$의 교점의 좌표는 $(3,\ 1)$

두 직선 $m,\ n$의 교점의 좌표는 $(-1,\ 3)$

위의 세 점을 꼭짓점으로 하는 삼각형의 외접원은 원점을 지나므로 이 외접원의 방정식을 $x^2+y^2+Ax+By=0$이라고 하자.

이 외접원은 두 점 $(3,\ 1),\ (-1,\ 3)$을 지나므로

$3A+B+10=0,\ -A+3B+10=0$

즉, $A=-2,\ B=-4$이므로 구하는 외접원의 방정식은

$x^2+y^2-2x-4y=0$

256. 정답 $(x-2)^2+(y-3)^2=2$

두 점 A, B를 지나는 직선을 l, 두 점 B, C를 지나는 직선을 m, 두 점 A, C를 지나는 직선을 n이라고 하면 세 직선의 방정식은 각각

$l:\ y=x-1,\ m:\ y=-x+7,\ n:\ y=7x-1$

내접원의 중심 점 $(a,\ b)$는 삼각형의 내부에 있으므로

$0<a<4,\ -1<b<6$ ……①

중심에서 세 직선 $l,\ m,\ n$까지의 거리는 같으므로

$\dfrac{|a-b-1|}{\sqrt{2}}=\dfrac{|a+b-7|}{\sqrt{2}}=\dfrac{|7a-b-1|}{\sqrt{50}}$ ……②

(ⅰ) $\dfrac{|a-b-1|}{\sqrt{2}}=\dfrac{|a+b-7|}{\sqrt{2}}$에서

$a-b-1=\pm(a+b-7)$

즉, $b=3$ 또는 $a=4$이고, ①에 의해 $b=3$

(ⅱ) $\dfrac{|a-b-1|}{\sqrt{2}}=\dfrac{|7a-b-1|}{\sqrt{50}}$에서

$5a-5b-5=\pm(7a-b-1)$

즉, $a+2b+2=0$ 또는 $2a-b-1=0$이고, 이 등식에 $b=3$을 각각 대입하면 ①에 의해 $a=2$

(ⅰ), (ⅱ)에서 내접원의 중심의 좌표는 $(2,\ 3)$

따라서 $a=2,\ b=3$을 ②에 대입하면 내접원의 반지름의 길이는 $\sqrt{2}$이므로 삼각형 ABC의 내접원의 방정식은

$(x-2)^2+(y-3)^2=2$

257. 정답 (1) $(x-5)^2+(y-3)^2=9$ (2) $(x-3)^2+(y-5)^2=9$

(3) $(x-3)^2+(y-3)^2=9$

(1) 중심이 제1사분면에 있으며 점 $(5,\ 0)$에서 x축에 접하는 원의 방정식은 양수 r에 대하여 $(x-5)^2+(y-r)^2=r^2$이다.
이때 반지름의 길이가 3이므로 $r=3$이다.
따라서 구하는 원의 방정식은 $(x-5)^2+(y-3)^2=9$이다.

(2) 중심이 제1사분면에 있으며 점 $(0,\ 5)$에서 y축에 접하는 원의 방정식은 양수 r에 대하여 $(x-r)^2+(y-5)^2=r^2$이다.
이때 반지름의 길이가 3이므로 $r=3$이다.
따라서 구하는 원의 방정식은 $(x-3)^2+(y-5)^2=9$이다.

(3) 중심이 제1사분면에 있으며 x축과 y축에 모두 접하는 원의 방정식은 양수 r에 대하여 $(x-r)^2+(y-r)^2=r^2$이다.
이때 반지름의 길이가 3이므로 $r=3$이다.
따라서 구하는 원의 방정식은 $(x-3)^2+(y-3)^2=9$이다.

258. 정답 $(x-3)^2+(y-4)^2=9$

259. 정답

①-ⓒ 원 $(x-3)^2+(y+3)^2=9$는 중심 점 $(3,\ -3)$에서 x축, y축까지 거리와 반지름의 길이가 각각 3으로 같으므로 x축, y축에 모두 접한다.

②-ⓛ 원 $(x-4)^2+(y-2)^2=4$는 중심 점 $(4,\ 2)$에서 x축까지 거리와 반지름의 길이가 2로 같으므로 x축에만 접한다.

③-㉠ 원 $(x+1)^2+(y-5)^2=1$은 중심 점 $(-1,\ 5)$에서 y축까지 거리와 반지름의 길이가 1로 같으므로 y축에만 접한다.

260. 정답 $(x+1)^2+(y-1)^2=1$

261. 정답 26π

262. 정답 $(x-1)^2+(y-1)^2=1,\ (x-5)^2+(y-5)^2=25$
점 $(2,\ 1)$을 지나고 x축과 y축에 동시에 접하려면 원의 중심이 제1사분면에 있어야 한다.
원의 반지름의 길이를 r이라 하면 원의 중심의 좌표는 $(r,\ r)$
즉, 원의 방정식은
$(x-r)^2+(y-r)^2=r^2$
이 원이 점 $(2,\ 1)$을 지나므로
$(2-r)^2+(1-r)^2=r^2$
에서 $r^2-6r+5=0$
$(r-1)(r-5)=0,\ r=1$ 또는 $r=5$
따라서 구하는 원의 방정식은
$(x-1)^2+(y-1)^2=1,\ (x-5)^2+(y-5)^2=25$

263. 정답 ⑤

264. 정답 $1,\ 6$
원의 반지름의 길이를 r라고 하면 이 원은 x축과 y축에 동시에 접하고 중심이 제1사분면 위에 있으므로 원의 방정식은
$(x-r)^2+(y-r)^2=r^2$
원 $(x-r)^2+(y-r)^2=r^2$이 직선 $3x+4y-12=0$에 접하므로 원의 중심 $(r,\ r)$와 직선 $3x+4y-12=0$ 사이의 거리는 원의 반지름의 길이인 r와 같다.
즉, $\dfrac{|3r+4r-12|}{\sqrt{3^2+4^2}}=r$에서 $|7r-12|=5r$
$7r-12=-5r$일 때 $r=1,\ 7r-12=5r$일 때 $r=6$
따라서 구하는 원의 반지름의 길이는 $1,\ 6$이다.

265. 정답 최댓값 7, 최솟값 3
원의 방정식을 변형하면 $(x-4)^2+(y+3)^2=4$
원의 중심을 C, 반지름의 길이를 r라고 하면
$\mathrm{C}(4,\ -3),\ r=2$ ▶ 20 %
이때 $\overline{\mathrm{OC}}=5$이므로 선분 OP의 길이의
최댓값은 $\overline{\mathrm{OC}}+r=5+2=7$ ▶ 40 %
최솟값은 $\overline{\mathrm{OC}}-r=5-2=3$ ▶ 40 %

266. 정답 일치한다
$\overline{\mathrm{AP}}:\overline{\mathrm{BP}}=1:2$에서 $2\overline{\mathrm{AP}}=\overline{\mathrm{BP}}$, 즉 $4\overline{\mathrm{AP}}^2=\overline{\mathrm{BP}}^2$
즉, $4\{(x+1)^2+(y-2)^2\}=(x-2)^2+(y+4)^2$
$3x^2+3y^2+12x-24y=0$
$x^2+y^2+4x-8y=0$
즉, $(x+2)^2+(y-4)^2=20$ 이다.

267. 정답 (1) 서로 다른 두 점에서 만난다.
(2) 한 점에서 만난다. (접한다.)
(3) 만나지 않는다.

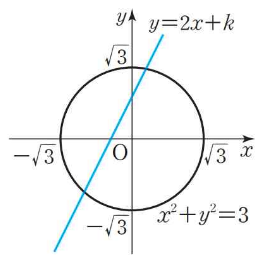
268. 정답 (1) 한 점에서 만난다.(접한다.) (2) 만나지 않는다.

269. 정답 (1) 만나지 않는다. (2) 서로 다른 두 점에서 만난다.

270. 정답 (1) 한 점에서 만난다(접한다).
(2) 만나지 않는다.

271. 정답 (1) $-\sqrt{10}<k<\sqrt{10}$ (2) $k=-\sqrt{10}$ 또는 $k=\sqrt{10}$
(3) $k<-\sqrt{10}$ 또는 $k>\sqrt{10}$

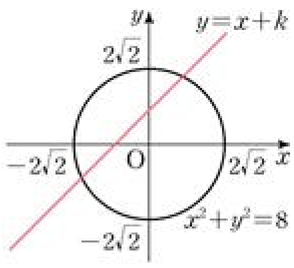
272. 정답 (1) $-13<k<13$ (2) $k=-13$ 또는 $k=13$
(3) $k<-13$ 또는 $k>13$

273. 정답 $-\sqrt{15}<k<\sqrt{15}$


[풀이1] $y=2x+k$를 $x^2+y^2=3$에 대입하여 정리하면
$5x^2+4kx+k^2-3=0$
원과 직선이 서로 다른 두 점에서 만나야 하므로 이 이차방정식의 판별식을 D라고 하면
$\dfrac{D}{4}=(2k)^2-5(k^2-3)=-k^2+15>0$
$k^2-15<0,\ (k+\sqrt{15})(k-\sqrt{15})<0$
따라서 구하는 실수 k의 값의 범위는 $-\sqrt{15}<k<\sqrt{15}$
[풀이2] 원 $x^2+y^2=3$의 중심 $(0,\ 0)$과 직선 $y=2x+k$, 즉 $2x-y+k=0$ 사이의 거리가 원의 반지름의 길이인 $\sqrt{3}$보다 작아야 하므로
$\dfrac{|k|}{\sqrt{2^2+(-1)^2}}<\sqrt{3},\ |k|<\sqrt{15}$, 즉 $-\sqrt{15}<k<\sqrt{15}$

274. 정답 $-4<k<4$
$y=x+k$를 $x^2+y^2=8$에 대입하면
$x^2+(x+k)^2=8$
$2x^2+2kx+k^2-8=0$ …… ㉠

원과 직선이 서로 다른 두 점에서 만나려면 이차방정식 ㉠의 판별식 D가 $D>0$이어야 하므로



$D=(2k)^2-4\times2\times(k^2-8)>0$

$k^2-16<0,\ \ (k+4)(k-4)<0$

따라서 구하는 실수 k의 값의 범위는

$-4<k<4$

다른 풀이

원 $x^2+y^2=8$의 중심인 점 $(0,\ 0)$과 직선 $y=x+k$, 즉 $x-y+k=0$ 사이의 거리가 원의 반지름의 길이인 $2\sqrt{2}$보다 작아야 하므로

$\dfrac{|k|}{\sqrt{1^2+(-1)^2}}<2\sqrt{2},\ |k|<4,\ \ -4<k<4$

275. 정답 $-5<k<5$

276. 정답 $-\sqrt{15}<k<\sqrt{15}$

$y=2x+k$를 $x^2+y^2=3$에 대입하면

$x^2+(2x+k)^2=3$

$5x^2+4kx+k^2-3=0$ $\quad\cdots\cdots$ ㉠

이차방정식 ㉠의 판별식을 D라 하면 $D>0$이므로

$\dfrac{D}{4}=(2k)^2-5(k^2-3)=-k^2+15>0$

$k^2-15<0,\ \ (k+\sqrt{15})(k-\sqrt{15})<0$

따라서 실수 k의 값의 범위는

$-\sqrt{15}<k<\sqrt{15}$

다른 풀이

원의 중심 $(0,\ 0)$과 직선 $2x-y+k=0$ 사이의 거리를 d라 하면

$d=\dfrac{|k|}{\sqrt{2^2+(-1)^2}}=\dfrac{|k|}{\sqrt{5}}$

d의 값이 원의 반지름의 길이 $\sqrt{3}$보다 작아야 하므로

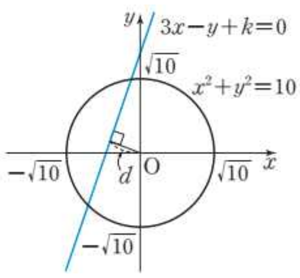
$\dfrac{|k|}{\sqrt{5}}<\sqrt{3},\ |k|<\sqrt{15}$

따라서 실수 k의 값의 범위는

$-\sqrt{15}<k<\sqrt{15}$

277. 정답 $-10<k<10$

원 $x^2+y^2=10$의 중심 $\mathrm{O}(0,\ 0)$과 직선 $3x-y+k=0$ 사이의 거리 d는



$d=\dfrac{|k|}{\sqrt{3^2+(-1)^2}}=\dfrac{|k|}{\sqrt{10}}$

원의 반지름의 길이 r는 $r=\sqrt{10}$

이때 $d<r$이어야 하므로

$\dfrac{|k|}{\sqrt{10}}<\sqrt{10},\ |k|<10$

따라서 구하는 k의 값의 범위는 $-10<k<10$

[다른 풀이]

$y=3x+k$를 $x^2+y^2=10$에 대입하면 $x^2+(3x+k)^2=10$

이 식을 정리하면 $10x^2+6kx+k^2-10=0$

이 이차방정식의 판별식 D에서 $D>0$이어야 하므로

$\dfrac{D}{4}=(3k)^2-10(k^2-10)=-k^2+100>0$

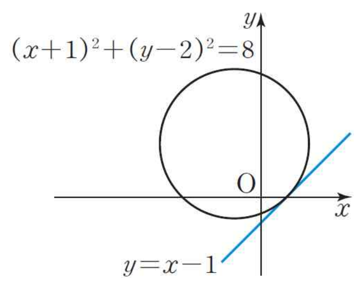
따라서 구하는 k의 값의 범위는 $-10<k<10$

278. 정답 $3\sqrt{13}$

279. 정답 4

280. 정답 한 점에서 만난다. (접한다.)

원의 중심인 점 $(-1,\ 2)$와 직선 $y=x-1$, 즉 $x-y-1=0$ 사이의 거리 d는



$d=\dfrac{|-1-2-1|}{\sqrt{1^2+(-1)^2}}=2\sqrt{2}$

이때 원의 반지름의 길이 r은 $r=2\sqrt{2}$이므로 $d=r$

따라서 원과 직선은 한 점에서 만난다. (접한다.)

281. 정답 $-28<k<22$

282. 정답 $m\le-1$ 또는 $m\ge1$

283. 정답 $1-\sqrt{2}\le k\le1+\sqrt{2}$

원의 방정식 $x^2+y^2-2y=0$을 변형하면

$x^2+(y-1)^2=1$

원의 중심 $(0,\ 1)$과 직선 $y=x+k$, 즉 $x-y+k=0$ 사이의 거리는

$\dfrac{|-1+k|}{\sqrt{1^2+(-1)^2}}=\dfrac{|-1+k|}{\sqrt{2}}$

원의 반지름의 길이가 1이므로 원과 직선이 만나려면

$\dfrac{|-1+k|}{\sqrt{2}}\le1,\ |-1+k|=\sqrt{2}$

따라서 구하는 실수 k의 값의 범위는

$1-\sqrt{2}\le k\le1+\sqrt{2}$

284. 정답 $-8\le k\le2$

285. 정답 $-11\le a\le9$

원의 중심 점 $(1,\ a)$와 직선 $4x-3y+5a-2=0$ 사이의 거리는 $\frac{|2a+2|}{5}$이고, 원의 반지름의 길이는 4이므로 원과 직선이 만나려면 $\frac{|2a+2|}{5} \le 4$, 즉 $|a+1| \le 10$이어야 한다.

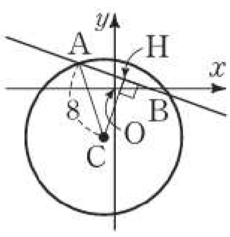
따라서 $-11 \le a \le 9$

286. 정답 ㄷ

287. 정답 $4\sqrt{6}$

원의 방정식을 변형하면

$(x+1)^2+(y+5)^2=8^2$이므로 원의 중심을 C라 하고, 점 C에서 $\overline{\mathrm{AB}}$에 내린 수선의 발을 H라고 하면 점 $\mathrm{C}(-1,\ -5)$와 직선 $x+3y-4=0$ 사이의 거리는



$\overline{\mathrm{CH}}=\frac{|-1+3\times(-5)-4|}{\sqrt{1^2+3^2}}=2\sqrt{10}$ …… ❶

삼각형 ACH에서 $\overline{\mathrm{AH}}=\sqrt{8^2-(2\sqrt{10})^2}=2\sqrt{6}$ …… ❷

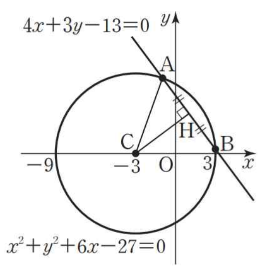
따라서 $\overline{\mathrm{AB}}=2\overline{\mathrm{AH}}=4\sqrt{6}$ …… ❸

단계	채점 기준	비율
❶	선분 CH의 길이 구하기	40%
❷	선분 AH의 길이 구하기	30%
❸	선분 AB의 길이 구하기	30%

288. 정답 풀이 참조

$x^2+y^2+6x-27=0$에서 $(x+3)^2+y^2=36$이므로 주어진 원은 중심이 $(-3,\ 0)$, 반지름의 길이가 6이다. …… ❶

원의 중심을 C라 하고, 원의 중심 C에서 직선 AB에 내린 수선의 발을 H라고 하면 선분 CH의 길이는 점 $\mathrm{C}(-3,\ 0)$과 직선 $4x+3y-13=0$ 사이의 거리와 같으므로



$\overline{\mathrm{CH}}=\frac{|-12-13|}{\sqrt{4^2+3^2}}=5$

선분 CA는 원의 반지름이므로 $\overline{\mathrm{CA}}=6$ …… ❷

이때 삼각형 CHA는 직각삼각형이므로

$\overline{\mathrm{AH}}=\sqrt{6^2-5^2}=\sqrt{11}$

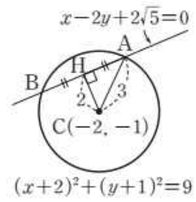
따라서 선분 AB의 길이는 $2\overline{\mathrm{AH}}=2\sqrt{11}$ …… ❸

채점 기준	배점 비율
❶ 원의 중심과 반지름의 길이 구하기	20%
❷ 선분 CH, 선분 CA의 길이 구하기	50%
❸ 선분 AB의 길이 구하기	30%

289. 정답 $2\sqrt{5}$

원의 방정식을 변형하면

$(x+2)^2+(y+1)^2=9$



원의 중심을 $\mathrm{C}(-2,\ -1)$, 점 C에서 직선 $x-2y+2\sqrt{5}=0$에 내린 수선의 발을 H라고 하면

$\overline{\mathrm{CA}}=3$, $\overline{\mathrm{CH}}=2$이므로

$\overline{\mathrm{AB}}=2\overline{\mathrm{AH}}=2\sqrt{5}$

290. 정답 ④

원의 방정식 $x^2+y^2+2x+4y+k=0$을 변형하면

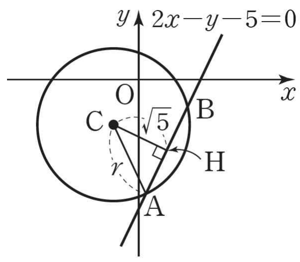
$(x+1)^2+(y+2)^2=5-k$

이 원의 중심을 C, 반지름의 길이를 r라 하면

$\mathrm{C}(-1,\ -2)$이고

$r^2=5-k$ …… ㉠

오른쪽 그림과 같이 점 C에서 선분 AB에 내린 수선의 발을 H라 하면 $\overline{\mathrm{AB}}=4$이므로



$\overline{\mathrm{AH}}=\overline{\mathrm{BH}}=2$

점 $\mathrm{C}(-1,\ -2)$와 직선 $2x-y-5=0$ 사이의 거리는

$\overline{\mathrm{CH}}=\frac{|2\times(-1)-(-2)-5|}{\sqrt{2^2+(-1)^2}}=\sqrt{5}$

따라서 직각삼각형 CAH에서 $r^2=2^2+(\sqrt{5})^2=9$이고,

㉠에서 $9=5-k$이므로 $k=-4$

291. 정답 $k=-7$

x축과 만나는 두 점을 $\mathrm{A}(a,\ 0)$과 $\mathrm{B}(b,\ 0)$이라 하면 $\overline{\mathrm{AB}}=8$이므로

$\sqrt{(b-a)^2+(0-0)^2}=8$,

$(a-b)^2=64$ …… ①

또, 두 점 A와 B의 x좌표는 주어진 원의 방정식에 $y=0$을 대입하여 얻은 이차방정식 $x^2-6x+k=0$의 두 근과 같으므로 근과 계수의 관계로부터

$a+b=6,\ ab=k$ …… ②

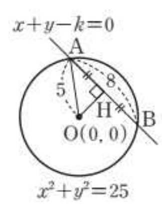
①과 ②를 $(a-b)^2=(a+b)^2-4ab$에 대입하면

$64=6^2-4k$에서 $4k=-28$

따라서 $k=-7$

292. 정답 $3\sqrt{2}$

원의 중심 $\mathrm{O}(0,\ 0)$에서 직선 $x+y-k=0$에 내린 수선의 발을 H라고 하면



$\overline{\mathrm{OA}}=5$, $\overline{\mathrm{AH}}=\frac{1}{2}\overline{\mathrm{AB}}=4$,

$\overline{\mathrm{OH}}=\frac{|-k|}{\sqrt{2}}=\frac{|k|}{\sqrt{2}}$

이때 직각삼각형 OAH에서

$\left(\dfrac{|k|}{\sqrt{2}}\right)^2+4^2=5^2$, $k^2=18$, 즉 $k=\pm3\sqrt{2}$

따라서 구하는 양수 k의 값은 $3\sqrt{2}$

293. 정답 1, -3

294. 정답 $4\sqrt{6}$

주어진 원의 방정식을 변형하면

$x^2-6x+9+y^2-2ay+a^2=25$

$(x-3)^2+(y-a)^2=5^2$

이 원이 원점을 지나므로 $a^2-16=0$에서 $a=\pm4$

(i) $a=4$일 때,

원과 직선 $y=-3$은 만나지 않는다.

(ii) $a=-4$일 때,

원과 직선 $y=-3$은 서로 다른 두 점에서 만난다.

(i), (ii)에서 $a=-4$

$(x-3)^2+(y+4)^2=5^2$에 $y=-3$을 대입하면

$x=3\pm2\sqrt{6}$

따라서 원과 직선이 만나는 두 점의 좌표는

$(3-2\sqrt{6},\ -3)$, $(3+2\sqrt{6},\ -3)$이고

두 점 사이의 거리는 $4\sqrt{6}$

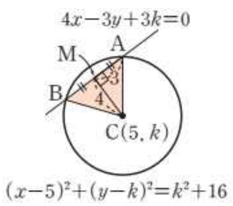
295. 정답 $k=-3$ 또는 $k=3$

원의 방정식을 변형하면

$(x-5)^2+(y-k)^2=k^2+16$

원의 중심 $\mathrm{C}(5,\ k)$와 직선 $4x-3y+3k=0$ 사이의 거리는 4이고,

삼각형 ABC의 넓이가 12가 되려면



$\dfrac{1}{2}\times\overline{\mathrm{AB}}\times4=12$이어야 하므로 $\overline{\mathrm{AB}}=6$

선분 AB의 중점을 M이라고 하면 $\overline{\mathrm{AM}}=3$

직각삼각형 CAM에서

$k^2+16=16+9$, $k^2=9$

따라서 $k=-3$ 또는 $k=3$

296. 정답 최댓값: 6, 최솟값: 2

297. 정답 최댓값 : 13, 최솟값 : 5

298. 정답 $3\sqrt{10}$

299. 정답 $\dfrac{16}{5}$

점 $\mathrm{A}(3,\ 4)$를 지나는 직선 중 원점 O와 거리가 최대인 직선은 직선 OA와 수직인 직선이므로 직선 l의 방정식은

$y-4=-\dfrac{3}{4}(x-3)$, 즉 $3x+4y-25=0$ …… ㉮

원의 중심 $(6,\ 7)$과 직선 l 사이의 거리는

$\dfrac{|3\times6+4\times7-25|}{\sqrt{3^2+4^2}}=\dfrac{21}{5}$ …… ㉯

이때 원의 반지름의 길이는 1이므로 구하는 최솟값은

$\dfrac{21}{5}-1=\dfrac{16}{5}$ …… ㉰

단계	채점 요소	배점 비율
㉮	직선 l의 방정식을 구했다.	40%
㉯	원의 중심과 직선 l 사이의 거리를 구했다.	30%
㉰	점 P와 직선 l 사이의 거리의 최솟값을 구했다.	30%

300. 정답 $\dfrac{11}{5}$

점 $(3,\ 4)$를 지나면서 원점에서의 거리가 최대인 직선 l은 원점과 점 $(3,\ 4)$를 지나는 직선과 수직으로 만나야 한다.

원점과 점 $(3,\ 4)$를 지나는 직선의 기울기는 $\dfrac{4}{3}$이므로 직선 l의 기울기는 $-\dfrac{3}{4}$이다. ▶ 30%

기울기가 $-\dfrac{3}{4}$이고 점 $(3,\ 4)$를 지나는 직선 l의 방정식은

$y-4=-\dfrac{3}{4}(x-3)$, 즉 $3x+4y-25=0$ ▶ 20%

원 $(x-7)^2+(y-5)^2=1$의 중심 $(7,\ 5)$와 직선 l 사이의 거리는 $\dfrac{|3\times7+4\times5-25|}{\sqrt{3^2+4^2}}=\dfrac{16}{5}$ ▶ 20%

점 P와 직선 l 사이의 거리의 최솟값은 원의 중심과 직선 사이의 거리에서 반지름의 길이를 뺀 값이다.

따라서 구하는 최솟값은 $\dfrac{16}{5}-1=\dfrac{11}{5}$ ▶ 30%

301. 정답 최댓값 $\dfrac{50\sqrt{3}}{3}$, 최솟값 $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$

원 $x^2+y^2=8$ 위의 점 A와 직선 $y=x+6$ 사이의 거리는 정삼각형 ABC의 높이이므로 원의 중심인 원점과 직선 $y=x+6$, 즉 $x-y+6=0$ 사이의 거리는

$\dfrac{|6|}{\sqrt{1^2+(-1)^2}}=3\sqrt{2}$

원의 반지름의 길이는 $2\sqrt{2}$이므로 정삼각형 ABC의 넓이가 최소일 때의 높이는 $3\sqrt{2}-2\sqrt{2}=\sqrt{2}$

이고, 이때의 넓이는 $\dfrac{1}{2}\times\dfrac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\times\sqrt{2}=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$

또, 정삼각형 ABC의 넓이가 최대일 때의 높이는

$3\sqrt{2}+2\sqrt{2}=5\sqrt{2}$

이고, 이때의 넓이는

$\dfrac{1}{2}\times\dfrac{10\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\times5\sqrt{2}=\dfrac{50\sqrt{3}}{3}$

302. 정답 $\dfrac{15(1+\sqrt{10})}{2}$

삼각형 ABC의 넓이는 오른쪽 그림과 같이 점 C에서의 접선이 직선 AB와 평행할 때 최대이다.

원 $x^2+y^2=25$에 접하고 직선 AB에 평행한 접선의 방정식은

$y=\dfrac{1}{3}x\pm\dfrac{5\sqrt{10}}{3}$

위의 그림에서 점 C를 지나는 접선의 방정식은

$y=\dfrac{1}{3}x+\dfrac{5\sqrt{10}}{3}$

점 $\mathrm{A}(5,\ 0)$과 직선 $y=\dfrac{1}{3}x+\dfrac{5\sqrt{10}}{3}$, 즉 $x-3y+5\sqrt{10}=0$

사이의 거리는 $\dfrac{|1\times5-3\times0+5\sqrt{10}|}{\sqrt{1^2+(-3)^2}}=\dfrac{10+\sqrt{10}}{2}$

이때 $\overline{\mathrm{AB}}=\sqrt{(-4-5)^2+(-3-0)^2}=3\sqrt{10}$이므로 삼각형 ABC의 넓이의 최댓값은

$\dfrac{1}{2}\times3\sqrt{10}\times\dfrac{10+\sqrt{10}}{2}=\dfrac{15(1+\sqrt{10})}{2}$

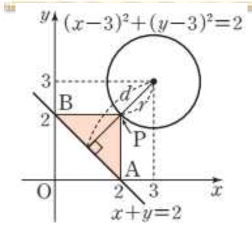
303. 정답 2

두 점 A, B를 지나는 직선의 방정식은 $x+y=2$

이때 원의 중심 점 $(3,\ 3)$과 이 직선 사이의

거리를 d라고 하면 $d=\dfrac{4}{\sqrt{2}}=2\sqrt{2}$

따라서 원의 반지름의 길이를 r라고 하면 삼각형 APB의 넓이의 최솟값은



$\dfrac{1}{2}\times\overline{\mathrm{AB}}\times(d-r)$

$=\dfrac{1}{2}\times2\sqrt{2}\times(2\sqrt{2}-\sqrt{2})=2$

304. 정답 (1) $3x-4y=25$ (2) $x-2\sqrt{6}y=-25$
(3) $x=5$ (4) $y=-5$

305. 정답 (1) $y=-2x\pm5$ (2) $y=-3x\pm2\sqrt{10}$

306. 정답 (1) $x+3y=10$ (2) $y=5$

307. 정답 (1) $x-2y=10$ (2) $x=4$

308. 정답 $y=\dfrac{4}{3}x\pm\dfrac{25}{3}$

309. 정답 $y=\dfrac{3}{2}x\pm\dfrac{13}{2}$

310. 정답 36

점 $(3,\ 3)$에서의 접선의 방정식은 $x+y=6$

점 $(3,\ -3)$에서의 접선의 방정식은 $x-y=6$

두 직선 $x+y=6$, $x-y=6$은 점 $(6,\ 0)$에서 만나고

두 직선 $x+y=6$, $x-y=6$의 y절편은 각각 6, -6이므로

구하는 삼각형의 넓이는 $\dfrac{1}{2}\times12\times6=36$

311. 정답 8

접선의 방정식은 $-2x+2y=8$, 즉 $y=x+4$이므로 두 점 A, B의 좌표는 $\mathrm{A}(-4,\ 0)$, $\mathrm{B}(0,\ 4)$

따라서 삼각형 OAB의 넓이는 $\dfrac{1}{2}\times4\times4=8$

312. 정답 -2

313. 정답 27

314. 정답 $(-3,\ 1)$

315. 정답 $\sqrt{2}$

316. 정답 70

317. 정답 -2

두 접선 l_1, l_2의 방정식은

l_1: $x+2y=5$, l_2: $ax+by=9$

이때 l_1, l_2가 서로 수직이므로 $a+2b=0$, $\dfrac{a}{b}=-2$

318. 정답 $12\sqrt{2}$

제2사분면에서 원 $x^2+y^2=9$ 위의 점 P의 좌표를 $(x_1,\ y_1)$

$(x_1<0,\ y_1>0)$이라 하면 원 $x^2+y^2=9$ 위의 점 $\mathrm{P}(x_1,\ y_1)$에서의 접선의 방정식은 $x_1x+y_1y=9$ ▶ 20%

이 직선이 x축과 만나는 점 B의 좌표는 $\left(\dfrac{9}{x_1},\ 0\right)$이고

점 $\mathrm{P}(x_1,\ y_1)$에서 x축에 내린 수선의 발이 점 H이므로

점 H의 x좌표는 x_1이다. $2\overline{\mathrm{AH}}=\overline{\mathrm{BH}}$에서

$$2(3-x_1)=x_1-\frac{9}{x_1},\ \text{즉}\ (x_1+1)(x_1-3)=0$$

$x_1<0$이므로 $x_1=-1$에서 $\mathrm{B}(-9,\ 0)$ ▶ 40%

또 점 $\mathrm{P}(x_1,\ y_1)$은 원 $x^2+y^2=9$ 위의 점이므로

${x_1}^2+{y_1}^2=9$이고, $x_1=-1$을 ${x_1}^2+{y_1}^2=9$에 대입하면

${y_1}^2=8$에서 $y_1>0$이므로 $y_1=2\sqrt{2}$

즉 $\mathrm{P}(-1,\ 2\sqrt{2})$ ▶ 30%

따라서 삼각형 PBA의 넓이는

$$\frac{1}{2}\times\overline{\mathrm{BA}}\times\overline{\mathrm{PH}}=\frac{1}{2}\times\{3-(-9)\}\times2\sqrt{2}=12\sqrt{2}$$

▶ 40%

319. 정답 $-x+\sqrt{3}y=4$

$a^2-a-2=0$에서 $a<0$이므로 $a=-1$

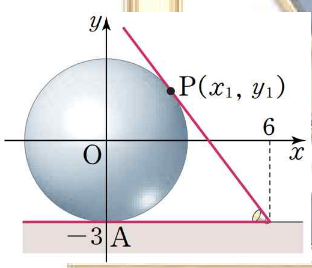
점 P는 원 위의 점이므로 $1+b^2=4$

$b^2=3$에서 $b>0$이므로 $b=\sqrt{3}$

따라서 구하는 접선 l의 방정식은 $-x+\sqrt{3}y=4$

320. 정답 $\frac{24}{5}$ m

오른쪽 그림과 같이 조형물의 단면인 원의 중심 O를 원점, 점 O를 지나고 지면과 평행한 직선을 x축으로 하는 좌표평면 위에 나타내면 원의 둘레를 나타내는 원의 방정식은 $x^2+y^2=9$이고, 조명의 좌표는 $(6,\ -3)$이다.



조형물이 조명을 받는 부분 중 높이가 최대인 점을 $\mathrm{P}(x_1,\ y_1)$이라고 하면 점 P에서의 접선의 방정식은

$x_1x+y_1y=9$

이 접선이 점 $(6,\ -3)$을 지나므로

$6x_1-3y_1=9$, 즉 $y_1=2x_1-3$ …… ①

한편, 접점 $\mathrm{P}(x_1,\ y_1)$은 원 $x^2+y^2=9$ 위의 점이므로

${x_1}^2+{y_1}^2=9$ …… ②

①을 ②에 대입하여 풀면 $x_1=0$ 또는 $x_1=\frac{12}{5}$

$x_1\neq0$이므로 $x_1=\frac{12}{5}$이고, 이때 $y_1=\frac{9}{5}$

따라서 구하는 최대 높이는 $\frac{9}{5}+3=\frac{24}{5}$ (m)

321. 정답 풀이 참조

[민호의 방법]

접선의 방정식을 $y=2x+k$라 하고 $x^2+y^2=25$에 대입하면

$$x^2+(2x+k)^2=25,\ 5x^2+4kx+k^2-25=0$$

이 이차방정식의 판별식을 D라 하면 $D=0$이므로

$$\frac{D}{4}=(2k)^2-5(k^2-25)=0\text{에서 }k^2=125,\ \text{즉}\ k=\pm5\sqrt{5}$$

따라서 구하는 접선의 방정식은 $y=2x\pm5\sqrt{5}$

[현주의 방법]

접선의 방정식을 $y=2x+k$, 즉 $2x-y+k=0$이라 하고 원의 중심 $(0,\ 0)$과 직선 $2x-y+k=0$ 사이의 거리를 d라 하면

$$d=\frac{|k|}{\sqrt{2^2+(-1)^2}},\ \text{즉}\ d=\frac{|k|}{\sqrt{5}}$$

또 원의 반지름의 길이를 r라 하면 $r=5$

이때 원과 직선이 접하려면 $d=r$이므로

$$\frac{|k|}{\sqrt{5}}=5,\ |k|=5\sqrt{5},\ \text{즉}\ k=\pm5\sqrt{5}$$

따라서 구하는 접선의 방정식은 $y=2x\pm5\sqrt{5}$

322. 정답 (1) $y=2x\pm\sqrt{10}$ (2) $y=-2x\pm4\sqrt{5}$

323. 정답 (1) $y=-x\pm4$ (2) $y=\frac{3}{4}x\pm5$

324. 정답 (1) $y=-x\pm2\sqrt{5}$ (2) $y=-2x\pm\sqrt{10}$

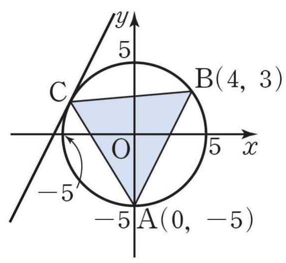
325. 정답 (1) $y=2x\pm3\sqrt{5}$ (2) $y=-3x\pm\sqrt{10}$

326. 정답 $7\sqrt{5}$

327. 정답 $y=-3x\pm10,\ 2\sqrt{10}$

328. 정답 ①

오른쪽 그림과 같이 점 C에서의 접선이 직선 AB와 평행할 때 삼각형 ABC의 넓이가 최대이다. 직선 AB의 기울기는



$$\frac{3-(-5)}{4-0}=2$$

이므로 기울기가 2인 접선의 방정식은

$$y=2x\pm5\sqrt{2^2+1},\ \text{즉}\ y=2x\pm5\sqrt{5}$$

점 C를 지나는 접선의 방정식은 $y=2x+5\sqrt{5}$이고

점 $\mathrm{A}(0,\ -5)$와 접선 $2x-y+5\sqrt{5}=0$ 사이의 거리는

$$\frac{|5+5\sqrt{5}|}{\sqrt{2^2+(-1)^2}}=5+\sqrt{5}$$

이때 $\overline{\mathrm{AB}}=\sqrt{(4-0)^2+\{3-(-5)\}^2}=4\sqrt{5}$이므로

삼각형 ABC의 넓이의 최댓값은

$$\frac{1}{2}\times4\sqrt{5}\times(5+\sqrt{5})=10+10\sqrt{5}$$

따라서 $a=b=10$이므로 $a+b=20$

329. 정답 (1) $\sqrt{5}$ (2) $10\sqrt{5}-10$

(1) 직선 AB의 방정식은 $x-2y+5=0$이므로 원의 중심 $\mathrm{O}(0,\ 0)$과 직선 AB 사이의 거리는 $\sqrt{5}$ ▸ 40 %

(2) 호 AB 위를 움직이는 점 P가 원의 중심을 지나고 직선 AB와 수직인 직선 위의 점일 때 삼각형 APB의 넓이가 최대이다. ▸ 20 %

따라서 $\overline{\mathrm{AB}}=4\sqrt{5}$, 원의 반지름의 길이는 5이므로 삼각형 APB의 넓이의 최댓값은

$$\frac{1}{2}\times 4\sqrt{5}\times(5-\sqrt{5})=10\sqrt{5}-10$$ ▸ 40 %

330. 정답 $\pm\frac{10}{3}$

[윤서의 방법]

접점의 좌표를 $(x_1,\ y_1)$이라고 하면 접선의 방정식은

$x_1x+y_1y=10$

이 직선이 점 $(0,\ 10)$을 지나므로

$x_1\times 0+y_1\times 10=10$, $y_1=1$

또, 점 $(x_1,\ y_1)$은 원 $x^2+y^2=10$ 위의 점이므로

${x_1}^2+{y_1}^2=10$

$y_1=1$을 위의 식에 대입하면 ${x_1}^2+1^2=10$, $x_1=\pm 3$

따라서 구하는 접선의 방정식은 $3x+y=10$ 또는 $3x-y=-10$이므로 접선의 x절편은 $\pm\frac{10}{3}$

[민준이의 방법]

접선의 기울기를 m이라고 하면 접선의 방정식은

$y=mx+10$, 즉 $mx-y+10=0$

원의 중심인 원점과 이 직선 사이의 거리가 원의 반지름의 길이인 $\sqrt{10}$과 같아야 하므로

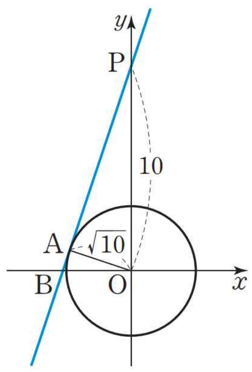
$$\frac{|10|}{\sqrt{m^2+(-1)^2}}=\sqrt{10},\ 10=\sqrt{10}\times\sqrt{m^2+1}$$

양변을 제곱하면 $100=10m^2+10$, $m=\pm 3$

따라서 구하는 접선의 방정식은 $y=3x+10$ 또는 $y=-3x+10$이므로 접선의 x절편은 $\pm\frac{10}{3}$

[민서의 방법]

오른쪽 그림과 같이 점 $\mathrm{P}(0,\ 10)$에 서 원 $x^2+y^2=10$에 접선을 그었을 때 접점을 A, 접선이 x축과 만나는 점을 B라고 하면



선분 OA의 길이는 원 $x^2+y^2=10$의 반지름의 길이와 같으므로 $\overline{\mathrm{OA}}=\sqrt{10}$

$\overline{\mathrm{OP}}=10$이므로

직각삼각형 OPA에서

$\overline{\mathrm{PA}}=\sqrt{10^2-(\sqrt{10})^2}=3\sqrt{10}$

$\triangle\mathrm{PAO}\backsim\triangle\mathrm{POB}$이므로

$\overline{\mathrm{PA}}:\overline{\mathrm{PO}}=\overline{\mathrm{OA}}:\overline{\mathrm{BO}}$

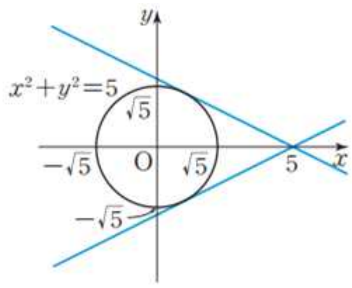
$3\sqrt{10}:10=\sqrt{10}:\overline{\mathrm{BO}}$에서 $\overline{\mathrm{BO}}=\frac{10}{3}$

따라서 구하는 접선의 x절편은 $\pm\frac{10}{3}$

331. 정답 $x+2y=5$ 또는 $x-2y=5$

[풀이 1]

접점을 $\mathrm{P}(x_1,\ y_1)$이라고 하면 접선의 방정식은



$x_1x+y_1y=5$

이 직선이 점 $(5,\ 0)$을 지나므로

$x_1\times 5+y_1\times 0=5$,

$x_1=1$

또, 점 $\mathrm{P}(x_1,\ y_1)$은 원 $x^2+y^2=5$ 위의 점이므로

${x_1}^2+{y_1}^2=5$

$x_1=1$을 위의 식에 대입하면 $1^2+{y_1}^2=5$, $y_1=\pm 2$

따라서 구하는 접선의 방정식은 $x+2y=5$ 또는 $x-2y=5$

[풀이 2]

접선의 기울기를 m이라고 하면 접선의 방정식은

$y=m(x-5)$, 즉 $mx-y-5m=0$

원의 중심인 원점과 이 직선 사이의 거리가 원의 반지름의 길이인 $\sqrt{5}$와 같아야 하므로

$$\frac{|-5m|}{\sqrt{m^2+(-1)^2}}=\sqrt{5},\ |-5m|=\sqrt{5}\times\sqrt{m^2+1}$$

양변을 제곱하여 정리하면 $25m^2=5m^2+5$, $m=\pm\frac{1}{2}$

따라서 구하는 접선의 방정식은 $x+2y=5$ 또는 $x-2y=5$

332. 정답 (1) $x+2y=5$ 또는 $x-2y=5$
(2) $y=1$ 또는 $x=1$

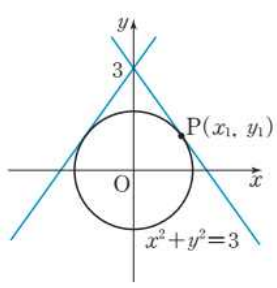
333. 정답 (1) $y=2$ 또는 $12x-5y=26$

334. 정답 $4x-3y=25$ 또는 $-3x-4y=25$

335. 정답 $x+2y=5$ 또는 $2x-y=5$

336. 정답 $\sqrt{2}x+y=3$ 또는 $-\sqrt{2}x+y=3$

접점을 $\mathrm{P}(x_1,\ y_1)$이라고 하면 점 P에서 그은 접선의 방정식은



$x_1x+y_1y=3$

이 접선이 점 $(0,\ 3)$을 지나므로

$3y_1=3$, 즉 $y_1=1$ ······①

한편 접점 $\mathrm{P}(x_1,\ y_1)$은 원 $x^2+y^2=3$ 위의

점이므로

$x_1{}^2+y_1{}^2=3$ ⋯⋯②

①을 ②에 대입하면 $x_1{}^2=2$, 즉 $x_1=\pm\sqrt{2}$

따라서 구하는 접선의 방정식은 $\sqrt{2}x+y=3$ 또는 $-\sqrt{2}x+y=3$

[다른 풀이]

접선의 기울기를 m이라고 하면 접선의 방정식은 $y=mx+3$

이 식을 $x^2+y^2=3$에 대입하여 정리하면 $(m^2+1)x^2+6mx+6=0$

이 이차방정식의 판별식 D에서 $D=0$이어야 하므로

$\frac{D}{4}=3m^2-6=0$, $m=\pm\sqrt{2}$

따라서 구하는 접선의 방정식은 $\sqrt{2}x+y=3$ 또는 $-\sqrt{2}x+y=3$

337. 정답 ③

338. 정답 풀이 참조

접점을 $Q(x_1, y_1)$이라 하면 접선의 방정식은

$x_1x+y_1y=2$

이 직선이 점 $P(-2, 4)$를 지나므로

$-2x_1+4y_1=2$

즉, $y_1=\frac{1}{2}x_1+\frac{1}{2}$ ⋯⋯ ①

또, 점 Q가 원 위의 점이므로

$x_1^2+y_1^2=2$ ⋯⋯ ②

①을 ②에 대입하면

$x_1^2+\left(\frac{1}{2}x_1+\frac{1}{2}\right)^2=2$, $5x_1^2+2x_1-7=0$,

$(5x_1+7)(x_1-1)=0$

즉, $x_1=-\frac{7}{5}$ 또는 $x_1=1$

$x_1=-\frac{7}{5}$일 때 $y_1=-\frac{1}{5}$,

$x_1=1$일 때 $y_1=1$

이므로 접선의 방정식은

$7x+y=-10$, $x+y=2$

두 접선이 y축과 만나는 두 점은

$A(0, -10)$, $B(0, 2)$ 또는 $A(0, 2)$, $B(0, -10)$

따라서 삼각형 PAB의 넓이는 $\frac{1}{2}\times12\times2=12$

339. 정답 $-\frac{3}{4}\le m\le\frac{3}{4}$

340. 정답 -4

접선의 기울기를 m이라고 하면 접선의 방정식은

$y=mx-3$

이 식을 $(x-1)^2+(y-1)^2=4$에 대입하여 정리하면

$(m^2+1)x^2-2(4m+1)x+13=0$

이 이차방정식의 판별식 D에서 $D=0$이어야 하므로

$\frac{D}{4}=3m^2+8m-12=0$

따라서 기울기 m에 대한 이차방정식이므로 두 접선의 기울기의 곱은 근과 계수의 관계에 따라 -4이다.

341. 정답 2

두 접점을 $P(x_1, y_1)$, $Q(x_2, y_2)$라고 하면 두 점 P, Q에서 원 $x^2+y^2=10$에 그은 접선의 방정식은 각각

$x_1x+y_1y=10$, $x_2x+y_2y=10$

두 접선이 모두 점 $(3, -4)$를 지나므로

$3x_1-4y_1=10$, $3x_2-4y_2=10$

위의 두 식의 양변을 각각 빼면

$3(x_1-x_2)-4(y_1-y_2)=0$, 즉 $\frac{y_1-y_2}{x_1-x_2}=\frac{3}{4}$

따라서 두 점 P, Q를 지나는 직선의 방정식은

$y-y_1=\frac{3}{4}(x-x_1)$, $3x-4y-(3x_1-4y_1)=0$

즉, $3x-4y-10=0$이므로 원의 중심 $O(0, 0)$과 직선 PQ 사이의 거리는 $\frac{|-10|}{5}=2$

342. 정답 3

343. 정답 $\sqrt{5}x+2y=6$ 또는 $\sqrt{5}x-2y=-6$

접점의 좌표를 (x_1, y_1)이라고 하면 접선의 방정식은

$x_1x+y_1y=4$

이 직선이 인공위성이 위치한 점 $(0, 3)$을 지나므로 $y_1=\frac{4}{3}$

또, 접점 (x_1, y_1)은 원 $x^2+y^2=4$ 위의 점이므로

$x_1{}^2+y_1{}^2=4$

$y_1=\frac{4}{3}$를 위의 식에 대입하면 $x_1=\pm\frac{2\sqrt{5}}{3}$

따라서 인공위성에서 지구 모양의 그림에 그은 접선의 방정식은

$\sqrt{5}x+2y=6$ 또는 $\sqrt{5}x-2y=-6$

344. 정답 $\left(\frac{3}{5}, \frac{6\sqrt{6}}{5}\right)$, $\left(\frac{3}{5}, -\frac{6\sqrt{6}}{5}\right)$

접점을 $P(x_1, y_1)$이라고 하면 점 P에서의 접선의 방정식은

$x_1x+y_1y=9$이고, 이 접선이 점 $(15, 0)$을 지나므로

$15x_1=9$, $x_1=\frac{3}{5}$

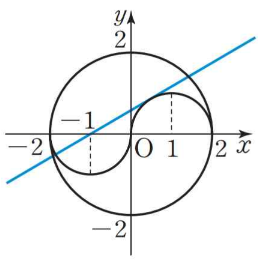
또한, 접점 $P(x_1, y_1)$은 원 $x^2+y^2=9$ 위의 점이므로

$x_1^2+y_1^2=9$

$x_1=\frac{3}{5}$이므로 $\frac{9}{25}+y_1^2=9$, $y_1^2=\frac{216}{25}$, $y_1=\pm\frac{6\sqrt{6}}{5}$

따라서 구하는 접점의 좌표는 $\left(\frac{3}{5}, \frac{6\sqrt{6}}{5}\right)$, $\left(\frac{3}{5}, -\frac{6\sqrt{6}}{5}\right)$

345. 정답 $0<a<\frac{\sqrt{3}}{3}$



직선 $y=a(x+1)$은 a의 값에 관계없이 항상 점 $(-1,\ 0)$을 지난다. 오른쪽 그림과 같이 직선 $y=a(x+1)$, 즉 $ax-y+a=0$이 중심이 $(1,\ 0)$이고 반지름의 길이가 1인 반원과 접할 때, $\frac{|2a|}{\sqrt{a^2+(-1)^2}}=1$,

$|2a|=\sqrt{a^2+1}$

양변을 제곱하여 정리하면 $3a^2=1$, $a=\pm\frac{\sqrt{3}}{3}$

이때 직선 $y=a(x+1)$의 기울기가 양수이므로 $a=\frac{\sqrt{3}}{3}$

따라서 주어진 도형과 직선이 서로 다른 5개의 점에서 만나도록 하는 a의 값의 범위는 $0<a<\frac{\sqrt{3}}{3}$

346. 정답 2

347. 정답 (1) $mx-y-4m+1=0$ (2) $12m^2-8m-3=0$

(3) $-\frac{1}{4}$

(1)기울기가 m이고 점 $(4,\ 1)$을 지나는 직선의 방정식은

$y-1=m(x-4)$, 즉 $mx-y-4m+1=0$ …… ㉠

(2) 원의 중심인 점 $(0,\ 0)$고 직선 ㉠ 사이의 거리가 원의 반지름의 길이 2와 같아야 하므로

$\frac{|-4m+1|}{\sqrt{m^2+(-1)^2}}=2$에서 $|-4m+1|=2\sqrt{m^2+1}$

양변을 제곱하면 $(-4m+1)^2=4(m^2+1)$

즉, $12m^2-8m-3=0$ …… ㉡

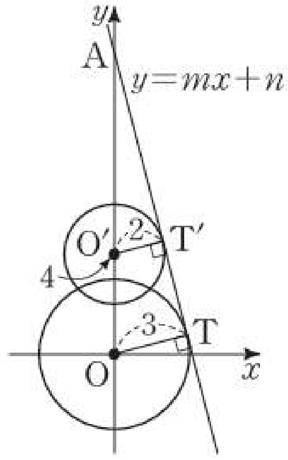
(3) 이차방정식의 판별식에 의하여 ㉡은 서로 다른 두 실근을 갖고 m_1, m_2는 이 이차방정식의 두 근이므로 근과 계수의 관계에 의하여

$m_1m_2=-\frac{1}{4}$이다.

348. 정답 15

349. 정답 $y=\sqrt{15}x+12$, $y=-\sqrt{15}x+12$

오른쪽 그림에서 삼각형 $\mathrm{AO'T'}$과 삼각형 AOT는 닮음이고, 닮음비는 $2:3$이므로 $\overline{\mathrm{OA}}=3\overline{\mathrm{OO'}}=3\times4=12$



즉, $n=12$ …… ❶

원점과 직선 $mx-y+12=0$ 사이의 거리는 3이므로 $\frac{12}{\sqrt{m^2+(-1)^2}}=3$에서

$\sqrt{m^2+1}=4$, $m=\pm\sqrt{15}$ …… ❷

따라서 구하는 접선의 방정식은

$y=\sqrt{15}x+12$, $y=-\sqrt{15}x+12$ …… ❸

단계	채점 기준	비율
❶	실수 n의 값 구하기	40%
❷	실수 m의 값 구하기	40%
❸	접선의 방정식 구하기	20%

350. 정답 $a=-1$, $b=2\sqrt{2}$

351. 정답 15

352. 정답 (1) $(1,\ 1)$ (2) $(4,\ -7)$

353. 정답 (1) $(0,\ 4)$ (2) $(13,\ -6)$

354. 정답 (1) $(-1,\ 2)$ (2) $(4,\ 3)$

355. 정답 (1) $(2,\ -1)$ (2) $(1,\ -3)$

356. 정답 $a=-3$, $b=-2$

357. 정답 $a=3$, $b=2$

358. 정답 $a=2$, $b=-2$

359. 정답 $a=-7$, $b=3$

360. 정답 $(8,\ -1)$

361. 정답 ③

362. 정답 -5

363. 정답 $(4,\ 4)$

364. 정답 (1) $y=2x-3$ (2) $3x-4y-6=0$ (3) $(x-1)^2+(y+2)^2=4$ (4) $(x-1)^2+(y+1)^2=10$

365. 정답 (1) $y=-2(x+1)^2-3$ (2) $x^2+(y+3)^2=9$

366. 정답 (1) $3x+4y+8=0$ (2) $(x+1)^2+(y+1)^2=4$

367. 정답 (1) $2x+3y-7=0$ (2) $(x-6)^2+(y+1)^2=9$

368. 정답 (1) $3x-2y+9=0$ (2) $(x+6)^2+(y-2)^2=8$

369. 정답 (1) $y=ax-a+b-2$ (2) -3 (3) -4

(1) 직선 $y=ax+b$를 x축의 방향으로 1만큼, y축의 방향으로 -2만큼 평행이동한 직선의 방정식은 $y+2=a(x-1)+b$, 즉

$y=ax-a+b-2$ …… ㉠

(2) 직선 ㉠이 직선 $x-3y+1=0$과 수직으로 만나므로

$a\times\frac{1}{3}=-1$에서 $a=-3$

(3) 직선 $x-3y+1=0$은 x축 위의 점 $(-1,\ 0)$을 지나므로 직선 $y=ax-a+b-2$도 점 $(-1,\ 0)$을 지난다. 즉,

$0=-a-a+b-2$에서 $-2a+b-2=0$

이때 $a=-3$이므로 $6+b-2=0$에서 $b=-4$

370. 정답 $2x+y=-2$

$2x+y=3$에

x 대신 $x+3$, y 대신 $y-1$

을 대입하면 $2(x+3)+(y-1)=3$

따라서 구하는 도형의 방정식은

$2x+y=-2$이다.

371. 정답 $a=6$

평행이동한 직선의 방정식은

$y+3=3(x-a)+5,\ y=3x-3a+2$

이 직선이 점 $(7,\ 5)$를 지나므로 $5=23-3a,\ a=6$

372. 정답 7

373. 정답 -5

374. 정답 -5

375. 정답 $\frac{3\sqrt{5}}{5}$

포물선 $y=x^2-4x$를 x축의 방향으로 a만큼, y축의 방향으로 b만큼 평행이동하면

$y-b=(x-a)^2-4(x-a)$

이므로 $y=x^2-(2a+4)x+a^2+4a+b$

이 포물선이 포물선 $y=x^2-12x+27$과 일치하므로

$2a+4=12,\ a^2+4a+b=27$

즉, $a=4,\ b=-5$

직선 l: $2x+y-1=0$을 x축의 방향으로 4만큼, y축의 방향으로 -5만큼 평행이동하면

$2(x-4)+(y+5)-1=0$

이므로 l': $2x+y-4=0$

두 직선 l과 l' 사이의 거리는 직선 l 위의 점 $(0,\ 1)$과 직선 l' 사이의 거리와 같으므로

$$\frac{|2\times0+1\times1-4|}{\sqrt{2^2+1^2}}=\frac{3}{\sqrt{5}}=\frac{3\sqrt{5}}{5}$$

376. 정답 $y=x^2+8x+11$

377. 정답 $1,\ -4$

378. 정답 $a=2$, 반지름의 길이: 1

직선 $x+y-1=0$을 x축의 방향으로 a만큼, y축의 방향으로 $2a$만큼 평행이동한 직선 l은 $(x-a)+(y-2a)-1=0$이다. 원 C의 방정식은 $(x-2a)^2+\left(y-\frac{3}{2}a\right)^2=\frac{25}{4}a^2-24$이므로 원 C의 중심의 좌표는 $\left(2a,\ \frac{3}{2}a\right)$이고 반지름의 길이는 $\sqrt{\frac{25}{4}a^2-24}$이다.

이때 직선 l이 원 C의 둘레의 길이를 이등분하므로 직선 l은 원 C의 중심을 지난다.

따라서 $(2a-a)+\left(\frac{3}{2}a-2a\right)-1=0$에서 $a=2$이고, 원 C의 반지름의 길이는 $\sqrt{\frac{25}{4}\times2^2-24}=1$이다.

379. 정답 $a=6,\ b=-15$

380. 정답 $(x-2)^2+(y-3)^2=1$

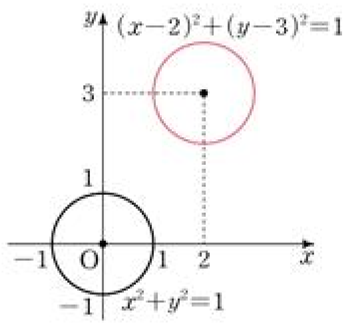
$x^2+y^2=1$에서 x에 $x-2$를, y에 $y-3$을 대입하면

$(x-2)^2+(y-3)^2=1$

[다른 풀이]

원의 중심이 점 $(0,\ 0)$에서 점 $(2,\ 3)$으로 이동하였고, 반지름의 길이는 1이므로 구하는 도형의 방정식은

$(x-2)^2+(y-3)^2=1$



381. 정답 $(x-3)^2+(y-1)^2=1$

[풀이1]

$x^2+y^2=1$에 x대신 $x-3$, y 대신 $y-1$을 대입하면 구하는 원의 방정식은

$(x-3)^2+(y-1)^2=1$

[풀이2]

원의 중심 $(0,\ 0)$이 점 $(3,\ 1)$로 이동하고, 원을 평행이동해도 반지름의 길이는 1로 변함이 없으므로 구하는 원의 방정식은

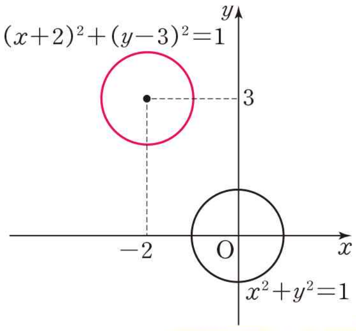
$(x-3)^2+(y-1)^2=1$

382. 정답 $(x+2)^2+(y-3)^2=1$

[방법1] 도형을 평행이동하기

$x^2+y^2=1$에 x 대신 $x-(-2)$, y 대신 $y-3$을 대입하면

$$(x+2)^2+(y-3)^2=1$$



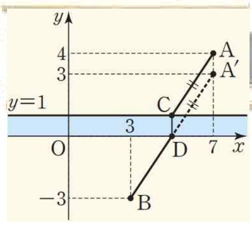
[방법2] 원의 중심을 평행이동하기

원 $x^2+y^2=1$의 중심 $(0,\ 0)$을 x축의 방향으로 -2만큼, y축의 방향으로 3만큼 평행이동한 점의 좌표는 $(-2,\ 3)$이고, 반지름의 길이는 변하지 않으므로 구하는 원의 방정식은 $(x+2)^2+(y-3)^2=1$

383. 정답 풀이참조

점 $\mathrm{A}(7,\ 4)$를 y축의 방향으로 -1만큼 평행이동한 점을 $\mathrm{A}'(7,\ 3)$이라고 하자.

이때 마을 A에서 마을 B까지의 이동 거리의 최솟값은 $\overline{\mathrm{A'B}}+1$과 같다.



직선 A′B는 기울기가 $\frac{3}{2}$이고 점 $\mathrm{A}'(7,\ 3)$을 지나므로 직선 A′B의 방정식은

$y=\frac{3}{2}(x-7)+3$, 즉 $y=\frac{3}{2}x-\frac{15}{2}$

따라서 직선 $y=\frac{3}{2}x-\frac{15}{2}$의 x절편은 5이므로 점 D의 좌표는 $(5,\ 0)$이고, 점 C의 좌표는 $(5,\ 1)$이다.

384. 정답 $x^2+(y+1)^2=4$

$(x+2)^2+(y-1)^2=4$에

x 대신 $x-2$, y 대신 $y+2$를 대입하면

$(x-2+2)^2+(y+2-1)^2=4$

따라서 구하는 도형의 방정식은

$x^2+(y+1)^2=4$이다.

385. 정답 $a=3,\ b=-2$

386. 정답 $a=2,\ b=-1$

387. 정답 $a=2,\ b=-1$

388. 정답 $a=3,\ b=-2,\ r=4$

389. 정답 $a=-4,\ b=5,\ c=9$

390. 정답 $-8,\ -4$

391. 정답 -2

392. 정답 $7,\ -13$

❶ $2x+y+k=0$에 x 대신 $x+2$, y 대신 $y-1$을 대입하면

$2(x+2)+(y-1)+k=0$, 즉

$2x+y+k+3=0$

❷ 원의 중심인 원점과 직선 $2x+y+k+3=0$ 사이의 거리가 $2\sqrt{5}$이므로

$\frac{|k+3|}{\sqrt{2^2+1^2}}=2\sqrt{5}$, $|k+3|=10$

따라서 $k=7$ 또는 $k=-13$

393. 정답 $k=-6$ 또는 $k=4$

평행이동한 원의 방정식은 $(x-1)^2+y^2=5$ ▶ 30 %

이 원과 직선 $x+2y+k=0$이 한 점에서 만나려면

$\frac{|1+k|}{\sqrt{5}}=\sqrt{5}$, 즉 $|k+1|=5$이어야 한다. ▶ 50 %

따라서 $k=-6$ 또는 $k=4$ ▶ 20 %

394. 정답 7

원 $x^2+y^2=5$에 x 대신 $x-1$, y 대신 $y-a$를 대입하면

$$(x-1)^2+(y-a)^2=5$$

이 원이 직선 $y=2x$와 접하려면 이 원과 직선 $2x-y=0$ 사이의 거리는 원의 반지름의 길이와 같아야 하므로

$\frac{|2\times1+(-1)\times a|}{\sqrt{2^2+(-1)^2}}=\sqrt{5}$, $2-a=\pm5$, $a=-3$ 또는 $a=7$

따라서 양수 a의 값은 7이다.

395. 정답 $-7<a<-3$

396. 정답 4

397. 정답 $y=2x+1$

원 C_2의 방정식은 $(x-3)^2+(y-7)^2=1$

직선 l이 두 원 C_1, C_2의 넓이를 동시에 이등분하려면 두 원의 중심 $C_1(0,\ 1)$, $C_2(3,\ 7)$을 모두 지나면 되므로 직선 l의 방정식은
$y=2x+1$

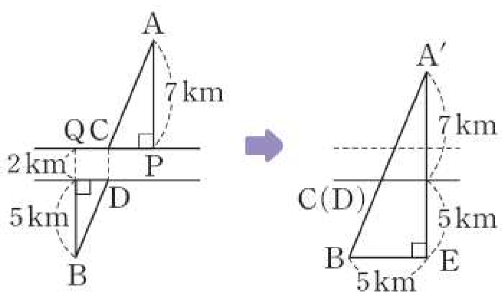
398. 정답 $a=3$, $b=6$
평행이동한 도형은 중심이 점 $(a-6,\ b-3)$, 반지름의 길이가 a인 원이고, x축과 y축에 동시에 접하므로
$|a-6|=a$, $|b-3|=a$
$a-6\neq a$이므로 $a-6=-a$, $a=3$
$|b-3|=3$에서 $b>0$이므로 $b=6$

399. 정답 풀이 참조
(1) 점 $A(-5, 1)$을 x축의 방향으로 6만큼, y축의 방향으로 1만큼 평행이동한 점 A'의 좌표는 $(1,\ 2)$
(2) $x+2y=5$
(3) 접선 m을 x축의 방향으로 -6만큼, y축의 방향으로 -1만큼 평행이동한 접선 l의 방정식은 $x+2y=-3$

400. 정답 ⑤

401. 정답 $(1+3\sqrt{2})\,\mathrm{km}$

402. 정답 $15\,\mathrm{km}$
다음 그림과 같이 다리의 위치를 $\overline{CD}$라 하고, 점 C가 점 D와 겹쳐지도록 $\overline{AC}$를 아래로 $2\,\mathrm{km}$만큼 평행이동하면 $\overline{A'B}$의 길이는 $\overline{AC}+\overline{DB}$의 값의 최솟값이다.



$\overline{AC}+\overline{CD}+\overline{DB}\geq\overline{A'B}+\overline{CD}=\sqrt{5^2+12^2}+2=15(\mathrm{km})$
따라서 구하는 이동 거리의 최솟값은 $15\,\mathrm{km}$이다.

403. 정답 $a=\dfrac{7}{4}$, $b=-\dfrac{7}{4}$, $q=p-\dfrac{7}{4}$
[방법1]
$y=x^2$에 x 대신 $x-a$를 대입하면 $y=(x-a)^2$
이 도형이 직선 $y=x-2$에 접하므로
$y=x-2$를 $y=(x-a)^2$에 대입하면
$x-2=(x-a)^2$, $x^2-(2a+1)x+a^2+2=0$
이 이차방정식의 판별식을 D라 하면
$D=\{-(2a+1)\}^2-4(a^2+2)=4a-7=0$에서 $a=\dfrac{7}{4}$
[방법2]
$y=x^2$에 y 대신 $y-b$를 대입하면 $y-b=x^2$
이 도형이 직선 $y=x-2$에 접하므로
$y=x-2$를 $y-b=x^2$에 대입하면
$x-2-b=x^2$, $x^2-x+b+2=0$
이 이차방정식의 판별식을 D라 하면
$D=(-1)^2-4(b+2)=-4b-7=0$에서 $b=-\dfrac{7}{4}$
[방법3]
$y=x^2$에 x 대신 $x-p$, y 대신 $y-q$를 대입하면
$y-q=(x-p)^2$
이 도형이 직선 $y=x-2$에 접하므로
$y=x-2$를 $y-q=(x-p)^2$에 대입하면
$x-2-q=(x-p)^2$, $x^2-(2p+1)x+p^2+q+2=0$
이 이차방정식의 판별식을 D라 하면
$D=\{-(2p+1)\}^2-4(p^2+q+2)=0$에서 $q=p-\dfrac{7}{4}$

404. 정답 ㄱ, ㄴ, ㅁ, ㅂ
직선을 평행이동하면 y절편, 원점과 직선 사이의 거리는 각각 변하므로 항상 변하지 않는 것은 ㄱ, ㄴ, ㅁ, ㅂ이다.

405. 정답 (1) $(-4,\ -3)$ (2) $(4,\ 3)$ (3) $(4,\ -3)$ (4) $(3,\ -4)$

406. 정답 (1) x축 : $(-2,\ 4)$, y축 : $(2,\ -4)$, 원점 : $(2,\ 4)$
(2) x축 : $(5,\ 3)$, y축 : $(-5,\ -3)$, 원점 : $(-5,\ 3)$

407. 정답 -3

408. 정답 12

409. 정답 $a=2$, $b=-1$

410. 정답 ②

411. 정답 30

412. 정답 3
점 $A(2, 1)$을 원점에 대하여 대칭이동한 점 B의 좌표는 $(-2,\ -1)$, 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한 점 C의 좌표는 $(1, 2)$
선분 AB의 길이는
$\sqrt{(-2-2)^2+(-1-1)^2}=2\sqrt{5}$

이때 직선 AB의 방정식은

$y-1=\dfrac{-1-1}{-2-2}(x-2)$, $x-2y=0$이므로 점 $\mathrm{C}(1,\ 2)$와 직선 AB

사이의 거리는 $\dfrac{|1\times1-2\times2|}{\sqrt{1^2+(-2)^2}}=\dfrac{3}{\sqrt{5}}=\dfrac{3\sqrt{5}}{5}$

따라서 삼각형 ABC의 넓이는

$\dfrac{1}{2}\times2\sqrt{5}\times\dfrac{3\sqrt{5}}{5}=3$

413. 정답 7

414. 정답 $a=6,\ b=3$

두 점 B, C의 좌표는

$\mathrm{B}(-a,\ -b),\ \mathrm{C}(b,\ -a)$

삼각형 ABC의 무게중심의 좌표는 $\left(\dfrac{b}{3},\ -\dfrac{a}{3}\right)$이므로

$\dfrac{b}{3}=1,\ -\dfrac{a}{3}=-2$

따라서 $a=6,\ b=3$

415. 정답 (1) $3x-2y+1=0$ (2) $3x-2y-1=0$
(3) $3x+2y-1=0$ (4) $2x+3y+1=0$

416. 정답 (1) $(x+10)^2+(y+7)^2=12$
(2) $(x-10)^2+(y-7)^2=12$
(3) $(x-10)^2+(y+7)^2=12$
(4) $(x-7)^2+(y+10)^2=12$

417. 정답 원점 : $2x+y+4=0$, 직선 $y=x$: $x+2y-4=0$

① 원점에 대하여 대칭이동한 직선의 방정식은

x 대신 $-x$, y 대신 $-y$를 대입하면

$2\times(-x)+(-y)-4=0$

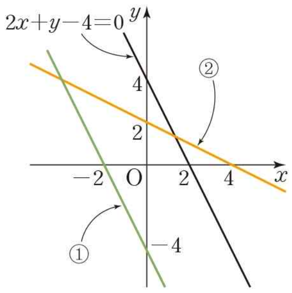
즉 $2x+y+4=0$

② 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한 직선의 방정식은

x 대신 y, y 대신 x를 대입하면

$2y+x-4=0$

즉 $x+2y-4=0$



418. 정답 -1

419. 정답 10

직선 $3x+4y+a=0$을 x축에 대하여 대칭이동한 직선의 방정식은

$3x+4(-y)+a=0$, 즉 $3x-4y+a=0$

이 직선이 원 $(x-4)^2+(y-3)^2=4$에 접하므로 원의 중심 $(4,\ 3)$과

직선 $3x-4y+a=0$ 사이의 거리가 2이다.

$\dfrac{|3\times4-4\times3+a|}{\sqrt{3^2+(-4)^2}}=2$, $|a|=10$

이때 a는 양수이므로 $a=10$이다.

420. 정답 2

421. 정답 -14

422. 정답 -1

423. 정답 12

424. 정답 1

425. 정답 -8

직선 $(a+1)x+2y-8=0$을 x축에 대하여 대칭이동하면

$(a+1)x-2y-8=0$

이 직선을 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동하면

$-2x+(a+1)y-8=0$ …… ❶

직선 $-2x+(a+1)y-8=0$이 점 $(3,\ -2)$를 지나므로

$-6+(a+1)\times(-2)-8=0$, $2a=-16$, $a=-8$ …… ❷

단계	채점 기준	비율
❶	대칭이동한 직선의 방정식 구하기	60%
❷	상수 a의 값 구하기	40%

426. 정답 -4

427. 정답 $y=\dfrac{1}{2}x+4$

428. 정답 $4x+3y-12=0$

직선 $4x-3y-12=0$을 x축에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식은

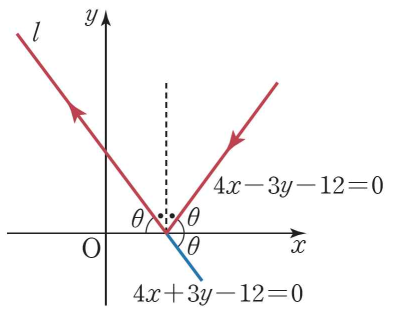
$4x+3y-12=0$ …… ㉠ ▶ 20%

레이저 광선의 입사각과 반사각의 크기가 같으므로

직선 $4x-3y-12=0$이 x축과 이루는 각의 크기를 θ라 하면 ㉠이

x축과 이루는 각의 크기도 θ, 직선 l의 방정식이 x축과 이루는 각의

크기도 θ이므로 두 직선은 일치한다.



▶ 60%

따라서 직선 l의 방정식 $4x+3y-12=0$ ▶ 20%

429. 정답 (1) x축: $5x-12y-4=0$, y축: $5x-12y+4=0$,
원점: $5x+12y+4=0$, 직선 $y=x$: $12x+5y-4=0$
(2) x축: $(x+1)^2+(y+2)^2=4$, y축: $(x-1)^2+(y-2)^2=4$,
원점: $(x-1)^2+(y+2)^2=4$, 직선 $y=x$: $(x-2)^2+(y+1)^2=4$

430. 정답 (1) $x+2y+3=0$ (2) $x^2+y^2+9x-6y=0$

431. 정답 $(x+1)^2+(y-2)^2=2$
$(x-2)^2+(y+1)^2=2$에 x 대신 y, y 대신 x를 대입하면
$(y-2)^2+(x+1)^2=2$이므로
$(x+1)^2+(y-2)^2=2$

432. 정답 $2\sqrt{5}$

433. 정답 $a=6$, $b=-2$, $r=3$

434. 정답 $(x-3)^2+(y-2)^2=4$

435. 정답 $a=4$, $b=-6$, $c=7$

436. 정답 2
원 $(x-a)^2+(y+a)^2=9$를 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한 원의 방정식은 $(x+a)^2+(y-a)^2=9$
이 식에 $y=0$을 대입하여 정리하면 $x^2+2ax+2a^2-9=0$
두 점 A, B의 x좌표를 각각 x_1, x_2라고 하면
$x_1+x_2=-2a$, $x_1x_2=2a^2-9$
이때 $\overline{AB}=2\sqrt{5}$이므로 $(x_1-x_2)^2=(2\sqrt{5})^2$
$(x_1+x_2)^2-4x_1x_2=20$에서 $(-2a)^2-4(2a^2-9)=20$
$-4a^2=-16$, $a^2=4$, 즉 $a=\pm 2$
따라서 구하는 양수 a의 값은 2이다.

437. 정답 $\dfrac{40}{3}$
원 $x^2+y^2+8x-10y+28=0$을 x축에 대하여 대칭이동하면
$x^2+(-y)^2+8x-10(-y)+28=0$
이므로 $x^2+y^2+8x+10y+28=0$
$y=mx$를 위의 식에 대입하여 정리하면
$(m^2+1)x^2+(10m+8)x+28=0$
이 이차방정식의 판별식을 D라 하면 $D=0$이어야 하므로
$D=(10m+8)^2-4\times(m^2+1)\times 28$
$=-12m^2+160m-48=0$
즉, $3m^2-40m+12=0$이므로 근과 계수의 관계로부터 모든 m의 값의 합은 $\dfrac{40}{3}$

438. 정답 (1) C_2 : $(x+3)^2+(y-4)^2=4$ (2) 풀이 참조 (3) 6
(1) 주어진 원의 방정식을 변형하면
$x^2-6x+9+y^2+8y+16=4$
$(x-3)^2+(y+4)^2=4$
이를 원점에 대하여 대칭이동한 원은
C_2 : $(x+3)^2+(y-4)^2=4$
(2) 선분 PQ의 길이가 최소가 되는 경우는 두 원 C_1, C_2의 중심을 잇는 선분과 두 원이 만나는 점이 각각 P, Q일 때이다.
(3) 두 원 C_1, C_2의 중심 $(3, -4)$, $(-3, 4)$ 사이의 거리는
$\sqrt{(-3-3)^2+(4+4)^2}=10$
따라서 선분 PQ의 길이의 최솟값은 $10-2-2=6$

439. 정답 $k=-9$ 또는 $k=11$
직선 l의 방정식은 $3x-4y-k=0$
원 C의 방정식은 $(x-3)^2+(y-2)^2=4$
원 C와 직선 l이 한 점에서 만나려면 $\dfrac{|1-k|}{5}=2$, 즉
$|k-1|=10$이어야 한다.
따라서 $k=-9$ 또는 $k=11$

440. 정답 $(-1, -\sqrt{3})$
원 $x^2+y^2=4$는 세 점 A, B, C를 꼭짓점으로 하는 직각삼각형 ABC의 외접원이므로 선분 BC는 지름이고, $\overline{OB}=\overline{OC}$이다. 즉, 점 C는 점 B를 원점에 대하여 대칭이동한 점이므로 점 C의 좌표는 $(-1, -\sqrt{3})$

441. 정답 $(1, 1)$

442. 정답 $a=-2$
두 점 B, C의 좌표는 B$(3, -2)$, C$(5, a-2)$
이때 세 점 A, B, C가 한 직선 위에 있으므로 두 직선 AB, BC의 기울기가 같다.

따라서 $\frac{-2-3}{3+2}=\frac{(a-2)+2}{5-3}$이므로 $a=-2$

443. 정답 $(5,\ 5)$

점 P의 x좌표의 2배와 y좌표의 크기를 비교하여 주어진 규칙에 따라 대칭이동 또는 평행이동을 한다.

$(1,\ 1) \to (0,\ 3) \to (3,\ 0) \to (2,\ 2) \to (1,\ 4) \to (4,\ 1)$
$\to (3,\ 3) \to (2,\ 5) \to (5,\ 2) \to (4,\ 4) \to (3,\ 6) \to (6,\ 3)$
$\to (5,\ 5)$

따라서 구하는 점의 좌표는 $(5,\ 5)$이다.

444. 정답 $2x+y-1=0$

445. 정답 $y=-1$

점 $(-2,\ -1)$을 지나는 직선의 기울기를 m이라고 하면 직선의 방정식은

$y+1=m(x+2)$, 즉 $mx-y+2m-1=0$

이 직선을 y축의 방향으로 3만큼 평행이동한 직선의 방정식은

$mx-(y-3)+2m-1=0$, 즉 $mx-y+2m+2=0$

이 직선을 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한 직선의 방정식은

$x-my-2m-2=0$

이 직선이 점 $(2,\ -4)$를 지나므로 $m=0$

따라서 구하는 직선의 방정식은 $y=-1$

446. 정답 $\frac{2}{3}$

직선 $3x+y-1=0$을 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한 직선의 방정식

$3y+x-1=0$, 즉 $x+3y-1=0$

이 직선을 x축의 방향으로 1만큼 평행이동한 직선의 방정식은

$(x-1)+3y-1=0$, 즉 $x+3y-2=0$ …… ㉠

직선 ㉠이 원 $x^2+(y-a)^2=2$의 넓이를 이등분하려면 ㉠이 원의 중심 $(0,\ a)$를 지나야 한다.

따라서 $0+3a-2=0$이므로 $a=\frac{2}{3}$

447. 정답 ②

직선 $y=-\frac{1}{3}x-2$를 x축의 방향으로 a만큼 평행이동한 직선의 방정식은 $y=-\frac{1}{3}(x-a)-2$

이 직선을 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한 직선 l의 방정식은

$x=-\frac{1}{3}(y-a)-2$, 즉 $3x+y-a+6=0$

직선 l이 원 $(x-1)^2+(y+3)^2=10$과 접하려면 원의 중심 $(1,\ -3)$과 직선 l 사이의 거리는 원의 반지름의 길이인 $\sqrt{10}$과 같아야 한다.

즉 $\frac{|3\times1+1\times(-3)-a+6|}{\sqrt{3^2+1^2}}=\sqrt{10}$

$|-a+6|=10$

이때 $-a+6=10$ 또는 $-a+6=-10$이므로

$a=-4$ 또는 $a=16$

따라서 구하는 모든 상수 a의 값의 합은

$-4+16=12$

448. 정답 $-\frac{5}{4}$

직선 $l: y=ax-2$를 x축의 방향으로 2만큼, y축의 방향으로 -3만큼 평행이동하면 $y+3=a(x-2)-2$, 즉 $y=ax-2a-5$

이 직선을 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동하면

$l': x=ay-2a-5$ …… ❶

두 직선 $l,\ l'$의 교점이 y축 위에 있으므로 교점의 좌표는 $(0,\ -2)$이다. 점 $(0,\ -2)$는 직선 l' 위의 점이므로

$0=-2a-2a-5,\ a=-\frac{5}{4}$ …… ❷

단계	채점 기준	비율
❶	직선 l'의 방정식 구하기	60%
❷	상수 a이 값 구하기	40%

449. 정답 $a=-\frac{3}{2}$

직선 l'의 방정식은 $x-ay+2a-3=0$

직선 l의 y절편이 4이고, 두 직선 $l,\ l'$의 교점이 y축 위에 있으므로 교점의 좌표는 $(0,\ 4)$이다.

따라서 $-4a+2a-3=0$이므로 $a=-\frac{3}{2}$

450. 정답 $(x-5)^2+(y-6)^2=9$

451. 정답 $(x+3)^2+(y+1)^2=1$

452. 정답 $(x-5)^2+(y-1)^2=5$

453. 정답 $(x-2)^2+(y+5)^2=1$

454. 정답 $-5,\ 1$

원 $(x-2)^2+(y-5)^2=9$를 x축의 방향으로 a만큼 평행이동한 후, 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한 원의 방정식은

$(x-5)^2+\{y-(2+a)\}^2=9$이다.

이 원이 x축에 접하므로 $|2+a|=3$

따라서 $a=-5$ 또는 $a=1$이다.

455. 정답 8

456. 정답 12

457. 정답 $a=5,\ b=-5$

458. 정답 $a=7,\ b=4$

원의 방정식을 변형하면 $(x+5)^2+(y+6)^2=4$이므로 원 C의

방정식은 $(x+a-5)^2+(y+b-6)^2=4$

이때 원 C는 x축과 y축에 동시에 접하고 중심

$\mathrm{C}(-a+5,\ -b+6)$이 제2사분면 위에 있으므로

$-a+5=-2,\ -b+6=2$

따라서 $a=7,\ b=4$

459. 정답 ㄴ, ㄷ

460. 정답 ④

$f(x,\ y)=0$이 나타내는 도형을 x축의 방향으로 -7만큼, y축의 방향으로 2만큼 평행이동하면

$f(x+7,\ y-2)=0$

이 도형을 x축에 대하여 대칭이동하면

$f(x+7,\ -y-2)=0$

따라서 옳은 것은 ④이다.

461. 정답 ⑤

방정식 $f(x,\ y)=0$이 나타내는 도형을 x축에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식은 $f(x,\ -y)=0$이고, 이 도형을 다시 x축의 방향으로 -2만큼 평행이동한 도형의 방정식은 $f(x+2,\ -y)=0$이다.

따라서 방정식 $f(x+2,\ -y)=0$이 나타내는 도형은 ⑤이다.

462. 정답 4

원 $(x+4)^2+(y-1)^2=5$의 중심은 $(-4,\ 1)$이고,

원 $(x-1)^2+(y+4)^2=5$의 중심은 $(1,\ -4)$

점 $(-4,\ 1)$을 직선 l에 대하여 대칭이동한 점의 좌표가 $(1,\ -4)$이므로 직선 l의 방정식은 $y=x$이다.

따라서 직선 $2x+y-8=0$을 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한 직선의 방정식은

$2y+x-8=0$, 즉 $x+2y-8=0$

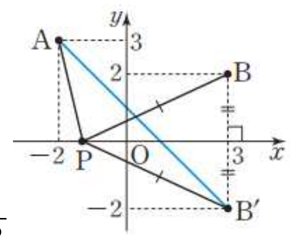
이 직선과 y축이 만나는 점의 좌표를 $(0,\ a)$라 하면

$0+2a-8=0$, 즉 $a=4$

따라서 구하는 직선의 y절편은 4이다.

463. 정답 $2\sqrt{41}$

464. 정답 $5\sqrt{2}$



개울가 위의 임의의 점을 P, 점 B를 x축에 대하여 대칭이동한 점을 $\mathrm{B'}(3,\ -2)$라고 하면

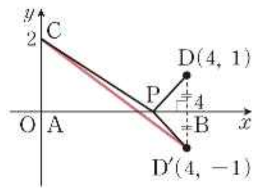
$\overline{\mathrm{PB}}=\overline{\mathrm{PB'}}$이므로

$\overline{\mathrm{AP}}+\overline{\mathrm{PB}}=\overline{\mathrm{AP}}+\overline{\mathrm{PB'}}\ge\overline{\mathrm{AB'}}$

$\overline{\mathrm{AB'}}=\sqrt{(3+2)^2+(-2-3)^2}=5\sqrt{2}$

따라서 반려견의 최소 이동 거리는 $5\sqrt{2}$이다.

465. 정답 5km



오른쪽 그림과 같이 직선 AB를 x축으로 하고, 직선 AC를 y축으로 하는 좌표평면을 그리면 $\mathrm{A}(0,\ 0)$, $\mathrm{B}(4,\ 0)$, $\mathrm{C}(0,\ 2)$, $\mathrm{D}(4,\ 1)$이고, 점 D를 x축에 대하여 대칭이동한 점을 D′이라 하면 $\mathrm{D'}(4,\ -1)$

이때 버스 정류장이 나타내는 점을 P라 하면 $\overline{\mathrm{PD}}=\overline{\mathrm{PD'}}$이므로

$\overline{\mathrm{CP}}+\overline{\mathrm{PD}}=\overline{\mathrm{CP}}+\overline{\mathrm{PD'}}$

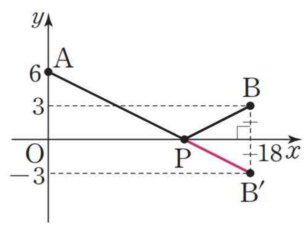
$\ge\overline{\mathrm{CD'}}$

$=\sqrt{(4-0)^2+(-1-2)^2}$

$=5$

따라서 두 건물에서 버스 정류장까지의 거리의 합의 최솟값은 5km이다.

466. 정답 $(12,\ 0)$



❶ 점 B를 x축에 대하여 대칭이동한 점을 B′이라고 하면 $\mathrm{B'}(18,\ -3)$

40 %

❷ 이때 $\overline{\mathrm{PB}}=\overline{\mathrm{PB'}}$이므로

$\overline{\mathrm{AP}}+\overline{\mathrm{PB}}=\overline{\mathrm{AP}}+\overline{\mathrm{PB'}}\ge\overline{\mathrm{AB'}}$

두 점 $\mathrm{A}(0,\ 6)$, $\mathrm{B'}(18,\ -3)$을 지나는 직선의 방정식은

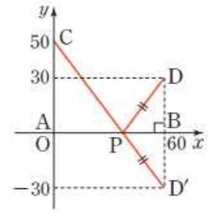
$y-6=\dfrac{-3-6}{18-0}(x-0)$, 즉 $y=-\dfrac{1}{2}x+6$

40 %

❸ 따라서 두 공장에서의 거리의 합이 최소가 되도록 하는 점 P의 위치는 위 직선과 x축의 교점이므로 $(12,\ 0)$

20 %

467. 정답 37.5m



문제의 그림을 오른쪽 그림과 같이 직선 AB를 x축, 직선 AC를 y축으로 하는 좌표평면 위에 놓고, 안내 표지판의 위치를 점 P라고 하자.

점 D를 x축에 대하여 대칭이동한 점을 $\mathrm{D'}(60,\ -30)$이라고 하면

$\overline{\mathrm{CP}}+\overline{\mathrm{PD}}=\overline{\mathrm{CP}}+\overline{\mathrm{PD'}}\ge\mathrm{CD'}$

즉, $\overline{\mathrm{CP}}+\overline{\mathrm{PD}}$가 최소가 되도록 하는 점 P는 선분 CD′이 x축과

만나는 점이고, 직선 $\mathrm{CD'}$의 방정식은 $y=-\dfrac{4}{3}x+50$이므로

$\mathrm{P}\left(\dfrac{75}{2},\ 0\right)$

따라서 지점 A로부터 37.5m 떨어진 곳에 설치해야 한다.

468. 정답 $2\sqrt{2}+2\sqrt{5}$

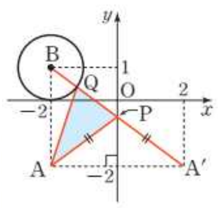
$$\begin{aligned}\overline{\mathrm{AB}}+\overline{\mathrm{BC}}+\overline{\mathrm{CA}}&=\overline{\mathrm{AB}}+\overline{\mathrm{BC}}+\overline{\mathrm{CA'}}\\&\ge\overline{\mathrm{AB}}+\overline{\mathrm{BA'}}\end{aligned}$$

따라서 $\overline{\mathrm{AB}}=2\sqrt{2}$, $\overline{\mathrm{BA'}}=2\sqrt{5}$ 이므로 삼각형 ABC의 둘레의 길이에 대한 최솟값은 $2\sqrt{2}+2\sqrt{5}$ 이다.

469. 정답 $\dfrac{9}{5}$

$\overline{\mathrm{BQ}}=1$을 만족시키므로 점 Q는 중심이 $\mathrm{B}(-2,\ 1)$이고 반지름의 길이가 1인 원 위의 점이다.

오른쪽 그림과 같이 점 A를 y축에 대하여 대칭이동한 점을 $\mathrm{A'}(2,\ -2)$라고 하면



$$\begin{aligned}\overline{\mathrm{AP}}+\overline{\mathrm{PQ}}&=\overline{\mathrm{A'P}}+\overline{\mathrm{PQ}}\\&\ge\overline{\mathrm{A'Q}}\end{aligned}$$

즉, 직선 $\mathrm{A'Q}$가 원의 중심 B를 지날 때 $\overline{\mathrm{AP}}+\overline{\mathrm{PQ}}$의 값이 최소가 된다.

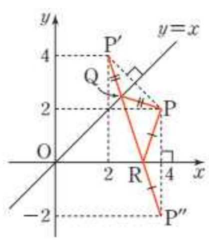
이때 점 P는 두 점 $\mathrm{A'}$, B를 지나는 직선 $y=-\dfrac{3}{4}x-\dfrac{1}{2}$과 y축의 교점이므로 $\mathrm{P}\left(0,\ -\dfrac{1}{2}\right)$

$\overline{\mathrm{PQ}}=\overline{\mathrm{PB}}-\overline{\mathrm{BQ}}=\dfrac{5}{2}-1=\dfrac{3}{2}$이고, 점 $\mathrm{A}(-2,\ -2)$와 직선 $\mathrm{A'B}$ 사이의 거리는 $\dfrac{12}{5}$이므로 구하는 삼각형 APQ의 넓이는

$\dfrac{1}{2}\times\dfrac{3}{2}\times\dfrac{12}{5}=\dfrac{9}{5}$

470. 정답 (1) $\mathrm{P'}(2,\ 4)$, $\mathrm{P''}(4,\ -2)$
(2) $2\sqrt{10}$

(2) 오른쪽 그림과 같이 세 점 P, $\mathrm{P'}$, $\mathrm{P''}$에 대하여 삼각형 PQR의 둘레의 길이는



$$\begin{aligned}&\overline{\mathrm{PQ}}+\overline{\mathrm{QR}}+\overline{\mathrm{RP}}\\&=\overline{\mathrm{P'Q}}+\overline{\mathrm{QR}}+\overline{\mathrm{RP''}}\\&\ge\overline{\mathrm{P'P''}}\end{aligned}$$

따라서 $\overline{\mathrm{P'P''}}=2\sqrt{10}$ 이므로 삼각형 PQR의 둘레의 길이에 대한 최솟값은 $2\sqrt{10}$ 이다.

471. 정답 $(2,\ 2)$

두 주거 건물 A, B의 위치를 좌표로 나타내면 $\mathrm{A}(-2,\ 2)$, $\mathrm{B}(2,\ 5)$이고, 점 $\mathrm{B}(2,\ 5)$를 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한 점을 $\mathrm{B'}$이라고 하면 $\mathrm{B'}(5,\ 2)$이다.

한편, 도서관을 건설할 지점을 P라고 하면 $\overline{\mathrm{BP}}=\overline{\mathrm{B'P}}$이므로

$\overline{\mathrm{AP}}+\overline{\mathrm{BP}}=\overline{\mathrm{AP}}+\overline{\mathrm{B'P}}$

이때 $\overline{\mathrm{AP}}+\overline{\mathrm{BP}}$의 값은 점 P가 직선 $\mathrm{AB'}$과 직선 $y=x$의 교점일 때 최소이다.

두 점 $\mathrm{A}(-2,\ 2)$, $\mathrm{B'}(5,\ 2)$를 지나는 직선의 방정식은

$y=2$

따라서 두 직선 $y=x$, $y=2$의 교점의 좌표는 $(2,\ 2)$이므로 도서관을 건설할 지점의 좌표는 $(2,\ 2)$이다.

472. 정답 $\left(\dfrac{8}{5},\ \dfrac{8}{5}\right)$

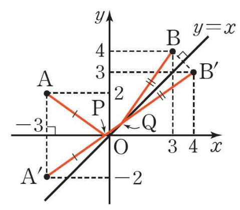
473. 정답 $5\sqrt{2}$

점 A를 $y=x$에 대하여 대칭이동하면 점 $(2,\ 6)$이 된다. $\overline{\mathrm{AP}}+\overline{\mathrm{BP}}$의 최솟값은 점 $(2,\ 6)$과 점 $(3,\ -1)$ 사이의 거리이므로

$\sqrt{(2-3)^2+\{6-(-1)\}^2}=5\sqrt{2}$

474. 정답 $\sqrt{74}$

오른쪽 그림과 같이 점 A를 x축에 대하여 대칭이동한 점을 $\mathrm{A'}(-3,\ -2)$, 점 B를 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한 점을 $\mathrm{B'}(4,\ 3)$이라고 하면

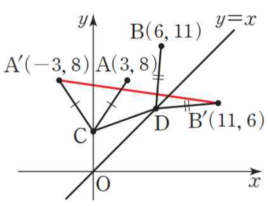


$\overline{\mathrm{AP}}+\overline{\mathrm{PQ}}+\overline{\mathrm{QB}}=\overline{\mathrm{A'P}}+\overline{\mathrm{PQ}}+\overline{\mathrm{QB'}}\ge\overline{\mathrm{A'B'}}$

따라서 $\overline{\mathrm{A'B'}}=\sqrt{74}$ 이므로 구하는 최솟값은 $\sqrt{74}$ 이다.

475. 정답 $10\sqrt{2}$

점 A를 y축에 대하여 대칭이동한 점을 $\mathrm{A'}$, 점 B를 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한 점을 $\mathrm{B'}$이라고 하면 $\mathrm{A'}(-3,\ 8)$, $\mathrm{B'}(11,\ 6)$



이때 $\overline{\mathrm{AC}}=\overline{\mathrm{A'C}}$, $\overline{\mathrm{BD}}=\overline{\mathrm{B'D}}$

이므로 $\overline{\mathrm{AC}}+\overline{\mathrm{CD}}+\overline{\mathrm{BD}}=\overline{\mathrm{A'C}}+\overline{\mathrm{CD}}+\overline{\mathrm{B'D}}\ge\overline{\mathrm{A'B'}}$

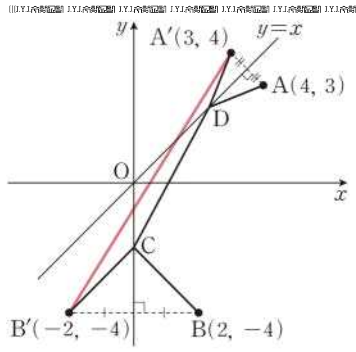
따라서 구하는 최솟값은

$\overline{\mathrm{A'B'}}=\sqrt{(-3-11)^2+(8-6)^2}=10\sqrt{2}$

476. 정답 $\sqrt{89}$

다음 그림과 같이 점 A를 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한 점을 $\mathrm{A'}$, 점 B를 y축에 대하여 대칭이동한 점을 $\mathrm{B'}$이라 하면

$\mathrm{A'}(3,\ 4)$, $\mathrm{B'}(-2,\ -4)$



$\overline{AD}=\overline{A'D}$이고 $\overline{CB}=\overline{CB'}$이므로

$\overline{AD}+\overline{DC}+\overline{CB}$

$=\overline{A'D}+\overline{DC}+\overline{CB'}$

$\geq \overline{A'B'}$

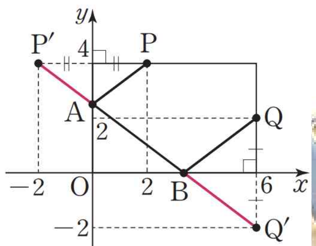
$=\sqrt{(-2-3)^2+(-4-4)^2}$

$=\sqrt{89}$

따라서 $\overline{AD}+\overline{DC}+\overline{CB}$의 최솟값은 $\sqrt{89}$이다.

477. 정답 10

점 P를 y축에 대하여 대칭이동한 점을 P′, 점 Q를 x축에 대하여 대칭이동한 점을 Q′이라고 하면 $P'(-2,\ 4)$, $Q'(6,\ -2)$



이때 $\overline{AP}=\overline{AP'}$, $\overline{BQ}=\overline{BQ'}$이므로

$\overline{AP}+\overline{AB}+\overline{BQ}=\overline{AP'}+\overline{AB}+\overline{BQ'}\geq \overline{P'Q'}$

따라서 관람객의 최소 이동 거리는

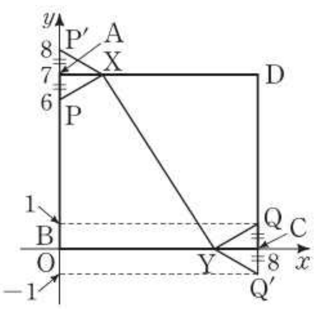
$\overline{P'Q'}=\sqrt{(6+2)^2+(-2-4)^2}=10$

478. 정답 점 A의 좌표는 $(0,\ 25)$, 점 B의 좌표는 $(50,\ 0)$

479. 정답 $\sqrt{145}$

오른쪽 그림에서 점 P를 직선 AD에 대하여 대칭이동한 점을 P′, 점 Q를 직선 BC에 대하여 대칭이동한 점을 Q′이라고 하면 $P'(0,\ 8)$, $Q'(8,\ -1)$

$\overline{PX}=\overline{P'X}$, $\overline{YQ}=\overline{YQ'}$이므로



$\overline{PX}+\overline{XY}+\overline{YQ}=\overline{P'X}+\overline{XY}+\overline{YQ'}\geq \overline{P'Q'}$

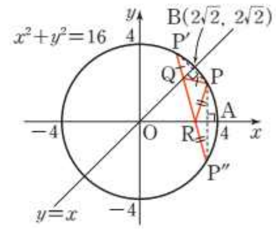
즉, 구하는 최솟값은 $\overline{P'Q'}=\sqrt{(8-0)^2+(-1-8)^2}=\sqrt{145}$

480. 정답 $4\sqrt{2}$

호 AB 위를 움직이는 점 P의 좌표를 $(a,\ b)$ (a, b는 실수)라고 하면

$a^2+b^2=16$

오른쪽 그림과 같이 점 P를 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한 점을 $P'(b,\ a)$, x축에 대하여 대칭이동한 점을 $P''(a,\ -b)$라고 하면 삼각형 PQR의 둘레의 길이는



$\overline{PQ}+\overline{QR}+\overline{RP}=\overline{P'Q}+\overline{QR}+\overline{RP''}\geq \overline{P'P''}$

따라서 $\overline{P'P''}=\sqrt{2(a^2+b^2)}=4\sqrt{2}$이므로

삼각형 PQR의 둘레의 길이에 대한 최솟값은 $4\sqrt{2}$이다.

481. 정답 집합: (1), (4)

(1)의 원소는 $1,\ 3,\ 9$

(4)의 원소는 $\frac{5}{4}$

482. 정답 (2) $1,\ 2,\ 5,\ 10$ (3) $0,\ 1$

483. 정답 (1) 집합이다. $1,\ 2,\ 3,\ 4$ (2) 집합이 아니다.

484. 정답 집합인 것: (3), 원소: $2,\ 4$

485. 정답 풀이 참조

집합: (1), (2),

(1)의 원소: $2,\ 3,\ 5,\ 7,\ 11,\ 13$

(2)의 원소: 부산, 인천, 대구, 대전, 광주, 울산

486. 정답 (2) $1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 6,\ 12$ (3) $0,\ 4$

487. 정답 집합인 것: (1), (1)의 원소는 $1,\ 2,\ 3,\ 6$

488. 정답 (1) × (2) ○ (3) ×

489. 정답 (1) ○ (2) × (3) × (4) ○

490. 정답 (2)

491. 정답 (2), (3)

492. 정답 ③

493. 정답 (1) $\in$ (2) $\not\in$

494. 정답 (1) $\in$ (2) $\not\in$ (3) $\in$ (4) $\not\in$

495. 정답 (1) $\in$ (2) $\in$ (3) $\not\in$

496. 정답 (1) $\in$ (2) $\not\subset$ (3) $\not\subset$

497. 정답 (1) $\in$ (2) $\notin$ (3) $\in$ (4) $\notin$

498. 정답 (1) $\in$ (2) $\in$ (3) $\not\subset$

499. 정답 ④

500. 정답 (1) $\{x \mid x$는 10의 약수$\}$ (2) $\{x \mid |x| \le 2$인 정수$\}$
(3) $\{1,\ 2,\ 4,\ 8\}$ (4) $\{10,\ 20,\ 30,\ \cdots,\ 90\}$

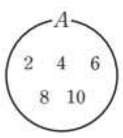
501. 정답 (1) $\{10,\ 12,\ 14,\ 16,\ 18\ 20\}$ (2) $\{x \mid x$는 5의 배수$\}$

502. 정답 (1) $\{x \mid x$는 12의 약수$\}$ (2) $\{x \mid x$는 5의 배수$\}$
(3) $\{3,\ 5\}$ (4) $\{1,\ 3,\ 5,\ \cdots,\ 99\}$

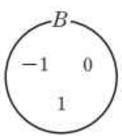
503. 정답 (1) $\{x \mid x$는 25의 약수$\}$ (2) $\{-2,\ -1,\ 0,\ 1\}$ (3) $\{x \mid x$는 $-2 < x < 4$인 정수$\}$ (4) $\{1,\ 2,\ 4,\ 7,\ 14,\ 28\}$

504. 정답 (1) 예 $A = \{x \mid x$는 20 이하의 5의 배수$\}$
(2) $B = \{2,\ 4,\ 6,\ 8,\ 10\}$

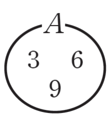
505. 정답 (1) $A = \{x \mid x$는 10 이하의 짝수인 자연수$\}$



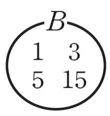
(2) $B = \{-1,\ 0,\ 1\}$



506. 정답
(1) $A = \{3,\ 6,\ 9\}$, $A = \{x \mid x$는 10보다 작은 3의 배수$\}$



(2) $B = \{1,\ 3,\ 5,\ 15\}$, $B = \{x \mid x$는 15의 약수$\}$



507. 정답 (1) $\{1,\ 3,\ 7,\ 21\}$ (2) $\{1,\ 6\}$

508. 정답 (1) $A = \{10,\ 12,\ 14,\ 16,\ 18,\ 20\}$
(2) $B = \{2,\ 3,\ 5,\ 7\}$

509. 정답 ④

510. 정답 (1) $\{2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6\}$ (2) $\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 6,\ 9\}$

511. 정답 $C = \{-1,\ 0,\ 1,\ 2,\ 3\}$

512. 정답 6

513. 정답 31
조건에 의하여 집합 A는 $\{1,\ 36\}$, $\{2,\ 18\}$, $\{3,\ 12\}$, $\{4,\ 9\}$, $\{6\}$ 중 적어도 하나를 부분집합으로 갖는다. …… ❶
즉, 공집합이 아닌 집합 A의 개수를 $2^5 - 1 = 31$ …… ❷

단계	채점 기준	비율
❶	조건을 만족시키는 집합 A 구하기	40%
❷	집합 A의 개수 구하기	60%

514. 정답 ③

515. 정답 (1) $n(A) = 4$ (2) $n(B) = 5$ (3) $n(C) = 10$

516. 정답 (1) 3 (2) 10 (3) 0 (4) 2

517. 정답 (1) $n(A) = 3$
(2) $n(B) = 2$
(3) $n(C) = 20$
(4) $n(D) = 9$

518. 정답 (1) $n(A) = 6$ (2) $n(B) = 4$

519. 정답 (1) $n(A) = 4$ (2) $n(A) = 20$ (3) $n(A) = 0$ (4) $n(A) = 3$

520. 정답 (1) 4 (2) 0

521. 정답 $n(A) = 10,\ n(B) = 8$

522. 정답 (2) 0

523. 정답 ③

524. 정답 3

525. 정답 (1) 집합 $\{0\}$의 원소의 개수는 1이므로 $n(\{0\})=1$
(4) 집합 $\{3\}$, $\{1\}$의 원소의 개수는 모두 1이므로
$n(\{3\})=n(\{1\})=1$

526. 정답 (1) $\in$ (2) $\subset$ (3) $\subset$ (4) $\subset$

527. 정답 (1) $\subset$ (2) $\not\subset$

528. 정답 (1) $\subset$ (2) $\not\subset$

529. 정답 (1) $\subset$ (2) $\not\subset$

530. 정답 (1) $\subset$ (2) $\not\subset$

531. 정답 (1) $A\subset B$ (2) $B\subset A$

532. 정답 ②

533. 정답 ②

534. 정답 ④

535. 정답 ④

536. 정답 ㄱ, ㄷ

537. 정답 ㄱ, ㄷ

538. 정답 ㄱ, ㄷ, ㄹ

539. 정답 ㄴ, ㄹ

540. 정답 ㄱ, ㄷ

541. 정답 $a=1$ 또는 $a=3$

542. 정답 3

543. 정답 (1) $\neq$ (2) $=$ (3) $\neq$

544. 정답 (1) $=$ (2) $\neq$

545. 정답 (1) $\neq$ (2) $=$

546. 정답 5

547. 정답 2

548. 정답 3

549. 정답 $a=0$, $b=5$

550. 정답 $a=4$, $b=7$

551. 정답 $a=3$, $b=4$

552. 정답 $a=4$, $b=1$

553. 정답 $a=7$, $b=2$

554. 정답 $a=5$, $b=2$

555. 정답 2

556. 정답 (1) 8개 (2) 7개
(1) 집합 A의 부분집합은 $\varnothing$, $\{a\}$, $\{b\}$, $\{c\}$, $\{a, b\}$, $\{a, c\}$, $\{b, c\}$, $\{a, b, c\}$이고, 그 개수는 8이다.
(2) 집합 A의 진부분집합은 $\varnothing$, $\{a\}$, $\{b\}$, $\{c\}$, $\{a, b\}$, $\{a, c\}$, $\{b, c\}$이고, 그 개수는 7이다.

557. 정답 (1) $\varnothing$, $\{3\}$, $\{4\}$, $\{3, 4\}$ (2) $\varnothing$, $\{3\}$, $\{4\}$
(1) 원소의 개수가 0인 부분집합: $\varnothing$
원소의 개수가 1인 부분집합: $\{3\}$, $\{4\}$
원소의 개수가 2인 부분집합: $\{3, 4\}$
따라서 집합 A의 부분집합은 $\varnothing$, $\{3\}$, $\{4\}$, $\{3, 4\}$이다.
(2) 집합 A의 진부분집합은 집합 A의 부분집합 중에서 집합 A 자신을 제외한 것이므로 $\varnothing$, $\{3\}$, $\{4\}$이다.

558. 정답 (1) $\varnothing$, $\{1\}$, $\{3\}$, $\{9\}$, $\{1, 3\}$, $\{1, 9\}$, $\{3, 9\}$, $\{1, 3, 9\}$ (2) 7

559. 정답 $\varnothing$, $\{1\}$, $\{2\}$, $\{3\}$, $\{4\}$, $\{1, 2\}$, $\{1, 3\}$, $\{1, 4\}$, $\{2, 3\}$, $\{2, 4\}$, $\{3, 4\}$, $\{1, 2, 3\}$, $\{1, 2, 4\}$, $\{1, 3, 4\}$, $\{2, 3, 4\}$, $\{1, 2, 3, 4\}$

560. 정답 (1) $\varnothing$, $\{1\}$, $\{2\}$, $\{4\}$, $\{1, 2\}$, $\{1, 4\}$, $\{2, 4\}$, 7개
(2) $\varnothing$, $\{-1\}$, $\{3\}$, 3개

561. 정답 풀이 참조
$A=\{1,\ 3,\ 5,\ 15\}$이므로
$\varnothing$, $\{1\}$, $\{3\}$, $\{5\}$, $\{15\}$, $\{1,\ 3\}$, $\{1,\ 5\}$, $\{1,\ 15\}$, $\{3,\ 5\}$, $\{3,\ 15\}$, $\{5,\ 15\}$, $\{1,\ 3,\ 5\}$, $\{1,\ 3,\ 15\}$, $\{1,\ 5,\ 15\}$, $\{3,\ 5,\ 15\}$

562. 정답 $\varnothing$, $\{1\}$, $\{2\}$, $\{3\}$, $\{6\}$, $\{1,\ 2\}$, $\{1,\ 3\}$, $\{1,\ 6\}$, $\{2,\ 3\}$, $\{2,\ 6\}$, $\{3,\ 6\}$, $\{1,\ 2,\ 3\}$, $\{1,\ 2,\ 6\}$, $\{1,\ 3,\ 6\}$, $\{2,\ 3,\ 6\}$

563. 정답 $\varnothing$, $\{0\}$, $\{3\}$, $\{6\}$, $\{9\}$, $\{0,\ 3\}$, $\{0,\ 6\}$, $\{0,\ 9\}$, $\{3,\ 6\}$, $\{3,\ 9\}$, $\{6,\ 9\}$, $\{0,\ 3,\ 6\}$, $\{0,\ 3,\ 9\}$, $\{0,\ 6,\ 9\}$, $\{3,\ 6,\ 9\}$

564. 정답 $\varnothing$, $\{1\}$, $\{2,\ 3\}$, $\{1,\ 2,\ 3\}$

565. 정답 110
$A_{100}=\{x\,|\,x$는 20 이하의 홀수$\}=\{1,\ 3,\ 5,\ \cdots,\ 19\}$
이때 $A_n\subset A_{100}$이어야 하므로 $1\le\sqrt{4n}<21$
$1\le 4n<441$, $\dfrac{1}{4}\le n<\dfrac{441}{4}$
따라서 자연수 n의 최댓값은 110이다.

566. 정답 (1) 8 (2) 8 (3) 8
(1) $\{3,\ 4,\ 5\}$의 부분집합에 1, 2가 모두 속하면 되므로 조건을 만족시키는 집합의 개수는 $2\times2\times2=8$
(2) $\{3,\ 4,\ 5\}$의 부분집합이므로 그 개수는 $2\times2\times2=8$
(3) $\{3,\ 4,\ 5\}$의 부분집합에 1이 속하면 되므로 조건을 만족시키는 집합의 개수는 $2\times2\times2=8$

567. 정답 (1) 32 (2) 16 (3) 8
(1) $2\times2\times1\times2\times2\times2=2^5=32$
(2) $1\times2\times2\times2\times1\times2=2^4=16$
(3) $B\subset C\subset A$를 만족시키려면 집합 C는 집합 B의 원소인 1, 3, 5를 모두 포함해야 하므로
$1\times2\times1\times2\times1\times2=2^3=8$

568. 정답 $\{2,\ 4\}$, $\{2,\ 4,\ 6\}$, $\{2,\ 4,\ 8\}$, $\{2,\ 4,\ 6,\ 8\}$

569. 정답 8

570. 정답 56
집합 A의 부분집합의 개수에서 $\{2,\ 4,\ 6\}$의 부분집합의 개수를 빼면 되므로 $2^6-2^3=56$

571. 정답 ③

572. 정답 (1) $\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7\}$ (2) $\{5,\ 6\}$

573. 정답 (1) $\{3,\ 5\}$ (2) $\{1,\ 3,\ 4,\ 5,\ 7,\ 8\}$

574. 정답 (1) $A\cap B=\{3, 9, 27\}$, $A\cup B=\{1, 3, 9, 15, 21, 27\}$
(2) $A\cap B=\{4\}$, $A\cup B=\{-1, 1, 2, 3, 4, 5\}$

575. 정답 (1) $A\cap B=\{s\}$, $A\cup B=\{s,\ u,\ n,\ t,\ a,\ r\}$
(2) $A\cap B=\varnothing$, $A\cup B=\{-2,\ -1,\ 0,\ 1,\ 2\}$

576. 정답 (1) $A\cap B=\{2,\ 4\}$, $A\cup B=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 6\}$
(2) $A\cap B=\{2,\ 3\}$, $A\cup B=\{1,\ 2,\ 3,\ 5,\ 6,\ 7\}$

577. 정답 $\{1,\ 2,\ 3,\ 4\}$

578. 정답 $\{1,\ 3,\ 5,\ 7,\ 9\}$

579. 정답 $\{3,\ 6,\ 9\}$

580. 정답 $\{1,\ 3,\ 5,\ 7\}$

581. 정답 3

582. 정답 $a=-1$, $b=1$

583. 정답 (1) $a=3$, $b=4$ (2) $\{2,\ 4,\ 5,\ 7\}$

584. 정답 5
$P=\{4,\ 5,\ 6\}$, $Q=\{3,\ 4,\ 6,\ 8\}$이고,
$P\cup Q=\{3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 8\}$이므로 $n(P\cup Q)=5$

585. 정답 168
(i) $A=\{2,\ 4,\ 5\}$, $B=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5\}$인 경우
$ab=11\times15=165$
(ii) $A=\{1,\ 2,\ 4,\ 5\}$, $B=\{2,\ 3,\ 4,\ 5\}$인 경우
$ab=11\times14=168$
(iii) $A=\{2,\ 3,\ 4,\ 5\}$, $B=\{1,\ 2,\ 4,\ 5\}$인 경우
$ab=14\times12=168$
(iv) $A=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5\}$, $B=\{2,\ 4,\ 5\}$인 경우
$ab=15\times11=165$
따라서 ab의 최댓값은 168

586. 정답 8

$n(A)=3$이므로 집합 A의 원소를 x_1, x_2, x_3이라고 하자. 조건 (가)에 의하여 $x_1+x_2+x_3=30$이다. ······ ❶

또, 집합 B의 원소는 $\frac{x_1+a}{3}$, $\frac{x_2+a}{3}$, $\frac{x_3+a}{3}$이다.

조건 (나), (다)에 의하여 $A\cap B=\{7\}$이고 집합 $A\cup B$의 모든 원소의 합이 41이므로

$$41=(x_1+x_2+x_3)+\frac{(x_1+x_2+x_3)+3a}{3}-7$$

$=30+10+a-7$ ······ ❷

따라서 $a=8$이다. ······ ❸

단계	채점 기준	비율
❶	A의 모든 원소의 합이 30임을 이용하여 식 세우기	30%
❷	a에 대한 식 세우기	40%
❸	상수 a의 값 구하기	30%

587. 정답 서로소

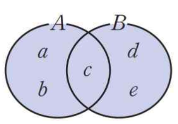
588. 정답 (1) $A\cup B=\{1,\ 4,\ 5,\ 6,\ 8,\ 9\}$, $A\cap B=\{1,\ 8\}$

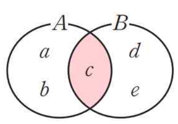
(2) $A\cup B=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 8,\ 16\}$, $A\cap B=\{2\}$

(3) $A\cup B=\{x\,|\,x<2\}$, $A\cap B=\varnothing$ (서로소)

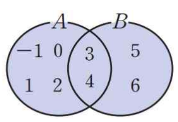
589. 정답 풀이참조

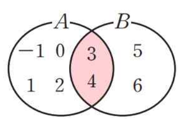
(1) $A\cup B=\{a,\ b,\ c,\ d,\ e\}$, $A\cap B=\{c\}$



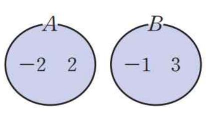


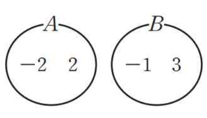
(2) $A\cup B=\{-1,\ 0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6\}$,
$A\cap B=\{3,\ 4\}$





(3) $A\cup B=\{-2,\ -1,\ 2,\ 3\}$, $A\cap B=\varnothing$





두 집합 A, B가 서로소인 것은 (3)이다.

590. 정답 (1) $A=\{x\,|\,x\le-1$ 또는 $x\ge1\}$, $B=\{-1,\ 1\}$
이므로 $A\cap B\ne\varnothing$
따라서 A와 B는 서로소가 아니다.
(2) 정삼각형 중에는 직각삼각형인 것이 없으므로
$A\cap B=\varnothing$
따라서 A와 B는 서로소이다.

591. 정답 (1)

592. 정답 (2), (3)

593. 정답 $\{1,\ 4,\ 5,\ 6\}$

594. 정답 $\varnothing$, $\{c\}$, $\{e\}$, $\{c,\ e\}$

595. 정답 $\varnothing$, $\{3\}$, $\{5\}$, $\{3,5\}$

596. 정답 $\varnothing$, $\{2\}$, $\{4\}$, $\{2,\ 4\}$

597. 정답 ④

$A=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 6,\ 12\}$이므로 A의 부분집합 중 집합 $B=\{1,\ 3,\ 5\}$와 서로소인 집합의 개수는 집합 $\{2,\ 4,\ 6,\ 12\}$의 부분집합의 개수와 같다.

$2\times2\times2\times2=16$

598. 정답 8

599. 정답 $\{1\}$, $\{3,\ 5\}$

600. 정답 ④

601. 정답 (1) $\{1,\ 5,\ 10\}$ (2) $\{1,\ 2,\ 5,\ 9,\ 10\}$
(3) $\{2,\ 3,\ 4,\ 6,\ 7,\ 8\}$ (4) $\{9\}$

602. 정답 (1) $\{1,\ 2,\ 3\}$
(2) $\{4,\ 5,\ 7,\ 8,\ 9\}$
(3) $\{6\}$
(4) $\{5,\ 7\}$

603. 정답 (1) $\{3,\ 4,\ 6,\ 7,\ 8,\ 9\}$ (2) $\{1,\ 2\}$ (3) $\varnothing$

604. 정답 (1) $\{1,\ 5\}$ (2) $\{1,\ 2,\ 3,\ 5,\ 7\}$
(3) $\{2,\ 4,\ 6,\ 7\}$ (4) $\{3\}$

605. 정답 (1) $\{3,\ 5,\ 6,\ 7,\ 8,\ 9,\ 10\}$ (2) $\{3,\ 5,\ 6,\ 7,\ 9,\ 10\}$
(3) $\varnothing$ (4) $\{8\}$

606. 정답 (1) $A\cup B=\{2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6\}$ (2) $A\cap B=\{4,\ 6\}$
(3) $A^C=\{1,\ 3,\ 5,\ 7\}$ (4) $A-B=\{2\}$

607. 정답 (1) $\{1,\ 3,\ 5,\ 8,\ 9\}$ (2) $\{1,\ 3\}$ (3) $\{2,\ 4,\ 6,\ 7,\ 9,\ 10\}$ (4) $\{5,\ 8\}$

608. 정답 (1) $\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 6,\ 8,\ 10\}$ (2) $\{2,\ 4\}$
(3) $\{5,\ 6,\ 7,\ 8,\ 9,\ 10\}$ (4) $\{1,\ 3\}$
(5) $\{5,\ 7,\ 9\}$ (6) $\{1,\ 3,\ 5,\ 6,\ 7,\ 8,\ 9,\ 10\}$

609. 정답 (1) $A^C=\{4,\ 5,\ 7,\ 8,\ 9,\ 10\}$
(2) $B^C=\{2,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7,\ 8,\ 10\}$

610. 정답 (1) $A-B=\{2,\ 5,\ 7\}$, $B-A=\varnothing$
(2) $A-B=\{9,\ 18\}$, $B-A=\{4,\ 12\}$

611. 정답 (1) $\{1,\ 3,\ 5,\ 7\}$
(2) $\{2,\ 4,\ 6,\ 8\}$
(3) $\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7,\ 8\}$
(4) $\varnothing$

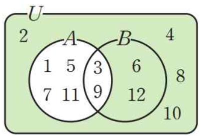
612. 정답 $A-B=\{7,\ 9\}$, $B-A=\{15\}$

613. 정답 $A^c=\{2,\ 4,\ 6,\ 8,\ 10\}$, $A-B=\{5,\ 7,\ 9\}$

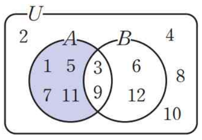
614. 정답 (1) $\{5,\ 7,\ 8\}$ (2) $\{1,\ 4\}$

615. 정답 풀이참조

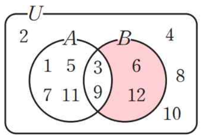
(1) $A^C=\{2,\ 4,\ 6,\ 8,\ 10,\ 12\}$



(2) $A-B=\{1,\ 5,\ 7,\ 11\}$

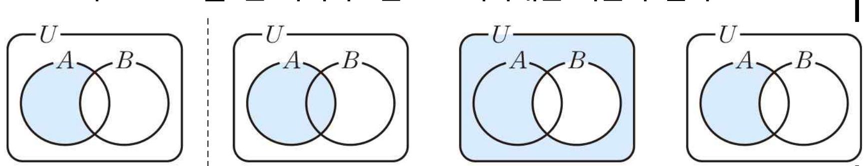


(3) $B-A=\{6,\ 12\}$



616. 정답 풀이 참조

$A-B$와 $A\cap B^C$를 벤 다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.

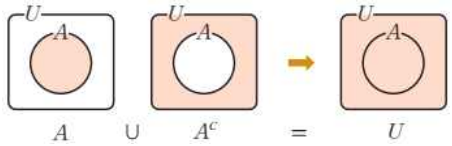


$A-B$ A $\cap$ B^C $=$ $A\cap B^C$

따라서 $A-B=A\cap B^C$가 성립한다.

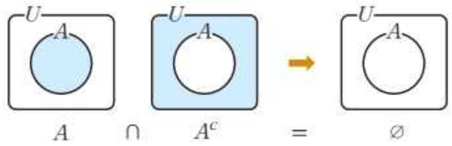
617. 정답 풀이 참조

(1)



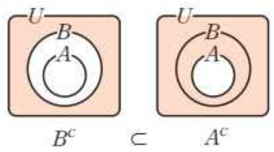
따라서 $A\cup A^C=U$

(2)



따라서 $A\cap A^C=\varnothing$

(3)



따라서 $A\subset B$이면 $B^C\subset A^C$

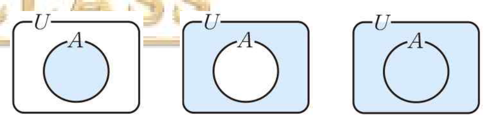
618. 정답 풀이 참조

(1)

A^C $(A^C)^C$

따라서 $(A^C)^C=A$가 성립한다.

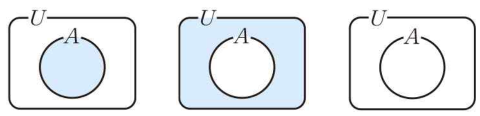
(2)



A $\cup$ A^C $=$ U

따라서 $A\cup A^C=U$가 성립한다.

(3)



A $\cap$ A^C $=$ $\varnothing$

따라서 $A\cap A^C=\varnothing$이 성립한다.

619. 정답

(1) $(A^C\cup B)^C=(A^C)^C\cap B^C=A\cap B^C$
(2) $(B-A)^C=(B\cap A^C)^C=B^C\cup(A^C)^C=B^C\cup A$

620. 정답 $\{3,\ 5,\ 6,\ 7,\ 9,\ 10,\ 11\}$

621. 정답 $\{1,\ 2\}$

622. 정답 $\{1,\ 2,\ 3,\ 5,\ 6\}$

623. 정답 $\{2\}$

624. 정답 $a>3$

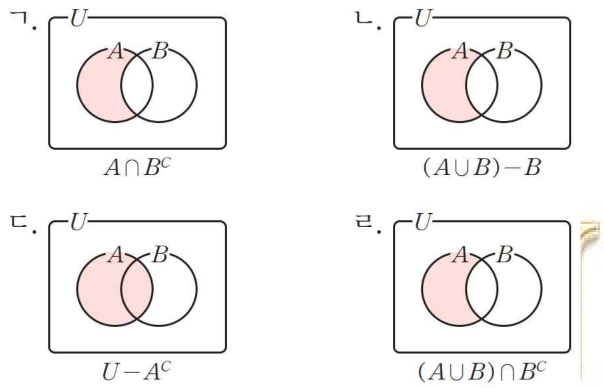
$A=\{x\mid 2\le x\le 3\}$, $B=\{x\mid 1<x<a\}$이다. …… ❶

$A-B=\varnothing$이므로 $A\subset B$이다. …… ❷

따라서 $A\subset B$이려면 $a>3$이다. …… ❸

단계	채점 기준	비율
❶	두 집합 A, B구하기	30%
❷	$A\subset B$임을 알기	30%
❸	실수 a의 값의 범위 구하기	40%

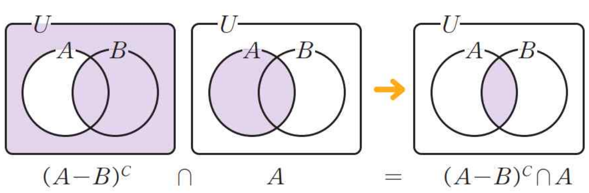
625. 정답 ㄱ, ㄴ, ㄹ



따라서 주어진 벤 다이어그램의 색칠한 부분과 같은 집합은 ㄱ, ㄴ, ㄹ이다.

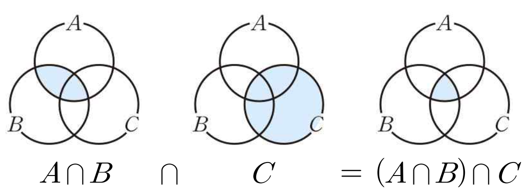
626. 정답 (1) 풀이 참조 (2) B^C, A^C, B, $\cup$, A

(1)

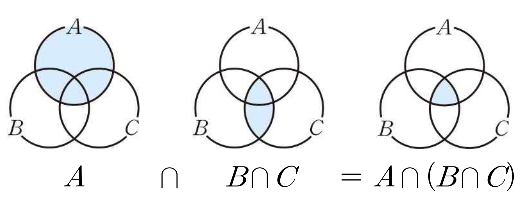


627. 정답 풀이 참조

[좌변]



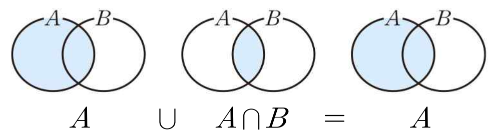
[우변]



따라서 $(A\cap B)\cap C=A\cap(B\cap C)$가 성립한다.

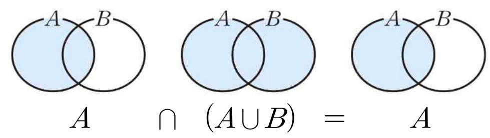
628. 정답 풀이 참조

(1)



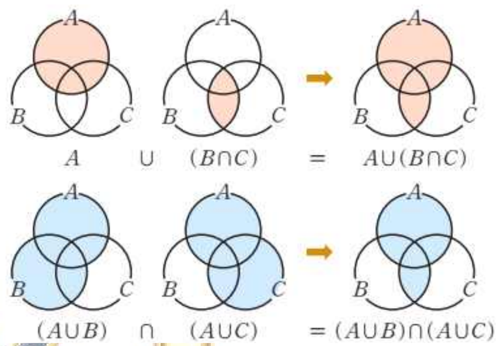
따라서 $A\cup(A\cap B)=A$가 성립한다.

(2)



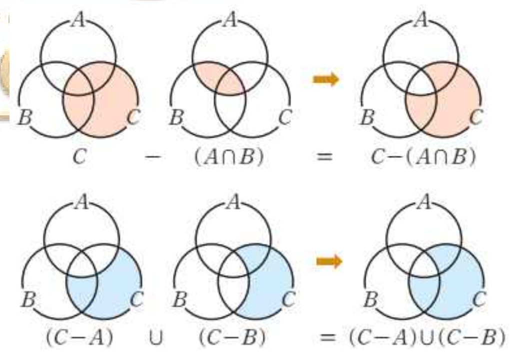
따라서 $A\cap(A\cup B)=A$가 성립한다.

629. 정답 풀이 참고



따라서 $A\cup(B\cap C)=(A\cup B)\cap(A\cup C)$

630. 정답



따라서 $C-(A\cap B)=(C-A)\cup(C-B)$

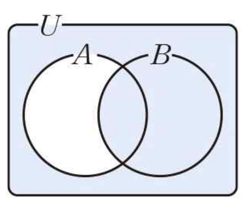
631. 정답 풀이 참조

$(A-B)^c$

$=(A\cap B^c)^c$ 차집합과 여집합의 성질

$=A^c\cup(B^c)^c$ 드모르간의 법칙

$=A^c\cup B$ 여집합의 성질



632. 정답 풀이 참조

$A\cup(A\cap B)^c=A\cup(A^c\cup B^c)$

$=(A\cup A^c)\cup B^c=U\cup B^c=U$

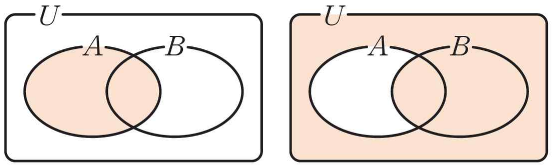
633. 정답 12

634. 정답 $\{3,\ 4,\ 5\}$
$(B^C \cup A)^C = B \cap A^C = B - A = \{4,\ 5\}$이므로
$B = (A \cap B) \cup (B - A) = \{3,\ 4,\ 5\}$

635. 정답 $\{a,\ b,\ e\}$

636. 정답 $\{2,\ 3\}$
$B \cup (A \cap C) = (A \cup B) \cap (B \cup C)$
$= \{1,\ 2,\ 3\} \cap \{2,\ 3,\ 4,\ 5\} = \{2,\ 3\}$

637. 정답 21



A　　$(A-B)^C$

$A \cup (A-B)^c = U$이므로 $U = \{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 6,\ 7,\ 8\}$ ▶ 35%
또 $A \cap (A-B)^c = A \cap B$이므로 $A \cap B = \{1,\ 3,\ 6\}$ ▶ 35%
따라서 $A^c \cup B^c = (A \cap B)^c = \{2,\ 4,\ 7,\ 8\}$이므로
모든 원소의 합은 21이다. ▶ 30%

638. 정답 $\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 9\}$

639. 정답 $\{b,\ c\}$

640. 정답 $\{1,\ 2,\ 3,\ \cdots,\ 18\}$

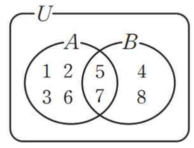
641. 정답 $\{3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7,\ 8\}$

642. 정답 $\{-2,\ -1,\ 1,\ 2,\ 3\}$
$B = \{1,\ 2,\ 3\}$, $C = \{-2,\ -1,\ 0,\ 1,\ 2\}$이므로
$(C \cap A^C) \cup B = \{-2,\ -1,\ 1,\ 2,\ 3\}$

643. 정답 ⑤

644. 정답 9
$A \cap (A-B)^C = A \cap B = A$이므로 $A \subset B$
따라서 $A \cup B = B = U$이므로 집합 B의 원소의 개수는
9

645. 정답 $\{4,\ 5,\ 7,\ 8\}$
$A^C \cap (A \cup B) = (A^C \cap A) \cup (A^C \cap B)$
$= \varnothing \cup (B \cap A^C) = B - A$
$= \{x \mid (x-4)(x-8) = 0\} = \{4,\ 8\}$
한편 $A - (A \cap B) = A - B = \{1,\ 2,\ 3,\ 6\}$
즉, $U = \{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7,\ 8\}$,
$A - B = \{1,\ 2,\ 3,\ 6\}$,
$B - A = \{4,\ 8\}$이므로 집합 A의
원소의 개수가 최대이려면 5, 7이
$A \cap B$의 원소이어야 한다.
따라서 구하는 집합 B는 $\{4,\ 5,\ 7,\ 8\}$



646. 정답 $\{3,\ 5,\ 8\}$
$A \cap B = \{3,\ 5\}$이고 조건 (나)에 의하여 $(A \cup B)^C = \{1,\ 4,\ 7\}$이므로
$A \cup B = \{2,\ 3,\ 5,\ 6,\ 8\}$이다. $n(A) = n(B) + 1$이므로 집합 A의
원소는 4개이고, 집합 B의 원소는 3개이다. 이때 $S(A) = S(B)$이므로
$A = \{2,\ 3,\ 5,\ 6\}$, $B = \{3,\ 5,\ 8\}$이다.

647. 정답 ㄱ, ㄹ

648. 정답 ㄱ, ㄴ

649. 정답 ④

650. 정답 ㄷ, ㄹ

651. 정답 ㄱ, ㄷ, ㄹ, ㅁ
ㄴ. $A - B = \varnothing$이면 $A \subset B$이므로 $A \cap B = A$
ㄷ. $A \subset B$이므로 $B^c \subset A^c$
ㄹ. $A^c \cup A = U$이고 $A \subset B$이므로 $A^c \cup B = U$
ㅁ. $A^c \cup B = U$이므로 $(A^c \cup B)^c = \varnothing$, 즉 $A \cap B^c = \varnothing$
따라서 항상 옳은 것은 ㄱ, ㄷ, ㄹ, ㅁ이다.

652. 정답 ㄱ, ㄹ, ㅂ

653. 정답 (1) $A \subset B$ (2) $B \subset A$

654. 정답 $-1,\ 0,\ 4$

655. 정답 $a \leq -3,\ b \geq 4$

656. 정답 (1) $B \subset X \subset A$ (2) 4
(1) $B \cap X = B$이므로 $B \subset X$이고, $A \cup X = A$이므로 $X \subset A$이다.
즉, $B \subset X \subset A$이다.
(2) 집합 X는 $B = \{1,\ 3,\ 5\}$의 모든 원소를 포함하고 집합
$A = \{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5\}$의 부분집합이어야 한다. 따라서 집합 X는 집합
$\{2,\ 4\}$의 부분집합에 각각 원소 1, 3, 5를 추가한 것과 같으므로 집합
X의 개수는 4이다.

657. 정답 16

$A\cap X=A$, $B\cup X=B$이므로 $A\subset X\subset B$

따라서 집합 X의 개수는 집합 $\{2,\ 4,\ 10,\ 20\}$의 부분집합의 개수와 같으므로 $2^4=16$

658. 정답 16

두 집합 A, B를 각각 원소나열법으로 나타내면

$A=\{1,\ 3\}$, $B=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 6,\ 12\}$

$A\cap X=A$에서 $A\subset X$이고, $B\cup X=B$에서 $X\subset B$이다.

따라서 집합 X는 집합 B의 부분집합 중 원소 1, 3을 모두 포함하는 집합이므로 구하는 집합 X의 개수는

$2\times2\times2\times2=16$

659. 정답 8

$A=\{1,\ 3,\ 5\}$

$x^2-7x<0$에서 $x(x-7)<0$, 즉 $0<x<7$이므로

$B=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6\}$ ……❶

이때 $A\cap X=A$에서 $A\subset X$, $B\cup X=B$에서 $X\subset B$이므로

$A\subset X\subset B$ ……❷

따라서 집합 X는 $\{1,\ 3,\ 5\}$, $\{1,\ 2,\ 3,\ 5\}$, $\{1,\ 3,\ 4,\ 5\}$, $\{1,\ 3,\ 5,\ 6\}$, $\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5\}$, $\{1,\ 2,\ 3,\ 5,\ 6\}$, $\{1,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6\}$, $\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6\}$이고, 그 개수는 8이다. ……❸

채점 기준	배점 비율
❶ 두 집합 A, B를 원소나열법으로 나타내기	20%
❷ 집합 X와 두 집합 A, B의 포함관계 나타내기	40%
❸ 집합 X의 개수 구하기	40%

660. 정답 $\varnothing$, $\{1\}$, $\{2\}$, $\{1,\ 2\}$

$A\cap X=X$에서 집합 X는 집합 A의 부분집합이다. …… ㉮

또, $B\cap X=\varnothing$에서 집합 X는 집합 B와 서로소이므로 $3\notin X$이어야 한다. …… ㉯

따라서 집합 A의 부분집합이면서 3을 원소로 갖지 않는 집합 X는 $\varnothing$, $\{1\}$, $\{2\}$, $\{1,\ 2\}$이다. …… ㉰

단계	채점 요소	배점 비율
㉮	집합 X와 집합 A의 포함 관계를 구했다.	30%
㉯	집합 X와 집합 B의 포함 관계를 구했다.	30%
㉰	주어진 조건을 만족시키는 집합 X를 모두 구했다.	40%

661. 정답 8

$A\cap X=\varnothing$에서 두 집합 A와 X는 서로소이고, $B\cup X=B$에서 $X\subset B$이다.

$A=\{1, 2, 4, 8\}$, $B=\{4, 8, 12, 16, 20\}$

이므로 X는 B의 부분집합 중에서 A와 서로소인 집합, 즉 $B-A=\{12, 16, 20\}$의 부분집합과 같다.

따라서 조건을 만족시키는 집합 X는

$\varnothing$, $\{12\}$, $\{16\}$, $\{20\}$, $\{12, 16\}$, $\{12, 20\}$, $\{16, 20\}$, $\{12, 16, 20\}$

이고, 그 개수는 8이다.

662. 정답 4

663. 정답 4

664. 정답 4

665. 정답 (1) 50 (2) 8

$n(A_3)=33$, $n(A_4)=25$, $n(A_3\cap A_4)=n(A_{12})=8$

(1) $n(A_3\cup A_4)=n(A_3)+n(A_4)-n(A_3\cap A_4)=50$

(2) $n(A_2\cap(A_3\cap A_4))=n(A_2\cap A_{12})=n(A_{12})=8$

666. 정답 5

667. 정답 ❶ 16 ❷ 23

668. 정답 4, 6, 9, 12

집합 $A_3\cap A_k$는 50 이하의 자연수 중에서 3과 k의 공배수의 집합이다.

3과 k의 최소공배수를 m $(m>3)$이라고 하자.

$m\le 12$이면 $4m\le 48<50$이므로 $n(A_3\cap A_k)\ge 4$

$m\ge 13$이면 $4m\ge 52>50$이므로 $n(A_3\cap A_k)\le 3$

따라서 m은 12 이하이므로 3보다 큰 3의 배수 중 12 이하인 수는 6, 9, 12이고 3과 4의 최소공배수는 12이므로 구하는 모든 자연수 k는 4, 6, 9, 12이다.

669. 정답 5

$A_4\cap A_6=A_{12}$이므로 $A_{12}\subset A_k$ ▶ 50 %

따라서 k는 2 이상인 12의 약수, 즉 2, 3, 4, 6, 12이므로 구하는 개수는 5 ▶ 50 %

670. 정답 ㄱ, ㄴ

ㄱ. $A_6=\{6,\ 12,\ 18,\ \cdots\}$이고 $A_3=\{3,\ 6,\ 9,\ 12,\ \cdots\}$이므로 $A_6\subset A_3$이다. (참)

ㄴ. $A_4\cap A_6$은 4와 6의 최소공배수 12의 배수이므로 $A_4\cap A_6=A_{12}$이다. (참)

ㄷ. $A_3\cap(A_4\cup A_6)=(A_3\cap A_4)\cup(A_3\cap A_6)$
$=A_{12}\cup A_6=A_6$ (거짓)

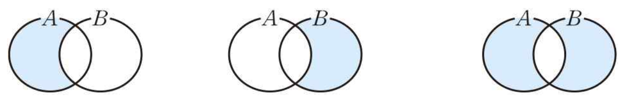
따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ이다.

671. 정답 ㄴ

672. 정답 ㄷ, ㄹ

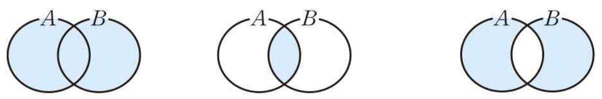
673. 정답 풀이 참조

[좌변]



$A-B \quad \cup \quad B-A \quad = \quad (A-B)\cup(B-A)$

[우변]



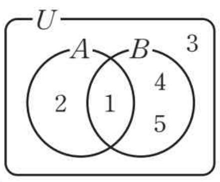
$A\cup B \quad - \quad A\cap B \quad = \quad (A\cup B)-(A\cap B)$

따라서 $(A-B)\cup(B-A)=(A\cup B)-(A\cap B)$가 성립한다.

674. 정답 $\{1,\ 4,\ 5\}$

$(A\cap B^C)\cup(A^C\cap B)$

$=(A-B)\cup(B-A)$이므로 주어진 조건을 만족시키는 두 집합 A, B와 전체집합 U를 벤 다이어그램으로 나타내면 오른쪽 그림과 같다.



따라서 $B=\{1,\ 4,\ 5\}$

675. 정답 10

676. 정답 ③

677. 정답 (1) 9 (2) 8 (3) 5

(1) $n(A\cap B)=n(A)+n(B)-n(A\cup B)=9$

(2) $n(A-B)=n(A)-n(A\cap B)=8$

(3) $n(A^C\cap B^C)=n(U)-n(A\cup B)=5$

678. 정답 (1) 12 (2) 4

679. 정답 (1) 8 (2) 2

680. 정답 (1) 9 (2) 4

681. 정답 2

682. 정답 11

683. 정답 8

$n(A\cap B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)$

$=10+13-15=8$

684. 정답 7

$n(A\cap B)=n(A)+n(B)-n(A\cup B)$

$=16+11-20=7$

685. 정답 10

$n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)$

$=5+8-3=10$

686. 정답 12

$n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)=7+9-4=12$

687. 정답 15

688. 정답 40

$n(A\cup B)=n(U)-n(A^C\cap B^C)=113$이므로

$n(A\cap B)=n(A)+n(B)-n(A\cup B)=40$

689. 정답 36

드모르간의 법칙에 의하여 $A^C\cup B^C=(A\cap B)^C$이므로

$n(A^C\cup B^C)=n((A\cap B)^C)=n(U)-n(A\cap B)$

그런데 $n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)$이므로

$34=21+17-n(A\cap B)$, 즉 $n(A\cap B)=4$

따라서 $n(A^C\cup B^C)=n(U)-n(A\cap B)=40-4=36$

690. 정답 9

691. 정답 20

692. 정답 43

693. 정답 48

$n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)$이므로

$21=7+16-n(A\cap B)$, 즉 $n(A\cap B)=2$

드모르간의 법칙에 의하여 $A^C\cup B^C=(A\cap B)^C$이므로

$n(A^C\cup B^C)=n((A\cap B)^C)$

$=n(U)-n(A\cap B)$

$=50-2=48$

694. 정답 2

695. 정답 23

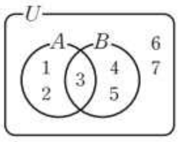
696. 정답 8

697. 정답 7

698. 정답 $\{1\}$

699. 정답 13

문제의 조건을 벤 다이어그램으로 나타내면 오른쪽 그림과 같다. ▶ 50 %



따라서 $(A\cup B)^C=\{6,\ 7\}$의 모든 원소의 합은

$6+7=13$ ▶ 50 %

700. 정답 14

701. 정답 9

702. 정답 19

703. 정답 59

$n(A\cap B)=n(A)-n(A-B)=24$ ▶ 40 %

$n(B-A)=n(B)-n(A\cap B)=1$ ▶ 40 %

$n((B-A)^C)=n(U)-n(B-A)=59$ ▶ 20 %

704. 정답 ⑤

705. 정답 2

$A=\{$ 지구, 화성, 목성, 토성, 천왕성, 해왕성 $\}$

$B=\{$ 목성, 토성, 천왕성, 해왕성 $\}$

$A-B=\{$ 지구, 화성 $\}$이므로 $n(A-B)=2$

706. 정답 (1) 23 (2) 17

707. 정답 14명

제주도를 방문해 본 학생의 집합을 A, 울릉도를 방문해 본 학생의 집합을 B라고 하면

$n(A)=10,\ n(B)=6,\ n(A\cap B)=2$

이때 $n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)=14$

이므로 제주도 또는 울릉도를 방문해 본 학생은 14명

708. 정답 (1) 5 (2) 6

(1) 반 학생 전체의 집합을 U, 배드민턴을 희망하는 학생의 집합을 A, 탁구를 희망하는 학생의 집합을 B라고 하면 $n(U)=25,\ n(A)=17,$ $n(B)=11,\ n(A^C\cap B^C)=2$

$n(A\cup B)=n(U)-n(A^C\cap B^C)=25-2=23$이므로

$n(A\cap B)=n(A)+n(B)-n(A\cup B)$

$=17+11-23=5$

(2) $n(B-A)=n(B)-n(A\cap B)=11-5=6$

709. 정답 24

710. 정답 30

어느 안전 동아리 회원 중에서 소방 안전 교육을 받은 회원의 집합을 A, 심폐 소생 교육을 받은 회원의 집합을 B라고 하면

$n(A)=15,\ n(B)=22,\ n(A\cap B)=7$

소방 안전 교육 또는 심폐 소생 교육을 받은 회원의 집합은 $A\cup B$이므로

$n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)=15+22-7=30$

711. 정답 6

712. 정답 16

학급 학생 전체의 집합을 U, A 뮤지컬을 관람한 학생의 집합을 A, B 뮤지컬을 관람한 학생의 집합을 B라 하면 ▶ 30%

$n(U)=40,\ n(A)=25,\ n(B)=18, n(A^c\cap B^c)=6$이다.

따라서 $n(A^c\cap B^c)=n((A\cup B)^c)$

$=n(U)-n(A\cup B)=6$이므로

$n(A\cup B)=40-6=34$ ▶ 40%

그러므로 A 뮤지컬만 관람한 학생 수는

$n(A-B)=n(A\cup B)-n(B)=34-18=16$ ▶ 30%

713. 정답 8

전체 학생의 집합을 U, 재난 안전 교육을 받은 학생의 집합을 A, 응급 처치 교육을 받은 학생의 집합을 B라고 하면

$n(U)=30,\ n(A)=13,\ n(B)=15$이다.

이때 $n(U)-n(A\cup B)=7$이므로 $n(A\cup B)=23$

$n(A\cap B)=n(A)+n(B)-n(A\cup B)=13+15-23=5$

이므로 $n(A-B)=n(A)-n(A\cap B)=13-5=8$

714. 정답 12명

재난 안전 교육에 참여한 학생 전체의 집합을 U, 방독면 사용 교육을 선택한 학생의 집합을 A, 소화기 사용 교육을 선택한 학생의 집합을 B라고 하면

$n(U)=30,\ n(A)=15,\ n(B)=9,\ n(A\cap B)=6$

두 교육 중에서 적어도 하나를 선택한 학생 수는

$n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)=18$

이므로 $n((A\cup B)^C)=n(U)-n(A\cup B)=12$

따라서 두 교육 중에서 어느 것도 선택하지 않은 학생은

12명

715. 정답 42

716. 정답 96

100 미만의 자연수 전체의 집합을 U, 7의 배수의 집합을 A, 5로 나누었을 때의 나머지가 3인 자연수의 집합을 B라 하면

$n(U)=99$이고,

$A=\{7,\ 14,\ 21,\ \cdots,\ 98\}$, $B=\{3,\ 8,\ 13,\ \cdots,\ 98\}$

즉, $A\cap B=\{28,\ 63,\ 98\}$이므로 $n(A\cap B)=3$

따라서 구하는 자연수의 개수는

$$\begin{aligned} n(A^C\cup B^C)&=n((A\cap B)^C)\\ &=n(U)-n(A\cap B)\\ &=99-3=96 \end{aligned}$$

717. 정답 6

❶ 프로그램 A, B, C를 신청한 학생의 집합을 각각 A, B, C라고 하면 $n(A)=18$, $n(B)=13$, $n(A\cap B)=9$,

$n((A\cup B\cup C)^C)=2$에서

$n(A\cup B)=18+13-9=22$

$n(A\cup B\cup C)=30-2=28$

❷ 따라서 프로그램 C만 신청한 학생 수는

$n(A\cup B\cup C)-n(A\cup B)=28-22=6$

718. 정답 최댓값: 15, 최솟값: 6

반 학생 전체집합을 U, 프로그램 A, B를 사용해 본 학생의 집합을 A, B라 하고, $n(A\cap B)=x$라고 하면 $(A\cup B)\subset U$에서

$n(A\cup B)\le n(U)$이므로

$21+15-x\le 30,\ 6\le x$ ……①

$(A\cap B)\subset A$이고, $(A\cap B)\subset B$에서

$n(A\cap B)\le n(A)$이고 $n(A\cap B)\le n(B)$이므로

$x\le 21$이고 $x\le 15$ ……②

①, ②에서 $6\le x\le 15$

따라서 구하는 최댓값은 15, 최솟값은 6

719. 정답 최댓값: 21, 최솟값: 9

자전거 동아리 회원 전체의 집합을 U, 두 코스 A와 B를 다녀온 경험이 있는 회원의 집합을 각각 A와 B라 하면 두 코스 A와 B를 모두 다녀온 회원의 집합은 $A\cap B$이다.

$n(U)=40$, $n(A)=28$, $n(B)=21$

이때 $n(A\cup B)\le n(U)=40$이므로

$$\begin{aligned} n(A\cap B)&=n(A)+n(B)-n(A\cup B)\\ &\ge 28+21-40=9 \end{aligned}$$

또, $n(A\cap B)\le n(B)=21$이므로

$9\le n(A\cap B)\le 21$

따라서 구하는 최댓값은 21이고 최솟값은 9이다.

720. 정답 최댓값 14, 최솟값 3

수지네 반 학생 전체의 집합을 U, 과목 A, B를 선호하는 학생의 집합을 각각 A, B라고 하면 $n(A\cap B)$는 $A\subset B$일 때 최댓값을 갖고, $A\cup B=U$일 때 최솟값을 갖는다.

따라서 x의 최댓값은 14, 최솟값은 3이다.

721. 정답 최댓값 17, 최솟값 5

환경 캠프에 참여한 학생 전체의 집합을 U, 친환경 가방을 만든 학생의 집합을 A, 친환경 수세미를 만든 학생의 집합을 B라고 하면 $n(A\cap B)$는 $A\subset B$일 때 최댓값을 갖고, $A\cup B=U$일 때 최솟값을 갖는다.

따라서 x의 최댓값은 17, 최솟값은 5이다.

722. 정답 (1) 35 (2) 5

예방 접종을 받은 사람의 집합을 U, 예방 접종을 받은 사람 중 50세 이상의 집합을 P, A동 주민의 집합을 Q라고 하자.

(1) $n(P\cap Q)$가 최대인 경우는 $Q\subset P$일 때이므로

$n(P\cap Q)=n(Q)=35$

(2) $n(P\cap Q)$가 최소인 경우는 $P\cup Q=U$일 때이므로

$$\begin{aligned} n(P\cap Q)&=n(P)+n(Q)-n(P\cup Q)\\ &=45+35-75=5 \end{aligned}$$

723. 정답 10

조건 (나) $A\cap(B\cup A^C)=\varnothing$에서

$(A\cap B)\cup(A\cap A^C)=A\cap B=\varnothing$이므로

두 집합 A, B는 서로소이다. …… ❶

즉, $A-B=A-(A\cap B)=A$이므로 조건 (다)에 의하여

$n(A)=10$이다. …… ❷

따라서 $n(U)=20$이고 $n(A)=10$이므로

$n(B)$의 최댓값은 10이다. …… ❸

단계	채점 기준	비율
❶	두 집합 A, B가 서로소임을 알기	40%
❷	$n(A)$ 구하기	30%
❸	$n(B)$의 최댓값 구하기	30%