

1. 순열과 조합

1. 여러가지 순열 (step1)

순열

1. 다음 두 가지 경우의 수의 합은? [3.5점]

- (가) 회원이 15명인 동아리에서 부장 1명, 차장 1명을 뽑는 경우의 수
 (나) 1부터 6까지의 자연수 중에서 서로 다른 두 수를 이용하여 만들 수 있는 두 자리 자연수의 개수

- ① 230 ② 240 ③ 250
 ④ 260 ⑤ 270

2. 두 집합 $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ 에 대하여 A 에서 B 로의 함수 f 중에서 $f(1) + f(2) = 5$ 를 만족시키는 함수의 개수는? [4.4점]

- ① 90 ② 95 ③ 100
 ④ 105 ⑤ 110

원순열(원탁)

3. 남학생 4명과 여학생 4명이 원탁에 둘러앉을 때, 남학생과 여학생이 교대로 앉는 경우의 수는? [4.7점]

- ① 96 ② 144 ③ 384
 ④ 720 ⑤ 2304

4. 남자 4명과 여자 4명이 원탁에 둘러앉아 토의를 할 때, 여자와 남자가 교대로 앉는 모든 경우의 수는? [3.8점]

- ① 36 ② 72 ③ 144
 ④ 288 ⑤ 576

5. 할머니와 할아버지를 포함한 6명의 가족이 원형 식탁에 둘러앉아 식사를 할 때, 할머니와 할아버지가 이웃하게 앉는 경우의 수는?
 (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [4.1점]

- ① 40 ② 44 ③ 48
 ④ 52 ⑤ 56

6. 남학생 3명과 여학생 2명이 일정한 간격을 두고 원형의 탁자에 모두 둘러앉을 때, 여학생 2명이 서로 이웃하게 앉는 경우의 수는?

(단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [3.7점]

- ① 12 ② 14 ③ 16
④ 18 ⑤ 20

7. 2명의 주연 배우를 포함하여 한 영화에 출연한 6명의 배우가 시상식에 참석해 원탁에 둘러앉을 때, 2명의 주연 배우가 이웃하게 앉는 경우의 수는? [4점]

- ① 36 ② 39 ③ 42
④ 45 ⑤ 48

8. 할머니와 할아버지를 포함한 7명의 가족이 원형 식탁에 둘러앉아 식사를 할 때, 할머니 바로 오른쪽에 할아버지가 앉는 경우의 수는? (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [3.7점]

- ① 120 ② 150 ③ 180
④ 210 ⑤ 240

9. 6명의 학생이 일정한 간격을 두고 원 모양의 탁자에 모두 둘러앉는 경우의 수는? (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [3.6점]

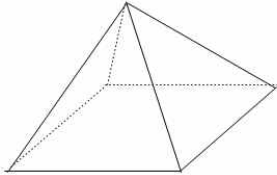
- ① 1! ② 2! ③ 3!
④ 4! ⑤ 5!

10. 교사 3명과 학생 3명이 일정한 간격을 두고 원형의 탁자에 둘러앉을 때, 학생은 2명만 서로 이웃하게 앉는 경우의 수는? (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [3.6점]

- ① 48 ② 54 ③ 60
④ 66 ⑤ 72

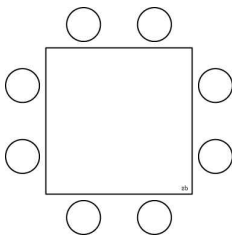
원순열(여러 모양의 탁자)

11. 다그림과 같은 정사각뿔의 각 면을 서로 다른 5가지의 색을 모두 사용하여 칠하는 경우의 수는? (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다. [4.3점]



- ① 24 ② 30 ③ 60
④ 72 ⑤ 120

12. 8명의 학생이 다음 그림과 같은 정사각형 모양의 탁자에 둘러앉는 모든 경우의 수는? (단, 회전하여 일치하는 경우는 모두 같은 것으로 본다.) [4.1점]



- ① 1680 ② 3360 ③ 5040
④ 10080 ⑤ 20160

중복순열

13. ${}_nC_2 + {}_n\Pi_2 = 35$ 을 만족시키는 자연수 n 의 값은? [3.8점]

- ① 5 ② 6 ③ 7
④ 8 ⑤ 9

14. ${}_3\Pi_2$ 의 값은? [3.5점]

- ① 5 ② 6 ③ 7
④ 8 ⑤ 9

15. ${}_5\Pi_3$ 의 값은? [4.2점]

- ① 120 ② 125 ③ 130
④ 135 ⑤ 140

16. ${}_nP_2 + {}_nH_2 = 120$ 을 만족시키는 자연수 n 의 값은? [4.1점]

- ① 6 ② 7 ③ 8
④ 9 ⑤ 10

17. 3명의 학생이 방과후 체육 활동으로 농구, 야구, 배구, 축구 중에서 한 가지를 택하는 경우의 수는? [3.6점]

- ① 47 ② 55 ③ 64
④ 72 ⑤ 81

중복순열(자연수의 개수)

18. 1, 2, 3, 4에서 중복을 허용하여 5개의 수를 뽑아 다섯 자리 자연수를 만들 때, 만의 자리의 수와 일의 자리의 수는 서로 같고 같은 숫자가 3번 이상 연속하여 나열되지 않는 자연수의 개수는? [4.3점]

- ① 204 ② 208 ③ 212
④ 216 ⑤ 220

19. 서로 다른 종류의 연필 4자루를 3명의 학생 A, B, C 에게 남김없이 나누어 주는 경우의 수는?
(단, 연필을 받지 못하는 학생이 있을 수 있다.) [3.8점]

- ① 52 ② 64 ③ 73
④ 81 ⑤ 95

20. 중복을 허용하여 4개의 숫자 0, 1, 2, 3으로 만들 수 있는 네 자리 홀수의 개수는? [3.8점]

- ① 96 ② 112 ③ 128
④ 162 ⑤ 196

21. 숫자 0, 1, 2, 3 중에서 중복을 허락하여 3개를 택해 일렬로 나열하여 만들 수 있는 세 자리 자연수의 개수는? [4.3점]

- ① 48 ② 56 ③ 64
④ 72 ⑤ 80

22. 네 개의 수 1, 2, 3, 4에서 중복을 허용하여 만들 수 있는 두 자리의 자연수의 개수는? [4.0점]

- ① 2 ② 4 ③ 8
④ 12 ⑤ 16

중복순열(함수의 개수)

23. 두 집합 $X = \{1, 2, 3\}$, $Y = \{1, 2, 3, 4\}$ 에 대하여 X 에서 Y 로의 함수 f 중에서 $f(1) \neq 2$ 인 함수의 개수는? [4.7점]

- ① 16 ② 48 ③ 55
④ 64 ⑤ 81

24. 집합 $A = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ 에 대하여 A 에서 A 로의 함수 f 가 있다. $f(2)f(3)f(4) \neq 0$ 을 만족시키는 함수의 개수를 구하고 풀이 과정을 논술하시오. [5점]

25. 두 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $Y = \{a, b, c\}$ 에 대하여 X 를 정의역, Y 를 공역으로 하는 함수 $f: X \rightarrow Y$ 의 개수는? [4.1점]

- ① 49 ② 64 ③ 81
④ 169 ⑤ 243

같은 것을 포함한 순열

26. 빨간색 깃발 2개, 파란색 깃발 3개, 노란색 깃발 4개를 일렬로 배열하여 신호를 만들 때, 양 끝에 노란색 깃발이 오도록 만들 수 있는 서로 다른 모든 신호의 개수는? (단, 같은 색깔의 깃발은 서로 구별되지 않는다.) [3.8점]

- ① 180 ② 195 ③ 210
④ 225 ⑤ 240

27. 5개의 문자 a, a, b, b, c 를 모두 일렬로 나열하는 경우의 수는?
[4.0점]

- ① 10 ② 20 ③ 30
④ 40 ⑤ 50

28. 8개의 문자 a, a, b, b, b, c, d, e 를 일렬로 나열할 때, c 가 d 보다 앞에 오도록 나열하는 경우의 수는? [3.7점]

- ① 840 ② 1680 ③ 2520
④ 3360 ⑤ 4200

29. 7개의 문자 a, a, b, b, b, c, d 를 모두 일렬로 나열하는 경우의 수는? [3.8점]

- ① 400 ② 420 ③ 440
④ 480 ⑤ 500

30. 여섯 개의 문자 a, a, a, b, b, c 를 일렬로 나열하는 경우의 수는? [3.5점]

- ① 30 ② 40 ③ 50
④ 60 ⑤ 70

같은 것을 포함한 순열(자연수의 개수)

31. 숫자 1, 1, 2, 2, 3, 3, 3 중에서 3개를 택해 일렬로 나열하여 만들 수 있는 세 자리의 자연수의 개수는? [4.2점]

- ① 25 ② 27 ③ 29
④ 31 ⑤ 33

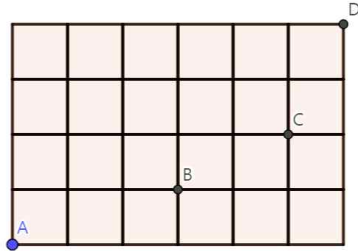
같은 것을 포함한 순열(순서가 정해진 순열)

32. 5개의 문자 a, b, c, d, e 를 일렬로 나열할 때, a 가 b 보다 왼쪽에 나열될 확률은? [4.2점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{4}$
④ $\frac{1}{5}$ ⑤ $\frac{1}{6}$

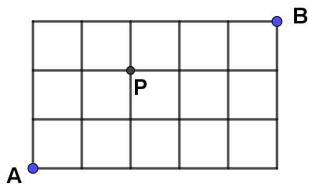
최단거리

33. 그림과 같은 도로망이 있다. A지점에서 B, C를 모두 거쳐 D지점 까지 최단 거리로 가는 경우의 수는? [3.9점]



- ① 35 ② 36 ③ 37
④ 38 ⑤ 39

34. 그림과 같은 직사각형 모양으로 연결된 도로망이 있다. 이 도로망을 따라 A지점에서 출발하여 P지점을 지나 B지점까지 최단거리로 이동하는 경우의 수는? [3.9점]



- ① 10 ② 24 ③ 36
④ 46 ⑤ 54

1. 여러가지 순열(step2)

순열

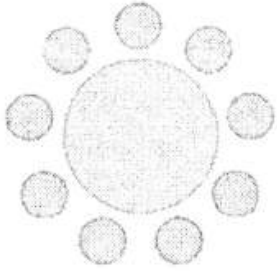
35. 6명의 학생 A, B, C, D, E, F가 부채춤을 추기 위하여 원형으로 둘러설 때, A와 B가 이웃하지 않고 C와 D도 이웃하지 않게 서는 경우의 수는? (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [4.8점]



- ① 48 ② 42 ③ 36
④ 30 ⑤ 24

원순열(원탁)

36. 아래 그림과 같이 9개의 자리가 있는 원탁에 남학생 3명과 여학생 3명이 둘러앉으려고 한다. 남학생 1명과 여학생 1명이 한 조씩 총 3개의 조를 이루어 다른 조원 사이에는 빈자리를 두고 같은 조원들끼리는 이웃하게 앉는 경우의 수는? [4.1점]



- ① 94 ② 96 ③ 98
④ 100 ⑤ 102

37. 남학생 4명과 여학생 4명이 원탁에 둘러앉을 때, 남학생과 여학생이 번갈아 가며 앉는 경우의 수는? (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [4.0점]

- ① 144 ② 145 ③ 146
④ 147 ⑤ 148

38. 남학생 대표 1명과 여학생 대표 1명을 포함하여 남학생 3명과 여학생 3명이 원탁에 둘러앉을 때, 남학생 대표와 여학생 대표가 마주 보고 앉는 경우의 수는?

(단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [4.0점]

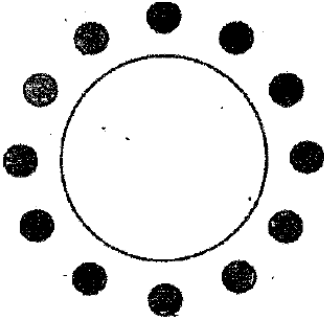
- ① 6 ② 24 ③ 48
④ 96 ⑤ 120

39. 남자 5명과 여자 4명이 원탁에 앉을 때, 여자들은 어느 누구도 이웃하지 않도록 앉는 경우의 수는? (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [4.3점]

- ① $9!$ ② $8!$ ③ $5! \times 4!$
④ $4! \times 4!$ ⑤ $4! \times 3!$

40. 그림과 같이 12개의 자리가 있는 원탁에 남학생 4명과 여학생 4명이 둘러앉으려고 한다. 남학생 1명과 여학생 1명이 한 조씩 총 4개의 조를 이루어 다른 조원 사이에는 빈자리를 두고 같은 조원들끼리는 이웃하게 앉는 경우의 수는?

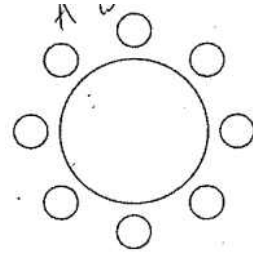
(단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [5.1점]



- ① 2296 ② 2298 ③ 2300
④ 2302 ⑤ 2304

41. 세 남학생 A, B, C를 포함한 4명의 남학생과, 여학생 D를 포함한 4명의 여학생이 있다. 이 8명의 학생이 일정한 간격을 두고 원 모양의 탁자에 다음 조건을 만족시키도록 모두 둘러앉는 경우의 수는? [4.8점]

- (가) A와 B는 이웃한다.
(나) A와 C는 이웃하지 않는다.
(다) D는 여학생과 이웃하지 않는다.



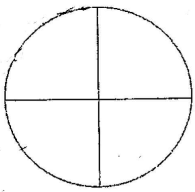
- ① 216 ② 228 ③ 240
④ 252 ⑤ 264

원순열(색칠하기)

42. 그림과 같이 합동인 부채꼴 4개로 된 원 모양의 타일이 있다. 4보다 큰 자연수 n 에 대하여 서로 다른 n 가지 색 중에서 4가지를 골라 다음 조건을 만족시키도록 타일을 칠하려고 한다.

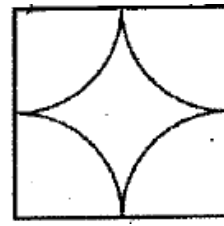
- (가) 골라낸 4가지 색을 모두 사용하여 칠한다.
(나) 한 부채꼴에는 한 가지 색만을 칠할 수 있다.

210가지 종류의 다른 타일을 만들 수 있다고 할 때, n 의 값은?
(단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 보며 뒤집는 경우는 생각하지 않는다.) [5.0점]



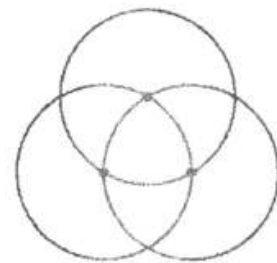
- ① 5 ② 6 ③ 7
④ 8 ⑤ 10

43. 그림과 같이 한 변의 길이가 2인 정사각형의 각 꼭짓점을 중심으로 하고 반지름의 길이가 1인 사분원을 정사각형의 내부에 그린 도형이 있다. 한 면은 모두 흰색이고, 다른 면은 각각 노란색, 빨간색, 파란색, 초록색, 보라색인 색종이 5장을 각 영역의 모양대로 잘라 도형의 5개 영역에 붙이려고 한다. 5장의 색종이 중에서 흰 면이 보이는 색종이가 오직 한 개만 나타나는 경우의 수는? (단, 한 영역에는 한 가지 색종이만 붙이고 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다. 색종이는 한 영역을 채울 수 있을 만큼 충분히 크다.) [3.9점]



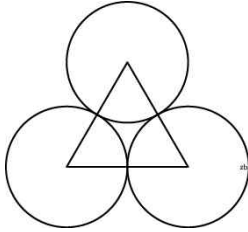
- ① 60 ② 90 ③ 120
④ 150 ⑤ 180

44. 아래 그림과 같이 반지름의 길이가 같은 세 원이 각각 다른 두 원의 중심을 지나고 있다. 이 세 원으로 나누어진 7개의 영역에 서로 다른 7개의 색을 모두 사용하여 칠하는 경우의 수는? (단, 회전에 의하여 일치하는 것은 같은 것으로 하고, 한 영역에는 한 가지 색만 칠한다.) [4.2점]



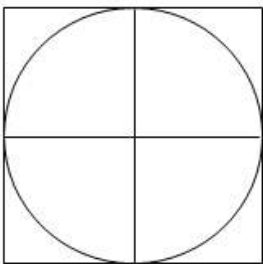
- ① 720 ② 840 ③ 1008
④ 1260 ⑤ 1680

45. 그림과 같이 서로 접하고 크기가 같은 원 3개와 이 세 원의 중심을 꼭짓점으로 하는 정삼각형이 있다. 원의 내부 또는 정삼각형의 내부에 만들어지는 7개의 영역에 서로 다른 7가지 색을 모두 사용하여 칠하려고 한다. 한 영역에 한 가지 색만을 칠할 때, 색칠한 결과로 나올 수 있는 경우의 수는? (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 경우로 본다.) [4.3점]



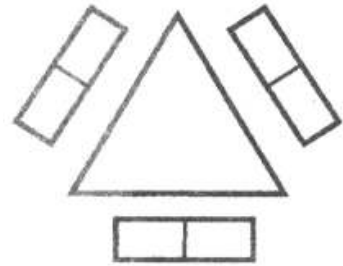
- ① 560 ② 1260 ③ 1680
④ 3760 ⑤ 5040

46. 정사각형에 내접하는 원을 4등분한 그림과 같은 도형에서 한 영역에 한 가지 색만 사용하여 8개의 영역에 서로 다른 8가지 색을 모두 칠하는 경우의 수를 구하고, 그 과정을 서술하시오. (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [6.0점]



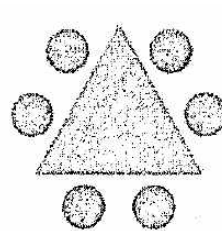
원순열(여러 모양의 탁자)

47. 여자 2명과 남자 4명이 보드게임을 하기 위해 아래 그림과 같은 정삼각형 모양의 탁자에 둘러앉으려고 한다. 이때 여자 2명이 탁자의 서로 다른 모서리에 앉는 경우의 수는? (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [4점]

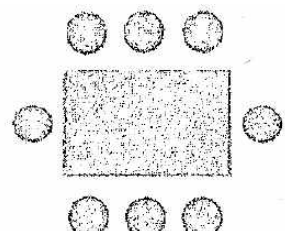


- ① 191 ② 192 ③ 1933
④ 194 ⑤ 195

48. 6명의 학생이 그림 (가)와 같이 정삼각형 모양의 탁자에 둘러 앉는 경우의 수를 a , 8명의 학생이 그림 (나)와 같이 직사각형 모양의 탁자에 둘러앉는 경우의 수를 b 라 하자. $\frac{b}{a}$ 의 값은?
(단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [3.9점]



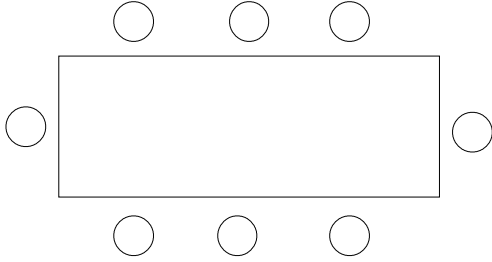
(가)



(나)

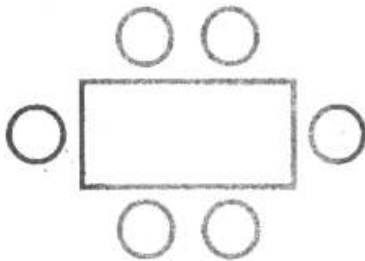
- ① 84 ② 85 ③ 86
④ 87 ⑤ 88

49. 그림과 같은 직사각형 모양의 탁자에 일정한 간격으로 남학생 4명, 여학생 4명이 같은 성별끼리 이웃하지 않게 모두 둘러앉는 경우의 수는? (단, 직사각형 모양의 탁자의 모서리에 인접하여 앉는 것도 이웃하여 앉는 것으로 생각하고, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [4.0점]



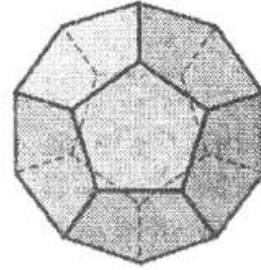
- ① 576 ② 578 ③ 580
④ 582 ⑤ 584

50. 아래 그림과 같이 의자가 배열된 직사각형 모양의 탁자에 A반 학생 2명, B반 학생 2명, C반 학생 2명으로 구성된 6명이 둘러앉으려고 한다. A반 학생끼리는 서로 이웃하게 앉고, B반 학생끼리는 이웃하지 않게 앉도록 하는 경우의 수는? (단, 같은 변에 있지 않아도 옆에 있는 경우 이웃한 것으로 보며, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [4.5점]



- ① 36 ② 48 ③ 60
④ 72 ⑤ 84

51. 그림과 같은 정십이면체에 대하여 다음 물음에 답하시오. [총 7점]



(1) 각 면에 1 부터 12까지의 자연수를 하나씩 적어 만들 수 있는 정십이면체의 개수는 $\frac{q}{p} \times 11!$ 이다. $p+q$ 를 구하는 풀이 과정과 답을 쓰시오. (단, p 와 q 는 서로소이다.) [4점]

(2) 각 면에 1부터 12까지의 자연수를 하나씩 적어 정십이면체를 만들 때, 마주보는 면에 적힌 수의 합이 13인 서로 다른 정십이면체의 개수를 구하는 풀이 과정과 답을 쓰시오. [3점]

중복순열

52. 서로 다른 3대의 버스를 각각 1호차, 2호차, 3호차라고 하자. 여학생 3명, 남학생 4명을 모두 버스에 태워 체험 학습을 가려고 한다. 여학생은 1호차 버스에 타지 않도록 학생들을 버스에 나눠 태울 수 있는 모든 경우의 수는? (단, 한 명도 탑승하지 않는 버스가 있을 수 있다.) [3.8점]

- ① 60 ② 120 ③ 216
④ 576 ⑤ 648

중복순열(자연수의 개수)

53. 0, 1, 2, 3, 4, 5에서 중복을 허락하여 4개를 뽑아 네 자리 자연수를 만들 때, 천의 자리의 숫자와 일의 자리의 숫자의 합이 5인 자연수의 개수는? [4.9점]

- ① 60 ② 125 ③ 144
④ 180 ⑤ 216

54. 1부터 7까지의 자연수 중에서 짝수는 중복을 허용하여 사용하고, 홀수는 한 번씩만 사용하여 7개의 자연수를 뽑아 일렬로 나열하려고 한다. 이때, 홀수는 모두 홀수 번째에, 짝수는 모두 짝수 번째에 오는 경우의 수는? [4.0점]

- ① 144 ② 256 ③ 368
④ 648 ⑤ 1536

55. 숫자 1, 2, 3, 4, 5 중에서 중복을 허락하여 5개를 택해 일렬로 나열하여 다섯 자리의 자연수를 만들고, 나열된 5개의 수를 모두 곱한 값을 N 이라 하자. 다음 조건을 만족시키는 다섯 자리의 자연수의 개수는? [4.6점]

N 은 24의 배수이고 16의 배수가 아니다.

- ① 390 ② 400 ③ 410
④ 420 ⑤ 430

56. 2, 3, 4에서 중복을 허용하여 네 자리의 자연수를 만들 때, 만들 수 있는 모든 자연수의 합은 $a \times 1111$ 이다. 이때, a 의 값은? [4점]

- ① 243 ② 246 ③ 249
④ 252 ⑤ 255

57. 집합 $X = \{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 함수 $f: X \rightarrow X$ 의 개수는? [5.0점]

집합 X 의 임의의 원소 a 에 대하여
 a 가 4의 배수이면 $f(a)$ 도 4의 배수이고,
 a 가 4의 배수가 아니면 $f(a) < f(4)$ 이다.

- ① 1248 ② 1250 ③ 1252
④ 1254 ⑤ 1256

58. 1, 2, 3, 4, 5, 6의 숫자가 하나씩 적힌 6개의 공을 모두 3개의 상자 A, B, C에 넣으려고 한다. 어느 상자에도 넣어진 공에 적힌 수의 합이 18 이상이 되는 경우가 없도록 공을 상자에 넣는 경우의 수는? (단, 빈 상자가 있을 수 있고, 빈 상자의 경우는 넣어진 공에 적힌 수의 합을 0으로 한다.) [4.9점]

- ① 699 ② 698 ③ 697
④ 696 ⑤ 695

59. 세 숫자 1, 2, 3에서 중복을 허용하여 만들 수 있는 네 자리의 자연수 중 2332보다 작은 수의 개수를 구하고 그 과정을 서술하시오. [5.0점]

같은 것을 포함한 순열

60. 7개의 계단을 한 번에 한 계단 또는 두 계단씩 올라가는 경우의 수는? [5.1점]

- ① 13 ② 15 ③ 17
④ 19 ⑤ 21

61. 길이가 각각 1cm, 3cm인 두 종류의 나무막대를 사용하여 총 길이가 12cm가 되도록 막대끼리 겹치지 않게 이어 붙이려 한다. 각 종류의 나무막대가 10개씩 있을 때, 가능한 모든 경우의 수를 구하고 그 과정을 서술하시오. (단, 나무막대의 폭은 무시하고, 같은 길이의 나무막대끼리는 서로 구별하지 않으며, 사용하지 않은 나무막대가 있을 수 있다.) [6.0점]

62. 세 정수 a, b, c 에 대하여 $a^2 + b^2 + c^2 = 17$ 을 만족하는 a, b, c 의 모든 순서쌍 (a, b, c) 의 개수는? [4.5점]

- ① 24 ② 30 ③ 36
④ 42 ⑤ 48

63. 집합 $X = \{1, 2, 3, 4\}$ 에서 집합 $Y = \{0, 1, 2, 3\}$ 로의 함수 중에서 $\sum_{k=1}^4 f(k) = 7$ 을 만족하는 함수 f 의 개수를 구하고 풀이 과정을 논술하시오. [5점]

같은 것을 포함한 순열(자연수의 개수)

64. 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에서 집합 $Y = \{0, 1, 2\}$ 로의 함수 중에서 $\sum_{k=1}^5 f(k) = 6$ 를 만족시키는 함수 f 의 개수는? [4.4점]

- ① 30 ② 35 ③ 40
④ 45 ⑤ 50

65. 숫자 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 중에서 중복을 허락하여 다섯 개를 다음 조건을 만족시키도록 선택한 후, 일렬로 나열하여 만들 수 있는 모든 다섯 자리의 자연수 개수를 구한 것은? [4.9점]

- (가) 각각의 홀수는 선택하지 않거나 두 번만 선택한다.
(나) 각각의 짝수는 선택하지 않거나 한 번만 선택한다.

- ① 690 ② 720 ③ 750
④ 780 ⑤ 810

66. 5개의 숫자 1,1,2,2,2를 일렬로 배열하여 만들 수 있는 다섯 자리의 자연수의 개수는? [3.6점]

- ① 4 ② 6 ③ 8
④ 10 ⑤ 12

67. 1에서 20까지의 자연수가 하나씩 적힌 20장의 카드 중에서 한 장의 카드를 뽑아서 숫자를 확인하는 시행을 세 번 반복한다. 세 번 반복한 결과 얻은 세수를 차례대로 x, y, z 라고 할 때, x, y, z 의 일의 자리의 수의 합이 3으로 나누어 떨어지는 경우의 수를 구하시오. [5점]

68. 숫자 0, 1, 2, 3 중에서 중복을 허용하여 4개를 택해 일렬로 나열하여 비밀번호를 만들려고 한다. 이 비밀번호에서 가장 왼쪽의 수부터 차례로 a, b, c, d 라 할 때, $a + b + c + d = 5$ 인 경우의 수는? [4.5점]

- ① 36 ② 37 ③ 38
④ 39 ⑤ 40

69. 여섯 개의 숫자 0, 1, 1, 2, 2, 2를 모두 사용하여 만들 수 있는 여섯 자리 자연수 중 짝수의 개수는? [4.2점]

- ① 32 ② 34 ③ 36
④ 38 ⑤ 40

같은 것을 포함한 순열(순서가 정해진 순열)

70. 일곱 개의 문자 a, a, b, b, c, c 를 일렬로 나열할 때, 두 개의 문자 a 와 a 사이에 홀수 개의 문자가 들어가는 경우의 수는? [4.4점]

- ① 82 ② 86 ③ 90
④ 94 ⑤ 98

71. 영어단어 *success*에 있는 7개의 문자를 일렬로 나열할 때, e 가 두 개의 c 보다 앞에 오도록 나열하는 경우의 수는? [4.0점]

- ① 200 ② 180 ③ 160
④ 140 ⑤ 120

72. 6개의 문자 a, b, c, d, e, f 모두를 다음 조건을 만족시키도록 일렬로 나열하는 경우의 수는? [4.1점]

- (가) a 와 b 는 반드시 양쪽 끝에 나열한다.
(나) e 가 f 보다 왼쪽에 오도록 나열한다.

- ① 24 ② 48 ③ 120
④ 240 ⑤ 360

73. *experience*에 있는 10개의 문자 중에서 4개의 문자를 뽑아 일렬로 나열하는 경우의 수를 구하는 풀이 과정과 답을 쓰시오. [6점]

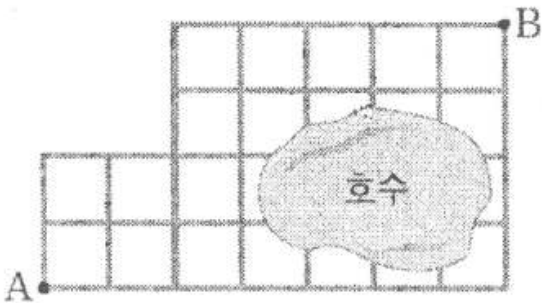
74. *SCHOOL*의 6개의 문자를 일렬로 나열하는 경우의 수를 ㉠, S 와 C 가 이웃하는 경우의 수를 ㉡, H 가 L 보다 뒤에 오도록 나열하는 경우의 수를 ㉢이라 할 때, ㉠ + ㉡ + ㉢의 값을 구하고, 그 과정을 서술하시오. [7.0점]

75. 8개의 문자 H, O, N, G, C, H, U, N 을 일렬로 배열 할 때, 모든 모음이 왼쪽에서부터 홀수 번째에 오는 모든 경우의 수는? [3.9점]

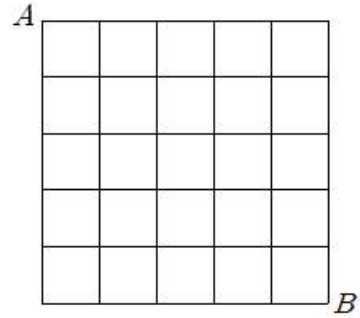
- ① 540 ② 1080 ③ 2160
④ 4320 ⑤ 10080

최단거리

76. 아래 그림과 같은 도로망이 있다. 호수가 있는 부분은 갈 수 없다고 할 때, A 지점에서 B 지점까지 최단 거리로 가는 경우의 수를 구하는 풀이 과정과 답을 쓰시오. [7점]

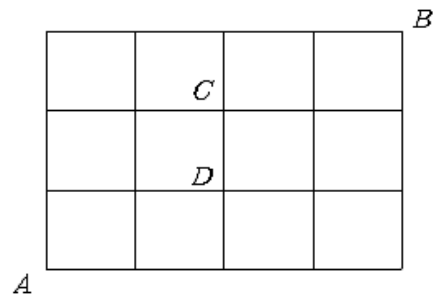


77. 그림과 같이 정사각형 모양으로 연결된 도로망을 따라 갑은 A지점에서 출발하여 B지점을 향해, 을은 B지점에서 출발하여 A지점을 향해 서로 만날 때까지 각각 최단 거리로 이동한다. 갑과 을이 동시에 출발하여 서로 같은 속력으로 이동할 때, 두 사람이 만나는 경우의 수는? [4.1점]



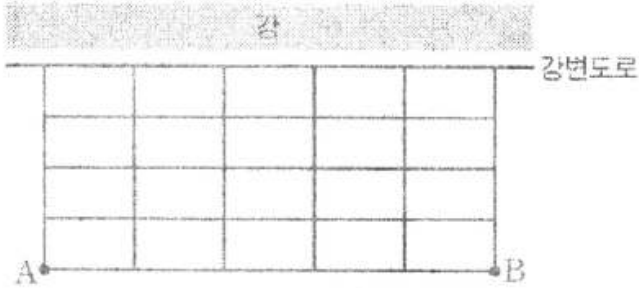
- ① 232 ② 242 ③ 252 ④ 262 ⑤ 272

78. 그림과 같은 도로망이 있다. A에서 출발하여 B까지 최단거리로 갈 때, C또는 D를 지나게 될 경우의 수는? [4.2점]



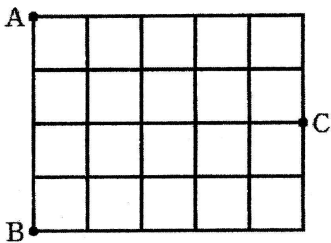
- ① 9 ② 12 ③ 18
④ 27 ⑤ 35

79. 그림과 같은 도로망이 있다. A 지점에서 출발하여 강변도로의 일부 또는 전체를 지나 B 지점까지 도달하는 최단경로의 수는? (단, 모든 도로는 평행하거나 수직으로 만나고, 한 번 지난 도로는 다시 지나지 않는다.) [5.1점]



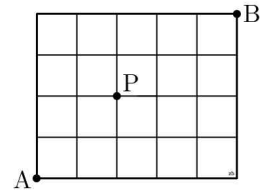
- ① 479 ② 483 ③ 487
④ 491 ⑤ 495

80. 그림과 같이 정사각형 모양으로 연결된 도로망을 따라 갑은 A 지점에서 출발하여 C 지점까지, 을은 B 지점에서 출발하여 C 지점까지 각각 최단거리로 이동한다. 갑과 을이 동시에 출발하여 서로 같은 속력으로 이동할 때, 두 사람이 C 지점에서 처음으로 만나는 경우의 수는? [5.0점]



- ① 216 ② 241 ③ 266
④ 291 ⑤ 316

81. 그림과 같이 직사각형 모양으로 연결된 도로망이 있다. 이 도로망을 따라 A 지점에서 출발하여 B 지점을 거쳐 P 지점까지 최단 거리로 이동할 때, 중간에 P 지점을 지나지 않는 경로의 수는? [4.1점]



- ① 60 ② 126 ③ 360
④ 600 ⑤ 660

1.

여러가지 순열(step3)

82. 크기와 모양이 같은 빨간 공 2개, 파란 공 3개, 노란 공 3개를 일렬로 나열할 때, 그 결과가 같은 색의 공끼리는 이웃하지 않고 마지막에 빨간 공이 있도록 나열하는 경우의 수는? [5.0점]

- ① 13 ② 14 ③ 15
④ 16 ⑤ 17

83. 같은 종류의 빨간색, 주황색, 노란색, 초록색의 색연필이 각각 4개씩 모두 16개가 있다. 이 16개의 색연필 중에서 4개를 택하여 4명의 학생에게 각각 1개씩 나누어 줄 때, 4명의 학생이 받은 4개의 색연필이 모두 같은 색인 경우의 수를 a , 2개의 색연필만 같은 색인 경우의 수를 b , 3개의 색연필만 같은 색인 경우의 수를 c , 모두 다른 색인 경우의 수를 d 라 하자. $a+b+c+d$ 의 값은? [4.8점]

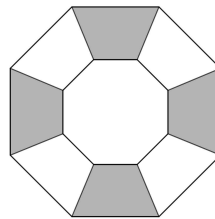
- ① 64 ② 128 ③ 220
④ 512 ⑤ 1024

84. 주머니 속에 다섯 개의 숫자 0, 1, 2, 3, 4가 각각 하나씩 적혀 있는 공 5개가 들어 있다. 이 주머니에서 1개의 공을 꺼내 이 공에 적혀 있는 수를 확인한 후 다시 넣는다. 이 과정을 3번 반복할 때, 꺼낸 공에 적혀 있는 수를 차례로 a , b , c 라 하자.

$\frac{bc}{a}$ 가 자연수가 되도록 하는 모든 순서쌍 (a, b, c) 의 개수는?
[5.5점]

- ① 39 ② 40 ③ 41
④ 42 ⑤ 43

85. 그림과 같이 정팔각형 모양의 구절판의 색칠된 4곳에 콩가루가 담겨져 있다. 서로 다른 4가지 간식의 일부 또는 모두를 사용하여 비어있는 5곳에 담으려고 한다. 인접한 중앙부분과는 서로 다른 종류로 담는 경우의 수는? (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 보고 각 칸에는 1가지의 간식을 담는다.) [5.0점]



- ① 32 ② 60 ③ 72
④ 96 ⑤ 144

86. 여학생 2명과 남학생 4명이 일정한 간격을 두고 원 모양의 탁자에 모두 둘러앉을 때, 여학생끼리 서로 이웃하게 되는 경우의 수는?

(단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [4.6점]

- ① 24 ② 48 ③ 72
④ 96 ⑤ 120

87. 1학년 학생 2명, 2학년 학생 3명, A를 포함한 3학년 학생 3명이 있다. 이 8명의 학생이 일정한 간격을 두고 원 모양의 탁자에 다음 조건을 만족시키도록 모두 둘러앉을 경우의 수는?
(단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [5.0점]

- (가) A는 2학년과 이웃하지 않는다.
(나) 1학년 학생 2명은 서로 이웃한다.

- ① 72 ② 144 ③ 216
④ 288 ⑤ 360

88. 그림과 같이 원 모양의 게임판을 6등분 하여 각각의 부채꼴 위에 한 개씩의 게임 항목을 배치하려고 한다. 배치 할 수 있는 항목은

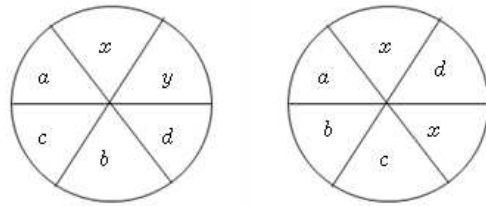
A type : x, y, z 의 3개 항목

B type : a, b, c, d, e 의 5개 항목

이다. 항목을 배치하는 규칙은 다음과 같다.

(가) A type 항목끼리는 서로 이웃한 부채꼴에 배치할 수 없다.

(나) 같은 항목을 두 개 이상의 부채꼴에 배치할 수 없다



<잘못된 예>

위 규칙을 적용하여 만들 수 있는 게임판의 개수는? (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [5.0점]

- ① 1560 ② 1440 ③ 1200
④ 1080 ⑤ 540

89. 중복을 허락하여 5개의 숫자 0,1,2,3,4로 자연수를 만들려고 한다. 다음 조건을 만족시키는 모든 자연수의 개수는?
[4.4점]

- (가) 3의 배수가 아니다.
(나) 1000보다 작은 홀수이다.

- ① 26 ② 28 ③ 30
④ 32 ⑤ 34

90. 다섯 개의 숫자 1, 2, 3, 4, 5 중에서 숫자 1과 숫자 2와 숫자 3은 중복을 허락하지 않고 숫자 4와 숫자 5는 중복을 허락하여 택한 네 개의 숫자로 만들 수 있는 네 자리 자연수의 개수는? [4.6점]

- ① 301 ② 302 ③ 303
④ 304 ⑤ 305

91. 네 문자 a, b, c, d 중에서 중복을 허락하여 5개를 택해 일렬로 나열할 때, 문자 a 가 세 번 이상 나오는 경우의 수는? [4.8점]

- ① 16 ② 46 ③ 76
④ 106 ⑤ 136

92. 서로 다른 5가지 음식을 파는 식당이 있다. 학생 A가 이 식당에서 아침, 점심, 저녁에 각각 하나씩의 음식을 서로 다르게 주문하고 같은 날 학생 B도 이 식당에서 아침, 점심, 저녁에 각각 하나씩의 음식을 서로 다르게 주문하려고 한다. 아침, 점심, 저녁 중 한 번만 두 학생이 주문한 음식이 같고 학생 A와 학생 B가 주문한 음식의 종류가 총 4가지가 되도록 주문하는 경우의 수는? [4.5점]

- ① 720 ② 724 ③ 728
④ 732 ⑤ 736

93. 두 집합 $X = \{2, 4, 6, 8, 10\}$, $Y = \{1, 2, 4, 5\}$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 X 에서 Y 로의 함수 f 의 개수는? [4.7점]

- (가) 함수 f 의 치역의 원소의 개수는 3이다.
(나) 집합 X 의 모든 원소 x 에 대하여 $f(x) \geq \log_2 x$ 이다.

- ① 50 ② 52 ③ 54
④ 56 ⑤ 58

94. PC 비밀번호 5자리를 다음 규칙에 따라 만들려고 한다.

1	2	3
4	5	6
7	8	9
*	0	#

- (가) 숫자 0부터 9까지와 특수문자 *, # 모두 사용 가능하다.
(나) *, #은 중복 사용 가능하다.
(다) 숫자는 중복 사용할 수 없다.
(라) 비밀번호의 가운데 세 자리에는 *, 0, #만을 사용한다.
(마) 숫자 1부터 9까지는 비밀번호의 양 끝에 사용하고, 두 숫자의 합은 항상 10이다.

예를 들어 $7 * 0 * 3$ 과 같이 위의 규칙을 적용하여 만들 수 있는 비밀번호의 경우의 수를 구하는 풀이 과정과 답을 쓰시오. [7점]

95. 2개의 문자 x, y 에서 중복을 허용하여 6개를 택하여 일렬로 나열할 때, 다음과 같은 규칙에 따라 검은색 공과 흰색 공을 그린다.

- (가) 첫 번째 자리에 x 를 나열하면 흰색 공을, y 를 나열하면 검은색 공을 그린다.
 (나) 두 번째 자리부터는 y 를 나열하면 검은색 공을 그리고, x 를 나열할 때는 바로 왼쪽에 나열된 문자가 x 이면 검은색 공을, y 이면 흰색 공을 그린다.

이때 흰색 공이 n 개가 그려지는 경우의 수를 $f(n)$ 이라고 할 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (단, 첫 번째 자리는 맨 왼쪽이며 같은 색 공끼리는 구별하지 않는다.) [5.4점]

—[보 기]—

- ㄱ. $xyyyxx$ 와 같이 나열하면 흰색 공은 2개가 그려진다.
 ㄴ. $f(1)+f(2)+f(3)=63$
 ㄷ. $f(2)=36$

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

96. H, A, P, I, N, E, S 의 8개의 문자를 일렬로 배열할 때, 양 끝에 S 가 오고 A 와 E 사이에 H 또는 P 가 오도록 배열하는 경우의 수는? [4.9점]

- ① 108 ② 120 ③ 204
 ④ 286 ⑤ 360

97. 5개의 상자 A, B, C, D, E 에 각각 빨간색 공 5개, 노란색 공 5개, 초록색 공 5개, 파란색 공 5개, 보라색 공 5개가 들어 있다. 이 때, 4개 이하의 상자에서 10개의 공을 동시에 꺼내는 경우의 수는? (단, 같은 상자에 들어 있는 공 끼리는 서로 구별하지 않는다. [5.2점])

- ① 250 ② 360 ③ 480
 ④ 530 ⑤ 620

98. 집합 $X=\{1, 3, 5\}$ 에서 집합 $Y=\{2, 4, 6, 8, 10\}$ 으로의 함수 중에서 치역의 원소의 개수가 2이상이고, 치역의 모든 원소의 곱이 3의 배수인 함수의 개수는? [4.6점]

- ① 58 ② 59 ③ 60
 ④ 61 ⑤ 62

99. 집합 $X=\{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에 대하여 X 에서 X 로의 모든 함수 중에서 임의로 하나를 선택할 때, 이 함수 f 가 $f(1)+f(2)+f(3)=8$ 을 만족시키고 f 의 치역의 원소가 2개인 경우의 수는? [5.2점]

- ① 8 ② 24 ③ 36
 ④ 60 ⑤ 120

100. M, I, L, L, I, O, N의 7개 문자를 일렬로 나열하여 문자열을 만들 때, ILMLONI, LONLIIM, MILLION 등과 같이 문자열 IL 또는 LI를 포함하는 문자열의 개수는? [5.2점]

- ① 1004 ② 1005 ③ 1006
④ 1007 ⑤ 1008

101. 반지름의 길이가 1인 원을 다음 조건을 만족시키도록 n 개의 부채꼴로 나눈다.

- (가) 각 부채꼴의 넓이는 $\frac{\pi}{12}$ 와 $\frac{\pi}{6}$ 중의 하나이다.
(나) 이웃한 두 부채꼴의 넓이의 합은 모두 $\frac{\pi}{3}$ 미만이다.
(나) 넓이가 $\frac{\pi}{6}$ 인 부채꼴은 3개 이상 존재하며, 그 사이의 넓이는 같다.

이 n 개의 부채꼴에 서로 다른 n 가지 색을 각각 1개씩 칠하는 경우의 수를 $m \times 7!$ 이라 할 때, 가능한 모든 m 의 값의 합은? (단, m, n 은 자연수이고, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [4.3점]

- ① 23 ② 24 ③ 25
④ 26 ⑤ 27

102. 1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 3, 3 의 9개의 숫자를 일렬로 나열하여 9자리의 자연수를 만들 때, 같은 숫자가 연속적으로 나열되지 않도록 하는 경우의 수는? [5.3점]

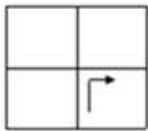
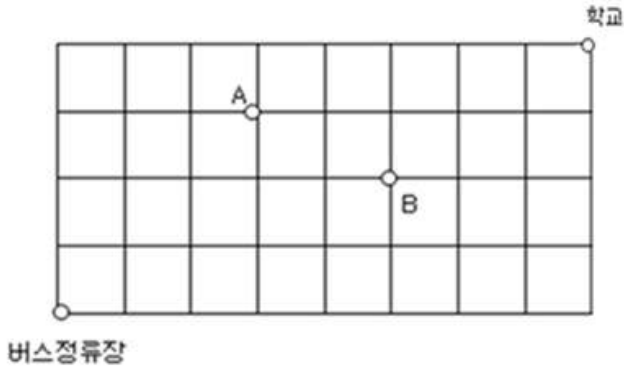
- ① 73 ② 75 ③ 77
④ 79 ⑤ 81

103. 숫자 1, 2, 3, 4, 5, 6중에서 중복을 허락하여 5개를 택해 일렬로 나열하여 다섯 자리의 자연수를 만들고, 나열된 5개의 수를 모두 곱한 값을 N 이라 하자. 다음 조건을 만족시키는 다섯 자리 자연수의 개수는? [4.2점]

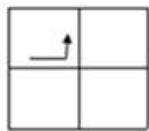
N 은 18의 배수이고, 12의 배수가 아니다.

- ① 270 ② 325 ③ 490
④ 540 ⑤ 810

104. 그림과 같은 도로망이 있다. 지점 A에서는 우회전을 할 수 없고, 지점 B에서는 좌회전을 할 수 없다고 한다. 이 때, 버스정류장에서 학교까지 가는 최단 경로의 수는? [4.1점]



<우회전 예시>



<좌회전 예시>

- ① 335 ② 385 ③ 445
④ 455 ⑤ 495

2.

중복조합과 이항정리(step1)

조합

105. 집합 $X = \{1, 2, 3\}$ 에서 집합 $Y = \{1, 2, 3, 4\}$ 로의 함수 중에서 다음 조건을 만족시키는 함수 f 의 개수는? [4.6점]

집합 X 의 어떤 두 원소 a, b ($a < b$) 에 대하여 $f(a) < f(b)$ 이다.

- ① 20 ② 28 ③ 36
④ 44 ⑤ 52

중복조합

106. ${}_3H_4$ 의 값은? [3.6점]

- ① 5 ② 10 ③ 15
④ 20 ⑤ 25

107. ${}_5H_3 + {}_4H_2$ 의 값은? [3.6점]

- ① 51 ② 52 ③ 53
④ 54 ⑤ 55

108. ${}_2H_3$ 의 값은? [3.5점]

- ① 4 ② 5 ③ 6
④ 7 ⑤ 8

109. ${}_3H_4 + {}_2H_5$ 의 값은? [3.9점]

- ① 14 ② 21 ③ 35
④ 42 ⑤ 56

110. ${}_5H_8 + {}_8H_5$ 의 값은? [3.6점]

- ① ${}_{12}C_5$ ② ${}_{12}C_6$ ③ ${}_{13}C_5$
④ ${}_{13}C_6$ ⑤ ${}_{14}C_5$

111. ${}_3H_1 + {}_3H_2 + {}_3H_3 + {}_3H_4 + {}_3H_5 + {}_3H_6$ 의 값은? [4.3점]

- ① 80 ② 81 ③ 82
④ 83 ⑤ 84

112. $(a+b+c)^4(d+e)^3$ 의 전개식에서 서로 다른 항의 개수는?

[3.5점]

- ① 35 ② 40 ③ 45
④ 50 ⑤ 60

113. 같은 종류의 사탕 3개와 같은 종류의 과자 5개를 두 개의 그릇 A, B 에 남김없이 나누어 담을 때, 그 결과가 서로 다른 경우의 수는? (단, 빈 그릇이 있을 수 있다.) [3.7점]

- ① 20 ② 24 ③ 30
④ 45 ⑤ 90

114. 서로 다른 6개의 사탕을 서로 다른 3개의 상자 A, B, C 에 남김없이 넣을 때, A 상자에는 사탕을 1개만 넣는 경우의 수는? (단, 빈 상자가 있을 수 있다.) [4.2점]

- ① 150 ② 164 ③ 178
④ 192 ⑤ 206

115. 같은 종류의 볼펜 15개를 다섯 명의 학생 A, B, C, D, E 에게 남김없이 나누어 주려고 한다. 각 학생은 적어도 1개의 볼펜을 받고 학생 A 가 받은 볼펜의 개수가 학생 B 가 받은 볼펜이 개수의 3배가 되도록 볼펜을 나누어 주는 방법의 수는? [4.5점]

- ① 61 ② 63 ③ 65
④ 67 ⑤ 69

116. 빨간 공 3개, 노란 공 5개, 파란 공 5개 중에서 5개의 공을 택하는 경우의 수는? (단, 같은 색의 공은 서로 구별하지 않는다.) [4.4점]

- ① 14 ② 18 ③ 22
④ 26 ⑤ 30

117. 같은 종류의 사탕 8개를 세 상자 A, B, C 에 남김없이 나누어 넣는 경우의 수는? (단, 사탕을 하나도 넣지 않은 상자가 있을 수 있다.) [3.9점]

- ① 25 ② 30 ③ 35
④ 40 ⑤ 45

118. 세 상자 A, B, C 에 같은 종류의 사탕 5개를 남김없이 나누어 넣고, 서로 다른 종류의 음료수 4개를 남김없이 나누어 넣는 경우의 수는? (단, 빈 상자가 있을 수 있다.) [3.7점]

- ① 1699 ② 1700 ③ 1701
④ 1702 ⑤ 1703

119. 1부터 6까지 자연수에서 중복을 허용하여 4개를 택하는 경우의 수는? [3.6점]

- ① 122 ② 123 ③ 124
④ 125 ⑤ 126

120. $1 < r < n$ 인 자연수 n, r 에 대하여 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4.2점]

[보 기]

$$\text{ㄱ. } {}_n P_r = {}_n P_r \times \frac{1}{r!}$$

$$\text{ㄴ. } {}_n H_r = {}_{n+r-1} C_{n-1}$$

$$\text{ㄷ. } {}_{n+r-1} P_r = r! \times {}_n H_r$$

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

121. 방정식 $x + y + z + w = 21$ 을 만족시키는 자연수

x, y, z, w 중에서 2개는 3으로 나눈 나머지가 1이고, 2개는 3으로 나눈 나머지가 2를 만족하는 모든 순서쌍 (x, y, z, w) 의 개수는? [3.7점]

- ① 168 ② 220 ③ 248
④ 336 ⑤ 420

방정식과 부등식 함수

122. 집합 $X = \{1, 2, 3, 4\}$ 에 대하여 함수 $f: X \rightarrow X$ 중에서 $f(2) \leq f(3) \leq f(4)$ 를 만족하는 함수 f 의 개수는? [4.1점]

- ① 80 ② 82 ③ 84
④ 86 ⑤ 88

123. 두 집합 $X = \{1, 2, 3, 4\}$, $Y = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에 대하여 $a, b \in X$ 이고, 함수 $f: X \rightarrow Y$ 일 때, 다음 물음에 답하시오.

(1) 함수 f 의 개수를 구하고, 그 과정을 서술하시오. [2.0점]

(2) $a < b$ 이면 $f(a) < f(b)$ 를 만족시키는 함수 f 의 개수를 구하고, 그 과정을 서술하시오. [3.0점]

(3) $a < b$ 이면 $f(a) \leq f(b)$ 를 만족시키는 함수 f 의 개수를 구하고, 그 과정을 서술하시오. [3.0점]

$(x + y + z)^n$ 의 전개식

124. 다항식 $(a + b + c)^4$ 의 전개식에서 서로 다른 항의 개수는? [4.1점]

- ① 9 ② 12 ③ 15
④ 18 ⑤ 20

$\left(ax + \frac{b}{x}\right)^n$ 의 전개와 전개

125. $\left(x - \frac{2}{x^2}\right)^5$ 의 전개식에서 $\frac{1}{x}$ 의 계수는? [4.2점]

- ① -20 ② -10 ③ 10
④ 20 ⑤ 40

126. $\left(-x + \frac{2}{x^2}\right)^5$ 의 전개식에서 x^2 의 계수는? [4.3점]

- ① 6 ② 8 ③ 10
④ 12 ⑤ 14

127. $\left(5x + \frac{a}{x}\right)^6$ 의 전개식에서 x^2 의 계수와 x^4 의 계수가 같을 때, 자연수 a 의 값은? [4.4점]

- ① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

$(1+x)^n$ 의 전개

128. 다항식 $(a+b)^{10}$ 의 전개식에서 a^4b^6 의 계수는? [3.5점]

- ① ${}_{10}C_1$ ② ${}_{10}C_2$ ③ ${}_{10}C_3$
 ④ ${}_{10}C_4$ ⑤ ${}_{10}C_5$

129. $(1-2x)^{10}$ 의 전개식에서 계수의 합은? [3.5점]

- ① -1 ② 1 ③ 2
 ④ 3 ⑤ 4

130. $(a+b)^7$ 의 전개식에서 a^4b^3 의 계수는? [3.6점]

- ① 21 ② 35 ③ 41
 ④ 45 ⑤ 51

131. 다항식 $(1+x)^7$ 의 전개식에서 x^2 의 계수는? [3.6점]

- ① 1 ② 7 ③ 21
 ④ 35 ⑤ 40

132. $(2x^2+1)^5$ 의 전개식에서 x^4 의 계수는? [3.9점]

- ① 28 ② 32 ③ 36
 ④ 40 ⑤ 44

133. $(3-ax)^5$ 의 전개식에서 x^3 의 계수가 -720 일 때, 실수 a 의 값은?

[4.3점]

- ① -2 ② -1 ③ 1
 ④ 2 ⑤ 3

다항식의 전개

134. $(x^2 - 2x)^4$ 의 전개식에서 x^6 의 계수는? [3.3점]

- ① -24 ② -12 ③ 8
④ 12 ⑤ 24

135. $(ax + y)^6$ 의 전개식에서 x^2y^4 의 계수가 135일 때, 양수 a 의 값은? [3.9점]

- ① 2 ② 3 ③ 4
④ 5 ⑤ 6

136. 3이상의 자연수 n 에 대하여 다항식 $(x+2)^n$ 의 전개식에서 x^2 의 계수와 x^3 계수가 같을 때, n 의 값은? [4.3점]

- ① 7 ② 8 ③ 9
④ 10 ⑤ 11

137. $3 \times {}_{10}C_1 + 3^2 \times {}_{10}C_2 + 3^3 \times {}_{10}C_3 + \dots + 3^{10} \times {}_{10}C_{10} = A$ 라 할 때, $\log_2(A+1)$ 값은? [4.2점]

- ① 20 ② 21 ③ 22
④ 23 ⑤ 24

138. ${}_{10}C_1 \times 3 + {}_{10}C_2 \times 3^2 + {}_{10}C_3 \times 3^3 + \dots + {}_{10}C_{10} \times 3^{10}$ 의 값은? [3.6점]

- ① $3^{10} - 1$ ② 3^{10} ③ $4^{10} - 1$ ④ 4^{10} ⑤ $5^{10} - 1$

139. ^{139.}

${}_{10}C_0 + {}_{10}C_1 \times 2 + {}_{10}C_2 \times 2^2 + {}_{10}C_3 \times 2^3 + \dots + {}_{10}C_{10} \times 2^{10} = p^q$ 일 때, $p+q$ 의 값은? (단, p 는 소수, q 는 자연수이다.) [4.7점]

- ① 12 ② 13 ③ 14
④ 20 ⑤ 22

이항계수

140. 부등식 $180 < {}_nC_1 + {}_nC_2 + {}_nC_3 + \cdots + {}_nC_{n-1} + {}_nC_n < 280$ 을 만족시키는 자연수 n 의 값은? [4.0점]

- ① 5 ② 6 ③ 7
④ 8 ⑤ 9

141. 다음 부등식을 만족시키는 모든 자연수 n 의 값의 합은?
[4.4점]

$$500 < {}_nC_1 + {}_nC_2 + {}_nC_3 + \cdots + {}_nC_n < 5000$$

- ① 30 ② 36 ③ 42
④ 48 ⑤ 54

142. 등식 $\sum_{r=0}^{n-1} {}_nC_r = 127$ 을 만족시키는 자연수 n 의 값은?
[4.4점]

- ① 4 ② 5 ③ 6
④ 7 ⑤ 8

143. ${}_9C_1 + {}_9C_3 + {}_9C_5 + {}_9C_7 + {}_9C_9$ 의 값은? [3.6점]

- ① 2^7 ② 2^8 ③ 2^9
④ 2^{10} ⑤ 2^{11}

144. 부등식

$500 < {}_{2n}C_1 + {}_{2n}C_3 + {}_{2n}C_5 + \cdots + {}_{2n}C_{2n-1} < 1000$ 을 만족하는 자연수 n 이 값은? [4.2점]

- ① 1 ② 3 ③ 5
④ 7 ⑤ 9

145. 식 ${}_{99}C_0 + {}_{99}C_1 + {}_{99}C_2 + \cdots + {}_{99}C_{48} + {}_{99}C_{49}$ 의 값은?
[3.9점]

- ① 2^{98} ② 2^{99} ③ 2^{100}
④ 2^{101} ⑤ 2^{102}

146. 어느 서점에 6권의 서로 다른 책과 6권의 똑같은 공책이 있다. 이 중에서 6권을 택하여 살 때, 책과 공책을 사는 경우의 수는? (단, 똑같은 공책 6권은 서로 구분하지 않는다.) [4.2점]

- ① 56 ② 60 ③ 64
④ 68 ⑤ 72

2.

중복조합과 이항정리(step2)

조합

147. college 에 있는 7개의 문자 중에서 4개를 뽑아 일렬로 나열하는 경우의 수는? [5.1점]

- ① 252 ② 270 ③ 480
④ 1045 ⑤ 1260

148. 크기와 모양이 같은 빨간 구슬 5개와 파란 구슬 3개를 일렬로 나열하는 경우의 수를 ${}_nC_r \left(r < \frac{n}{2} \right)$ 이라 하자. 음이 아닌 정수 n, r 에 대하여 $n-r$ 의 값은? [4.1점]

- ① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

149. 똑같은 공 6개를 똑같은 상자 2개와 다른 상자 1개에 모두 나누어 담을 때, 상자를 일부만 사용해도 되도록 나누어 담는 경우의 수는? [4.6점]

- ① 15 ② 16 ③ 17
④ 18 ⑤ 19

중복조합

150. 2이상의 자연수 n 에 대하여 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4.5점]

<보 기>

- ㉠. ${}_2H_n = {}_{n+1}C_1$
 ㉡. ${}_2H_n = {}_nC_0 + {}_nC_1$
 ㉢. ${}_nH_2 = {}_nC_1 + {}_nC_2$

- ① ㉠ ② ㉡ ③ ㉠, ㉡
 ④ ㉡, ㉢ ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

151. 빨강 사인펜 3개, 파랑 사인펜 1개, 검정 사인펜 4개를 두 명의 학생 A, B에게 남김없이 나누어 줄 때, 사인펜을 못 받는 학생이 없도록 나누어 주는 경우의 수는? (단, 같은 색깔의 사인펜은 서로 구별하지 않는다.) [4.5점]

- ① 32 ② 34 ③ 36
 ④ 38 ⑤ 40

152. 빨간 공 1개, 노란 공 7개, 파란 공 7개 중에서 7개의 공을 택하는 경우의 수는? (단, 같은 색의 공은 서로 구별하지 않는다.) [5.1점]

- ① 15 ② 21 ③ 28
 ④ 30 ⑤ 36

153. 같은 종류의 구슬 10개가 있다. 다음 조건을 만족시키도록 구슬을 서로 다른 4개의 주머니에 넣는 모든 경우의 수는? [4.3점]

- (가) 각 주머니에는 5개 이하의 구슬을 넣고 빈 주머니는 없다.
 (나) 어느 주머니에도 들어가지 않은 구슬이 있을 수 있다.

- ① 160 ② 170 ③ 180
 ④ 190 ⑤ 200

154. 4개의 문자 a, b, c, d 에서 중복을 허락하여 5개를 택할 때, 문자 a 를 2개 이상 택하는 경우의 수는? [4.5점]

- ① 19 ② 20 ③ 21
 ④ 22 ⑤ 23

155. 집합 $X = \{1, 2, 3, 4\}$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 함수 $f: X \rightarrow X$ 의 개수는? [4.6점]

- (가) 집합 X 의 원소 x 에 대하여 x 가 홀수이면 $f(x)$ 는 소수이다.
 (나) $f(2) \geq f(4)$

- ① 40 ② 36 ③ 32
 ④ 28 ⑤ 24

156. 네 자연수 2,3,5,7중에서 중복을 허락하여 8개를 택하여 모두 곱한 값 중에서 100의 배수의 개수는? [4.5점]

- ① 25 ② 30 ③ 35
④ 40 ⑤ 45

157. 사과 3개, 배 1개, 귤 4개를 세 상자 A, B, C에 남김없이 나누어 담을 때, 빈 상자가 없도록 나누어 담는 경우의 수는? (단, 같은 종류의 과일은 서로 구별하지 않는다.) [5.1점]

- ① 331 ② 332 ③ 333
④ 334 ⑤ 335

158. 10권의 책이 책꽂이에 나란히 꽂혀 있다. 이 중 서로 인접한 2권의 책은 선택되지 않도록 3권의 책을 선택하는 경우의 수는? [4.9점]

- ① 52 ② 54 ③ 56
④ 58 ⑤ 60

159. 사과 4개, 딸기 3개, 귤 5개를 3명의 학생에게 남김없이 줄 때, 모든 학생이 적어도 1개의 귤을 받도록 나누어 주는 경우의 수는? [4.8점]

- ① 700 ② 800 ③ 900
④ 1000 ⑤ 1100

160. 흰 공 5개, 검은 공 6개와 다섯 상자 A, B, C, D, E가 있다. 이 11개의 공을 5개의 상자에 다음 조건을 만족시키도록 남김없이 나누어 넣는 경우의 수는? (단, 같은 색의 공은 서로 구별하지 않는다.) [4.5점]

- (가) 흰 공이 들어 있지 않은 상자의 개수는 2이다.
(나) 검은 공이 들어 있지 않은 상자의 개수는 1이다.
(다) 모든 상자에는 적어도 한 개의 공이 들어 있다.

- ① 900 ② 1200 ③ 1500
④ 1800 ⑤ 2100

161. 세 명의 학생 A, B, C에게 같은 종류의 연필 11개를 남김없이 나누어 줄 때, 각 학생이 받는 연필의 개수가 7 이하인 경우의 수는? (단, 각 학생은 1개 이상의 연필을 받는다.) [4.4점]

- ① 36 ② 37 ③ 38
④ 39 ⑤ 40

162. $(x+y)^n$ 의 전개식에서 서로 다른 항의 개수가 8이 되도록 하는 자연수 n 의 값은? [4.0점]

- ① 5 ② 6 ③ 7
④ 8 ⑤ 9

조건이 있는 중복조합(적어도)

163. 세 문자 a, b, c 중에서 중복을 허락하여 11개를 택해 일렬로 나열할 때, 다음 조건을 만족시키는 경우의 수는?
(단, a, b, c 는 각각 적어도 1개를 택한다.) [5.5점]

- (가) a 가 모든 b, c 보다 왼쪽에 있다.
(나) b 가 모든 c 보다 왼쪽에 있다.
(다) $(a\text{의 개수}) \times (b\text{의 개수}) \times (c\text{의 개수})$ 는 짝수이다.

- ① 20 ② 30 ③ 40
④ 50 ⑤ 60

164. 흰 공 3개, 검은 공 4개와 세 상자 A, B, C 가 있다. 이 7개의 공을 3개의 상자에 다음 조건을 만족시키도록 남김없이 나누어 넣는 경우의 수는? (단, 같은 색의 공은 서로 구별하지 않는다.) [5점]

- (가) 흰 공이 들어 있지 않은 상자의 개수는 1이다.
(나) 검은 공이 들어 있지 않은 상자의 개수는 1이다.
(다) 모든 상자에는 적어도 한 개의 공이 들어 있다.

- ① 3 ② 7 ③ 11
④ 14 ⑤ 36

방정식과 부등식

165. 다음 조건을 만족시키는 정수 a, b, c 의 모든 순서쌍 (a, b, c) 의 개수는? [4.4점]

- (가) $a+b+c=10$
(나) $a \geq 0, b \geq 1, c \geq 2$

- ① 36 ② 37 ③ 38
④ 39 ⑤ 40

166. 방정식 $a+b+c=d$ ($4 \leq d \leq 8$)을 만족시키는 자연수 a, b, c, d 의 모든 순서쌍 (a, b, c, d) 의 개수를 구하고 풀이 과정을 논술하시오. [6점]

167. 부등식 $x+y+z \leq 4$ 를 만족시키는 음이 아닌 정수 x, y, z 의 모든 순서쌍 (x, y, z) 의 개수는? [3.9점]

- ① 20 ② 25 ③ 30
④ 35 ⑤ 40

168. 다음 조건을 만족시키는 자연수 a, b, c, d 의 모든 순서쌍 (a, b, c, d) 의 개수는? [5.0점]

- (가) $a+b+c+d=14$
(나) a, b, c, d 중 적어도 하나는 홀수이다.

- ① 246 ② 256 ③ 266
④ 276 ⑤ 286

169. 다음 조건을 만족시키는 자연수 a, b, c, d 의 모든 순서쌍 (a, b, c, d) 의 개수는? [4.7점]

- (가) $a+b+c+d=16$
(나) a 와 b 는 홀수이다.
(다) c 와 d 는 짝수이다.

- ① 56 ② 64 ③ 72
④ 84 ⑤ 96

170. 다음 조건을 만족시키는 5개의 자연수 a, b, c, d, e 의 모든 순서쌍 (a, b, c, d, e) 의 개수는? [4.6점]

- (가) $a+b+c+d+e=30$
(나) a, b, c, d 는 모두 짝수이고, e 는 5의 배수이다.

- ① 82 ② 84 ③ 86
④ 88 ⑤ 90

171. 방정식 $6x+y+z+w=17$ 을 만족시키는 양의 정수 x, y, z, w 의 모든 순서쌍 (x, y, z, w) 의 개수는? [4.3점]

- ① 43 ② 45 ③ 47
④ 49 ⑤ 51

172. 다음 조건을 만족시키는 세 자연수 a, b, c 의 모든 순서쌍 (a, b, c) 의 개수는? [4.6점]

(가) $abc = 10^5$
(나) a 는 2의 배수, b 는 5의 배수, c 는 10의 배수이다.

- ① 49 ② 64 ③ 81
④ 100 ⑤ 121

173. 다음 조건을 모두 만족시키는 세 자연수 a, b, c 의 순서쌍 (a, b, c) 의 개수는? [4.6점]

(가) 세 수 a, b, c 의 합은 짝수이다.
(나) $a \leq b \leq c \leq 9$

- ① 80 ② 90 ③ 100
④ 110 ⑤ 120

174. 연립방정식
$$\begin{cases} a+b+c+5d+e=20 \\ a+b+c+2d+e=14 \end{cases}$$
를 만족시키는 음이

아닌 정수 a, b, c, d, e 에 대하여 2개의 정수만 0이 되도록 하는 모든 순서쌍 (a, b, c, d, e) 의 개수는? [4.7점]

- ① 45 ② 54 ③ 66
④ 165 ⑤ 216

함수의 개수

175. 집합 $X = \{2, 3, 4, 5\}$ 에서 집합 $Y = \{4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ 로의 함수 f 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 함수 f 의 개수는? [4.5점]

(가) $f(3) \leq 6$
(나) 집합 X 의 임의의 두 원소 x_1, x_2 에 대하여 $x_1 < x_2$ 이면 $f(x_1) \leq f(x_2)$ 이다.

- ① 115 ② 116 ③ 117
④ 118 ⑤ 119

176. 두 집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$,
 $B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ 에 대하여 A 에서 B 로의 함수
 f 중에서 다음 조건을 모두 만족시키는 함수의 개수는? [3.9점]

- (가) $f(3)=4$
 (나) $f(1) \leq f(2) \leq f(3) < f(4) < f(5) < f(6)$

- ① 20 ② 25 ③ 40
 ④ 60 ⑤ 80

177. [다음 조건을 만족시키는 서로 다른 삼차함수 $f(x)$ 의
 개수를 구하는 과정을 논리적으로 서술하시오. [6점]

- (가) $f(1)=6$
 (나) 함수 $f(x)$ 의 모든 항의 계수와 상수항은 음이 아닌
 정수이다.

178. 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에 대하여 다음 조건을
 만족시키는 함수 $f: X \rightarrow X$ 의 개수를 구하고 그 과정을
 서술하시오. [7.0점]

- (가) $f(2) \times f(3)$ 는 6의 배수이다.
 (나) $f(1) \leq f(2)$ 이고 $f(3) \leq f(4) \leq f(5)$ 이다.

179. 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 에 대하여 X 에서 X 로의 함수
 중에서 다음 조건을 만족시키는 함수 f 의 개수는? [5.1점]

- (가) $f(3)$ 은 3의 배수이다.
 (나) 집합 X 의 임의의 두 원소 x_1, x_2 에 대하여
 $x_1 < x_2$ 이면 $f(x_1) \geq f(x_2)$ 이다.

- ① 141 ② 146 ③ 151
 ④ 156 ⑤ 161

180. 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에 대하여 함수 $f: X \rightarrow X$ 일 때, 다음 물음에 답하시오. [총 8.0점]

(1) $f(1) \leq f(2) \leq f(3) \leq f(4) \leq f(5)$ 를 만족시키는 함수 f 의 개수를 구하고, 그 과정을 서술하시오. [3.0점]

(2) $f(1) \leq f(2) < f(3) < f(4) \leq f(5)$ 를 만족시키는 함수 f 의 개수를 구하고, 그 과정을 서술하시오. [5.0점]

181. 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에서 $Y = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ 로의 함수 f 중에서 다음 조건 (가), (나), (다)를 모두 만족시키는 함수의 개수를 구하고, 그 과정을 서술하시오. [부분점수 있음. 8.0점]

(가) $f(1) \times f(2)$ 는 홀수이다.

(나) $f(2) \times f(3)$ 는 짝수이다.

(다) 집합 X 의 임의의 두 원소 x_1, x_2 에 대하여 $x_1 < x_2$ 이면 $f(x_1) \leq f(x_2)$ 이다.

$(x+y+z)^n$ 의 전개식

182. 다항식 $(x+y+z+w)^5$ 의 전개식에서 서로 다른 항의 개수는? [4.5점]

- ① 56 ② 70 ③ 120
④ 256 ⑤ 625

183. $(x+y+z+w)^8$ 의 전개식에서 x 를 포함하는 서로 다른 항의 개수는? [3.8점]

- ① 90 ② 120 ③ 150
④ 180 ⑤ 210

$\left(ax + \frac{b}{x}\right)^n$ 의 전개

184. $\left(ax^3 + \frac{2}{x^2}\right)^4$ 의 전개식에서 x^2 의 계수가 96이 되도록 하는 양수 a 의 값은? [4.4점]

- ① $\sqrt{2}$ ② $\sqrt{3}$ ③ 2
④ $\sqrt{5}$ ⑤ 3

185. $\left(\sqrt{x} + \frac{\sqrt{2}}{x}\right)^8 \left(\sqrt{x} - \frac{\sqrt{2}}{x}\right)^8$ 의 전개식에서 x^2 의 계수는?

(단, $x > 0$) [4.4점]

- ① -448 ② -224 ③ -112
④ 112 ⑤ 224

186. 다항식 $\left(\frac{a}{x} + \frac{x^2}{2}\right)^5$ 의 전개식에서 x^4 의 계수가 20일 때,

양수 a 의 값은? [4.3점]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 2
④ 4 ⑤ 5

187. 자연수 n 에 대하여 $\left(x^n + \frac{2}{x}\right)^n$ 의 전개식에서 $\frac{1}{x^n}$ 의

계수를 $f(n)$ 이라 할 때, 방정식 $f(n) \times f(n+1) = 2^{15}$ 을 만족시키는 자연수 n 의 값을 구하고, 그 과정을 자세히 서술하시오. [6점]

$(1+x)^n$ 의 전개

188. 자연수 n 에 대하여

$${}_5C_0 + 7 \times {}_5C_1 + 7^2 \times {}_5C_2 + 7^3 \times {}_5C_3 + 7^4 \times {}_5C_4 + 7^5 \times {}_5C_5 = 2^n$$

일 때, n 의 값은? [3.8점]

- ① 15 ② 18 ③ 21
④ 24 ⑤ 27

189. ${}_{15}C_0 \times 2^{15} + {}_{15}C_1 \times 2^{14} \times 3 + {}_{15}C_2 \times 2^{13} \times 3^2 + \dots$

$+ {}_{15}C_{14} \times 2 \times 3^{14} + {}_{15}C_{15} \times 3^{15}$ 의 값은? [4.4점]

- ① 2^{15} ② 3^{15} ③ 5^{15}
④ 6^{15} ⑤ 7^{15}

190. $\left(2 + \frac{1}{x}\right)(2x+1)^6$ 의 전개식에서 x^3 의 계수는? [4.3점]

- ① 550 ② 560 ③ 570
④ 580 ⑤ 590

다항식의 전개

191. $(1+x) + (1+x)^2 + (1+x)^3 + \cdots + (1+x)^8 + (1+x)^9$ 의 전개식에서 x^3 의 계수는? [4.6점]

- ① 210 ② 180 ③ 150
④ 120 ⑤ 90

192. $(1+x)^3 + (1+x)^4 + (1+x)^5 + \cdots + (1+x)^{19}$ 의 전개식에서 x^2 의 계수는? [4.1점]

- ① 1140 ② 1139 ③ 1138
④ 1137 ⑤ 1136

193. $(x+1)^2(x+a)^4$ 의 전개식에서 x^5 의 계수가 10일 때, 상수 a 의 값을 구하는 풀이 과정과 답을 쓰시오. [7.0점]

194. 다항식 $(x^3+1)^4(x^4+3)^n$ 의 전개식에서 x^6 의 계수가 1458일 때, x^{12} 의 계수는? (단, n 은 자연수이다.) [4.2점]

- ① 332 ② 333 ③ 334
④ 335 ⑤ 1336

195. x 에 대한 다항식 $(x^2+ax)^5$ 의 전개식에서 x^6 의 계수가 80일 때, 양수 a 의 값은? [4.4점]

- ① $2\sqrt{2}$ ② 2 ③ $\sqrt{2}$
④ 1 ⑤ $\frac{\sqrt{2}}{2}$

196. $(1+x)^{10}(1+2x)^9$ 의 전개식에서 x^2 의 계수는? [4.3점]

- ① 329 ② 339 ③ 349
④ 359 ⑤ 369

거듭제곱의 나눗셈

197. $a_n = 5^n + 7^n$ 일 때, a_{10} 을 36으로 나누었을 때의 나머지를 구한 것은? [4.8점]

- ① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

198. 19^{11} 을 40으로 나누었을 때의 나머지는? [4.2점]

- ① 19 ② 20 ③ 21
④ 22 ⑤ 23

199. 오늘이 월요일일 때, 오늘로부터 15^7 일 후는 무슨 요일인지 구하는 풀이 과정과 답을 쓰시오. [7.0점]

이항계수

200. ${}_2C_0 + {}_3C_1 + {}_4C_2 + \cdots + {}_{10}C_8$ 의 값은? [3.7점]

- ① 55 ② 80 ③ 115
④ 135 ⑤ 165

201. 집합 $A = \{x \mid x \text{ 50 이하의 짝수인 자연수}\}$ 의 부분집합 중 원소의 개수가 홀수인 집합의 개수는 N 이다. $\log_2 N$ 의 값은? [4.5점]

- ① 23 ② 24 ③ 25
④ 26 ⑤ 27

202. $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ 의 부분집합 중에서 원소의 개수가 홀수인 부분집합의 개수는? [4.1점]

- ① 128 ② 256 ③ 512
④ 1024 ⑤ 2048

203. 집합 $A = \{x | x \text{는 } 60 \text{ 이하의 홀수인 자연수}\}$ 의 부분집합 중 원소의 개수가 홀수인 집합의 개수는 N 이다. $\log_2 N$ 의 값은? [4.1점]

- ① 28 ② 29 ③ 30
④ 31 ⑤ 32

204. 같은 종류의 구슬 5개와 서로 다른 종류의 구슬 11개가 있다. 이들 16개의 구슬 중에서 11개를 뽑는 경우의 수는? [4.6점]

- ① 511 ② 512 ③ 1023
④ 1024 ⑤ 2048

205. 실수 a, b, c 가 다음 조건을 만족시킬 때 $a+b+c$ 의 값을 구한 것은? [4.4점]

$$\begin{aligned} \text{(가)} & \quad {}_{11}C_1 + {}_{11}C_3 + {}_{11}C_5 + {}_{11}C_7 + {}_{11}C_9 + {}_{11}C_{11} = a \\ \text{(나)} & \quad {}_5C_0 - {}_5C_1 + {}_5C_2 - {}_5C_3 + {}_5C_4 - {}_5C_5 = b \\ \text{(다)} & \quad \log({}_{11}C_0 + {}_{11}C_1 + {}_{11}C_2 + {}_{11}C_3 + {}_{11}C_4 + {}_{11}C_5) = c \end{aligned}$$

- ① 1014 ② 1024 ③ 1034
④ 1044 ⑤ 1054

206. 자연수 n 에 대하여

$f(n) = {}_{2n}C_1 + {}_{2n}C_3 + {}_{2n}C_5 + \cdots + {}_{2n}C_{2n-1}$ 일 때, $f(3)$ 의 값은? [4.3점]

- ① 512 ② 256 ③ 128
④ 64 ⑤ 32

207. 수열 $\{a_n\}$ 의 일반항이

$a_n = {}_{2n+1}C_1 + {}_{2n+1}C_3 + {}_{2n+1}C_5 + \cdots + {}_{2n+1}C_{2n+1}$ 일 때, $\sum_{n=1}^5 a_n$ 의 값은? [4.5점]

- ① 1356 ② 1360 ③ 1364
④ 1368 ⑤ 1372

208. 등식 $\sum_{r=0}^{n-1} {}_{2n-1}C_r = 1024$ 을 만족시키는 자연수 n 의 값은? [4.3점]

- ① 4 ② 5 ③ 6
④ 7 ⑤ 8

209. ${}_3C_3 + {}_4C_3 + {}_5C_3 + \cdots + {}_{10}C_3 + {}_{11}C_3$ 의 값은? [3.9점]

- ① 485 ② 490 ③ 495
④ 500 ⑤ 505

210. 등식 ${}_9C_0 + {}_9C_2 + {}_9C_4 + {}_9C_6 + {}_9C_8 = {}_m\Pi_n$ 을 만족시키는 자연수 m, n 의 모든 순서쌍 (m, n) 의 개수는? [4.2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

211. $\log_4({}_{101}C_0 + {}_{101}C_1 + {}_{101}C_2 + \cdots + {}_{101}C_{50})$ 의 값은? [3.8점]

- ① 42 ② 44 ③ 46
④ 48 ⑤ 50

212. 부등식 $100 < {}_{2n}C_1 + {}_{2n}C_3 + {}_{2n}C_5 + \cdots + {}_{2n}C_{2n-1} < 3000$ 을 만족시키는 모든 자연수 n 의 값의 합은? [4.0점]

- ① 11 ② 12 ③ 13
④ 14 ⑤ 15

213. 다음을 만족시키는 정수 x, y, z 에 대하여 $x + y + z$ 의 값은? [4.5점]

$$(가) \quad {}_6C_1 + {}_6C_3 + {}_6C_5 = x$$

$$(나) \quad {}_6C_1 + {}_6C_2 + {}_6C_3 + {}_6C_4 + {}_6C_5 = y$$

$$(다) \quad {}_6C_1 - {}_6C_2 + {}_6C_3 - {}_6C_4 + {}_6C_5 - {}_6C_6 = z$$

- ① 93 ② 94 ③ 95
④ 96 ⑤ 97

214. $({}_6C_0)^2 + ({}_6C_1)^2 + ({}_6C_2)^2 + \cdots + ({}_6C_6)^2$ 의 값을 다음을 이용하여 구한 것은? [4.7점]

$$(7) (1+x)^{12} = (1+x)^6 (1+x)^6$$

$$(나) {}_nC_r = {}_nC_{n-r} \quad (n \text{은 자연수, } r \text{은 } 0 \leq r \leq n \text{인 정수})$$

- ① 924 ② 1024 ③ 1848
④ 2048 ⑤ 4096

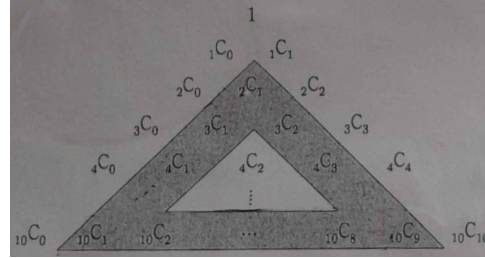
215. 이항정리를 이용하여 다음 물음에 답하시오. [총 9.0점]

(1) ${}_7C_0 \times 2^2 + {}_7C_1 \times 2^4 + {}_7C_2 \times 2^6 + \cdots + {}_7C_7 \times 2^{14}$ 의 값을 a^n (a 는 양수, n 은 자연수) 꼴로 값을 구하고, 그 과정을 서술하시오. [4.0점]

(2) 다항식 $\left(1 + \frac{1}{xy}\right)^4 (x-3y)^5$ 의 전개식에서 x^2y 의 계수를 구하고

그 과정을 서술하시오. (단, 풀이과정에서 이항정리에서 전개식의 일반항을 이용해 구하는 과정이 있어야 함.)

216. 그림과 같은 파스칼의 삼각형에서 색칠된 도형 안에 있는 모든 수들의 합은? [4.9점]



- ① 1102 ② 1104 ③ 1106
④ 1108 ⑤ 1110

217. 다음 식의 값을 만족하는 모든 r 값의 합은? [3.6점]

$${}_3C_0 + {}_4C_1 + {}_5C_2 + \cdots + {}_{99}C_{96} = {}_{100}C_r$$

- ① 100 ② 102 ③ 104
④ 106 ⑤ 108

218. 3이상의 자연수 n 에 대하여 n 각형의 대각선의 수를 $f(n)$ 이라 하자. $f(3)+f(4)+f(5)+\cdots+f(11)$ 의 값은? [4.2점]

- ① 112 ② 156 ③ 164
④ 190 ⑤ 253

2.

중복조합과 이항정리(step3)

219. 세 가지 모양 $\square, \triangle, \star$ 의 도형이 각각 $\bigcirc$ 가 3개, $\triangle$ 가 4개, $\star$ 가 4개 있다. 이 도형을 일렬로 나열할 때 이웃한 두 도형의 모양이 다른 횟수가 n 회가 되도록 나열하는 경우의 수를 $f(n)$ 이라 하자. 예를 들어, ' $\bigcirc\triangle\triangle\triangle\bigcirc\star\star\star\bigcirc$ '와 같이 나열한 것은 이웃한 두 도형의 모양이 다른 횟수가 4회이다. n 의 최솟값을 a , 최댓값을 b 라 할 때, $b+f(a)$ 의 값은? [5.0점]

- ① 12 ② 14 ③ 16
④ 18 ⑤ 20

220. 집합 $X=\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ 에 대하여 X 에서 X 로의 함수 f 중에서 다음 조건을 만족시키는 함수의 개수는? [4.5점]

- (가) 함수 f 는 일대일대응이다.
(나) $f(n+1) < f(n)$ 을 만족시키는 $n(1 \leq n \leq 8)$ 은 하나만 존재한다.

- ① 500 ② 502 ③ 504
④ 506 ⑤ 508

221. 두 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$,

$Y = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ 에 대하여 X 에서 Y 로의 함수 f 중에서 다음 조건을 만족시키는 함수의 개수를 구하고 그 과정을 서술하시오. [7점]

(가) $f(2) + f(3) = 5$

(나) 집합 X 의 임의의 두 원소 x_1, x_2 에 대하여 $x_1 < x_2$ 이면 $f(x_1) \leq f(x_2)$ 이다.

222. 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $Y = \{3, 4, 5, 6, 7\}$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 함수 $f: X \rightarrow Y$ 의 개수를 k 라 할 때, $\frac{1}{10}k$ 의 값은? [5.1점]

(가) $f(1) + f(2) + f(3) + f(4) + f(5)$ 는 짝수이다.

(나) 함수 f 의 치역의 원소의 개수는 3이다.

① 58

② 65

③ 72

④ 79

⑤ 86

223. 흰 공 4개, 검은 공 6개와 서로 다른 네 상자 A, B, C, D 가 있다. 이 10개의 공을 4개의 상자에 다음 조건을 만족시키도록 남김없이 나누어 넣는 모든 경우의 수는? (단, 같은 색의 공끼리는 서로 구별하지 않는다.) [4.2점]

(가) 흰 공이 들어 있지 않은 상자의 개수는 1이다.

(나) 검은 공이 들어 있지 않은 상자의 개수는 2이다.

(다) 모든 상자에는 적어도 한 개의 공이 들어 있다.

① 120

② 180

③ 240

④ 300

⑤ 360

224. 방정식 $x + y + z = k$ 를 만족하는 음이 아닌 정수 x, y, z 의 순서쌍 (x, y, z) 의 개수가 6 이상 15 이하인 k 의 값 중 각각의 k 의 값에 대하여 방정식 $a + b + c = k$ 를 만족하는 음이 아닌 정수 a, b, c 의 모든 순서쌍 (a, b, c) 중에서 임의로 하나를 택한다.

이때, 택한 순서쌍 (a, b, c) 에서 a, b, c 의 값이 모두 자연수일 확률이 $\frac{q}{p}$ 일 때, $p + q$ 의 값은? (단, p, q 는 서로소인 자연수이다.)

[4.6점]

① 34

② 35

③ 36

④ 37

⑤ 38

225. 집합 $X = \{x \mid |x| \leq 4, x \text{ 0이 아닌 정수}\}$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 함수 $f: X \rightarrow X$ 의 개수를 $a \times 2^b$ 이라고 할 때, $a+b$ 의 값을 구하고 풀이 과정을 논술하시오.
(단, a 는 홀수, b 는 양의 정수이다.) [7점]

- (가) 집합 X 의 임의의 두 원소 x_1, x_2 에 대하여
 $x_1 < x_2$ 이면 $|f(x_1)| \geq |f(x_2)|$ 이다.
(나) 함수 $|f(x)|$ 의 최댓값은 4이다.

226. 빨간 구슬 8개와 노란 구슬 5개를 서로 다른 3개의 상자에 남김없이 나누어 넣을 때, 다음 조건을 만족시키도록 넣는 경우의 수는? (단, 같은 색의 구슬은 서로 구별하지 않는다.) [4.6점]

- (가) 모든 상자에 빨간 구슬을 적어도 하나씩 넣는다.
(나) 어떤 상자에는 노란 구슬을 하나도 넣지 않는다.

- ① 290 ② 295 ③ 300
④ 305 ⑤ 315

227. 네 명의 학생 A, B, C, D 에게 서로 구별되지 않는 같은 종류의 연필 9개를 다음 규칙에 따라 남김없이 나누어 주는 경우의 수는? [4.6점]

- (가) 각 학생은 적어도 1개의 연필을 받는다.
(나) 학생 B 는 학생 C 보다 더 많은 연필을 받는다.

- ① 16 ② 18 ③ 20
④ 22 ⑤ 24

228. 다른 조건을 만족시키는 양의 정수 a, b, c, d 의 모든 순서쌍 (a, b, c, d) 의 개수를 구하고, 그 과정을 서술하시오. [10.0점]

- (가) $a+b+c+d=20$
(나) a, b, c, d 중에서 3개는 3으로 나눈 나머지가 1이고, 1개는 3으로 나눈 나머지가 2이다.

229. 흰 공 12개, 검은 공 12개, 파란 공 12개 중에서 12개의 공을 임의로 택하여 세 상자 A, B, C에 각각 4개씩 넣을 때, 상자 A와 상자 B에 넣은 흰 공의 총 개수가 5이고, 상자 C에 넣은 파란 공의 개수가 상자 A에 넣은 흰 공의 개수와 같은 경우의 수는? (단, 같은 색의 공은 구분하지 않는다.) [5.3점]

- ① 48 ② 49 ③ 50
④ 51 ⑤ 52

230. 다음 조건을 만족시키는 자연수 x, y, z, u 의 모든 순서쌍 (x, y, z, u) 의 개수를 구한 것은? [5.0점]

$$x + y + z + u^3 \leq 15$$

- ① 395 ② 396 ③ 397
④ 398 ⑤ 399

231. 흰 공 3개와 검은 공 6개를 세 상자 A, B, C에 남김없이 나누어 넣을 때, 각 상자에 공이 1개 이상씩 들어가도록 나누어 넣는 경우의 수를 구하고, 그 과정을 서술하시오. (단, 같은 색 공끼리는 서로 구별하지 않는다.) [5.0점]

232. 부등식 $x + y + z \leq k$ 을 만족시키는 음이 아닌 정수 x, y, z 의 순서쌍 (x, y, z) 의 개수가 100 이하가 되도록 하는 정수 k 의 최댓값은? [4.6점]

- ① 3 ② 4 ③ 5
④ 6 ⑤ 7

233. 검은 공 3개, 흰 공 3개, 빨간 공 3개가 있다. 이 9개의 공 중에서 5개를 선택하여 2명의 학생에게 남김없이 나누어 주는 경우의 수는? (단, 같은 색의 공은 서로 구별하지 않고, 공을 한 개도 받지 못하는 학생은 없다.) [5.1점]

- ① 60 ② 85 ③ 108
④ 120 ⑤ 150

234. 다음 조건을 만족시키는 음이 아닌 정수 a, b, c, d, e 의 모든 순서쌍 (a, b, c, d, e) 의 개수를 구하고, 그 과정을 자세히 서술하시오. [7점]

- (가) $a+b+c=5(d+e)$
(나) $0 \leq a+b+c+d+e < 18$

235. 네 명의 학생 A, B, C, D 에게 같은 종류의 초콜릿 6개와 같은 종류의 사탕 2개를 남김없이 나누어 줄 때, 각 학생이 초콜릿 또는 사탕을 1개 이상 받도록 나누어 주는 경우의 수를 구하고, 그 과정을 서술하시오. [7.0점]

236. 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에서 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 로의 함수 f 중 다음 조건을 만족시키는 함수 f 의 개수는? [5.2점]

- (가) f 의 치역의 원소의 개수는 3개다.
(나) $f(4) + f(5) = 6$
(다) $f(1) \leq f(2) \leq f(3)$

- ① 90 ② 93 ③ 96
④ 99 ⑤ 102

237. 방정식 $a+b+c+d+e=23$ 을 만족시키는 양의 정수 a, b, c, d, e 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 모든 순서쌍 (a, b, c, d, e) 의 개수를 구하는 풀이 과정과 답을 쓰시오. [총 8점]

(1) a, b 는 짝수이고 c, d, e 는 홀수일 때 [4점]

(2) $c \geq 2, d \geq 3, e \geq 4$ 일 때 [4점]

238. 다음 조건을 만족시키는 네 자연수 x_1, x_2, x_3, x_4 의 모든 순서쌍 (x_1, x_2, x_3, x_4) 의 개수는? [5.0점]

(가) $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 20$

(나) 세 수 x_1, x_2, x_4 의 합은 짝수이다.

- ① 204 ② 264 ③ 324
④ 384 ⑤ 444

239. 5이하의 자연수 a, b, c, d 에 대하여 부등식

$$a \leq b \leq c+1 \leq d$$

를 만족시키는 모든 순서쌍 (a, b, c, d) 의 개수는? [5.3점]

- ① 35 ② 45 ③ 55
④ 65 ⑤ 75

240. 두 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $Y = \{1, 2, 3, 4, 5, 10, 15\}$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 집합 X 에서 Y 로의 함수 f 의 개수는? [4.4점]

(가) 집합 X 의 임의의 두 원소 x_1, x_2 에 대하여

$$x_1 < x_2 \text{이면 } f(x_1) \leq f(x_2) \text{ 이다.}$$

(나) 집합 $\{f(x) \mid x \in X\}$ 의 모든 원소의 곱은 10의 배수가 아니다.

- ① 160 ② 161 ③ 162
④ 163 ⑤ 164

241. 빨간 공, 노란 공, 파란 공이 있다. 각 색의 공을 적어도 하나씩 포함하여 10개 이하의 공을 선택하는 경우의 수는? (단, 각 색의 공은 10개 이상씩 있고, 같은 색의 공은 서로 구별하지 않는다.) [5.5점]

- ① 120 ② 125 ③ 130
④ 135 ⑤ 140

242. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 공집합이 아닌 두 집합 A, B 의 모든 순서쌍 (A, B) 의 개수는? [4.1점]

- (가) $A \cap B = \emptyset$
(나) $A \cup B = U$

- ① 1014 ② 1016 ③ 1018
④ 1020 ⑤ 1022

243. p 가 소수일 때, $\left(px + \frac{1}{x}\right)^n$ 의 x 에 대한 전개식에서 상수항이 540이다. 자연수 n 의 값은? [5.7점]

244. ^{244.}

$\left(x^2 + \frac{\sqrt{2}}{x}\right) + \left(x^2 + \frac{\sqrt{2}}{x}\right)^2 + \left(x^2 + \frac{\sqrt{2}}{x}\right)^3 + \dots + \left(x^2 + \frac{\sqrt{2}}{x}\right)^{10}$ 의 전개식에서 상수항을 구하고, 그 과정을 서술시오. [7.0]

245. $\left(x - \frac{1}{4x}\right)^2 (2x + a)^5$ 의 전개식에서 x^3 의 계수가 452일 때, 양수 a 의 값은? [4.9점]

- ① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

246. 다항식 $x(a+x)^n$ 의 전개식에서 x^{n-1} 의 계수와 다항식 $4\{(a+x)^n - (a-x)^n\}$ 의 전개식에서 x^{n-1} 의 계수가 같게 되는 모든 순서쌍 (a, n) 의 개수는?
(단, a 는 자연수이고, n 은 2이상의 자연수이다.) [4.8점]

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

247. 정의역이 $\{0, 1, 2, 3, \dots, 89, 90\}$ 인 함수 $f(x)$ 가

$$f(x) = {}_{90}C_x \times \frac{91 \times 92 \times 93}{x^3 + 6x^2 + 11x + 6}$$

이다. $f(0) + f(1) + f(2) + \dots + f(89) + f(90) = 2^{93} - k$ 일 때, 자연수 k 의 값은? [4.4점]

- ① 4016 ② 4026 ③ 4188
④ 4278 ⑤ 4372

248. $(1+x)^{4n}$ 의 전개식을 이용하여 다음 등식을 만족시키는 자연수 n 에 대한 식 $f(n)$ 을 바르게 구한 것은? [5.4점]

$${}_{4n}C_0 + {}_{4n}C_4 + {}_{4n}C_8 + \cdots + {}_{4n}C_{4n} = 2^{4n-2} + f(n)$$

- ① $(-1)^n \times 2^{2n+1}$ ② $(-1)^{n-1} \times 2^{2n+1}$ ③ $(-1)^n \times 2^{2n}$
 ④ $(-1)^n \times 2^{2n-1}$ ⑤ $(-1)^{n-1} \times 2^{2n}$

249. $(1-x)^n(1+x)^{9-n}$ 의 전개식에서 x 의 계수와 x^2 의 계수가 모두 음의 정수가 되는 n 의 값을 구하고, 그 과정을 서술하시오. (단, n 은 $0 \leq n \leq 9$ 인 정수이다.) [부분점수 있음. 12.0점]

250. 등식 ${}_9C_0 + {}_9C_2 + {}_9C_4 + {}_9C_6 + {}_9C_8 = {}_mP_n$ 을 만족시키는 자연수 m, n 의 모든 순서쌍 (m, n) 에 대하여 $m+n$ 의 최댓값과 최솟값의 합은? [4.4점]

- ① 256 ② 257 ③ 265
 ④ 267 ⑤ 275

251. 다음은 부등식

$$\{({}_nC_1)^2 + 2 \times ({}_nC_2)^2 + \cdots + (n-1) \times ({}_nC_{n-1})^2 + n \times ({}_nC_n)^2\} \geq 5 \times {}_{2n}C_{n-1} \cdots \cdots (*)$$

을 만족시키는 자연수 n 의 최솟값을 구하는 과정이다.

$(1+x)^{2n}$ 의 전개식에서 x^n 의 계수는 $\boxed{\quad}$ 이다.

$(1+x)^n(1+x)^n$ 의 전개식에서 x^n 의 계수는

$$({}_nC_0 \times {}_nC_n) + ({}_nC_1 \times {}_nC_{n-1}) + ({}_nC_2 \times {}_nC_{n-2}) + \cdots + ({}_nC_n \times {}_nC_0) = ({}_nC_0)^2 + ({}_nC_1)^2 + ({}_nC_2)^2 + \cdots + ({}_nC_n)^2 \text{이다}$$

또한

$$({}_nC_1)^2 + 2 \times ({}_nC_2)^2 + \cdots + (n-1) \times ({}_nC_{n-1})^2 + n \times ({}_nC_n)^2 = ({}_nC_{n-1})^2 + 2 \times ({}_nC_{n-2})^2 + \cdots + (n-1) \times ({}_nC_1)^2 + n \times ({}_nC_0)^2$$

이므로

$$\{({}_nC_1)^2 + 2 \times ({}_nC_2)^2 + \cdots + (n-1) \times ({}_nC_{n-1})^2 + n \times ({}_nC_n)^2\}$$

$$= \boxed{(\text{나})} \times \{({}_nC_0)^2 + ({}_nC_1)^2 + ({}_nC_2)^2 + \cdots + ({}_nC_n)^2\}$$

$$= \boxed{(\text{나})} \times \boxed{(\text{가})}$$

따라서 부등식 (*)을 만족시키는 자연수 n 의 최솟값은

$$\boxed{(\text{다})} \text{이다}$$

위의 (가), (나)에 알맞는 식을 각각 $f(n), g(n)$ 이라 하고, (다)에 알맞는 수를 k 라 할 때, $f(4) + g(4) + k$ 의 값은? [4.4점]

- ① 81 ② 82 ③ 83
 ④ 84 ⑤ 85

2. 확률

1. 확률의 뜻과 활용 (step1)

시행과 사건(사건, 배반사건, 여사건)

252. 1에서 8까지의 자연수가 하나씩 적힌 8장의 카드가 있다.

이

카드들 중에서 임의로 1장을 택하는 시행에서 6의 약수가 나오는 사건을 A , 4의 배수가 나오는 사건을 B , 소수가 나오는 사건을 C 라 할 때, 서로 배반사건인 것만을 [보기]에서 있는 대로 고른 것은? [3.4점]

[보 기]

. A 와 B $\subset$. B 와 C $\supset$. A 와 C

- ① $\subset$ ② $\supset$ ③ $\neg$, $\subset$
 ④ $\neg$, $\supset$ ⑤ $\neg$, $\subset$, $\supset$

253. 주사위를 한 번 던져 소수의 눈이 나오는 사건을 A 라고 할 때, 원소 6을 포함하고 사건 A 와 서로 배반사건이 되는 사건 B 를 모두 구하고, 그 과정을 서술하시오. [6.0점]

254. 한 개의 주사위를 한 번 던져서 나온 눈의 수가 6의

약수일 때, 그 수가 소수일 확률은 $\frac{p}{q}$ 이다. $p+q$ 의 값은? (단, p 와 q 는 서로소이다.) [3.6점]

- ① 3 ② 4 ③ 5
 ④ 6 ⑤ 7

수학적 확률

255. 어느 농구 선수는 지금까지 2000번의 자유투를 던져 1350번 성공했다고 한다. 이 선수가 자유투를 1번 던질 때, 성공할 확률은? [4.3점]

- ① 0.65 ② 0.654 ③ 0.666
 ④ 0.67 ⑤ 0.675

256. 두 양궁 선수 A, B가 화살을 각각 한 번씩 쏠 때, 두 선수 중에서 한 명만 10점 영역을 맞힐 확률은 0.6, 두 명 모두 10점 영역을 맞힐 확률은 0.1이라고 한다. 두 선수 A, B 모두 10점 영역을 맞히지 못할 확률은? [3.8점]

- ① 0.1 ② 0.3 ③ 0.5
 ④ 0.7 ⑤ 0.9

257. 5명이 가위바위보를 한 번 할 때, 3명이 이길 확률은?

[3.5점]

- ① $\frac{8}{81}$ ② $\frac{10}{81}$ ③ $\frac{4}{27}$
 ④ $\frac{5}{27}$ ⑤ $\frac{2}{9}$

258. 흰 공 5개와 검은 공 4개가 들어 있는 주머니에서 임의로 2개의 공을 꺼낼 때, 2개가 서로 다른 색깔일 확률은? [4.1점]

- ① $\frac{1}{9}$ ② $\frac{2}{9}$ ③ $\frac{1}{3}$
 ④ $\frac{4}{9}$ ⑤ $\frac{5}{9}$

259. 동전 두 개와 주사위 두 개를 동시에 던질 때, 동전은 서로 다른 면이 나오고 주사위는 서로 같은 눈의 수가 나올 확률은? [3.5점]

- ① $\frac{1}{12}$ ② $\frac{1}{6}$ ③ $\frac{1}{4}$
 ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{5}{12}$

260. 서로 다른 두 개의 주사위를 동시에 던질 때, 나오는 두 눈의 합이 8일 확률은? [3.4점]

- ① $\frac{1}{9}$ ② $\frac{5}{36}$ ③ $\frac{1}{6}$
 ④ $\frac{7}{36}$ ⑤ $\frac{2}{9}$

261. 흰색 탁구공 4개, 주황색 탁구공 8개가 들어 있는

상자에서 임의로 공을 한 개씩 두 번 꺼낼 때, 첫 번째는 흰색 탁구공, 두 번째는 주황색 탁구공이 나올 확률은? (단, 꺼낸 공은 상자에 다시 넣지 않는다.) [3.9점]

- ① $\frac{5}{33}$ ② $\frac{2}{11}$ ③ $\frac{7}{33}$
 ④ $\frac{8}{33}$ ⑤ $\frac{3}{11}$

262. 주머니 속에 흰 구슬이 3개, 빨간 구슬이 2개, 검은 구슬이 n 개 들어 있다. 이 주머니에서 한 개의 구슬을 꺼내어 색을 확인하고 다시 넣는 시행을 3000번 하였더니 그 중 흰 구슬이 500번 나왔다. 이 때, n 의 값은? [4.5]

- ① 9 ② 10 ③ 11
 ④ 12 ⑤ 13

순열을 이용한 확률

263. n 이 50 이하의 자연수일 때, x 에 대한 이차방정식

$12x^2 - 7nx + n^2 = 0$ 의 정수해가 존재할 확률은? [4.4점]

- ① $\frac{2}{5}$ ② $\frac{11}{25}$ ③ $\frac{12}{25}$
 ④ $\frac{13}{25}$ ⑤ $\frac{14}{25}$

264. 주머니 속에 흰 구슬이 3개, 빨간 구슬이 2개, 검은 구슬이 n 개 들어 있다. 이 주머니에서 한 개의 구슬을 꺼내어 색을 확인하고 다시 넣는 시행을 3000번 하였더니 그 중 흰 구슬이 500번 나왔다. 이 때, n 의 값은? [4.5]

- ① 9 ② 10 ③ 11
 ④ 12 ⑤ 13

265. 남학생 4명과 여학생 4명이 원탁에 앉을 때, 남학생과 여학생이 교대로 앉을 확률은? (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [4.3점]

- ① $\frac{1}{56}$ ② $\frac{1}{42}$ ③ $\frac{1}{35}$
 ④ $\frac{1}{30}$ ⑤ $\frac{1}{25}$

266. 어른 4명, 어린이 4명이 한 줄로 설 때, 어른과 어린이가 번갈아 서게 될 확률은? [4.3점]

- ① $\frac{1}{35}$ ② $\frac{1}{28}$ ③ $\frac{1}{21}$
 ④ $\frac{1}{14}$ ⑤ $\frac{1}{7}$

267. I♡MATH의 6개의 문자 또는 기호를 임의로 일렬로 배열할 때, 기호 ♡가 맨 뒤에 오지 않을 확률은? [3.6점]

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$
 ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

268. 어른 4명, 어린이 4명이 한 줄로 설 때, 어른과 어린이가 번갈아 서게 될 확률은? [4.3]

- ① $\frac{1}{35}$ ② $\frac{1}{28}$ ③ $\frac{1}{21}$
 ④ $\frac{1}{14}$ ⑤ $\frac{1}{7}$

269. 두 집합

$$X = \{a, b, c\}, Y = \{1, 3, 5, 7\}$$

에 대하여 X 에서 Y 로의 함수 중에서 임의로 하나를 택할 때, 그 함수가 일대일 함수일 확률은? [4.1점]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{3}{8}$ ③ $\frac{1}{2}$
 ④ $\frac{5}{8}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

270. 1, 2, 3, 4, 5의 5개의 숫자를 한 번씩 사용하여 만든 다섯 자리 자연수 중에서 임의로 한 수를 택할 때, 40000보다 큰 수를 택할 확률은? [4.2점]

- ① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{2}{5}$ ③ $\frac{1}{2}$
 ④ $\frac{3}{5}$ ⑤ $\frac{4}{5}$

271. 1, 2, 3, 4, 5의 5개의 숫자를 한 번씩 사용하여 만든 다섯 자리 자연수 중에서 임의로 한 수를 택할 때, 40000보다 큰 수를 택할 확률은? [4.2점]

- ① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{2}{5}$ ③ $\frac{1}{2}$
 ④ $\frac{3}{5}$ ⑤ $\frac{4}{5}$

증복순열을 이용한 확률

272. 그림과 같이 크기가 같은 11개의 원이 일렬로 놓여 있다.



이 원 중에서 4개는 빨간색으로, 5개는 파란색으로, 2개는 노란색으로 11개의 원의 내부를 모두 임의로 칠할 때, 색칠한 그림이 좌우 대칭일 확률은? [4.7점]

- ① $\frac{1}{227}$ ② $\frac{1}{228}$ ③ $\frac{1}{229}$
 ④ $\frac{1}{230}$ ⑤ $\frac{1}{231}$

조합과 확률

273. 방정식 $x+y=10$ 을 만족시키는 자연수 x, y 의 순서쌍 (x, y) 중에서 임의로 한 개를 택할 때, $xy \leq 24$ 일 확률은?
[4.5점]

- ① $\frac{1}{10}$ ② $\frac{3}{10}$ ③ $\frac{1}{2}$
④ $\frac{4}{5}$ ⑤ $\frac{8}{9}$

274. 1부터 8까지의 자연수가 각각 하나씩 적힌 8개의 공이 들어 있는 주머니에서 임의로 2개의 공을 동시에 꺼낼 때, 공에 적힌 두 수의 곱이 짝수일 확률은? [4점]

- ① $\frac{9}{14}$ ② $\frac{5}{7}$ ③ $\frac{11}{14}$
④ $\frac{6}{7}$ ⑤ $\frac{13}{14}$

확률의 덧셈정리

275. 두 사건 A, B 에 대하여

$$P(A)=\frac{1}{2}, P(B)=\frac{3}{5}, P(A \cap B)=\frac{9}{10}$$

일 때, $P(A \cap B)$ 의 값은? [4.1점]

- ① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{3}{10}$ ③ $\frac{2}{5}$
④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{3}{5}$

276. 두 사건 A, B 에 대하여 $P(A)=\frac{2}{5}, P(B)=\frac{4}{5},$

$P(A \cup B)=\frac{9}{10}$ 일 때, $P(B|A)$ 의 값은? [3.7점]

- ① $\frac{5}{12}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{7}{12}$
④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

277. 두 사건 A, B 에 대하여

$$P(A) = \frac{3}{5}, P(B) = \frac{2}{5}, P(A \cap B) = \frac{7}{10}$$

일 때, $P(A|B)$ 의 값은? [4.1점]

- ① $\frac{3}{8}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{5}{8}$
 ④ $\frac{3}{4}$ ⑤ $\frac{7}{8}$

278. 두 사건 A, B 에 대하여

$$P(A \cap B^c) = P(A^c \cap B) = \frac{1}{6}, P(A^c \cap B^c) = \frac{1}{3}$$

일 때, $P(A \cap B)$ 의 값은? (단, A^c 은 A 의 여사건이다.) [3.9점]

- ① $\frac{1}{12}$ ② $\frac{1}{6}$ ③ $\frac{1}{4}$
 ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{5}{12}$

279. 두 사건 A, B 에 대하여 $P(A \cup B) = 1, P(B) = \frac{1}{3},$

$P(A \cap B) = \frac{1}{6}$ 일 때, $P(A^c)$ 의 값은? [4.1점]

- ① $\frac{1}{12}$ ② $\frac{1}{6}$ ③ $\frac{1}{4}$
 ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{5}{12}$

덧셈정리와 여사건

280. 3장의 경품권을 포함한 10장의 카드가 들어 있는

추첨함에서 임의로 두 장의 카드를 꺼낼 때, 적어도 한 장은 경품권일 확률은? [4.2점]

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{2}{5}$ ③ $\frac{7}{15}$
 ④ $\frac{8}{15}$ ⑤ $\frac{3}{5}$

덧셈정리와 배반사건

281. 표본공간 S 의 두 사건 A, B 가 서로 배반사건이고 사건

C 는 사건 A 의 여사건일 때, 옳지 않은 것은? (단,

$P(A) \neq 0, P(B) \neq 0$) [4.7점]

- ① $P(A \cap B) = 1$ ② $P(C \cap B) = 1$ ③ $P(A \cap B) = 0$
 ④ $P(A \cup C) = 1$ ⑤ $P(A) \leq P(C)$

282. 주사위를 한 번 던져 소수의 눈이 나오는 사건을 A 라고

할 때, 원소 6을 포함하고 사건 A 와 서로 배반사건이 되는 사건 B 를 모두 구하고, 그 과정을 서술하시오. [6.0]

여사건의 확률(적어도, 이상, 이하, 미만등)

283. 남학생 3명과 여학생 4명을 일렬로 세울 때, 적어도 한 쪽 끝에는 여학생을 세울 확률은? [4.0]

- ① $\frac{1}{7}$ ② $\frac{2}{7}$ ③ $\frac{3}{7}$
 ④ $\frac{5}{7}$ ⑤ $\frac{6}{7}$

284. 12개의 제비 중에 당첨 제비가 k 개 들어 있다. 이 중에서 임의로 2개의 제비를 동시에 뽑을 때, 적어도 한 개가 당첨 제비일 확률이 $\frac{19}{33}$ 이다. 상수 k 의 값은? [4.4점]

- ① 3 ② 4 ③ 5
 ④ 6 ⑤ 7

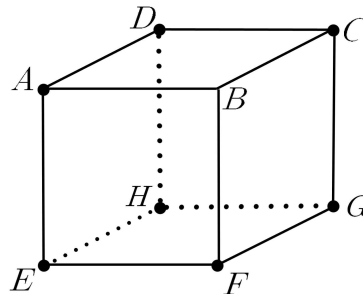
285. 검은 공 4개, 흰 공 3개가 들어있는 주머니가 있다. 이 주머니에서 임의로 3개의 공을 동시에 꺼낼 때, 꺼낸 3개의 공 중에서 적어도 한 개가 검은 공일 확률은? [4.2점]

- ① $\frac{22}{35}$ ② $\frac{4}{5}$ ③ $\frac{5}{7}$
 ④ $\frac{31}{35}$ ⑤ $\frac{34}{35}$

286. 남학생 3명과 여학생 4명을 일렬로 세울 때, 적어도 한 쪽 끝에는 여학생을 세울 확률은? [4.0점]

- ① $\frac{1}{7}$ ② $\frac{2}{7}$ ③ $\frac{3}{7}$
 ④ $\frac{5}{7}$ ⑤ $\frac{6}{7}$

287. 그림과 같이 한 모서리의 길이가 1인 정육면체에서 임의로 두 꼭짓점을 택할 때, 두 꼭짓점 사이의 거리가 $\sqrt{3}$ 보다 작을 확률은? [4.4점]



- ① $\frac{2}{7}$ ② $\frac{3}{7}$ ③ $\frac{4}{7}$
 ④ $\frac{5}{7}$ ⑤ $\frac{6}{7}$

1.

확률의 뜻과 활용(step2)

시행과 사건(사건, 배반사건, 여사건)

288. 표본공간 $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ 의 세 사건 A, B, C 에 대하여 $A = \{x \mid x \text{ 소수}\}$, $B = \{x \mid x \geq 7\}$ 이다. 두 사건 A, B 와 C^c 이 서로 배반사건이 되도록 하는 사건 C 의 개수는? (단, C^c 은 C 의 여사건이다.) [4.3점]

- ① 2 ② 4 ③ 8
④ 16 ⑤ 32

289. 한 개의 주사위를 두 번 던지는 시행에서 나오는 두 눈의 수의 합이 짝수인 사건을 A , 3의 배수인 사건을 B , $2 \leq n \leq 12$ 인 자연수 n 에 대하여 두 눈의 수의 합이 n 의 약수인 사건을 E_n 이라 하자. 이 시행에서 두 사건 $A^c \cap B$ 와 E_n 이 서로 배반사건이 되도록 하는 모든 n 의 값의 합은? [4.4점]

- ① 35 ② 38 ③ 41
④ 44 ⑤ 47

290. 흰 공 2개와 노란 공 3개가 들어 있는 주머니에서 임의로 3개의 공을 동시에 꺼낼 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4.1점]

[보 기]

- ㄱ. 노란 공이 나오는 사건을 A 라 할 때, $0 < P(A) < 1$ 이다.
ㄴ. 노란 공이 나오는 사건을 A , 노란 공이 나오지 않는 사건을 B 라 할 때, $P(B) = 1 - P(A)$ 이다.
ㄷ. 노란 공이 나오는 사건을 A , 3개 모두 흰 공이 나오는 사건을 C 라 할 때, $P(A \cup C) = 1$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

수학적 확률

291. 한 개의 주사위를 두 번 던져서 나오는 눈의 수를 차례로 a, b 라 할 때, $|a-1| + |b-3| = 2$ 이거나 $a=b$ 일 확률은? [5.3점]

- ① $\frac{1}{12}$ ② $\frac{1}{6}$ ③ $\frac{2}{9}$
④ $\frac{11}{36}$ ⑤ $\frac{2}{3}$

292. 한 개의 동전을 한 번 던져서 앞면이 나오면 한 개의 주사위를 한 번 던져서 나온 눈의 수에 4를 더한 값을 점수로 하고, 뒷면이 나오면 한 개의 주사위를 한 번 던져서 나온 눈의 수의 3배를 점수로 하는 시행을 한다. 이 시행을 한 번 하여 얻는 점수가 8점 이상일 확률은? [4.0점]

- ① $\frac{5}{12}$ ② $\frac{11}{24}$ ③ $\frac{1}{2}$
 ④ $\frac{13}{24}$ ⑤ $\frac{7}{12}$

293. 1부터 12까지의 자연수가 적힌 정십이면체 모양의 주사위를 두 번 던질 때, 나오는 눈의 수를 차례로 a , b 라 하자. 이차함수 $f(x) = x^2 - 12x + 32$ 에 대하여 $f(a)f(b) < 0$ 이 성립할 확률을 구하고, 그 풀이 과정을 서술하시오. [6.0점]

294. 상자 안에 흰 구슬 3개, 파란 구슬 4개, 빨간 구슬 n 개가 들어 있다. 이 상자에서 임의로 2개의 구슬을 동시에 꺼내어 색을 확인하고 다시 넣는 시행을 3000번 하였더니 그 중 같은 색 구슬이 800번 나왔다. 이때 n 의 값은? (단, $n \geq 2$) [4.2점]

- ① 2 ② 3 ③ 4
 ④ 5 ⑤ 6

295. 5명이 가위 바위 보를 한 번 할 때, 이기는 사람이 한 명도 없을 확률은? [4.4점]

- ① $\frac{11}{27}$ ② $\frac{14}{27}$ ③ $\frac{17}{27}$
 ④ $\frac{20}{27}$ ⑤ $\frac{23}{27}$

296. 방정식 $x + y = 100$ 을 만족시키는 양의 정수 x, y 의 순서쌍 (x, y) 중에서 임의로 한 개를 택할 때, $xy \geq 2400$ 일 확률을 구하는 풀이 과정과 답을 쓰시오. [7.0점]

297. 한 개의 주사위를 두 번 던져서 나오는 눈의 수를 차례로 a , b 라 할 때, $|a - 4| + |b - 4| = 2$ 이거나 $a = b$ 일 확률은? [4.5점]

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{2}{9}$ ③ $\frac{5}{18}$
 ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{7}{18}$

298. 한 개의 주사위를 두 번 던져서 나오는 눈의 수를 차례로 p, q 라 할 때, 이차함수 $y = px^2$ 의 그래프와 일차함수 $y = 4x - q$ 의 그래프가 서로 다른 두 점에서 만날 확률은? [4.6점]

- ① $\frac{1}{18}$ ② $\frac{1}{12}$ ③ $\frac{1}{9}$
 ④ $\frac{5}{36}$ ⑤ $\frac{1}{6}$

299. 한 개의 주사위를 세 번 던질 때 나오는 눈의 수를 차례로 a, b, c 라 하자. 세 수 a, b, c 가 부등식 $a < b - 3 \leq c$ 를 만족시킬 확률은? [4.7점]

- ① $\frac{5}{108}$ ② $\frac{13}{216}$ ③ $\frac{2}{27}$
 ④ $\frac{19}{216}$ ⑤ $\frac{11}{108}$

순열을 이용한 확률

300. 서로 다른 두 개의 주사위 A, B 를 동시에 던지는 시행에서 나오는 눈의 수를 각각 a, b 라 할 때, x 에 대한 이차방정식 $x^2 - ax + b = 0$ 이 서로 다른 두 개의 양의 실근을 가질 확률은? [4.5점]

- ① $\frac{4}{9}$ ② $\frac{17}{36}$ ③ $\frac{1}{2}$
 ④ $\frac{19}{36}$ ⑤ $\frac{5}{9}$

301. 한 개의 주사위를 세 번 던져서 나오는 눈의 수를 차례로 a, b, c 라 할 때, $a + b$ 가 c 의 배수일 확률은? [4.3점]

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{19}{54}$ ③ $\frac{10}{27}$
 ④ $\frac{7}{18}$ ⑤ $\frac{11}{27}$

302. 집합 $X = \{1, 2, 3, 4\}$ 에서 X 로의 일대일 대응 f 중에서 임의로 하나 뽑을 때, 이 함수 f 가 다음 조건을 만족시킬 확률이 $\frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값은? (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.)
[5점]

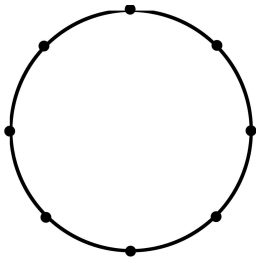
(가) $f(1) \leq 2$

(나) $n = 2, 3, 4$ 일 때, $f(n) \geq 5 - n$ 이다.

- ① 4 ② 5 ③ 6
④ 7 ⑤ 8

원순열을 이용한 확률

303. 그림과 같이 원의 둘레를 8등분하는 8개의 점이 있다. 이 중에서 임의로 세 개의 점을 택하여 그 세 점을 꼭짓점으로 하는 삼각형을 만들 때, 만든 삼각형이 직각삼각형이 아닐 확률은?
[4.6점]



- ① $\frac{2}{7}$ ② $\frac{3}{7}$ ③ $\frac{4}{7}$
④ $\frac{5}{7}$ ⑤ $\frac{6}{7}$

중복순열을 이용한 확률

304. 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 에서 X 로의 함수 중에서 지역의 모든 원소의 곱이 짝수인 함수의 개수를 n 이라 하자. $\frac{n}{3^5}$ 의 값은? [4.2점]

- ① 179 ② 189 ③ 199
④ 209 ⑤ 219

305. 숫자 1, 2, 3이 하나씩 적혀 있는 3개의 공이 들어 있는 주머니가 있다. 이 주머니에서 임의로 한 개의 공을 꺼내어 공에 적혀 있는 수를 확인한 후 다시 넣는 시행을 한다. 이 시행을 4번 반복하여 확인한 4개의 수의 곱이 6의 배수일 확률은? [4.1점]

- ① $\frac{50}{81}$ ② $\frac{52}{81}$ ③ $\frac{2}{3}$
④ $\frac{56}{81}$ ⑤ $\frac{58}{81}$

306. 집합 $X = \{1, 2, 3, 4\}$ 에 대하여 X 에서 X 로의 모든 함수 f 중에서 임의로 하나를 택할 때, $f(1) \leq f(2)$ 일 확률은?
[4.1]

- ① $\frac{7}{16}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{9}{16}$
④ $\frac{5}{8}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

307. 집합 $X = \{1, 2, 3, 4\}$ 에 대하여 X 에서 X 로의 모든 함수 f 중에서 임의로 하나를 택할 때, $f(1) \leq f(2)$ 일 확률은? [4.1]

- ① $\frac{7}{16}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{9}{16}$
 ④ $\frac{5}{8}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

조합과 확률

308. 1, 2, 3, 4, 5가 각각 적힌 검은 공 5개와 1, 2, 3, 4가 각각 적힌 흰 공 4개가 들어 있는 주머니에서 3개의 공을 임의로 꺼낼 때, 홀수가 적힌 흰 공과 홀수가 적힌 검은 공을 각각 1개 이상 꺼낼 확률은? [4.5점]

- ① $\frac{11}{28}$ ② $\frac{3}{7}$ ③ $\frac{13}{28}$
 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{15}{28}$

309. 6명의 학생 A, B, C, D, E, F를 임의로 3명씩 짝을 지어 2개의 조로 편성하려고 한다. 이때, A와 B는 같은 조에 편성되고, A와 C는 서로 다른 조에 편성될 확률은? [4.7점]

- ① $\frac{2}{15}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{4}{15}$
 ④ $\frac{3}{10}$ ⑤ $\frac{3}{5}$

310. r 개의 당첨 제비를 포함하여 8개의 제비가 들어 있는 상자에서 임의로 2개의 제비를 동시에 꺼낼 때, 적어도 1개가 당첨 제비일 확률이 $\frac{11}{14}$ 이라고 한다. 이 때 자연수 r 의 값을 구하시오. [5점]

311. 방정식 $x + y + z = 10$ 의 음이 아닌 정수인 해 중에서 임의로 하나를 택할 때, y 의 값이 3일 확률은 $\frac{b}{a}$ 이다. $a + b$ 의 값은?(단, a, b 는 서로소인 자연수이다.) [4.4점]

- ① 33 ② 34 ③ 35
 ④ 36 ⑤ 37

312. 바구니 안에 딸기 맛 사탕 2개, 포도 맛 사탕 3개, 사과 맛 사탕 5개가 들어 있다. 이 바구니에서 3개의 사탕을 임의로 꺼낼 때, 딸기 맛 사탕과 사과 맛 사탕이 적어도 하나씩 포함될 확률은? (단, 각 사탕을 꺼낼 확률은 모두 같다.) [4.9]

- ① $\frac{5}{24}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{11}{24}$
 ④ $\frac{5}{8}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

313. 1부터 9까지의 숫자가 하나씩 적힌 9개의 구슬에서 서로 다른 2개의 구슬을 동시에 꺼내어 작은 수를 a , 큰 수를 b 라 할 때, 집합 $M = \{x | a \leq x \leq b, x \text{는 정수}\}$ 이 $N = \{x | 4 \leq x \leq 7, x \text{는 정수}\}$ 의 부분집합이 되지 않을 확률은? [4.8점]

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$
 ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

314. 집합 $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ 의 원소가 2개 이상인 부분집합 중에서 임의로 한 개를 뽑을 때, 이 부분집합의 모든 원소의 곱이 짝수일 확률은 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하는 풀이 과정과 답을 쓰시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [7.0점]

315. 1부터 20까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 20장의 카드가 있다. 이 20장의 카드 중에서 두 장의 카드를 임의로 꺼내어 두 수를 더하였을 때, 두 수의 합이 20이상일 확률을 구하는 풀이 과정과 답을 쓰시오. [7.0점]

316. 집합 $A = \{1, 2, 3, 4\}$ 가 있다. A 의 부분집합 중에서 임의로 서로 다른 두 집합을 택하였을 때, 한 집합이 다른 집합의 부분집합이 될 확률을 구하고 풀이 과정을 논술하시오. [7점]

317. 포도 맛 사탕 5개와 사과 맛 사탕 5개가 들어 있는 상자에서 임의로 사탕 5개를 동시에 꺼낼 때, 포도 맛 사탕과 사과 맛 사탕의 수의 차가 2이상일 확률은? [4.1점]

- ① $\frac{13}{63}$ ② $\frac{22}{63}$ ③ $\frac{31}{63}$
 ④ $\frac{41}{63}$ ⑤ $\frac{50}{63}$

318. 1부터 9까지의 숫자가 하나씩 적힌 9개의 구슬에서 서로 다른 2개의 구슬을 동시에 꺼내어 작은 수를 a , 큰 수를 b 라 할 때, 집합 $M = \{x | a \leq x \leq b, x \text{는 정수}\}$ 이 $N = \{x | 4 \leq x \leq 7, x \text{는 정수}\}$ 의 부분집합이 되지 않을 확률은? [4.8]

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$
 ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

319. 바구니 안에 딸기 맛 사탕 2개, 포도 맛 사탕 3개, 사과 맛 사탕 5개가 들어 있다. 이 바구니에서 3개의 사탕을 임의로 꺼낼 때, 딸기 맛 사탕과 사과 맛 사탕이 적어도 하나씩 포함될 확률은? (단, 각 사탕을 꺼낼 확률은 모두 같다.) [4.9점]

- ① $\frac{5}{24}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{11}{24}$
 ④ $\frac{5}{8}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

기하학적 확률

320. 좌표평면 위에 두 점 $A(0, 2)$, $B(0, -2)$ 가 있다. 한 개의 주사위를 두 번 던질 때 나오는 눈의 수를 차례로 m, n 이라 하자. 점 $C(m \cos \frac{n\pi}{3}, m \sin \frac{n\pi}{3})$ 에 대하여 삼각형 ABC 의 넓이가 6보다 작을 확률은 p , 6보다 클 확률은 q 이다. pq 의 값은? [4.6점]

- ① $\frac{1}{15}$ ② $\frac{1}{12}$ ③ $\frac{1}{9}$
 ④ $\frac{2}{9}$ ⑤ $\frac{1}{3}$

확률의 덧셈정리

321. 한 개의 주사위를 두 번 던질 때 나오는 눈의 수를 차례로 a, b 라 하자. 이차함수 $f(x) = x^2 - 6x + 8$ 에 대하여 $f(a)f(b) > 0$ 이 성립할 확률은? [4.6점]

- ① $\frac{5}{18}$ ② $\frac{4}{9}$ ③ $\frac{17}{36}$
 ④ $\frac{5}{9}$ ⑤ $\frac{11}{18}$

322. 한 개의 주사위를 두 번 던질 때 나오는 눈의 수를 차례로 a, b 라 하자. 이차함수 $f(x) = x^2 - 6x + 8$ 에 대하여 $f(a)f(b) > 0$ 이 성립할 확률은? [4.6]

- ① $\frac{5}{18}$ ② $\frac{4}{9}$ ③ $\frac{17}{36}$
 ④ $\frac{5}{9}$ ⑤ $\frac{11}{18}$

덧셈정리와 배반사건

323. 두 사건 A 와 B 가 서로 배반사건이고

$P(A^c) = \frac{5}{8}$, $P(A^c \cap B^c) = \frac{1}{6}$ 일 때, $P(B)$ 의 값은? [4.0점]

- ① $\frac{11}{24}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{13}{24}$
 ④ $\frac{7}{12}$ ⑤ $\frac{5}{8}$

여사건의 확률(적어도, 이상, 이하, 미만등)

324. 1부터 8까지의 자연수가 각각 하나씩 적힌 8개의 공이 들어 있는 주머니에서 임의로 4개의 공을 동시에 꺼낼 때, 공에 적힌 수 중 연속하는 자연수가 2개 이상일 확률은? [4.6점]

- ① $\frac{1}{14}$ ② $\frac{3}{14}$ ③ $\frac{5}{14}$
 ④ $\frac{7}{14}$ ⑤ $\frac{9}{14}$

325. 불량품 3개를 포함한 10개의 제품이 있다. 이 10개의 제품 중에서 임의로 4개의 제품을 택하여 검사할 때, 불량품이 2개 이하일 확률은 $\frac{q}{p}$ 이다. $p - q$ 의 값은? (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [3.9점]

- ① 1 ② 3 ③ 5
 ④ 7 ⑤ 9

326. 방정식 $x + y + z = 12$ 를 만족시키는 자연수 x, y, z 의 모든 순서쌍 (x, y, z) 중에서 임의로 한 개를 택할 때, 택한 순서쌍 (x, y, z) 의 x, y, z 중 적어도 하나가 홀수일 확률은? [4.8점]

- ① $\frac{6}{11}$ ② $\frac{7}{11}$ ③ $\frac{8}{11}$
 ④ $\frac{9}{11}$ ⑤ $\frac{10}{11}$

1.

확률의 뜻과 활용(step3)

327. 1에서 9까지의 자연수가 각각 하나씩 적힌 9개의 공이 들어 있는 주머니에서 임의로 3개의 공을 동시에 꺼낼 때, 공에 적힌 수 중 연속하는 자연수가 없을 확률은? [5.3점]

- ① $\frac{5}{14}$ ② $\frac{5}{12}$ ③ $\frac{7}{12}$
 ④ $\frac{9}{14}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

328. 세 명의 학생 A, B, C에게 서로 다른 종류의 사탕 6개를 다음 규칙에 따라 남김없이 나누어 줄 확률은? (단, 사탕을 받지 못하는 학생이 있을 수도 있다.) [4.2점]

- (가) 학생 A는 적어도 하나의 사탕을 받는다.
 (나) 학생 B가 받는 사탕의 개수는 3 이하이다.

- ① $\frac{611}{729}$ ② $\frac{68}{81}$ ③ $\frac{613}{729}$
 ④ $\frac{614}{729}$ ⑤ $\frac{205}{243}$

329. 1부터 6까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 6개의 공이 들어 있는 상자와 빈 주머니가 있다. 이 상자에서 임의로 한 개의 공을 꺼내어 꺼낸 공에 적혀 있는 수가 짝수이면 상자에서 임의로 2개의 공을 동시에 꺼내어 이 2개의 공을 주머니에 넣고, 꺼낸 공에 적혀 있는 수가 홀수이면 상자에서 임의로 3개의 공을 동시에 꺼내어 이 3개의 공을 주머니에 넣을 때, 주머니에 있는 공에 적혀 있는 수의 최솟값이 3일 확률은? (단, 꺼낸 공은 상자에 다시 넣지 않는다.) [5.0점]

- ① $\frac{11}{60}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{13}{60}$
 ④ $\frac{7}{30}$ ⑤ $\frac{1}{4}$

330. 한 개의 주사위를 두 번 던져서 나오는 눈의 수를 차례로 m, n 이라 할 때, 함수 $y = m \cos x + 4$ 이 그래프와 직선 $y = 3n$ 이 만날 확률을 구하고, 그 과정을 서술하시오. [8.0점]

331. 세 집합

$X = \{1, 3, 5\}$, $Y = \{a, b, c, d\}$, $Z = \{2, 4\}$ 에 대하여 두 함수 $f: X \rightarrow Y$, $g: Y \rightarrow Z$ 가 다음 조건을 모두 만족시킬 때, 합성함수 $g \circ f: X \rightarrow Z$ 의 치역이 Z 일 확률은? [4.9]

(가) 집합 X 의 임의의 두 원소 x_1, x_2 에 대하여 $x_1 \neq x_2$ 이면 $f(x_1) \neq f(x_2)$ 이다.
(나) g 의 치역은 Z 이다.

- ① $\frac{9}{14}$ ② $\frac{5}{7}$ ③ $\frac{11}{14}$
④ $\frac{6}{7}$ ⑤ $\frac{13}{14}$

332. 문자 A, B, C 가 하나씩 적혀 있는 3장의 카드와 숫자

1, 2, 3, 4가 하나씩 적혀 있는 4장의 카드가 있다. 이 7장의 카드를 모두 한 번씩 사용하여 일렬로 임의로 나열할 때, 숫자 1이 적혀 있는 카드와 숫자 2가 적혀 있는 카드 사이에 문자가 적혀 있는 카드의 개수가 1개일 확률은? [4.7점]

- ① $\frac{17}{70}$ ② $\frac{9}{35}$ ③ $\frac{19}{70}$
④ $\frac{2}{7}$ ⑤ $\frac{3}{10}$

333. 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에 대하여 X 에서 X 로의 모든 함수 중에서 임의로 하나를 선택할 때, 이 함수 f 가 다음 조건을 만족시킬 확률은 $\frac{p}{q}$ 이다. $p+q$ 의 값은? (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4.9점]

(가) $f(f(4)) = 1$
(나) $f(1) < f(3) < f(5)$

- ① 631 ② 633 ③ 635
④ 637 ⑤ 639

334. 세 집합

$X = \{1, 3, 5\}$, $Y = \{a, b, c, d\}$, $Z = \{2, 4\}$ 에 대하여 두 함수 $f: X \rightarrow Y$, $g: Y \rightarrow Z$ 가 다음 조건을 모두 만족시킬 때, 합성함수 $g \circ f: X \rightarrow Z$ 의 치역이 Z 일 확률은? [4.9점]

(가) 집합 X 의 임의의 두 원소 x_1, x_2 에 대하여 $x_1 \neq x_2$ 이면 $f(x_1) \neq f(x_2)$ 이다.
(나) g 의 치역은 Z 이다.

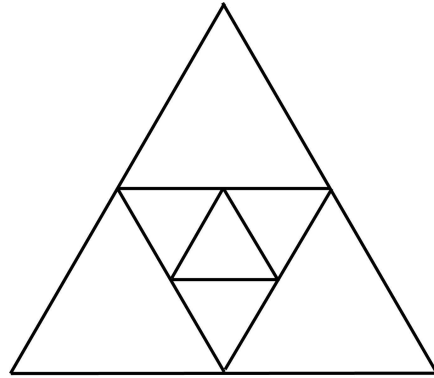
- ① $\frac{9}{14}$ ② $\frac{5}{7}$ ③ $\frac{11}{14}$
④ $\frac{6}{7}$ ⑤ $\frac{13}{14}$

335. 어느 고등학교의 1학년 학생 100명과 2학년 학생 n 명을 대상으로 봄과 여름 중 선호하는 계절을 하나만 반드시 택하도록 조사하였더니 전체 학생의 60%가 봄을 택하였다. 조사 대상이 된 전체 학생 중 임의로 택한 한 명이 2학년 학생일 때, 이 학생이 봄을 택한 학생일 확률은 $\frac{1}{2}$ 이고, 조사 대상이 된 전체 학생 중 임의로 택한 한 명이 봄을 택한 학생일 때, 이 학생이 1학년 학생일 확률은 $\frac{37}{72}$ 이다. n 의 값은? [5.0]

- ① 120 ② 130 ③ 140
 ④ 150 ⑤ 160

336. 그림과 같이 한 정삼각형의 세 변의 중점을 꼭짓점으로 하는 정삼각형을 그리고, 또 새로 그린 정삼각형의 세 변의 중점을 꼭짓점으로 하는 정삼각형을 그려서 7개의 영역으로 구분되는 도형이 있다. 서로 다른 9개의 색 중 7개의 색을 택해 각 영역에 1개의 색을 칠할 때, 그 결과가 서로 다른 경우의 수를 n 이라 하자. $\frac{9!}{n}$ 의 값은?

(단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [4.2점]

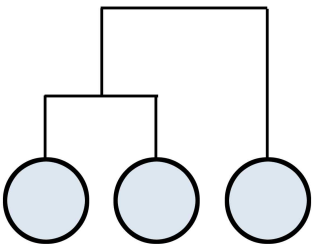


- ① 3 ② 4 ③ 5
 ④ 6 ⑤ 7

337. 숫자 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8이 하나씩 적혀있는 8장의 카드가 있다. 이 8장의 카드를 모두 한 번씩 사용하여 일렬로 임의로 나열할 때, 5가 적혀있는 카드의 바로 양 옆에는 각각 5보다 큰 수가 적혀있고, 6이 적혀있는 카드의 바로 양 옆에는 각각 6보다 작은 수가 적혀있을 확률을 $\frac{q}{p}$ 라 하자. $p+q$ 의 값은? (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4.4점]

- ① 219 ② 221 ③ 223
④ 225 ⑤ 227

338. 교내 농구대회에서 A팀이 B팀을 이길 확률은 $\frac{2}{3}$, B팀이 C팀을 이길 확률은 $\frac{3}{5}$, C팀이 A팀을 이길 확률은 $\frac{1}{2}$ 이다. 아래 대진표와 같이 승자 진출전 방식으로 농구 대회를 할 때, A팀이 우승할 확률은 p 이다. $90p$ 의 값을 구하고 그 과정을 서술하시오. (단, A, B, C팀이 각각 대진표의 세 자리에 배정될 확률은 같고, 비기는 경우는 없다.) [7점]



339. 5종류의 열대어 A, B, C, D, E가 각각 한 마리씩 있다. A는 B를 공격하고, B는 C를 공격하고, C는 D를 공격하고, D는 E와 A를 공격한다고 할 때, 물음에 답하시오. [총 6.0점]

1-1 5마리의 열대어를 서로 공격하지 않는 종류끼리 함께 3개의 어항에 나누어 넣을 때, B, D를 1개의 어항에 함께 넣을 확률을 다음 [조건]을 활용하여 구하고, 그 풀이 과정을 서술하시오. (단, 3개의 어항은 구별되지 않고, 빈 어항이 있을 수 있다.) [3.0점]

[조 건]

어항에 나누어 넣는 방법을 구체적으로 나열하여 확률을 계산할 것.

1-2 5마리의 열대어를 서로 공격하지 않는 종류끼리 함께 4개의 어항에 나누어 넣을 때, A, C, E를 1개의 어항에 함께 넣을 확률을 다음 [조건]을 활용하여 구하고, 그 풀이 과정을 서술하시오. (단, 4개의 어항은 구별되지 않고, 빈 어항이 있을 수 있다.) [3.0점]

[조 건]

어항에 나누어 넣는 방법을 구체적으로 나열하여 확률을 계산할 것.

340. 한 개의 주사위를 두 번 던져서 나온 눈의 수를 차례로 a , b 라 할 때, 직선 $y = ax + b$ 가 곡선 $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 3x$ 와 만나지 않을 확률을 구하고 그 과정을 서술하시오. [6점]

341. 집합 $X = \{a, b, c, d\}$ 에서 집합

$Y = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2\}$ 으로의 함수 중에서 임의로 택한 한 함수를 $f(x)$ 라 할 때, $f(a)f(b) \leq 0$ 또는 $f(c)f(d) \geq 0$ 이 성립할 확률은? [4.9점]

- ① $\frac{13}{108}$ ② $\frac{13}{218}$ ③ $\frac{205}{218}$
 ④ $\frac{17}{216}$ ⑤ $\frac{95}{108}$

342. 방정식 $x + y + z = 7$ 을 만족시키는 음이 아닌 정수

x, y, z 의 모든 순서쌍 (x, y, z) 중에서 $2^x \times 4^y$ 이 8의 배수일 확률은 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하고, 그 과정을 자세히 서술하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [7점]

343. A, B, C 세 개의 반으로 구성된 어느 동아리 회원 15명이 있다. 다음 조건을 만족시킬 때, 이 동아리 회원 중에서 A 반과 C 반의 학생 수의 합은? (단, 각 반 A, B, C 에서 적어도 한 명 이상은 이 동아리의 회원이다.) [4.6점]

(가) 이 동아리의 A 반의 학생 수는 B 반의 학생 수의 2배이다.

(나) 15명의 회원 중에서 대표 2명을 뽑을 때, 같은 반의 학생이 뽑힐 확률은 $\frac{11}{35}$ 이다.

- ① 10 ② 11 ③ 12
 ④ 13 ⑤ 14

344. 농구 경기에서 A, B 두 팀이 5번의 대결을 하여 3번을 먼저 이기는 팀이 우승한다. 첫 번째 대결이 끝난 현재 A 팀이 이긴 상황에서 B 팀이 우승할 확률은?

(단, A 팀이 B 팀을 이길 확률은 $\frac{1}{2}$ 이고, 비기는 경우는 없다.)

[4.9점]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{5}{16}$ ③ $\frac{1}{2}$
 ④ $\frac{7}{16}$ ⑤ $\frac{9}{16}$

345. 다음 조건을 만족시키는 두 집합 A, B 의 모든 순서쌍 (A, B) 중에서 임의로 하나를 택할 때, 두 집합 A, B 가 서로소일 확률은 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값은? (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [5.1점]

- (가) $A \cap B = \{1, 2, 3, 4\}$
 (나) $n(A) \geq n(B) \geq 1$

- ① 57 ② 58 ③ 59
 ④ 60 ⑤ 61

346. 일곱 개의 숫자 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7중에서 서로 다른 세 개를 택하여 세 자리 자연수를 만들 때, 9의 배수일 확률은 $\frac{b}{a}$ 이다. $a+b$ 의 값은? (단, a, b 는 서로소인 자연수이다.) [4.6점]

- ① 31 ② 33 ③ 35
 ④ 37 ⑤ 39

347. 서로 다른 세 주머니에 숫자 1, 2, 3, 4, 5, 6이 하나씩 적힌 6개의 공이 각각 들어 있다. 갑이 서로 다른 세 주머니에서 각각 공을 한 개씩 임의로 꺼낸 후, 을도 서로 다른 세 주머니에서 각각 공을 한 개씩 임의로 꺼낸다. 갑이 꺼낸 3개의 공에 적힌 숫자를 크기순으로 a_1, a_2, a_3 ($a_1 \leq a_2 \leq a_3$) 이라 하고 을이 꺼낸 3개의 공에 적힌 숫자를 크기순으로 b_1, b_2, b_3 ($b_1 \leq b_2 \leq b_3$) 이라 할 때, $a_i \neq b_i$ 인 i ($i=1, 2, 3$)이 존재할 확률을 구하는 과정을 논리적으로 서술하시오. (단, 꺼낸 공은 주머니에 다시 넣지 않는다.) [4.8점]

348. 세 쌍의 부부가 원탁에 둘러앉을 때, 두 쌍의 부부만 이웃하여 앉을 확률은? [^{4.4}점]

- ① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{4}{15}$ ③ $\frac{1}{3}$
 ④ $\frac{2}{5}$ ⑤ $\frac{7}{15}$

349. 주머니에 1, 2, 3, 4, 5가 하나씩 적힌 공이 각각 2개씩 모두 10개가 들어 있다. 이 주머니에서 임의로 3개의 공을 동시에 꺼낼 때, 나온 공에 적힌 수의 최댓값이 4일 확률은? [4.4점]

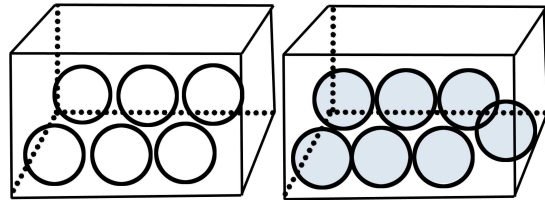
- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{3}{10}$ ③ $\frac{7}{20}$
 ④ $\frac{2}{5}$ ⑤ $\frac{9}{20}$

350. 자연수 $n(n \geq 4)$ 에 대하여 집합 A 를 $A = \{(x, y) | 1 \leq x \leq y \leq n, x \text{와 } y \text{는 자연수}\}$ 라 하자. 집합 A 에서 임의로 선택된 한 개의 원소 (a, b) 에 대하여 $b - a$ 가 3일 때, a 가 3의 배수일 확률이 $\frac{3}{10}$ 이 되도록 하는 모든 자연수 n 의 값의 합은? [4.9]

- ① 32 ② 34 ③ 36
 ④ 38 ⑤ 40

351. 상자 A에는 흰 공 6개, 상자 B에는 검은 공 7개가 들어 있다. 다음 과 같이 [실행1]부터 [실행3]까지 할 때, 상자 B의 검은 공의 개수가 짝수일 확률은 $\frac{q}{p}$ 이다. $p - q$ 의 값은?
 (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4.8점]

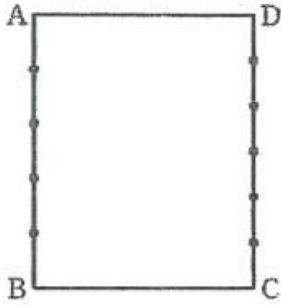
[실행1] 상자 A에서 임의로 2개의 공을 동시에 꺼내어 상자 B에 넣는다.
 [실행2] 상자 B에서 임의로 2개의 공을 동시에 꺼내어 상자 A에 넣는다.
 [실행3] 상자 A에서 임의로 2개의 공을 동시에 꺼내어 상자 B에 넣는다.



상자 A 상자 B

- ① 55 ② 56 ③ 57
 ④ 58 ⑤ 59

352. 그림과 같이 직사각형 ABCD의 변 AB 위에 선분 AB를 5등분 하는 4개의 점이 있고, 변 CD위에 선분 CD를 6등분하는 5개의 점이 있다. 변 CD 위의 5개의 점 중에 임의로 서로 다른 4개의 점을 택하여 변AB 위의 서로 다른 4개의 점과 일대일로 이어서 임의로 4개의 선분을 그릴 때, 4개의 선분에 의하여 생기는 교점의 개수가 n 인 사건을 E_n 이라 하자. 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [5.3점]



[보 기]

ㄱ. $n(E_0) = {}_5C_4$

ㄴ. $n(E_1) = {}_5C_4 \times 3$

ㄷ. $P(E_0 \cap E_1) = \frac{7}{30}$

① ㄱ

② ㄴ

③ ㄱ, ㄴ

④ ㄱ, ㄷ

⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

2.

조건부 확률(step1)

조건부확률

353. 두 사건 A, B 에 대하여

$$P(A) = \frac{2}{5}, P(B^C) = \frac{3}{10}, P(A \cap B) = \frac{1}{5} \text{ 일 때,}$$

$P(A^C | B^C)$ 의 값은? [4.2점]

- ① $\frac{1}{15}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{1}{3}$
 ④ $\frac{7}{15}$ ⑤ $\frac{3}{5}$

354. 두 사건 A, B 에 대하여 $P(A) = 0.2, P(B) = 0.5,$

$P(A^C \cap B^C) = 0.4$ 일 때, $P(A | B)$ 의 값은? [3.4점]

- ① $\frac{4}{11}$ ② $\frac{2}{9}$ ③ $\frac{2}{7}$
 ④ $\frac{1}{6}$ ⑤ $\frac{1}{5}$

355. 두 사건 A 와 B 에 대하여

$$P(A) = \frac{1}{2}, P(B) = \frac{2}{5}, P(A^C \cap B^C) = \frac{3}{10}$$

일 때, $P(B|A)$ 의 값은? [4.4점]

- ① $\frac{3}{10}$ ② $\frac{2}{5}$ ③ $\frac{1}{2}$
 ④ $\frac{3}{5}$ ⑤ $\frac{7}{10}$

356. 두 사건 A, B 가 서로 배반사건이고

$P(A) = \frac{1}{4}, P(B) = \frac{1}{3}$ 일 때, $P(A|B^C)$ 의 값은? (단, A^C 는 A 의 여사건이다.) [4.4]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{3}{8}$ ③ $\frac{1}{2}$
 ④ $\frac{5}{8}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

357. 흰 공 n 개와 검은 공 4개가 들어 있는 상자에서 임의로 2개의 공을 동시에 꺼낼 때, 꺼낸 2개의 공이 서로 다른 색의 공이 나올 확률이 $\frac{4}{7}$ 이 되도록 하는 모든 자연수 n 의 값의 합은?

[4.3점]

- ① 4 ② 5 ③ 7
④ 8 ⑤ 9

358. 어느 TV 진품명품 코너에는 고미술품에 대한 진품 감별 의뢰가 들어오는 데 고미술품의 80%는 진품이고 20%는 가품이라고 한다. 이 코너의 감별 전문가가 진품을 가품으로 잘못 감별할 확률은 0.01, 가품을 진품으로 잘못 감별할 확률이 0.02이라고 할 때, 이 코너의 감별 전문가가 고미술품을 진품으로 감별할 확률은? [4.5점]

- ① 0.680 ② 0.796 ③ 0.820
④ 0.880 ⑤ 0.932

359. 흰 공 5개와 검은 공 4개가 들어 있는 주머니에서 기댓, 희정의 순서대로 공을 한 개씩 꺼낼 때, 희정이가 흰 공을 뽑을 확률은? (단, 꺼낸공은 다시 넣지 않는다.) [4.1]

- ① $\frac{2}{9}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{4}{9}$
④ $\frac{5}{9}$ ⑤ $\frac{2}{3}$

조건부 확률(-일때)

360. 어느 고등학교에서 여학생은 전체 학생의 $\frac{1}{2}$ 이고, 안경을 쓴 여학생은 전체 학생의 $\frac{9}{32}$ 이다. 이 고등학교 전체 학생 중에서 임의로 택한 한 명이 여학생일 때, 그 여학생이 안경을 쓴 학생일 확률은? [4.9점]

- ① $\frac{9}{32}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{9}{16}$
④ $\frac{5}{8}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

361. 1부터 10까지의 자연수 중에서 임의로 한 개를 택할 때, 택한 수가 2의 배수일 때, 그 수가 4의 배수일 확률은? [3.9점]

- ① $\frac{1}{10}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{3}{10}$
 ④ $\frac{2}{5}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

362. 어느 학급의 학생 30명을 대상으로 과목 A와 과목 B에 대한 선호도를 조사하였다. 이 조사에 참여한 학생은 두 과목 중 반드시 하나를 선택하였고, 각각의 과목을 선택한 학생 수는 다음과 같다.

구분	과목 A	과목 B	합계
남학생	9	5	14
여학생	4	12	16
합계	13	17	30

이 조사에 참여한 학생 30명 중에서 임의로 선택한 한 명이 여학생일 때, 이 학생이 과목 A를 선택한 학생일 확률은? [3.7점]

- ① $\frac{2}{15}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{4}{13}$
 ④ $\frac{9}{16}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

363. 어느 바이러스의 감염 여부를 판정하는 검사를 받은 200명의 결과가 다음 표와 같다.

(단위 : 명)

	양성 반응	음성 반응	합계
감염자	36	4	40
비감염자	16	144	160
합계	52	148	200

이 검사를 받은 사람 200명 중에서 임의로 선택한 한 명이 양성 반응을 보인 사람일 때, 그 사람이 실제로 바이러스에 감염된 사람일 확률은? [3.9점]

- ① $\frac{1}{13}$ ② $\frac{3}{13}$ ③ $\frac{5}{13}$
 ④ $\frac{7}{13}$ ⑤ $\frac{9}{13}$

364. 3개의 당첨제비를 포함하여 10개의 제비가 들어 있는 상자에서 갑과 을이 차례로 제비를 1개씩 임의로 뽑는다고 한다. 한 번 뽑은 제비는 다시 넣지 않을 때, 을이 당첨제비를 뽑을 확률은? [3.4점]

- ① $\frac{3}{10}$ ② $\frac{2}{9}$ ③ $\frac{3}{8}$
 ④ $\frac{3}{5}$ ⑤ $\frac{2}{3}$

365. 어느 농고 동아리 회원의 60%는 남자이고, 이 동아리의 남자 회원의 60%, 여자 회원의 70%가 현재 농구 레슨을 받고 있다. 이 동아리의 회원 중에서 임의로 한 명을 택할 때, 이 회원이 현재 레슨을 받고 있는 회원일 확률은? [4.3점]

- ① $\frac{9}{25}$ ② $\frac{12}{25}$ ③ $\frac{14}{25}$
 ④ $\frac{16}{25}$ ⑤ $\frac{18}{25}$

종속과 독립

366. 두 사건 A 와 B 가 서로 독립일 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4.4점]

[보 기]

- ㄱ. 두 사건 A 와 A^c 은 종속이다.
 ㄴ. 두 사건 A 와 B 는 서로 배반사건이다.
 ㄷ. $P(A-B) = P(A)P(B^c)$

- ① ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

367. 한 개의 주사위를 던질 때, 짝수의 눈이 나오는 사건을 A , 6의 약수의 눈이 나오는 사건을 B , 5 이상의 눈이 나오는 사건을 C 라 할 때, 보기에서 서로 독립인 것만을 있는 대로 고른 것은? [3.6점]

[보 기]

- ㄱ. A 와 B
 ㄴ. B 와 C
 ㄷ. A 와 C

- ① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

독립사건의 확률

368. 두 사건 A 와 B 가 서로 독립이고 $P(A|B) = \frac{2}{3}$, $P(B|A^c) = \frac{2}{5}$ 일 때, $P(BA) + P(A^cB)$ 의 값은? [4.2점]

- ① $\frac{3}{5}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ $\frac{11}{15}$
 ④ $\frac{4}{5}$ ⑤ $\frac{13}{15}$

369. 두 사건 A 와 B 가 서로 독립이고 $P(A)=\frac{2}{3}$, $P(B)=\frac{3}{4}$ 일 때, $P(A \cap B)$ 의 값은? [3.5점]

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{1}{4}$
 ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

370. 공사건이 아닌 두 사건 A , B 가 서로 독립이고 $P(A \cap B)=\frac{3}{4}$ 일 때, $P(A^c)$ 의 값은? [3.6점]

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{1}{4}$
 ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

371. 두 사건 A 와 B 가 서로 독립이고 $P(B|A)=\frac{1}{3}$, $P(A \cap B)=\frac{2}{15}$ 일 때, $P(A^c)$ 의 값은? (A^c 은 A 의 여사건이다.) [3.8점]

- ① $\frac{2}{5}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{3}{5}$
 ④ $\frac{7}{10}$ ⑤ $\frac{4}{5}$

372. 두 사건 A , B 에 대하여 $P(A)=P(A \cap B)$ 일 때 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, $0 < P(A) < 1$, $0 < P(B) < 1$) [3.7점]

[보 기]

- ㄱ. $P(B)=P(B \cap A^c)$
 ㄴ. $P(A \cup B)=P(A)+P(B)$
 ㄷ. $P(A \cap B)=P(A)P(B)$

- ① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

독립시행

373. 어느 야구선수가 타석에서 안타를 칠 확률이 0.25라고 한다. 이 선수가 3번의 타석에서 안타를 2번 이상 칠 확률은 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값은? (단, p 와 q 는 서로소이다.) [3.7점]

- ① 35 ② 36 ③ 37
 ④ 38 ⑤ 39

374. 한 개의 주사위를 던져서 홀수의 눈이 나오면 동전을 3번 던지고, 짝수의 눈이 나오면 동전을 2번 던지기로 한다. 동전의 앞면이 2번 나올 확률은? [4.5점]

- ① $\frac{5}{16}$ ② $\frac{3}{8}$ ③ $\frac{7}{16}$
 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{9}{16}$

375. 한 개의 주사위를 3번 던질 때, 5의 약수의 눈이 2번 나올 확률은? [3.5점]

- ① $\frac{4}{27}$ ② $\frac{5}{27}$ ③ $\frac{2}{9}$
 ④ $\frac{7}{27}$ ⑤ $\frac{8}{27}$

376. 한 개의 주사위를 6번 던져서 홀수의 눈이 2회 이상 나올 확률이 $\frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값은? (단, p, q 는 서로소인 자연수이다.) [4.3점]

- ① 121 ② 122 ③ 123
 ④ 124 ⑤ 125

377. 어느 야구 선수는 한 번의 타석에서 안타를 칠 확률이 0.4라 한다. 이 야구 선수가 4번의 타석에서 안타를 3번 칠 확률은? [4.1]

- ① $\frac{96}{625}$ ② $\frac{97}{625}$ ③ $\frac{98}{625}$
 ④ $\frac{99}{625}$ ⑤ $\frac{4}{25}$

2.

조건부 확률(step2)

조건부확률

378. 두 사건 A, B 에 대하여 $P(A) = \frac{1}{3}$, $P(B) = \frac{3}{5}$,

$P(A \cap B) = \frac{1}{5}$ 일 때, $P(B^c | A^c)$ 의 값은?

(단, A^c 은 A 의 여사건이다.) [4.7점]

- ① $\frac{2}{5}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{3}{5}$
 ④ $\frac{3}{4}$ ⑤ $\frac{4}{5}$

379. 두 사건 A, B 에 대하여 $P(A) = \frac{1}{3}$, $P(B^c) = \frac{3}{4}$,

$P(B | A) = \frac{1}{3}$ 일 때, $P(A | B^c)$ 을 구하는 풀이 과정과 답을

쓰시오. [7점]

380. 두 사건 A, B 가 서로 배반사건이고

$P(A) = \frac{1}{4}$, $P(B) = \frac{1}{3}$ 일 때, $P(A | B^c)$ 의 값은? (단, A^c 은 A 의 여사건이다.) [4.4]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{3}{8}$ ③ $\frac{1}{2}$
 ④ $\frac{5}{8}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

381. 숫자 1, 2, 3, 4, 5 중에서 중복을 허락하여 4개를 택해 일렬로 나열하여 만들 수 있는 모든 네 자리의 자연수 중에서 임의로 하나의 수를 택할 때, 택한 수가 5의 배수 또는 3400보다 클 확률은? [4.5점]

- ① $\frac{14}{25}$ ② $\frac{71}{125}$ ③ $\frac{72}{125}$
 ④ $\frac{73}{125}$ ⑤ $\frac{74}{125}$

382. 한국사능력검정시험 3급에 응시한 150명의 응시생 중 합격한 남자의 수는 40명, 여자의 수는 70명이었다. 응시생 중에서 임의로 택한 한 명이 남자일 때, 이 응시생이 불합격한 응시생일 확률이 $\frac{1}{9}$ 이라고 한다. 이 때 불합격한 남자 응시생의 수는? [4.2점]

- ① 5 ② 10 ③ 15
 ④ 20 ⑤ 25

383. 서로 다른 세 개의 주사위를 동시에 던져서 나온 세 눈의 수의 합이 5의 배수일 때, 나온 세 눈의 수 중에서 두 개가 같고 하나는 다른 확률은 $\frac{q}{p}$ 이다. 이때 $p+q$ 의 값은? (단, p, q 는 서로소인 자연수이다.) [4.5점]

- ① 10 ② 19 ③ 31
 ④ 45 ⑤ 61

384. A 와 B 가 다음 규칙에 따라 7번의 게임을 한다

- (가) 각각의 게임에서 A 와 B 가 이길 확률은 같으며 무승부는 없다.
 (나) 첫 번째 게임부터 여섯 번째 게임까지는 이기는 사람이 1점을 얻는다
 (다) 일곱 번째 게임에서는 이기는 사람이 2점을 얻는다.

7번의 게임을 한 결과 A 의 점수가 B 의 점수보다 3점 이상 높을 확률이 $\frac{p}{q}$ 이다. $p+q$ 의 값은? (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.)

[5.1점]

- ① 143 ② 147 ③ 151
 ④ 155 ⑤ 159

385. 한 개의 주사위를 두 번 던질 때, 나오는 눈의 수를 각각 a , b 라 하자. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 이 실근을 가질 때, a 가 짝수일 확률은 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값은? (단, p , q 는 서로소인 자연수이다.)

[4.5점]

- ① 24 ② 26 ③ 28
 ④ 30 ⑤ 32

386. 주머니 A 에서 임의로 한 개의 공을 꺼낼 때, 흰 공이 나올 확률은 $\frac{2}{5}$ 이고, 주머니 B 에서 임의로 한 개의 공을 꺼낼 때, 흰 공이 나올 확률은 $\frac{4}{5}$ 이다. 주머니 A 에서 임의로 한 개의 공을 꺼내서 주머니 B 에 넣은 후, 주머니 B 에서 임의로 한 개의 공을 꺼냈더니 흰 공일 때, 주머니 A 에서 주머니 B 로 옮긴 공이 흰 공이었을 확률은 $\frac{17}{41}$ 이다. 주머니 B 에 들어있는 흰 공의 개수는?

[5.4점]

- ① 8 ② 10 ③ 12
 ④ 14 ⑤ 16

387. 1부터 10까지의 자연수가 각각 하나씩 적힌 10장의 카드가 들어 있는 바구니에서 A , B 두 사람이 A , B 의 순서대로 카드를 한 장씩 뽑는다. A , B 가 3의 배수가 적힌 카드를 뽑는 사건을 각각 A , B 라고 할 때, 다음 물음에 답하시오. (단, 뽑은 카드는 다시 넣지 않는다.) [9.0점]

(1) $P(A \cap B)$ 의 값을 구하고, 그 과정을 서술하시오. [2.0점]

(2) $P(B)$ 의 값을 구하고, 그 과정을 서술하시오. [3.0점]

(3) 두 사건 A , B 가 서로 독립인지 종속인지를 판별하고, 그 과정을 서술하시오. [4.0점]

388. 한 개의 동전을 두 번 던져서 앞면이 적어도 한 번 나오면 한 개의 주사위를 한 번 던져서 나온 눈의 수의 2배를 점수로 하고, 앞면이 한 번도 나오지 않으면 한 개의 주사위를 한 번 던져서 나온 눈의 수에 1을 더한 값을 점수로 하는 시행을 한다. 이 시행을 한 번 하여 얻는 점수가 6 이하일 때, 동전의 뒷면이 적어도 한 번 나왔을 확률은? [5.2점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{9}{14}$ ③ $\frac{11}{14}$
 ④ $\frac{11}{18}$ ⑤ $\frac{13}{18}$

389. 숫자 1, 2, 3, 4, 5가 각각 하나씩 적혀 있는 흰 공 5개와 숫자 1, 2, 3이 각각 하나씩 적혀 있는 검은 공 3개가 들어 있는 주머니가 있다. 이 주머니에서 임의로 4개의 공을 동시에 꺼내는 시행에서 나온 4개의 공에 적힌 숫자가 모두 다를 때, 검은 공이 2개 나올 확률은 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값은? (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4.7]

- ① 31 ② 33 ③ 35
 ④ 37 ⑤ 39

390. 주머니 A에는 흰 공 3개, 검은 공 4개가 들어 있고, 주머니 B에는 흰 공 5개, 검은 공 3개가 들어 있다. 주머니 A에서 임의로 두 개의 공을 동시에 꺼내고 주머니 B에서 임의로 두 개의 공을 동시에 꺼낼 때, 주머니 A에서 꺼낸 두 공의 색이 서로 같고 주머니 B에서 꺼낸 두 공의 색이 서로 다를 확률은? [4.1점]

- ① $\frac{11}{49}$ ② $\frac{45}{196}$ ③ $\frac{23}{98}$
 ④ $\frac{47}{196}$ ⑤ $\frac{12}{49}$

조건부 확률(-일때)

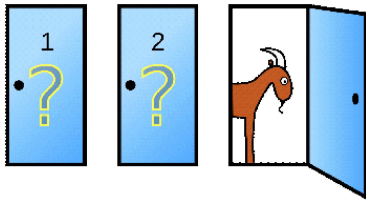
391. 어느 비행기에서 전체 승객들을 대상으로 두 식사 메뉴 A, B 중 하나만을 반드시 선택하도록 했더니 전체 승객의 60%가 A 메뉴를 선택하였다. 이 비행기의 전체 승객 중 임의로 택한 한 명이 A 메뉴를 선택하였을 때, 남자 승객일 확률은 $\frac{3}{4}$ 이고, 전체 승객 중 임의로 택한 한 명이 B 메뉴를 선택하였을 때, 여자 승객일 확률은 $\frac{1}{3}$ 이다. 이 비행기의 전체 승객 중 임의로 택한 한 명이 여자 승객일 때, 이 승객이 A 메뉴를 선택하였을 확률은? [4.3점]

- ① $\frac{9}{17}$ ② $\frac{10}{17}$ ③ $\frac{11}{17}$
 ④ $\frac{12}{17}$ ⑤ $\frac{13}{17}$

392. 어느 고등학교에서 여학생은 전체 학생의 50%이고 안경을 쓴 여학생은 전체 학생의 20%이다. 이 고등학교 전체 학생 중에서 임의로 택한 한 명이 여학생 일 때, 그 여학생이 안경을 쓴 학생일 확률은? [4점]

- ① 10% ② 20% ③ 30%
④ 40% ⑤ 50%

393. 어느 TV 프로그램에서 참가자는 세 개의 문 중에서 하나를 택하여 문 뒤에 있는 상품을 가질 수 있는 게임을 한다.



한 개의 문 뒤에는 자동차가 있고, 나머지 두 개의 문 뒤에는 염소가 있다. 참가자가 하나의 문을 선택하면 진행자는 선택하지 않은 두 개의 문 중에서 염소가 있는 문을 열어 보이며 참가자가 선택을 바꿀 기회를 준다. 이때, 참가자가 처음 선택을 유지했을 때, 자동차를 받을 수 있는 확률은? [3.9점]

- ① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{3}$
④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{2}{3}$

394. 흰 공 2개와 검은 공 3개가 들어 있는 상자에서 임의로 1개의 공을 꺼내어 색을 확인한 후, 꺼낸 공의 색깔과 같은 색의 공 2개를 추가하여 꺼낸 공과 함께 모두 3개의 공을 다시 상자에 되돌려 넣는 시행을 2번 반복한다. 두 번째 시행에서 꺼낸 공이 흰 공이었을 때, 첫 번째 시행에서도 꺼낸 공이 흰 공이었을 확률을 구하고, 그 과정을 서술하시오. [6.0점]

395. 어느 탁구 동아리 회원의 40%가 남자이고, 이 동아리의 남자 회원의 60%, 여자회원의 70%가 현재 탁구 레슨을 받고 있다. 이 동아리의 회원 중에서 임의로 한 명을 택할 때, 이 회원이 현재 레슨을 받고 있는 회원일 확률은? [4.5점]

- ① 62% ② 64% ③ 66%
④ 68% ⑤ 70%

396. 어느 탁구 동아리 회원의 40%는 남자이고 60%는 여자이다. 이 동아리 남자 회원의 70%, 여자 회원의 60%가 현재 탁구 레슨을 받고 있다. 이 동아리의 회원 중에서 임의로 택한 한 명이 탁구 레슨을 받고 있는 회원일 때, 이 회원이 남자일 확률은? [4.5점]

- ① $\frac{3}{16}$ ② $\frac{5}{16}$ ③ $\frac{7}{16}$
④ $\frac{9}{16}$ ⑤ $\frac{11}{16}$

397. 한 개의 동전을 두 번 던져서 앞면이 적어도 한 번 나오면 한 개의 주사위를 한 번 던져서 나온 눈의 수에 2를 더한 값을 점수로 하고, 앞면이 한 번도 나오지 않으면 한 개의 주사위를 한 번 던져서 나온 눈의 수의 2배를 점수로 하는 시행을 한다. 이 시행을 한 번 하여 얻는 점수가 6이하일 때, 동전의 뒷면이 적어도 한 번 나왔을 확률은? [4.2점]

- ① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{7}{15}$
 ④ $\frac{3}{5}$ ⑤ $\frac{11}{15}$

398. 어느 고등학교의 1학년 학생 n 명과 2학년 학생 240명을 대상으로 선호하는 체육한마당 시기로 봄과 가을 중 하나만을 반드시 택하도록 했더니 조사 대상이 된 전체 학생의 60%가 봄을 택하였다. 조사 대상이 된 전체 학생 중 임의로 택한 한 명이 1학년일 때, 이 학생이 봄을 택한 학생일 확률은 $\frac{3}{4}$ 이고, 조사 대상이 된 전체 학생 중 임의로 택한 한 명이 봄을 택한 학생일 때, 이 학생이 2학년 학생일 확률은 $\frac{7}{20}$ 이다. n 의 값은? [5점]

- ① 220 ② 230 ③ 240
 ④ 250 ⑤ 260

399. A고등학교 2학년에서는 지난 5월 중 진로 상담 주간에 2학년 학생, 학부모 총 200명을 대상으로 상담 활동을 실시하였다. 학생 중 남자는 $\frac{3}{7}$, 학부모 중 남자는 $\frac{1}{3}$ 을 차지하였다. 상담을 받은 사람 중에서 임의로 뽑은 1명이 남자일 때, 그 사람이 학부모일 확률은 $\frac{1}{4}$ 이다. 상담을 받은 학부모의 수는? [4.3점]

- ① 15 ② 30 ③ 45
 ④ 60 ⑤ 75

400. 어느 도시에서 야간에 뺑소니 사건이 일어났다. 이 도시 전체 차량의 60%는 자가용이고, 40%는 영업용이다. 그런데 한 목격자가 뺑소니 차량을 자가용이라고 증언하였다. 이 증언의 타당성을 알아보기 위해 사고와 동일한 상황에서 그 목격자가 자가용 차량과 영업용 차량을 구별할 수 있는 능력을 측정해본 결과 바르게 구별할 확률이 80%이었다. 그렇다면 목격자가 본 뺑소니 차량이 실제로 자가용일 확률은? [4.9]

- ① $\frac{1}{7}$ ② $\frac{3}{11}$ ③ $\frac{8}{11}$
 ④ $\frac{4}{5}$ ⑤ $\frac{6}{7}$

401. 어떤 회사의 제품은 해외 공장과 국내 공장에서 각각 전체 제품의 80%, 20%가 생산되고 두 공장에서 생산된 제품의 불량률은 각각 3%, 1%라고 한다. 이 회사의 제품 중에서 임의로 1개를 택할 것이 불량품이었을 때, 그 제품이 국내 공장에서 생산된 제품일 확률은? [4.9점]

- ① $\frac{1}{13}$ ② $\frac{1}{12}$ ③ $\frac{1}{10}$
 ④ $\frac{1}{9}$ ⑤ $\frac{1}{8}$

402. 서로 다른 두 개의 주사위를 동시에 던져 나온 눈의 수가 같으면 한 개의 동전을 4번 던지고, 나온 눈의 수가 다르면 한 개의 동전을 3번 던진다. 이 시행에서 동전의 앞면이 나온 횟수가 뒷면이 나온 횟수보다 많을 때, 앞면이 3번 나올 확률은 $\frac{q}{p}$ 이다. 이때 p 와 q 의 차는? (단, p, q 는 서로소인 자연수이다.) [4.6]

- ① 15 ② 23 ③ 31
 ④ 39 ⑤ 47

403. 주머니 A에는 흰 공 3개, 검은 공 4개다 들어 있고, 주머니 B에는 흰 공 2개, 검은 공 3개가 들어 있다. 한 개의 주사위를 던져 2이하의 눈이 나오면 주머니 A를, 3이상의 눈이 나오면 주머니 B를 택한다. 택한 주머니에서 임의로 두 개의 공을 동시에 꺼내기로 한다. 이 시행을 한 번 하여 꺼낸 공의 색이 서로 다를 때, 주머니 A를 택하였을 확률을 구하고, 그 풀이 과정을 서술하시오. [6.0점]

증속과 독립

404. 한 개의 주사위를 던져서 나온 눈의 수가 홀수인 사건을 A, 2의 배수인 사건을 B, 소수인 사건을 C라고 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4.5점]

[보 기]

- ㄱ. 두 사건 A와 C는 서로 종속이다.
 ㄴ. 두 사건 B와 C는 서로 독립이다.
 ㄷ. 두 사건 A와 B는 서로 배반사건이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

405. 한 개의 주사위를 던져서 나온 눈의 수가 짝수인 사건을 A , 5의 약수인 사건을 B , 소수인 사건을 C 라고 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4.7점]

[보 기]

- ㄱ. 두 사건 A 와 B 는 서로 배반 사건이다.
- ㄴ. 두 사건 A 와 C 는 서로 독립이다.
- ㄷ. 두 사건 B 와 C 는 서로 독립이다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

406. 주사위 한 개를 던져 홀수의 눈이 나오는 사건을 A , 소수의 눈이 나오는 사건을 B , 5이상의 눈이 나오는 사건을 C 라고 할 때, 사건 A 와 B , B 와 C , C 와 A 의 사이의 관계를 순서대로 나열한 것은? [3.6점]

- ① 종속-독립-독립 ② 종속-종속-독립 ③ 종속-독립-종속
- ④ 독립-독립-종속 ⑤ 독립-종속-독립

407. 12개의 수 1, 2, 3, 5, 6, 8, 10, 11, 13, 14, 16, 17이 하나씩 적힌 카드 12장에서 카드 1장을 뽑을 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 그대로 고른 것은? [4.4점]

[보 기]

- ㄱ. 짝수가 나오는 사건과 5의 배수가 나오는 사건은 독립이다.
- ㄴ. 소수가 나오는 사건과 3의 배수가 나오는 사건은 독립이다.
- ㄷ. 소수가 나오는 사건과 5의 배수가 나오는 사건은 독립이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

408. 1부터 10까지의 자연수가 각각 하나씩 적힌 10장의 카드가 들어 있는 바구니에서 A , B 두 사람이 A , B 의 순서대로 카드를 한 장씩 뽑는다. A , B 가 3의 배수가 적힌 카드를 뽑는 사건을 각각 A , B 라고 할 때, 다음 물음에 답하시오. (단, 뽑은 카드는 다시 넣지 않는다.) [9.0점]

(1) $P(A \cap B)$ 의 값을 구하고, 그 과정을 서술하시오. [2.0점]

(2) $P(B)$ 의 값을 구하고, 그 과정을 서술하시오. [3.0점]

(3) 두 사건 A , B 가 서로 독립인지 종속인지를 판별하고, 그 과정을 서술하시오. [4.0점]

독립사건의 확률

409. 두 사건 A, B 가 서로 독립이고,

$P(A \cap B^c) = \frac{1}{2}$, $P(A^c \cap B^c) = \frac{1}{4}$ 일 때, $P(A^c \cap B)$ 의 값은?

(단, A^c 는 A 의 여사건이다.) [4.7점]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{6}$ ③ $\frac{1}{8}$
 ④ $\frac{1}{10}$ ⑤ $\frac{1}{12}$

410. 두 사건 A 와 B 가 서로 독립이고, $P(A) = \frac{3}{4}$, $P(B) = \frac{3}{5}$

일 때, $P(A \cup B^c)$ 의 값은? [4.5점]

- ① $\frac{3}{20}$ ② $\frac{7}{20}$ ③ $\frac{11}{20}$
 ④ $\frac{7}{10}$ ⑤ $\frac{17}{20}$

411. 두 사건 A, B 가 서로 독립이고,

$P(A \cap B^c) = \frac{1}{2}$, $P(A^c \cap B^c) = \frac{1}{4}$ 일 때, $P(A^c \cap B)$ 의 값은?

(단, A^c 는 A 의 여사건이다.) [4.7점]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{6}$ ③ $\frac{1}{8}$
 ④ $\frac{1}{10}$ ⑤ $\frac{1}{12}$

412. 다음 문항을 읽고 답하십시오. [총 6.0점]

2-1 두 사건 A, B 가 서로 독립이고, $P(A^c) = \frac{3}{5}$,

$P(A \cup B^c) = \frac{7}{12}$ 일 때, $P(B)$ 의 값을 구하고 그 풀이 과정을

서술하십시오. (단 A^c 는 A 의 여사건이다.) [3.0점]

2-2 한 개의 주사위를 6회 던질 때, 소수 눈이 나오는 횟수를 a 라고 하고, 한 개의 동전을 5회 던져 앞면이 나오는 횟수를 b 라 할 때, $a - b$ 의 값이 4일 확률을 구하고 그 풀이 과정을 서술하십시오. [3.0점]

413. 한 개의 주사위를 두 번 던질 때, 첫 번째에 나오는 눈의 수가 4의 약수인 사건을 A , 나오는 눈의 수가 모두 짝수인 사건을 B , 나오는 눈의 수의 합이 7인 사건을 C 라 하자. 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4.2점]

$$\neg. P(B|A) = \frac{1}{3}$$

$$\neg. P(A \cap C) = \frac{1}{12}$$

ㄷ. 사건 A 와 사건 C 는 서로 독립이다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

414. 1부터 6까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 6장의 카드에서 임의로 2장의 카드를 동시에 선택한다. 선택한 2장의 카드에 적혀 있는 두 수의 합이 3의 배수인 사건을 A , 2 이상 10 이하의 자연수 n 에 대하여 선택한 2장의 카드에 적혀 있는 두 수의 곱이 n 이하인 사건을 B 라 하자. 두 사건 A 와 B 가 서로 독립이 되도록 하는 모든 n 의 값의 합은? [4.4점]

- ① 13 ② 14 ③ 15
④ 16 ⑤ 17

415. 집합 $\{1, 2, 3, 4\}$ 의 모든 부분집합 중에서 임의로 한 개를 택할 때, 택한 집합의 원소의 개수가 2인 사건을 A , 1이상 3이하의 자연수 n 에 대하여 택한 집합의 원소의 최솟값이 n 인 사건을 B_n 이라 하자. $< \text{기} >$ 의 사건 중에서 사건 A 와 서로 종속인 사건만을 있는 대로 고른 것은? [4.4점]

$\neg. B_1$ $\neg. B_2$ $\neg. B_3$

- ① $\neg$ ② $\neg$ ③ $\neg, \neg$
④ $\neg, \neg$ ⑤ $\neg, \neg, \neg$

독립시행

416. 한 개의 주사위를 6번 던질 때 홀수의 눈이 나오는 횟수를 a 라 하고, 한 개의 동전을 4번 던질 때 앞면이 나오는 횟수를 b 라 하자. $a-b$ 의 값이 4일 확률을 $\frac{q}{p}$ 라 할 때, $p+q$ 의 값은? [4.9점]

- ① 1068 ② 1069 ③ 1070
④ 1071 ⑤ 1072

417. 동전 A 의 앞면과 뒷면에는 각각 1과 2가 적혀 있고, 동전 B 의 앞면과 뒷면에는 각각 3과 4가 적혀 있다. 동전 A 를 두 번, 동전 B 를 세 번 던져 나온 5개의 수의 합이 14또는 15일 확률은? [4.6점]

- ① $\frac{3}{16}$ ② $\frac{9}{32}$ ③ $\frac{3}{8}$
④ $\frac{15}{32}$ ⑤ $\frac{9}{16}$

418. 100원짜리 동전 1개와 500원짜리 동전 1개를 동시에 던지는 시행을 6회 반복할 때, 두 동전이 동시에 앞면이 나오는 사건이 4회 일어날 확률은? [4.1점]

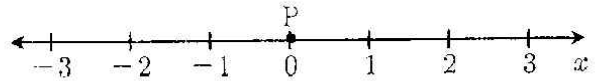
- ① $\frac{2}{5}$ ② $\frac{27}{2048}$ ③ $\frac{111}{4096}$
 ④ $\frac{135}{4096}$ ⑤ $\frac{157}{4096}$

419. 흰 공 2개, 검은 공 2개가 들어 있는 상자에서 한 개의 공을 꺼낼 때, 꺼낸 공이 흰 공이면 한 개의 동전을 2번 던지고 검은 공이면 한 개의 동전을 3번 던진다. 이 시행에서 앞면이 2번 나올 확률은?

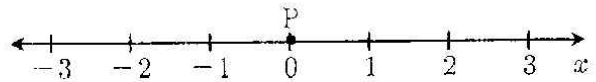
[4.4점]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{5}{16}$ ③ $\frac{3}{8}$
 ④ $\frac{7}{16}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

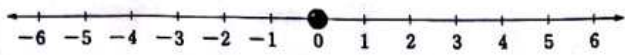
420. 수직선 위의 점 P 에 대하여 한 개의 주사위를 한 번 던져서 3의 배수의 눈이 나오면 점 P 를 양의 방향으로 1만큼 이동시키고, 그렇지 않으면 점 P 를 음의 방향으로 2만큼 이동시키는 시행을 한다. 이 시행을 4번 반복할 때, 원점에서 출발한 점 P 의 좌표가 0보다 클 확률을 구하고, 그 과정을 서술하시오. [7.0]



421. 수직선 위의 점 P 에 대하여 한 개의 주사위를 한 번 던져서 3의 배수의 눈이 나오면 점 P 를 양의 방향으로 1만큼 이동시키고, 그렇지 않으면 점 P 를 음의 방향으로 2만큼 이동시키는 시행을 한다. 이 시행을 4번 반복할 때, 원점에서 출발한 점 P 의 좌표가 0보다 클 확률을 구하고, 그 과정을 서술하시오. [7.0점]

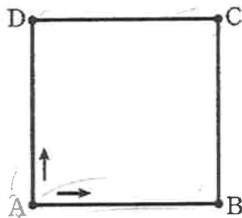


422. 그림과 같이 수직선의 원점 위에 바둑돌이 놓여 있다. 한 개의 주사위를 던져서 6의 약수의 눈이 나오면 양의 방향으로 2만큼, 6의 약수의 눈이 나오지 않으면 음의 방향으로 1만큼 바둑돌을 이동시킨다고 하자. 한 개의 주사위를 네 번 던진 후의 바둑돌이 놓인 점이 나타내는 수를 X 라고 할 때, 확률변수 X 의 표준편차 $\sigma(X)$ 의 값은? [5점]



- ① $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ ② $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ ③ $2\sqrt{2}$
 ④ $2\sqrt{3}$ ⑤ $3\sqrt{2}$

423. 점 P 가 한 변의 길이가 1인 정사각형 $ABCD$ 의 변 위를 주사위를 한 번 던질 때마다 다음과 같은 규칙에 따라 움직인다. 주사위를 6번 던질 때, 점 A 를 출발한 점 P 가 다시 점 A 로 되돌아올 확률은 p 이다. $3^6 \times p$ 의 값은? [4.4]



(가) 나오는 눈의 수가 3의 배수이면 시곗바늘이 도는 방향과 반대인 방향으로 1만큼 움직인다.
 (나) 나오는 눈의 수가 3의 배수가 아니면 시곗바늘이 도는 방향으로 1만큼 움직인다.

- ① 204 ② 244 ③ 284
 ④ 324 ⑤ 364

424. 상자에 1부터 10까지의 자연수가 하나씩 적힌 10개의 공이 들어 있다. 이 상자에서 1개씩 공을 꺼내는 시행을 계속하여 3의 배수가 적힌 공을 모두 꺼내면 시행을 멈춘다. 6번째 시행 후 시행을 멈출 확률은? (단, 꺼낸 공은 다시 상자에 넣지 않는다.) [5점]

- ① $\frac{1}{18}$ ② $\frac{1}{12}$ ③ $\frac{1}{9}$
 ④ $\frac{5}{36}$ ⑤ $\frac{1}{6}$

425. 프로 야구 한국 시리즈는 정규 리그의 1위 팀과 플레이오프의 승리 팀의 경기로 7번의 경기 중 먼저 4번을 이기는 팀이 우승한다. A팀이 B팀을 이길 확률은 $\frac{2}{3}$ 이고, 비기는 경우는 없을 때, A팀과 B팀의 한국 시리즈에서 5번 만에 경기가 끝났다. 이때 A팀이 첫 번째 경기에서 승리했을 확률은 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값은? (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [5.2점]

- ① 55 ② 57 ③ 59
 ④ 61 ⑤ 63

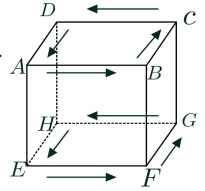
426. 흰 공 2개, 검은 공 2개가 들어 있는 상자에서 한 개의 공을 꺼낼 때, 꺼낸 공이 흰 공이면 한 개의 동전을 3번 던지고 검은 공이면 한 개의 동전을 4번 던진다. 이 시행에서 앞면이 2번 나올 확률은 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값은? (단, p, q 는 서로소인 자연수이다.) [4.3]

- ① 11 ② 14 ③ 17
④ 20 ⑤ 23

2.

조건부 확률(step3)

427. 오른쪽 그림과 같은 직육면체가 있다. 점 P 가 임의의 꼭짓점에서 출발하여 동전을 던진 후 다음 규칙에 따라 이동한다.



동전을 던져서 앞면이 나오면 주사위를 두 번 던지고, 뒷면이 나오면 주사위를 네 번 던진다.

주사위를 던질 때마다 다음 규칙에 따라 점 P 가 이동한다.

(가) 주사위를 던져서 3의 배수가 나오면 점 P 가 꼭짓점 A, B, C, D 에 있을 때, 각각 E, F, G, H 로 이동한다. 점 P 가 꼭짓점 E, F, G, H 에 있을 때, 각각 A, B, C, D 로 이동한다. (밀면에 수직인 방향으로 이동한다.)

(나) 주사위를 던져서 3의 배수가 아닌 수가 나오면 모서리를 따라 화살표 방향으로 한 칸씩 이동한다.

예를 들어, 점 P 가 꼭짓점 F 에 있을 때 주사위를 던져서 3의 눈이 나오면 꼭짓점 B 로 이동한다. 한 번 더 주사위를 던져서 4의 눈이 나오면 꼭짓점 B 에서 꼭짓점 C 로 이동한다.

점 P 가 꼭짓점 A 에서 출발하여 동전을 한 번 던지는 시행을 한 후에 점 P 가 윗면에 있는 꼭짓점 A, B, C, D 중 한 꼭짓점에 도착했을 때, 꼭짓점 A 로 되돌아왔을 확률이 $\frac{q}{p}$ 이다.

이때 $p+q$ 의 값은? (단, p, q 는 서로소인 자연수이다.) [4.8점]

- ① 55 ② 56 ③ 57
④ 58 ⑤ 59

428. 숫자 1, 2, 3, 4, 5, 6이 각각 하나씩 적혀있는 흰 공 6개와 숫자 4, 5, 6, 7이 각각 하나씩 적혀있는 검은 공 4개가 들어 있는 주머니가 있다. 이 주머니에서 임의로 4개의 공을 동시에 꺼내는 시행에서 나온 4개의 공에 적힌 숫자가 모두 다를 때, 검은 공이 2개 나올 확률은 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값은? (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [5.1]

- ① 58 ② 59 ③ 60
④ 61 ⑤ 62

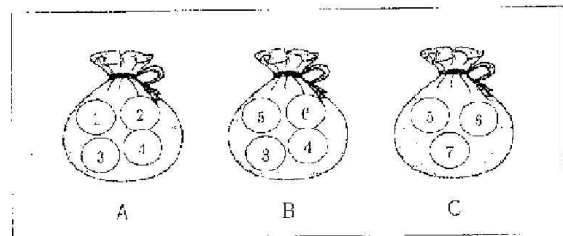
429. 어느 고등학교의 1학년 학생 100명과 2학년 학생 n 명을 대상으로 봄과 여름 중 선호하는 계절을 하나만 반드시 택하도록 조사하였더니 전체 학생의 60%가 봄을 택하였다. 조사 대상이 된 전체 학생 중 임의로 택한 한 명이 2학년 학생일 때, 이 학생이 봄을 택한 학생일 확률은 $\frac{1}{2}$ 이고, 조사 대상이 된 전체 학생 중 임의로 택한 한 명이 봄을 택한 학생일 때, 이 학생이 1학년 학생일 확률은 $\frac{37}{72}$ 이다. n 의 값은? [5.0점]

- ① 120 ② 130 ③ 140
④ 150 ⑤ 160

430. 숫자 1, 2, 3, 4, 5, 6이 각각 하나씩 적혀있는 흰 공 6개와 숫자 4, 5, 6, 7이 각각 하나씩 적혀있는 검은 공 4개가 들어 있는 주머니가 있다. 이 주머니에서 임의로 4개의 공을 동시에 꺼내는 시행에서 나온 4개의 공에 적힌 숫자가 모두 다를 때, 검은 공이 2개 나올 확률은 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값은? (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [5.1점]

- ① 58 ② 59 ③ 60
④ 61 ⑤ 62

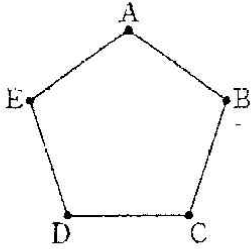
431. 주머니 A에는 1, 2, 3, 4가 적혀있는 네 개의 구슬이 들어 있고, 주머니 B에는 3, 4, 5, 6이 적혀있는 네 개의 구슬이 들어 있고, 주머니 C에는 5, 6, 7이 적혀있는 세 개의 구슬이 들어 있다.



두 주머니 A, B에서 각각 한 개의 구슬을 꺼내어 두 구슬에 적혀있는 수를 확인한 후 주머니 C에 넣고, 주머니 C에서 다시 한 개의 구슬을 꺼낸다. 이때, 주머니 C에서 꺼낸 구슬에 적혀있는 수가 홀수일 때, 두 주머니 A, B에서 꺼낸 구슬에 적혀있는 수의 합은 5의 배수일 확률은? [5.2점]

- ① $\frac{1}{10}$ ② $\frac{1}{9}$ ③ $\frac{1}{8}$
④ $\frac{1}{6}$ ⑤ $\frac{1}{5}$

432. 그림과 같이 한 변의 길이가 1인 정오각형 $ABCDE$ 에서 다음과 같은 규칙에 따라 말을 이동시키는 게임을 하려고 한다.



- (척1) 꼭짓점 A 에서 출발한 말이 다시 꼭짓점 A 에 도착하면 게임은 끝난다.
 (규칙2) 동전을 던져서 앞면이 나오면 1만큼, 뒷면이 나오면 2만큼 정오각형을 따라 시계방향으로 이동한다.

이때 정오각형을 두 바퀴 돌아 게임이 끝날 확률을 구하고, 그 과정을 서술하시오. [8.0점]

433. 두 집합 $X = \{1, 2, 3\}$, $Y = \{1, 2, 3, 4\}$ 에 대하여 X 에서 Y 로의 함수 f 중에서 임의로 한 개의 함수를 택한다. 택한 함수가 $f(1) + f(2) + f(3) = 7$ 을 만족시키는 함수일 때, $f(2)$ 의 값이 홀수일 확률은? [4.6점]

- ① $\frac{5}{12}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{7}{12}$
 ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

434. 4명이 가위바위보를 하여 다음과 같은 방법으로 2명의 대표를 선출하려고 한다.

- (가) 첫 번째 가위바위보에서 4명중 1명이 이기면 이긴 1명을 대표로 선출하고 나머지 3명이 다시 가위바위보를 하여 이긴 1명을 대표로 선출한다.
 (나) 첫 번째 가위바위보에서 4명중 3명이 이기면 이긴 3명이 다시 가위바위보를 하여 이긴 2명을 대표로 선출한다.
 (다) 가위바위보에서 4명중 2명이 이기면 이긴 2명을 대표로 선출한다.

이와 같은 방법으로 2번째 가위바위보에서 2명의 대표가 선출될 확률이 $\frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값은? (단, p, q 는 서로소인 자연수이다.) [5.3점]

- ① 293 ② 294 ③ 295
 ④ 296 ⑤ 297

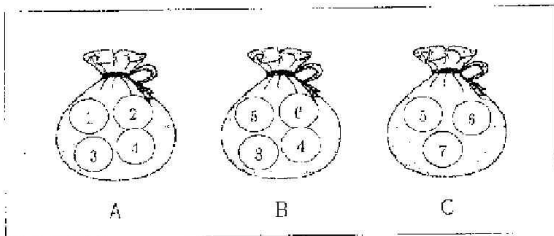
435. 어느 발표회에 남학생 A, B 를 포함한 4명과 여학생 n 명이 참가했다. 참가한 모든 학생이 각각 1회씩 발표하도록 발표 순서를 임의로 정한다고 하자. 남학생 A 가 남학생 B 보다 먼저 발표했을 때, 두 남학생 A 와 B 사이에 여학생 1명이 발표할 확률이 $\frac{1}{7}$ 이다. 이때 모든 n 의 값의 합은? [4.6점]

- ① 3 ② 4 ③ 5
 ④ 6 ⑤ 7

436. 주머니에 숫자 1, 2, 3, 4가 하나씩 적혀 있는 흰 공 4개와 숫자 3, 4, 5, 6, 7이 하나씩 적혀 있는 검은 공 5개가 들어 있다. 이 주머니에서 임의로 4개의 공을 동시에 꺼내는 시행을 한다. 이 시행에서 꺼낸 공에 적혀 있는 수가 같은 것이 있을 때, 꺼낸 공 중 검은 공이 2개일 확률은? [4.7점]

- ① $\frac{9}{13}$ ② $\frac{17}{29}$ ③ $\frac{17}{31}$
 ④ $\frac{23}{41}$ ⑤ $\frac{31}{111}$

437. 주머니 A에는 1, 2, 3, 4가 적혀있는 네 개의 구슬이 들어 있고, 주머니 B에는 3, 4, 5, 6이 적혀있는 네 개의 구슬이 들어 있고, 주머니 C에는 5, 6, 7이 적혀있는 세 개의 구슬이 들어 있다.



두 주머니 A, B에서 각각 한 개의 구슬을 꺼내어 두 구슬에 적혀있는 수를 확인한 후 주머니 C에 넣고, 주머니 C에서 다시 한 개의 구슬을 꺼낸다. 이때, 주머니 C에서 꺼낸 구슬에 적혀있는 수가 홀수일 때, 두 주머니 A, B에서 꺼낸 구슬에 적혀있는 수의 합은 5의 배수일 확률은? [5.2]

- ① $\frac{1}{10}$ ② $\frac{1}{9}$ ③ $\frac{1}{8}$
 ④ $\frac{1}{6}$ ⑤ $\frac{1}{5}$

438. 4명이 가위바위보를 하여 다음과 같은 방법으로 2명의 대표를 선출하려고 한다.

- (가) 첫 번째 가위바위보에서 4명중 1명이 이기면 이긴 1명을 대표로 선출하고 나머지 3명이 다시 가위바위보를 하여 이긴 1명을 대표로 선출한다.
 (나) 첫 번째 가위바위보에서 4명중 3명이 이기면 이긴 3명이 다시 가위바위보를 하여 이긴 2명을 대표로 선출한다.
 (다) 가위바위보에서 4명중 2명이 이기면 이긴 2명을 대표로 선출한다.

이와 같은 방법으로 2번째 가위바위보에서 2명의 대표가 선출될 확률이 $\frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값은? (단, p, q 는 서로소인 자연수이다.) [5.3점]

- ① 293 ② 294 ③ 295
 ④ 296 ⑤ 297

439. 어느 고등학교 학생 60명을 대상으로 바다와 산에 대한 선호도를 조사하였다. 이 조사에 참여한 학생은 바다와 산 중 하나를 반드시 선택하였고 바다와 산을 선택한 학생의 수는 다음과 같다.

(단위 : 명)

	남학생	여학생	합계
바다	a	b	24
산	c	d	36
합계	45	15	60

이 조사에 참여한 학생 중에서 임의로 한 명을 선택할 때, 여학생인 사건과 산을 선호하는 사건은 서로 독립이다. 이 조사에 참여한 학생 중에서 임의로 선택한 한 명이 남학생일 때, 이 학생이 바다를 선호할 확률은 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값은?

(단, a, b, c, d 는 상수이고 p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4.7점]

- ① 3 ② 4 ③ 5
④ 6 ⑤ 7

440. 다음 조건을 만족시키는 두 집합 A, B 의 모든 순서쌍 (A, B) 중에서 임의로 하나를 택할 때, 두 집합 A, B 가 서로소일 확률은? [4.8점]

- (가) $A \cap B = \{1, 2, 3, 4\}$
(나) $n(A) \geq n(B) \geq 1$

- ① $\frac{10}{49}$ ② $\frac{2}{7}$ ③ $\frac{18}{49}$
④ $\frac{22}{49}$ ⑤ $\frac{26}{49}$

441. 어느 보석 감정 회사의 보석 감별사가 진품을 진품으로 감별할 확률이 0.98이고, 가품을 가품으로 감별할 확률이 0.97이라고 한다. 이 보석 감정 회사에 감정 의뢰가 들어오는 보석의 80%가 진품이고 20%는 가품이라고 할 때, 감별사가 진품으로 감별한 보석이 실제로 가품일 확률은? [5.1점]

- ① $\frac{2}{395}$ ② $\frac{3}{395}$ ③ $\frac{4}{395}$
④ $\frac{6}{395}$ ⑤ $\frac{7}{395}$

442. 어느 학교에서 2학년 학생을 대상으로 안경 착용 여부를 조사하였더니 안경을 쓴 남학생은 30명, 안경을 안 쓴 남학생은 20명, 또 여학생 중 안경을 착용하지 않은 여학생은 10명이었다. 조사된 학생 중에서 임의로 택한 1명이 남학생인 사건과 안경을 쓴 학생이 서로 독립일 때, 안경을 쓴 학생의 수는? [4.7점]

- ① 3 ② 5 ③ 10
④ 15 ⑤ 20

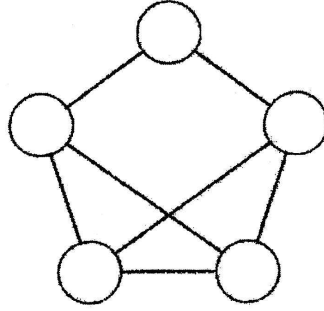
443. 5 이상의 자연수 n 에 대하여 1부터 n 까지의 자연수 중에서 임의로 서로 다른 세 수를 택할 때, 택한 세수의 합이 홀수일 확률을 $f(n)$ 이라 하자. $\sum_{n=5}^8 f(n) = \frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값은? (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4.8점]

- ① 18 ② 20 ③ 22
④ 24 ⑤ 26

444. 주머니에 3에서 15까지의 자연수가 각각 하나씩 적혀 있는 13개의 공이 들어 있다. 이 주머니에서 임의로 3개의 공을 동시에 꺼내어 공에 적혀 있는 수를 작은 수부터 크기 순서대로 a , b , c 라 하자. $b-a \geq 7$ 일 때, $c-a \geq 11$ 일 확률은? [5.1점]

- ① $\frac{7}{25}$ ② $\frac{11}{25}$ ③ $\frac{7}{35}$
④ $\frac{9}{35}$ ⑤ $\frac{13}{35}$

445. 그림과 같은 도형의 5개의 꼭짓점에 2부터 8까지의 자연수 7개 중 서로 다른 5개의 자연수를 임의로 써넣으려고 한다. 선분으로 연결된 두 수의 곱이 모두 짝수일 때, 사용된 홀수의 개수가 1일 확률을 구하는 과정을 논리적으로 서술하시오. [7점]



446. 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 를 정의역과 공역으로 하고 $f(f(1)) = 4$ 를 만족시키는 함수 f 가 있다. 함수 f 중에서 임의로 택한 하나의 함수가 $f(5) = 1$ 을 만족시킬 때, 이 함수가 일대일대응일 확률은 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하면? (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [5.2]

- ① 69 ② 79 ③ 89
④ 99 ⑤ 109

447. 3 이상의 자연수 n 에 대하여 1부터 n 까지의 자연수 중에서 임의로 서로 다른 세 수를 택할 때, 택한 세 수의 합이 홀수일 확률을 $f(n)$ 이라 하고, 택한 세 수의 합이 짝수일 확률을 $g(n)$ 이라 하자. $f(4) + f(5) + g(8) + g(9) + g(10) = a$ 일 때, $210a$ 의 값은? (단, a 는 유리수이다.) [4.4점]

- ① 501 ② 503 ③ 505
④ 507 ⑤ 509

448. 1부터 8까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 8개의 공이 들어 있는 상자와 빈 주머니가 있다. 이 상자에서 임의로 한 개의 공을 꺼내어 꺼낸 공에 적혀 있는 수가 3의 배수이면 상자에서 임의로 2개의 공을 동시에 꺼내어 이 2개의 공을 주머니에 넣고, 꺼낸 공에 적혀 있는 수가 3의 배수가 아니면 상자에서 임의로 3개의 공을 동시에 꺼내어 이 3개의 공을 주머니에 넣는 시행을 한다. 이 시행에서 주머니에 있는 공에 적혀 있는 수의 최솟값이 4일 때, 상자에서 처음 꺼낸 공이 홀수일 확률은 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값은? (단, 꺼낸 공은 상자에 다시 넣지 않으며, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4.9점]

- ① 10 ② 11 ③ 12
④ 13 ⑤ 14

449. 주머니에 검은 공 2개와 흰 공 1개가 들어 있다. 이 주머니에서 임의로 2개의 공을 동시에 꺼낼 때, 서로 같은 색이면 흰 공 1개를, 서로 다른 색이면 검은 공 1개를 꺼낸 2개의 공과 함께 다시 주머니에 넣는다. 이와 같이 한 번의 시행 후에는 주머니의 공은 1개씩 늘어난다. 두 번째 시행 후 흰 공과 검은 공의 개수의 차가 1일 확률은? (단, 주머니에 넣을 수 있는 공은 충분히 준비되어 있다.) [4.9점]



- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{7}{12}$ ③ $\frac{2}{3}$
④ $\frac{3}{4}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

450. 어떤 의사가 폐렴에 걸린 사람을 폐렴에 걸렸다고 진단할 확률은 95%이고, 폐렴에 걸리지 않은 사람을 폐렴에 걸리지 않았다고 진단할 확률은 90%이다. 이 의사가 실제로 폐렴에 걸린 사람 80명과 실제로 폐렴에 걸리지 않은 사람 320명을 진찰하여 폐렴에 걸렸는지 아닌지를 진단하였다. 이들 400명 중에서 임의로 택한 한 사람이 폐렴에 걸렸다고 진단받은 사람일 확률이 $p\%$ 라고 할 때, p 의 값은? [4.1점]

- ① 24 ② 25 ③ 26
④ 27 ⑤ 28

451. 한 개의 주사위를 던지는 시행을 8번 반복할 때, k 번째 던져 나오는 눈의 수를 a_k ($k=1, 2, 3, \dots, 8$)라 하자.

$\sum_{k=1}^4 a_{2k-1}a_{2k}$ 의 값이 홀수일 확률은 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값은? (단, p 와 q 는 서로소이다.) [4.5점]

- ① 43 ② 44 ③ 45
④ 46 ⑤ 47

452. 주사위 한 개를 던지는 시행에서 표본공간을 S 라 하자. 다음 조건을 만족시키는 S 의 부분집합인 사건 A, B 의 순서쌍 (A, B) 의 개수는? [4.7점]

- (가) 두 사건 A 와 B 는 서로 독립이다.
(나) $0 < P(A) < 1$, $0 < P(B) < 1$
(다) $P(A)+P(B) \geq 1$

- ① 360 ② 370 ③ 380
④ 390 ⑤ 400

453. 표본공간 $S=\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ 의 부분집합인 두 사건 A, B 가 다음 조건을 만족한다.

$$(가) P(A \cap B) = \frac{1}{8}$$

$$(나) P(A \mid B) = P(A) = \frac{1}{2}$$

두 사건 A, B 에 대하여 모든 순서쌍의 개수는? [4.8점]

- ① 1118 ② 1120 ③ 1122
④ 1124 ⑤ 1126

454. 주머니 A에는 1, 3, 5, 7, 9가 하나씩 적혀 있는 5개의 공이 들어 있고, 주머니 B에는 2, 4, 6, 8, 10이 하나씩 적혀 있는 5개의 공이 들어 있다. 두 주머니 A, B와 한 개의 주사위를 사용하여 다음 시행을 한다.

주사위를 한 번 던져 나온 눈의 수가 6의 약수이면 주머니 A에서 임의로 한 개의 공을 꺼내어 적혀 있는 수를 확인한 후 다시 주머니에 넣고, 6의 약수가 아니면 주머니 B에서 임의로 한 개의 공을 꺼내어 적혀 있는 수를 확인한 후 다시 주머니에 넣는다.

위의 시행을 3번 반복할 때, 확인한 3개의 수의 합이 26일 확률은 p 이다. 15^3p 의 값은? [4.5점]

- ① 42 ② 43 ③ 44
④ 45 ⑤ 46

455. A, B 두 사람이 각각 4개씩 공을 가지고 다음 시행을 한다.

A, B 두 사람이 주사위를 한 번씩 던져 나온 눈의 수가 짝수인 사람은 상대방으로부터 공을 한 개 받는다.

각 시행 후 A 가 가진 공의 개수를 세도록 한다. 5번째 시행 후 공의 개수가 처음으로 7이 되었을 때, 두 번째 시행 후 A 가 가진 공의 개수가 4일 확률은? [5.4]

- ① $\frac{2}{9}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{2}{5}$
 ④ $\frac{4}{9}$ ⑤ $\frac{2}{3}$

456. 숫자 1, 1, 2, 3, 3이 하나씩 적힌 5개의 공이 들어 있는 주머니가 있다. 이 주머니와 한 개의 주사위를 사용하여 다음 규칙에 따라 점수를 얻는 시행을 한다.

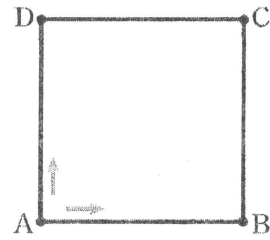
주사위를 한 번 던져서
 주사위의 눈이 3의 배수이면 주머니에서 임의로 한 개의 공을 꺼내어 적혀있는 수를 확인하고 다시 주머니에 넣는 시행을 4번 반복하고, 확인한 4개의 수의 합을 점수로 한다.
 주사위의 눈이 3의 배수가 아니면 주머니에서 임의로 한 개의 공을 꺼내어 적혀있는 수를 확인하고 다시 주머니에 넣는 시행을 3번 반복하고, 확인한 3개의 수의 합을 점수로 한다.

얻는 점수가 9점일 때, 주사위의 눈이 3의 배수일 확률은 $\frac{q}{p}$ 이다.

$p+q$ 의 값을 구하고, 그 과정을 논술하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [8.0점]

457. 점 P 가 한 변의 길이가 1인 정사각형 $ABCD$ 의 변 위를 동전을 한 번 던질 때마다 다음과 같은 규칙에 따라 움직인다. 동전을 7번 던질 때, 점 A 를 출발한 점 P 가 점 D 에 있을 확률은? [4.8점]

(가) 앞면이 나오면 시곗바늘이 도는 방향과 반대인 방향으로 1만큼 움직인다.
 (나) 뒷면이 나오면 시곗바늘이 도는 방향으로 1만큼 움직인다.

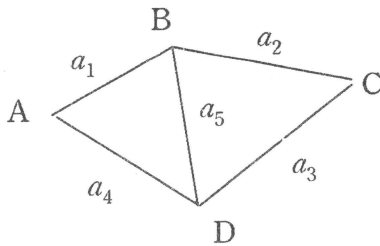


- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{4}$
 ④ $\frac{1}{5}$ ⑤ $\frac{1}{6}$

458. 그림과 같이 네 점 A, B, C, D가 다섯 개의 선분 a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 로 연결되어 있다. 한 개의 주사위를 5번 던져서 나오는 눈의 수에 따라 다음과 같이 선분을 색칠한다.

- (가) n 번째 나온 눈의 수가 3 이상이면 선분 a_n 을 빨간색으로 색칠한다.
 (나) n 번째 나온 눈의 수가 2 이하이면 선분 a_n 을 흰색으로 색칠한다.

한 개의 주사위를 5번 던진 후 점 A와 점 C가 빨간색으로 색칠된 선분을 따라 연결되어 있을 확률은? [4.9점]



- ① $\frac{182}{243}$ ② $\frac{61}{81}$ ③ $\frac{184}{243}$
 ④ $\frac{185}{243}$ ⑤ $\frac{62}{81}$

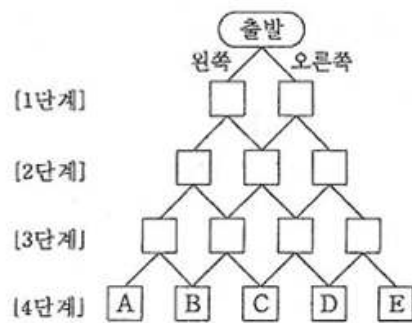
459. 주머니 안에 스티커가 1개, 2개, 3개 붙어 있는 카드가 각각 1장씩 들어 있다. 이 주머니에서 임의로 카드 1장을 꺼내어 스티커 1개를 더 붙인 후 다시 주머니에 넣는 시행을 반복한다. 주머니 안의 각 카드에 붙어 있는 스티커의 개수를 3으로 나눈 나머지가 모두 같아지는 사건을 A라 하자. 이 시행을 12번 반복하였을 때, 12회에서 사건 A가 두 번째로 일어날 확률은? [5.0점]

- ① $\frac{2}{27}$ ② $\frac{1}{9}$ ③ $\frac{4}{27}$
 ④ $\frac{5}{27}$ ⑤ $\frac{2}{9}$

460. 한 개의 동전을 두 번 던져서 앞면이 적어도 한 번 나오면 한 개의 주사위를 한번 던져서 나온 눈의 수에 1을 더한 값을 점수로 하고, 앞면이 한 번도 나오지 않으면 한 개의 주사위를 한 번 던져서 나온 눈의 수에 2를 더한 값을 점수로 하는 시행을 한다. 이 시행을 한 번 하여 얻는 점수가 6이하 일 때, 동전의 뒷면이 적어도 한 번 나왔을 확률은? [4.8점]

- ① $\frac{13}{19}$ ② $\frac{14}{19}$ ③ $\frac{15}{19}$
 ④ $\frac{16}{19}$ ⑤ $\frac{17}{19}$

461. 출발 지점에서 시작하여 한 개의 주사위를 1번 던져서 1, 2, 3, 4의 눈이 나오면 왼쪽 아래로, 나머지 5 또는 6의 눈이 나오면 오른쪽 아래로 이동하는 사다리 타기 게임을 한다. 한 개의 주사위를 4번 던져서 경로를 따라 [4단계]까지 내려왔을 때, A, B, C, D, E의 각 지점 중 도착할 확률이 가장 큰 지점은? [4.7점]



- ① A ② B ③ C
 ④ D ⑤ E

462. 좌표평면 위의 점 P에 대하여 다음 시행을 한다.

흰 공 2개, 검은 공 3개가 들어 있는 주머니에서 임의로 한 개의 공을 꺼내 흰 공이 나오면 점 P를 x 축의 방향으로 2만큼, y 축의 방향으로 -1 만큼 이동시키고, 검은 공이 나오면 점 P를 x 축의 방향으로 -1 만큼, y 축의 방향으로 3만큼 이동시킨 후, 꺼낸 공은 다시 주머니에 넣는다.

이 시행을 5번 반복할 때, 원점에서 출발한 점 P가 직선 $y = 6 - x$ 위에 있을 확률을 구하는 풀이 과정과 답을 쓰시오. [7점]

463. 좌표평면 위의 점 P에 대하여 다음 시행을 한다.

서로 다른 두 주사위를 동시에 던져 나온 두 눈의 수의 곱이 홀수이면 점 P를 x 축의 방향으로 2만큼, y 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동시키고, 두 눈의 수의 곱이 짝수이면 점 P를 x 축의 방향으로 1만큼, y 축의 방향으로 3만큼 평행이동시킨다.

이 시행을 5번 반복할 때, 원점에서 출발한 점 P가 직선 $x - 2y - 2 = 0$ 위에 있을 확률은? [4.3점]

- ① $\frac{15}{1024}$ ② $\frac{15}{512}$ ③ $\frac{15}{256}$
 ④ $\frac{45}{512}$ ⑤ $\frac{135}{512}$

464. 상자 A와 상자 B에 각각 6개의 공이 들어 있다. 주사위 1개를 사용하여 다음 시행을 한다.

주사위를 한 번 던져 3의 배수의 눈이 나오면 상자 A에서 공 1개를 꺼내어 상자 B에 넣고, 그 이외의 눈이 나오면 상자 B에서 공 1개를 꺼내어 상자 A에 넣는다.

위의 시행을 6번 반복할 때, 상자 B에 있는 공의 개수가 6번째 시행 후 처음으로 8이 될 확률은? [5.1점]

- ① $\frac{23}{729}$ ② $\frac{22}{729}$ ③ $\frac{7}{243}$
 ④ $\frac{20}{729}$ ⑤ $\frac{19}{729}$



한눈에 보는 정답

1. ②
2. ③
3. ②
4. ③
5. ③
6. ①
7. ⑤
8. ①
9. ⑤
10. ⑤
11. ②
12. ④
13. ①
14. ⑤
15. ②
16. ③
17. ③
18. ④
19. ④
20. ①
21. ①
22. ⑤
23. ②
24. 1600
25. ⑤
26. ③
27. ③
28. ②
29. ②
30. ④
31. ①
32. ①
33. ②
34. ②
35. ①
36. ②
37. ①
38. ②
39. ③
40. ⑤
41. ⑤
42. ③
43. ④
44. ⑤
45. ③
46. 10080
47. ②
48. ①
49. ①
50. ④
51. (1) 6 (2) 768
52. ⑤
53. ④
54. ④
55. ⑤
56. ①
57. ③
58. ④
59. 53까지
60. ⑤
61. 59까지
62. ⑤
63. 40
64. ④
65. ④
66. ④
67. 2672
68. ⑤
69. ②
70. ③
71. ④
72. ①
73. 1045
74. 660
75. ③
76. 87
77. ③
78. ④
79. ⑤
80. ①
81. ⑤
82. ④
83. ③
84. ⑤
85. ④
86. ②
87. ④
88. ①
89. ⑤
90. ④
91. ④
92. ①
93. ①
94. 160

- | | |
|---------------------------|---------------------|
| 95. ③ | 143. ② |
| 96. ⑤ | 144. ③ |
| 97. ④ | 145. ① |
| 98. ③ | 146. ③ |
| 99. ② | 147. ② |
| 100. ⑤ | 148. ⑤ |
| 101. ④ | 149. ② |
| 102. ④ | 150. ⑤ |
| 103. ③ | 151. ④ |
| 104. ② | 152. ① |
| 105. ④ | 153. ④ |
| 106. ③ | 154. ② |
| 107. ① | 155. ① |
| 108. ① | 156. ③ |
| 109. ② | 157. ③ |
| 110. ③ | 158. ③ |
| 111. ④ | 159. ③ |
| 112. ⑤ | 160. ④ |
| 113. ② | 161. ① |
| 114. ④ | 162. ③ |
| 115. ① | 163. ② |
| 116. ② | 164. ⑤ |
| 117. ⑤ | 165. ① |
| 118. ③ | 166. 55 |
| 119. ⑤ | 167. ④ |
| 120. ④ | 168. ③ |
| 121. ④ | 169. ① |
| 122. ① | 170. ④ |
| 123. (1) 625 (2) 5 (3) 70 | 171. ⑤ |
| 124. ③ | 172. ④ |
| 125. ⑤ | 173. ① |
| 126. ③ | 174. ② |
| 127. ② | 175. ① |
| 128. ④ | 176. ③ |
| 129. ② | 177. 56가지 |
| 130. ② | 178. 75가지 |
| 131. ③ | 179. ④ |
| 132. ④ | 180. (1) 126 (2) 21 |
| 133. ④ | 181. 69 |
| 134. ⑤ | 182. ① |
| 135. ② | 183. ② |
| 136. ② | 184. ③ |
| 137. ① | 185. ④ |
| 138. ③ | 186. ④ |
| 139. ② | 187. $n = 7$ |
| 140. ④ | 188. ① |
| 141. ③ | 189. ③ |
| 142. ④ | 190. ② |

- | | |
|------------------------|---|
| 191. ① | 239. ④ |
| 192. ② | 240. ② |
| 193. $a = 2$ | 241. ① |
| 194. ② | 242. ⑤ |
| 195. ② | 243. ④ |
| 196. ⑤ | 244. 738 |
| 197. ② | 245. ③ |
| 198. ① | 246. ① |
| 199. 화요일 | 247. ⑤ |
| 200. ⑤ | 248. ④ |
| 201. ② | 249. 5 |
| 202. ③ | 250. ③ |
| 203. ② | 251. ① |
| 204. ④ | 252. ③ |
| 205. ③ | 253. $\{6\}, \{1, 6\}, \{4, 6\}, \{1, 4, 6\}$ |
| 206. ⑤ | 254. ① |
| 207. ③ | 255. ⑤ |
| 208. ③ | 256. ② |
| 209. ③ | 257. ② |
| 210. ④ | 258. ⑤ |
| 211. ⑤ | 259. ① |
| 212. ⑤ | 260. ② |
| 213. ③ | 261. ④ |
| 214. ① | 262. ⑤ |
| 215. (1) 5^7 (2) 360 | 263. ③ |
| 216. ④ | 264. ⑤ |
| 217. ① | 265. ③ |
| 218. ② | 266. ① |
| 219. ③ | 267. ⑤ |
| 220. ② | 268. ① |
| 221. 40 | 269. ② |
| 222. ③ | 270. ② |
| 223. ② | 271. ② |
| 224. ② | 272. ⑤ |
| 225. 26 | 273. ⑤ |
| 226. ⑤ | 274. ③ |
| 227. ④ | 275. ① |
| 228. 224 | 276. ⑤ |
| 229. ③ | 277. ④ |
| 230. ⑤ | 278. ④ |
| 231. 199 | 279. ② |
| 232. ④ | 280. ④ |
| 233. ⑤ | 281. ① |
| 234. 241까지. | 282. $\{6\}, \{1, 6\}, \{4, 6\}, \{1, 4, 6\}$ |
| 235. 290 | 283. ⑤ |
| 236. ⑤ | 284. ② |
| 237. (1) 495 (2) 1820 | 285. ⑤ |
| 238. ⑤ | 286. ⑤ |

287. ⑤

288. ③

289. ⑤

290. ④

291. ③

292. ⑤

293. $\frac{7}{24}$

294. ②

295. ③

296. $\frac{7}{33}$

297. ④

298. ④

299. ②

300. ②

301. ⑤

302. ②

303. ③

304. ②

305. ①

306. ④

307. ④

308. ①

309. ④

310. 4

311. ⑤

312. ③

313. ⑤

314. 489

315. $\frac{109}{190}$ 316. $\frac{13}{24}$

317. ①

318. ⑤

319. ③

320. ③

321. ①

322. ①

323. ①

324. ④

325. ①

326. ④

327. ②

328. ④

329. ①

330. $\frac{13}{36}$

331. ④

332. ⑤

333. ②

334. ④

335. ③

336. ④

337. ③

338. 38

339. $1 - 1\frac{2}{3}, 1 - 2\frac{2}{11}$ 340. $\frac{7}{9}$

341. ⑤

342. 17

343. ③

344. ②

345. ④

346. ⑤

347. $\frac{223}{225}$

348. ①

349. ②

350. ③

351. ④

352. ④

353. ③

354. ⑤

355. ②

356. ②

357. ③

358. ②

359. ④

360. ③

361. ④

362. ②

363. ⑤

364. ①

365. ④

366. ③

367. ④

368. ③

369. ⑤

370. ③

371. ③

372. ④

373. ③

374. ①

375. ③

376. ①
 377. ①
 378. ①
 379. $\frac{8}{27}$
 380. ②
 381. ④
 382. ①
 383. ⑤
 384. ③
 385. ④
 386. ①
 387. (1) $\frac{1}{15}$ (2) $\frac{3}{10}$ (3) 속
 388. ③
 389. ④
 390. ②
 391. ①
 392. ④
 393. ③
 394. $\frac{4}{7}$
 395. ③
 396. ③
 397. ⑤
 398. ⑤
 399. ④
 400. ⑤
 401. ①
 402. ③
 403. $\frac{10}{31}$
 404. ③
 405. ④
 406. ①
 407. ⑤
 408. (1) $\frac{1}{15}$ (2) $\frac{3}{10}$ (3) 종속
 409. ⑤
 410. ⑤
 411. ⑤
 412. $2-1\frac{25}{36}$, $2-2\frac{55}{2048}$
 413. ⑤
 414. ⑤
 415. ④
 416. ②
 417. ④
 418. ④
 419. ②
 420. $\frac{1}{9}$
 421. $\frac{1}{9}$
 422. ③
 423. ⑤
 424. ②
 425. ④
 426. ①
 427. ②
 428. ②
 429. ③
 430. ②
 431. ④
 432. $\frac{121}{512}$
 433. ②
 434. ①
 435. ⑤
 436. ④
 437. ④
 438. ①
 439. ⑤
 440. ①
 441. ②
 442. ④
 443. ②
 444. ⑤
 445. $\frac{5}{11}$
 446. ②
 447. ⑤
 448. ②
 449. ③
 450. ④
 451. ⑤
 452. ①
 453. ②
 454. ①
 455. ①
 456. 36
 457. ①
 458. ③
 459. ③
 460. ②
 461. ②
 462. $\frac{48}{625}$

463. ④

464. ④



정답과 풀이

1. ②

$$(7) \quad {}_{15}P_2 = 15 \times 14 = 210$$

$$(나) \quad {}_6P_2 = 6 \times 5 = 30$$

$$210 + 30 = 240$$

2. ③

 $f(1) + f(2) = 5$ 를 만족하려면

순서쌍은 (1, 4), (4, 1), (2, 3), (3, 2)이므로 4가지이고,

나머지는 모두 5가지 이다.

$$5 \times 5 \times 4 = 100$$

3. ②

남학생 원순열 배치 $(4-1)! = 6$ 남학생 사이에 여학생 배치 $4! = 24$ 따라서 곱의 법칙에 따라 $6 \cdot 24 = 144$

4. ③

남자 4명을 원탁에 앉힌 후 그 사이사이에 교대로 여자를 앉히면
되므로 모든 경우의 수는

$$3! \times 4! = 6 \times 24 = 144$$

이다.

5. ③

할머니와 할아버지를 한 사람처럼 보고 5명이 둘러앉는 경우: $4!$

할머니와 할아버지 자리 바뀌는 경우: 2

$$4! \times 2 = 48$$

6. ①

여학생끼리 이웃하여야 하므로 여학생 2명을 1명으로 생각하면

4명이 원탁에 둘러앉는 경우의 수는 $(4-1)! = 3! = 6$ 그 각각의 경우에 대하여 여학생끼리 자리를 바꾸어 앉는 경우의
수는 $2! = 2$ 따라서 구하는 경우의 수는 $6 \times 2 = 12$

7. ⑤

이웃하여 있는 사람을 하나로 본다 $4! \times 2 = 48$

8. ①

$$5!$$

9. ⑤

다섯 명을 원탁에 배열하는 경우의 수이므로 $5!$

10. ⑤

전체 경우 - (학생이 모두 이웃한 경우) - (학생이 모두 이웃하지
않은 경우)

$$= (6-1)! - (3! \times 3!) - (3-1)! \times 3!$$

$$= 120 - 36 - 12 = 72$$

11. ②

정사각뿔의 밑면에 칠할 색을 정하는 방법: 5가지

옆면에 4개의 색을 원순열하는 방법의 수: $3!$ 따라서 구하는 경우의 수는 $5 \times 3! = 30$

12. ④

8명의 학생이 정사각형 모양의 탁자에 둘러앉는 경우 4가지가
합동이므로 그 경우의 수는

$$\frac{8!}{4} = 2 \times 7! = 10080$$

이다.

13. ①

$$\frac{n(n-1)}{2} + n^2 = 35, \text{ 식을 정리하면}$$

$$\frac{3}{2}n^2 - \frac{1}{2}n = 35, \frac{1}{2}(n-5)(3n+14) = 0, n \text{은 자연수이므로 } n = 5$$

14. ⑤

15. ②

$${}_5\Pi_3 = 5^3 = 125$$

16. ③

$$n(n-1) + n^2 = 120$$

$$2n^2 - n - 120 = 0$$

$$\therefore n = 8$$

17. ③

$$4^3$$

18. ④

만의 자리의 수와 일의 자리의 수가 서로 같은 경우

-(만과 일의 자리의 수가 서로 같고 가운데 세자리가 모두 같은
경우)

-(앞 세자리가 같고 일의 자리도 같은 경우)

-(맨 앞과 뒤 세자리가 같은 경우)

$$= 4 \times (4 \times 4 \times 4) \times 1 - 4 \times (4 \times 1 \times 1) \times 1$$

$$- 4 \times (1 \times 1 \times 3) \times 1 - 4 \times (3 \times 1 \times 1) \times 1$$

$$= 256 - 16 - 12 - 12 = 216$$

19. ④

$${}_3\Pi_4 = 3^4 = 81$$

20. ①

네 자리 홀수가 되려면 천의 자리는 0을 제외한 1, 2, 3, 백과

십의 자리는 0, 1, 2, 3, 일의 자리는 1, 3이 올 수 있으므로 네

자리 홀수의 개수는

$$3 \times 4 \times 4 \times 2 = 96$$

이다.

21. ①

백의 자리에 올 수 있는 수의 경우의 수는 3이고, 십의 자리와 일의 자리에 올 수 있는 경우의 수는 ${}_4P_2 = 4^2 = 16$ 따라서 구하는 경우의 수는 $3 \times 16 = 48$

22. ⑤

${}_4P_2 = 16$ 가지

23. ②

$f(1) \neq 2$ 임 가능한 $f(1)$ 의 개수는 3개
 $f(2), f(3)$ 의 개수는 ${}_4P_2 = 4^2 = 16$ 개
 따라서 함수의 개수는 $3 \cdot 16 = 48$ 개

24. 1600

$f(0), f(1)$ 은 0, 1, 2, 3, 4와 대응하고, $f(2), f(3), f(4)$ 는 0을 제외한 1, 2, 3, 4와 대응하므로 함수의 개수는 $5 \times 5 \times 4 \times 4 \times 4 = 1600$ 이다.

25. ⑤

${}_3P_5 = 243$

26. ③

빨간색 깃발을 R, 파란색 깃발을 B, 노란색 깃발을 Y라 하면 양 끝에 노란색 깃발이 오므로 다음 그림과 같이 양 끝의 Y 사이에 나머지 RRRBBYY를 배열하면 된다.

Y □ □ □ □ □ □ □ Y

따라서 서로 다른 모든 신호의 개수는

$$\frac{7!}{2!3!2!} = 210$$

이다.

27. ③

$$\frac{5!}{2!2!} = 30$$

28. ②

$$\frac{8!}{2!3!2!} = 1680$$

29. ②

$$\frac{7!}{2! \cdot 3!} = 420$$

30. ④

$$\frac{6!}{3! \cdot 2!}$$

31. ①

세 자리에 올수 있는 수는 3^3 개 이다.

그중에 모두 1과 모두 2는 안된다.

$$3^3 - 2 = 25$$

32. ①

5개를 나열하는 전체 경우의 수는 $5! = 120$

이때 a 가 b 보다 앞에 있을 경우는

a, b 를 같은 것으로 보고 5개를 일렬로 세우는 경우의 수와

$$\text{같으므로 } \frac{5!}{2!} \text{이다. 구하는 확률은 } \frac{60}{120} = \frac{1}{2}$$

33. ②

A B : 4

B → C : 3

C → D : 3

$$4 \times 3 \times 3 = 36$$

34. ②

$${}_4C_2 \times {}_4C_1$$

35. ①

전체에서 A와 B가 이웃하는 경우와 C와 D가 이웃하는 경우를 뺀다.

$$5! - (4! \times 2 + 4! \times 2 - 3! \times 2^2) = 48$$

36. ②

남학생이 일단 서고, 여학생이 남학생 뒤에 가서 각 조를 이루고 원탁에 세 조를 배열하고 남녀 자리를 배치한 다음, 사이에 빈자리를 둔다.

$$1 \times 3! \times (3-1)! \times 2^3 \times 1 = 96$$

37. ①

우선 남학생을 먼저 원순열로 앉힌다. $3! = 6$

$$6 \times 4! = 144$$

38. ②

A의 자리가 정해지면 B의 자리는 서로 마주보는 자리로 고정되므로

구하는 경우의 수는 5명이 원 모양의 탁자에 둘러앉는 방법의 수와 같다.

6명이 원 모양의 탁자에 둘러앉는 방법의 수는 원순열의 수이므로 즉 구하는 방법의 수는 $(5-1)! = 4! = 24$

39. ③

남자 5명을 원탁에 앉히는 경우의 수는 $\frac{5!}{5} = 4!$ 이다.

여자 4명을 남자 사이에 1명씩 앉히는 경우의 수는

$${}_5P_4 = 5 \times 4 \times 3 \times 2 = 5!$$

따라서 문제에서 구하는 경우의 수는 $5! \times 4!$ 이다.

40. ⑤

4자리에 남학생을 먼저 앉히는 방법은 $(4-1)! = 3! = 6$

여학생을 그 옆에 앉히고 사이사이에 빈의 자리를 두고 $4! = 24$

남학생과 여학생을 바꾸는 방법은 $2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$

따라서 구하는 경우의 수는 $6 \times 24 \times 16 = 2304$ 가지이다.

41. ⑤

남은 남학생 한명을 E 나머지 여자 3명을 FGH라 하자.

C와 E 사이에 D가 들어가는 경우는 (AB),(CED),F,G,H를 배열하는 경우와 같으므로 $4! \times 2 \times 2 = 96$

A 또는 B와 C 또는 E 사이에 D가 들어가는 경우를 세주면 되므로 ((AB),D,C),E,F,G,H를 원순열 하면

$$2 \times 2 \times 4! \times 2 = 192$$

이중에서 C가 A옆에 이웃해버리는 (CAB,D,E),F,G,H를 원순열하는 경우를 빼주어야 한다. $3! \times 2 \times 2 = 24$

$$96 + (192 - 24) = 264 \text{가지 이다.}$$

42. ③

n 가지 색중에서 4가지를 선택하여 칠하면 된다.

판에 색칠하는 방법의 수는 ${}_nC_3 \times (4-1)! = 210$

$${}_nC_3 = 35 \text{ 이므로}$$

$$\frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{4 \times 3 \times 2 \times 1} = 7 \times 5$$

$$n(n-1)(n-2)(n-3) = 7 \times 6 \times 5 \times 4 \text{ 이므로}$$

$$n = 7$$

43. ④

흰 면 선택하는 경우의 수 : ${}_5C_1$

가운데 칠하는 경우의 수 : 5

원순열 3!

$$5 \times 5 \times 6 = 150$$

44. ⑤

(가운데 선택) $\times$ (가운데 주변 세칸 선택) $\times$ (바깥쪽 세칸 선택)

$$= 7 \times \frac{6 \times 5 \times 4}{3} \times (3 \times 2 \times 1) = 1680$$

45. ③

가운데 영역에 칠하는 경우는 7가지, 정삼각형과 원이 겹치는

영역에 칠하는 경우는 ${}_6C_3 \times 2! = 20 \times 2 = 40$, 나머지 바깥 원

영역에 칠하는 경우는 $3! = 6$ 이므로 색칠한 결과로 나올 수 있는 경우의 수는

$$7 \times 40 \times 6 = 1680$$

이다.

46. 10080

원의 내부에 색칠할 4가지 색을 선택하는 방법의 수는 ${}_8C_4 = 70$

원의 내부에 색칠하는 경우는 3!

원의 바깥 그리고 정사각형 내부인 귀퉁이 4곳에 색칠하는 경우의 수는 4!

$$\text{따라서 구하는 경우의 수는 } 70 \times 6 \times 24 = 10080$$

47. ②

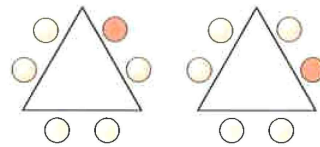
전체 경우 - (여자 2명이 이웃하는 경우)

$$= \frac{6!}{3} - 2! \times 4! = 240 - 48 = 192$$

48. ①

6명의 학생을 원형으로 배열하는 원순열의 수는 $(6-1)! = 5!$

이때 각각의 탁자에 앉는 서로 다른 경우의 수를 구하면



정삼각형에서는 원형으로 배열하는 한 가지 경우에 대하여 서로 다른

경우가 2가지씩 존재하므로 $a = 5! \times 2$

직사각형에서는 원형으로 배열하는 한 가지 경우에 대하여 서로

다른 경우가 3가지씩 존재하므로 $b = 7! \times 4$

$$\text{따라서 } \frac{b}{a} = \frac{7! \times 4}{5! \times 2} = 84$$

49. ①

먼저 원형의 탁자에 여자 4명, 남자 4명을 같은 성별끼리 이웃하게

앉는 경우를 생각하면, $3! \times 4! = 144$ 가지

그런데 그림의 직사각형 모양의 탁자에 앉는 경우는 각각의

경우마다 서로 다른 4가지의 경우가 생긴다.

$$\text{따라서 구하는 경우의 수는 } 144 \times 4 = 576$$

50. ④

A 반 학생 두 명이 같은 번에 이웃한 경우

$$2! \times (4! - 3! \times 2!) = 24$$

A 반 학생 두 명이 서로 모서리를 두고 이웃한 경우 (모양1)

$$2! \times (4! - 3! \times 2!) = 24$$

A 반 학생 두 명이 서로 모서리를 두고 이웃한 경우 (모양2)

$$2! \times (4! - 3! \times 2!) = 24$$

$$24 + 24 + 24 = 72$$

51. (1) 6 (2) 768

(1) 일반성을 잃지 않고 1을 맨 위로 두자. 마주보는 면에는 11가지의 숫자가 올 수 있다.

$$1 \text{ 주위의 옆면: } {}_{10}C_5 \times 4!$$

$$1 \text{ 반대편의 옆면: } 5!$$

$$11 \times \frac{10!}{5! 5!} \times 4! \times 5! = 11! \times \frac{4!}{5!} = 11! \times \frac{1}{5}$$

$$p = 5, q = 1$$

$$p+q=6$$

(2) 마주보는 먼의 합이 13이 되려면 총 6개의 순서쌍이 존재한다.
일반성을 잃지 않고 1을 맨 위로 두고 12를 맨 아래로 두자.

그러면 나머지 순서쌍은 원순열이 된다.

머지 5쌍을 배열하면 $4!$ 이 된다.

각 순서쌍의 순서 즉, 위아래를 고려해야 하므로

$$4! \times 2^5 = 768$$

52. ⑤

여학생 3명이 2호차, 3호차에 탑승하는 경우의 수는 2^3

남학생 4명이 1호차, 2호차, 3호차에 탑승하는 경우 3^4

따라서 구하는 경우의 수는 $8 \times 81 = 648$

53. ④

네 자리 자연수 $\square\square\square\square$

천의 자리수 + 일의 자리수 = 5인 경우는

(1, 4), (2, 3), (3, 2), (4, 1), (5, 0)로 5가지

나머지 두 자리는 중복이 허락되므로 ${}_6P_2 = 6^2 = 36$

따라서 구하는 개수는 $5 \cdot 36 = 180$

54. ④

짝수는 중복을 허용하므로 ${}_3P_3 = 27$

홀수는 $4!$ 이다.

$$27 \times 24 = 648$$

55. ⑤

N 은 24의 배수 이고 16의 배수가 아니므로

3을 무조건 가진다.

i) 3, 2, 4, 홀, 홀 을 가질 때

$${}_5C_2 \times 2! \times (3^3 - 2^3) = 10 \times 2 \times 19 = 380$$

ii) 3, 2, 2, 2, 홀, 을 가질 때 ${}_5C_3 \times (3^2 - 2^2) = 10 \times 5 = 50$

$$\text{그러므로 } 380 + 50 = 430$$

56. ①

2로 시작하는 네자리수는 $1 \times 3 \times 3 \times 3 = 27$ 개다

3로 시작하는 네자리수는 $1 \times 3 \times 3 \times 3 = 27$ 개다

4로 시작하는 네자리수는 $1 \times 3 \times 3 \times 3 = 27$ 개다

따라서 모든 천의 자리의 숫자의 합은 $(2+3+4) \times 27 = 243$ 이다.

이 과정은 백, 십, 일의 자리에서도 동일하게 성립한다.

따라서 만들 수 있는 모든 자연수의 합은 243×1111 이다.

57. ③

조건에 의하여

(i) $f(4) = 4$ 일 때, 2가지

(ii) $f(4) = 8$ 일 때, 2×5^4 까지 이므로

$$2 + 2 \times 5^4 = 12527 \text{ 가지.}$$

58. ④

전체의 경우에서 한 상자에 넣은 공의 수의 합이 18 이상인 경우의 수를 제외하자.

㉠ 한 상자에 3, 4, 5, 6의 숫자가 적힌 공을 넣고 다른 두 상자에 각각 1과 2의 숫자가 적힌 공을 넣는 경우 $3 \times 2 \times 2 = 12$ 가지

㉡ 한 상자에 3, 4, 5, 6의 숫자가 적힌 공을 넣고 다른 한 상자에 1, 2의 숫자가 적힌 공을 넣는 경우 $3! = 6$ 가지

㉢ 한 상자에 1, 3, 4, 5, 6의 숫자가 적힌 공을 넣고 다른 한 상자에 2의 숫자가 적힌 공을 넣는 경우 $3! = 6$

㉣ 한 상자에 2, 3, 4, 5, 6의 숫자가 적힌 공을 넣고 다른 한 상자에 1의 숫자가 적힌 공을 넣는 경우 $3! = 6$

㉤ 한 상자에 1, 2, 3, 4, 5, 6의 숫자가 적힌 공을 모두 넣고 다른 두 상자에는 공을 넣지 않는 경우 3가지

㉠~㉤에 의해 상자에 넣은 공의 수의 합이 18 이상인 경우의 수는 27가지이다. 따라서 구하는 경우의 수는 $3^6 - 33 = 696$

59. 53가지

여사건으로 풀면 된다. 2332보다 큰 수의 개수는

백의 자리의 수가 3인 네 자리 자연수의 개수는

$${}_3P_3 = 3^3 = 27$$

백의 자리의 수가 2인 네 자리 자연수의 개수는

2333 17가지 이다.

따라서 구하는 경우의 수는 $3^4 - (1 + 3^3) = 53$ 가지.

60. ⑤

n 개의 계단을 오르는 방법을 a_n 개라 하면

$a_1 = 1, a_2 = 2$ 이고

n 번째 계단은 a_{n-1} 에서 올라오는 방법과 a_{n-2} 에서 올라오는

방법이 있으므로 $a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$

$$a_3 = 2 + 1 = 3, a_4 = 3 + 2 = 5, a_5 = 5 + 3 = 8, a_6 = 8 + 5 = 13$$

$$\text{따라서 } a_7 = 13 + 8 = 21$$

[다른 풀이]

1계단 오르는 방법을 x 2계단 오르는 방법을 y 라 하자

$$x + 2y = 7 \text{ 이므로}$$

$$1) x = 7, y = 0 \text{ 이므로 } 17 \text{ 가지}$$

$$2) x = 5, y = 1 \text{ 이므로 } \frac{6!}{5!} = 67 \text{ 가지}$$

$$3) x = 3, y = 2 \text{ 이므로 } \frac{5!}{3!2!} = 107 \text{ 가지}$$

$$4) x = 1, y = 3 \text{ 이므로 } \frac{4!}{3!1!} = 47 \text{ 가지}$$

1)~4)의 합은 217가지

61. 59 가지

1cm 나무막대의 개수를 a 개3cm 나무막대의 개수를 b 개라고 하자. $a + 3b = 12$ 의 음이 아닌 정수의 해를 구해보면 $(a, b) = (0, 4), (3, 3), (6, 2), (9, 1)$ 의 4 가지 가능각각의 배열방법은 ${}_4C_4 + {}_6C_3 + {}_8C_2 + {}_{10}C_1 = 59$

62. ⑤

세 정수 제곱의 합이 17경우는

(1) 0, 1, 16

순서쌍 (a^2, b^2, c^2) 의 개수는 3!순서쌍 (a, b, c) 를 결정하는 경우의 수는 $3! \times 2 \times 2 = 24$

(1) 4, 4, 9

순서쌍 (a^2, b^2, c^2) 의 개수는 $\frac{3!}{2!}$ 순서쌍 (a, b, c) 를 결정하는 경우의 수는

$$\frac{3!}{2!} \times 2 \times 2 \times 2 = 24$$

순서쌍 (a, b, c) 의 개수는 48

63. 40

 $f(1) + f(2) + f(3) + f(4) = 7$ 이므로(i) $f(1), f(2), f(3), f(4)$ 가 3, 3, 1, 0과 대응하는 경우의 수는

$$\frac{4!}{2!} = \frac{24}{2} = 12$$

(ii) $f(1), f(2), f(3), f(4)$ 가 3, 2, 2, 0과 대응하는 경우의 수는

$$\frac{4!}{2!} = \frac{24}{2} = 12$$

(iii) $f(1), f(2), f(3), f(4)$ 가 3, 2, 1, 1과 대응하는 경우의 수는

$$\frac{4!}{2!} = \frac{24}{2} = 12$$

(iv) $f(1), f(2), f(3), f(4)$ 가 2, 2, 2, 1과 대응하는 경우의 수는

$$\frac{4!}{3!} = \frac{24}{6} = 4$$

이다. 따라서 함수 f 의 개수는 $12 + 12 + 12 + 4 = 40$ 이다.

64. ④

 $f(1) + f(2) + f(3) + f(4) + f(5) = 6$ $f(1) + f(2) + f(3) + f(4) + f(5)$ 함수값을 가지는 방법은

$$\text{i) } 2 \ 2 \ 2 \ 0 \ 0 \text{ 이면 } \frac{5!}{3!2!} = 10$$

$$\text{ii) } 2 \ 2 \ 1 \ 1 \ 0 \text{ 이면 } \frac{5!}{2!2!} = 30$$

$$\text{iii) } 2 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \text{ 이면 } \frac{5!}{4!} = 5 \text{ 이므로}$$

 $10 + 30 + 5 = 45$ 이다.

65. ④

(i) 선택한 홀수의 개수가 1이고, 짝수의 개수가 3인 경우

$${}_4C_1 \times {}_3C_3 \times \frac{5!}{2!} = 240$$

(ii) 선택한 홀수의 개수가 2이고, 짝수의 개수가 1인 경우

$${}_4C_2 \times {}_3C_1 \times \frac{5!}{2!2!} = 540$$

따라서 모든 다섯 자리의 자연수 개수는 $240 + 540 = 780$ 이다.

66. ④

5개 중에서 같은 것이 각각 2개, 3개 있는 경우의 수 $\frac{5!}{2! \times 3!} = 10$

67. 2672

1부터 20까지의 일의 자리 자연수 중 3으로 나눈 나머지가

0, 1, 2인 수들의 집합을 A_0, A_1, A_2 라 하면

$$A_0 = \{3, 6, 9, 13, 16, 19\}$$

$$A_1 = \{1, 4, 7, 10, 11, 14, 17, 20\}$$

$$A_2 = \{2, 5, 8, 12, 15, 18\}$$

(i) 세 수가 모두 3으로 나눈 나머지가 0인 경우

$${}_6P_3 = 6^3 = 216$$

 $\hookrightarrow A_0$ 중에서 3개 중복해서 택하는 경우

(ii) 세 수가 모두 3으로 나눈 나머지가 1인 경우

$${}_8P_3 = 8^3 = 512$$

 $\hookrightarrow A_1$ 중에서 3개 중복해서 택하는 경우

(iii) 세 수가 모두 3으로 나눈 나머지가 2인 경우

$${}_6P_3 = 6^3 = 216$$

 $\hookrightarrow A_2$ 중에서 3개 중복해서 택하는 경우

(iv) 세 수를 3으로 나눈 나머지가 각각 0, 1, 2인 경우

$$6 \cdot 8 \cdot 6 \cdot 3! = 1728 \text{ 가지}$$

 $\hookrightarrow A_0, A_1, A_2$ 중에서 각각 1개씩을 택하고 순서를 바꾼다.(i)~(iv)에서 구하는 경우의 수는 $216 + 512 + 216 + 1728 = 2672$

68. ⑤

(i) (3, 2, 0, 0) 으로 나열하는 방법

$$\text{일렬로 나열하는 방법의 수는 } \frac{4!}{2!} = 12$$

(ii) (3, 1, 1, 0) 으로 나열하는 방법

$$\text{일렬로 나열하는 방법의 수는 } \frac{4!}{2!} = 12$$

(iii) (2, 2, 1, 0) 으로 나열하는 방법

$$\text{일렬로 나열하는 방법의 수는 } \frac{4!}{2!} = 12$$

(iv) (2, 1, 1, 1) 으로 나열하는 방법

$$\text{일렬로 나열하는 방법의 수는 } \frac{4!}{2!} = 4$$

따라서 구하는 경우의 수는 $12 + 12 + 12 + 4 = 40$

69. ②

갑과 을이 C지점에서 처음으로 만나려면 동시에 C앞의 점을 지나지 않아야 한다.

갑이 A지점에서 출발하여 C지점까지 최단 거리로 가는 경로의 수와 을이 B지점에서 출발하여 C지점까지 최단 거리로 가는 경로의 수는 각각

$$\frac{7!}{5!2!} = 21$$

로 같고, 갑이 A지점에서 출발하여 C앞의 점을 지나 C지점까지 가는

경로의 수와 을이 B지점에서 출발하여 C앞의 점을 지나 C지점까지 가는 경로의 수는 각각

$$\frac{6!}{4!2!} \times 1 = 15 \text{ 으로 같다.}$$

따라서 구하는 경우의 수는

$$\begin{aligned} 21^2 - 15^2 &= (21+15) \times (21-15) \\ &= 36 \times 6 \\ &= 216 \end{aligned}$$

81. ⑤

A지점에서 출발하여 P지점을 지나지 않고 B지점으로 가는 최단경로의 수는 A지점에서 B지점으로 가는 경로에서 A지점에서 P지점을 반드시 지나고 B지점으로 가는 경로의 수를 제외하면 된다.

$$\frac{9!}{5!4!} - \frac{4!}{2!2!} \times \frac{5!}{3!2!} = 126 - 60 = 66$$

그 이후 B지점에서 P지점으로 가는 경로의 수는 $\frac{5!}{3!2!} = 10$ 이므로

모든 경로의 수는 $66 \times 10 = 660$ 이다.

82. ④

i) 빨 파 파 파 빨 인 경우

빨 파 노 파 노 파 빨 이고 나머지 한 개의 노란색 공이 들어갈 수 있는 자리가 3자리 있다.

ii) 파 빨 파 파 빨 인 경우

파 빨 파 노 파 빨 이고, 나머지 2개의 노란 공이 4자리 중에 골라서 들어갈 수 있다. ${}_4C_2 = 6$

iii) 파 파 빨 파 빨 인 경우

파 노 파 빨 파 빨 이므로 위와 같다. 6가지

iv) 파 파 파 빨 빨인 경우

파 노 파 노 파 빨 노 빨 로 한 가지 밖에 없다.

$$3 + 6 + 6 + 1 = 16$$

83. ③

4명이 모두 같은 색을 받는 경우의 수 : $a = 4$

$$2\text{명만 같은 경우} : {}_4C_1 \times {}_3C_2 \times \frac{4!}{2!} = 144, b = 144$$

$$3\text{개만 같은 경우} : {}_4C_3 \times {}_3C_1 \times \frac{4!}{3!} = 48, c = 48$$

모두 다른 경우 : $4! = 24, d = 24$

$$\therefore a + b + c + d = 220$$

[다른 풀이]

16개의 색연필 중에서 4개를 택하여 4명의 학생에게 각각 1개씩 나누어 줄 수 있는 모든 경우의 수는 $4^4 = 256$ 이다.

이 중에서 4명의 학생이 받은 색연필의 색이 2개, 2개씩 같은 경우의 수를 e 라 하면 $a + b + c + d + e = 256$ 이므로, $a + b + c + d$ 는 $256 - e$ 의 값을 구하면 된다.

e 의 경우의 수를 구해보면 4개의 색 중에서 2개의 색을 고르고, 4명의 학생 중에서 같은 색 받을 학생 2명을 고르면 되므로, ${}_4C_2 \times {}_4C_2 = 36$ 이다. 따라서 $a + b + c + d = 256 - 36 = 220$

84. ⑤

$\frac{bc}{a}$ 가 자연수이므로 $a \neq 0$ 이고 $bc = \text{자연수}$

$a = 1$ 일 때, bc 의 개수는 $4 \cdot 4 = 16$ 개

$a = 2$ 일 때, bc 는 2의 배수가 아닌 홀수를 제외한

$$4 \cdot 4 - 2 \cdot 2 = 12 \text{ 개}$$

$a = 3$ 일 때, bc 중 3의 배수가 아닌 자연수를 제외한

$$4 \cdot 4 - 3 \cdot 3 = 7 \text{ 개}$$

$a = 4$ 일 때, bc 가 4의 배수이므로 홀수이거나 짝수 중 4의 배수가 아닌 수를 제외한 $4 \cdot 4 - (2 \cdot 2 + 2 \cdot 2) = 8$

따라서 모든 순서쌍 (a, b, c) 의 개수는 $16 + 12 + 7 + 8 = 43$

85. ④

중앙에 한 가지를 먼저 선택하고, 남은 빈곳 4곳을 선택한다.

바깥에 사용하는 개수에 따라 분류하면

$$1\text{가지} : {}_3C_1$$

$$2\text{가지}(1,3)(2,2) : {}_3C_2 \times (1 \times 2 + 2)$$

$$3\text{가지}(1,1,2) : {}_3C_3 \times (2+1) \times 3$$

$$4C_1 \times ({}_3C_1 + {}_3C_2 \times (1 \times 2 + 2) + {}_3C_3 \times (2+1) \times 3) = 96$$

86. ②

여학생 2명을 한 사람으로 생각하면 모두 5명이고, 이들이 원 모양의 탁자에 둘러앉는 경우의 수는 $(5-1)! = 4! = 24$

이때 각 경우에 대하여 여학생끼리 자리를 바꾸는 경우의 수는 $2! = 2$

따라서 구하는 경우의 수는 $24 \times 2 = 48$

87. ④

먼저 A의 자리를 고정하고, 1학년 학생 2명을 한 묶음으로 생각한다.

A의 옆 자리에는 3학년 2명과 1학년 2명 한 묶음 중에 앉을 수 있다. 이 방법의 수는 ${}_3P_2 = 6$ 이다.

그 후 남은 자리에 학생들이 앉는 경우의 수는 4!

각각의 경우에 대하여 1학년 2명이 서로 자리를 바꾸는 경우의 수는 2! 따라서 구하는 경우의 수는 $6 \times 24 \times 2 = 288$

88. ①

㉠ A 타입의 항목을 1개 선택하는 경우
서로 다른 여섯 개의 항목의 원순열 배치이다.

$$({}_3C_1 \times {}_5C_5) \times 5! = 360$$

㉡ A 타입의 항목을 2개 선택하는 경우
A타입의 두 항목을 이웃하지 않게 배치하는 경우는 3가지 이므로
 $({}_3C_2 \times {}_5C_4) \times 3 \times 4! = 1080$

㉢ A 타입의 항목을 3개 배치하는 경우
A타입의 세 항목을 이웃하지 않게 배치하는 경우는 2!가지 이므로
 $({}_3C_3 \times {}_5C_3) \times 2! \times 3! = 120$

따라서 구하는 경우의 수는 $360 + 1080 + 120 = 1560$

89. ⑤

1000미만의 홀수의 개수는 $5 \times 5 \times 2 = 40$ 개이다.

이중에서 3의 배수를 개수를 제외하자

한 자리수 홀수 중에서 3의 배수는 1가지

두 자리수 홀수 중에서 3의 배수는 2가지

세 자리수 홀수 중에서 3의 배수는 13가지

따라서 $50 - 16 = 34$

90. ④

- i) (1, 2, 3)을 모두 사용하는 경우 : $2 \times 4! = 48$
 ii) (1, 2, 3) 중 2개만 사용하는 경우 : ${}_3C_2 \times {}_4P_2 \times 2^2 = 144$
 iii) (1, 2, 3) 중 1개만 사용하는 경우 : ${}_3C_1 \times {}_4C_1 \times 2^3 = 96$
 iv) (1, 2, 3)을 사용하지 않는 경우 : $2^4 = 16$
 $48 + 144 + 96 + 16 = 304$

91. ④

(i) a가 세 번 나오는 경우
나머지 두 자리에 (b, b), (b, c), (b, d), (c, c), (c, d), (d, d)
가 올 수 있다.

각각의 경우를 구하면 $\frac{5!}{3!2!} \times 3 + \frac{5!}{3!} \times 3 = 30 + 60 = 90$ 이다.

(ii) a가 네 번 나오는 경우
나머지 한 자리에 b, c, d가 올 수 있다.

따라서 $\frac{5!}{4!} \times 3 = 15$ 이다.

(iii) a가 다섯 번 나오는 경우
1가지이다.
따라서 문자 a가 세 번 이상 나오는 경우의 수는 총 106가지이다.

92. ①

아침, 점심, 저녁 중 하나를 골라 같은 메뉴를 먹는다.

$$3 \times 5 = 15$$

학생 A가 나머지 두 끼를 선택하고,

학생 B가 학생 A가 선택한 음식 중 하나를 고르고, 선택하지
않은 음식 하나를 고른다.

$$(4 \times 3) \times (2 \times 2) = 48$$

$$15 \times 48 = 720$$

93. ①

$$f(2) \geq 1$$

$$f(4) \geq 2$$

$$f(6) \geq 2.XXX$$

$$f(8) \geq 3$$

$$f(10) \geq 3.XXX$$

치역의 원소가 ①(1,2,4) ②(1,2,5) ③(1,4,5) ④(2,4,5)일대로
나누어서 문제를 풀면 된다.

①의 경우 $f(6) \& f(8) \& f(10)$ 은 반드시 4이므로 $f(4) = 2$,
 $f(2) = 1$ 인 경우 한가지 뿐이다.

②의 경우 $f(6) \& f(8) \& f(10)$ 은 반드시 5이므로 $f(4) = 2$,
 $f(2) = 1$ 인 경우 한가지 뿐이다.

③의 경우 $f(2) = 1$ 이고 $f(4), f(6), f(8), f(10)$ 이 4 5중 하나를
고르면 되므로 $2^4 - 2 = 14$ 가지

④의 경우는 $f(2) = 2$ 일 때 $f(4) = 2$ 이면 $2^3 - 2 = 6$ 가지
 $f(2) = 2$ 일 때 $f(4) = 4$ 이면 $2^3 - 2 = 6$ 가지 $f(2) = 2$ 일 때
 $f(4) = 5$ 이면 $2^3 - 2 = 6$ 가지이고 $f(2) = 4$ 일 때 $f(4) = 2$ 여야만
하므로 $2^3 = 8$ 가지 $f(2) = 5$ 일 때 마찬가지로 $f(4) = 2$ 이므로
8가지이다.

총 34가지. 모든 함수의 개수는 50개다.

94. 160

양 끝 자리와 가운데 세 자리 경우의 수를 각각 계산한 뒤 곱하자.

i) 양 끝의 경우

$$a + b = 10, {}_2H_8 = {}_9C_8 = 9, (5, 5) \text{는 숫자는 중복사용이}$$

불가능하므로 제외하면 총 8가지의 경우의 수가 존재한다.

ii) 가운데 세 자리의 경우

1) 0 이 존재하는 경우

0이 들어가는 위치 3가지, *와 #이 각각 쓰이는 경우

$$3 \times 2^2 = 12$$

2) 0 이 존재하지 않는 경우

$$2^3 = 8$$

$$i) \times ii) \Rightarrow 8 \times (12 + 8) = 160$$

95. ③

ㄱ. $xyyyx \Rightarrow$ 흰검검검검흰 (참)

ㄴ. 흰공이 나올수 있는 최대개수는 $xyxyxy$ 에서와 같이 3개다.

곧, 전체 경우의 수 $= f(0) + f(1) + f(2) + f(3) = 2^6 = 64$

$f(0) = 1$ ($yyyyyy \Rightarrow$ 검검검검검검) 이므로

$$f(1) + f(2) + f(3) = 63 \text{ (참)}$$

$$ㄷ. f(2) = 4 + 9 + 12 + 10 = 35 \text{ (거짓)}$$

$$i) \vee y \vee \Rightarrow xxxxx$$

$$(x), (xxx) : {}_2C_2 \times 2! = 2 \text{ 가지}$$

$$(xx), (xxx) : {}_2C_2 \times 2! = 2 \text{ 가지}$$

$$\text{ii) } \vee y \vee y \vee xxx$$

$$(x), (xxx) : {}_3C_2 \times 2! = 6 \text{ 가지}$$

$$(xx), (xx) : {}_3C_2 = 3 \text{ 가지}$$

$$\text{iii) } \vee y \vee y \vee y \vee \Rightarrow xxx$$

$$(x), (xx) : {}_4C_2 \times 2! = 12 \text{ 가지}$$

$$\text{iv) } \vee y \vee y \vee y \vee y \vee \Rightarrow xx$$

$$(x), (x) : {}_5C_2 = 10 \text{ 가지}$$

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ이다.

96. ⑤

S S 로 양 끝에 S 를 놓고

$AHE + APE - AHPE$ 꼴의 모양으로 계산한다.

$$2 \times \frac{6!}{3!} + 2 \times \frac{6!}{3!} - \frac{6!}{4!} \times 2^2 = 240 + 240 - 120 = 360$$

97. ④

㉠ 4개의 상자에서 공을 꺼내는 경우

$a+b+c+d=10$ 를 만족하는 해 중에서 $1 \leq a, b, c, d \leq 5$ 를

만족하는 해를 구해보면

(5,3,1,1)의 경우 12가지

(5,2,2,1)의 경우 12가지

(4,4,1,1)의 경우 6가지

(4,3,2,1)의 경우 24가지

(4,2,2,2)의 경우 4가지

(3,3,3,1)의 경우 4가지

(3,3,2,2)의 경우 6가지

위의 모든 경우의 수의 합은 68이고, 5개의 상자에서 4개의 상자를 선택하는 경우의 수는 5가지 이므로

4개의 상자에서 10개의 공을 꺼내는 경우의 수는 $68 \times 5 = 340$

㉡ 3개의 상자에서 공을 꺼내는 경우

$a+b+c=10$ 를 만족하는 해 중에서 $1 \leq a, b, c \leq 5$ 를 만족하는 해를 구해보면

(5,4,1)의 경우 6가지

(5,3,2)의 경우 6가지

(4,4,2)의 경우 3가지

(4,3,3)의 경우 3가지

위의 모든 경우의 수는 합은 18이고, 5개의 상자에서 3개의 상자를 선택하는 경우의 수는 10가지 이므로

3개의 상자에서 10개의 공을 꺼내는 경우의 수는 $18 \times 10 = 180$

㉢ 2개의 상자에서 공을 꺼내는 경우

$a+b=10$ 를 만족하는 해 중에서 $1 \leq a, b \leq 5$ 를 만족하는 해를 구해보면

(5,5)의 경우 1가지

5개의 상자에서 2개의 상자를 선택하는 경우의 수는 10가지

이므로

3개의 상자에서 10개의 공을 꺼내는 경우의 수는 $1 \times 10 = 10$

따라서 구하는 모든 경우의 수는 $340 + 180 + 10 = 530$

98. ③

치역에 6은 반드시 포함해야 한다.

전체에서 치역이 1개이거나 6이 포함되지 않은 경우를 뺀다.

치역이 1개인 경우 5가지, 치역에 6이 포함되지 않은 경우 4^3

$$\therefore 5^3 - (5 + 4^3 - 4) = 60$$

99. ②

f 의 치역의 원소가 2개이고 $f(1)+f(2)+f(3)=8$ 인 경우는

(2,2,4), (2,3,3)이므로 치역은 {2, 4}, {2, 3}만 존재한다.

i) {2, 4}의 경우

$$\frac{3!}{2!} \times 2^2 = 12$$

ii) {2, 3}의 경우

$$\frac{3!}{2!} \times 2^2 = 12$$

$$\therefore i) + ii) = 24$$

100. ⑤

전체 경우에서 (L, I) 집합이 존재하지 않는 경우의 수를 제외하자.

$$\text{전체 경우의 수: } \frac{7!}{2!2!} = 1260$$

$$i) I \text{와 } L \text{이 1번 교차되는 경우: } 2! \times {}_5H_2 \times 3! = 180$$

$$ii) I \text{와 } L \text{이 2번 교차되는 경우: } 2! \times {}_5H_1 \times 3! = 60$$

$$iii) I \text{와 } L \text{이 3번 교차되는 경우: } 2! \times {}_5H_0 \times 3! = 12$$

$$\therefore 1260 - 180 - 60 - 12 = 1008$$

[검수자 풀이추가]

$$i) I \text{와 } L \text{이 1번 교차되는 경우: } 2! \times {}_5H_2 \times 3! = 180$$

$$\vee I \vee I \vee L \vee L \vee \text{ 또는 } \vee L \vee L \vee I \vee I \vee$$

서로 다른 5개의 $\vee$ 자리 중에서 중복을 허락하여 2개의 자리를 선택하여 (I 와 L 사이에는 한 개의 문자가 들어가야 함) 3개의 문자 M, O, N 를 배열한다.

$$ii) I \text{와 } L \text{이 2번 교차되는 경우: } 2! \times {}_5H_1 \times 3! = 60$$

$$\vee I \vee L \vee L \vee I \vee \text{ 또는 } \vee L \vee I \vee I \vee L \vee$$

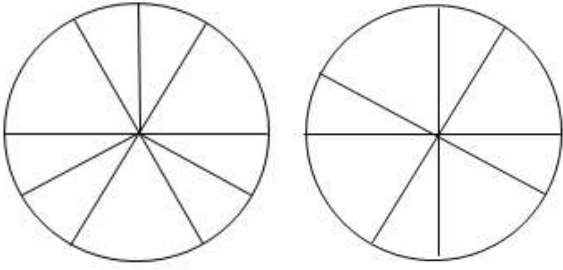
서로 다른 5개의 $\vee$ 자리 중에서 중복을 허락하여 1개의 자리를 선택하여 (I 와 L 사이에는 한 개의 문자가 들어가야 함) 3개의 문자 M, O, N 를 배열한다.

$$iii) I \text{와 } L \text{이 3번 교차되는 경우: } 2! \times {}_5H_0 \times 3! = 12$$

$$\vee I \vee L \vee I \vee L \vee \text{ 또는 } \vee L \vee I \vee L \vee I \vee$$

서로 다른 5개의 $\vee$ 자리 중에서 중복을 허락하여 0개의 자리를 선택하여 (I 와 L 사이에는 한 개의 문자가 들어가야 함) 3개의 문자 M, O, N 를 배열한다.

101. ④



[그림1] [그림2]

넓이가 $\frac{\pi}{12}$ 인 부채꼴의 중심각의 크기는 $\frac{\pi}{6}$ 이고

넓이가 $\frac{\pi}{6}$ 인 부채꼴의 중심각의 크기는 $\frac{\pi}{3}$ 이다.

문제의 조건에 맞게 부채꼴을 배치하는 방법은 위의 두가지 경우이다.

[그림1]의 경우 색칠하는 방법은 $\frac{9!}{3} = 24 \times 7!$ 이고

[그림2]의 경우 색칠하는 방법은 $\frac{8!}{4} = 2 \times 7!$ 이다.

m 값은 합은 $24 + 2 = 26$ 이다.

102. ④

2,2,2,3,3을 일렬로 나열한 후 문제의 조건에 맞게 1을 네 개 추가하자. 예를 들어 2 2 2 3 3의 경우 먼저 3곳(2와 2사이 두 곳, 3과 3사이 한 곳)의 위치에 1을 반드시 추가해야 하고 나머지 한 개의 1은 ${}_3C_1$ 의 위치에 추가할 수 있으므로 3가지이다. 또 2 2 3 2 3의 경우 먼저 1곳(2와 2사이)의 위치에 1을 반드시 추가하고 나머지 3개의 1은 ${}_5C_3$ 의 곳에 추가 할 수 있으므로 10가지 이다. 2,2,2,3,3을 나열하는 경우는 아래의 10가지에 대하여 같은 방식으로 경우의 수를 구해보면 다음과 같다.

- 2,2,2,3,3 : 3가지
- 2,2,3,3,2 : 6가지
- 2,3,3,2,2 : 6가지
- 3,3,2,2,2 : 3가지
- 2,2,3,2,3 : 10가지
- 2,3,2,3,2 : 15가지
- 3,2,3,2,2 : 10가지
- 2,3,2,2,3 : 10가지
- 3,2,2,3,2 : 10가지
- 3,2,2,2,3 : 6가지

따라서 구하는 모든 경우의 수는 79

103. ③

18의 배수이면서 12의 배수가 아니기 위해서는 $N = 2 \times 3^2 \times n'$ 에서 n' 은 홀수의 형태여야 한다.

가능한 다섯 수의 조합과 그때의 경우의 수를 나열하면 다음과

같다

- | | |
|---|---|
| 1) $2 \times 3 \times 3 \times \underline{1} \times 1$ | D |
| 2) $2 \times 3 \times 3 \times \underline{1} \times 3$ | B |
| 3) $2 \times 3 \times 3 \times \underline{1} \times 5$ | A |
| 4) $2 \times 3 \times 3 \times \underline{3} \times 3$ | C |
| 5) $2 \times 3 \times 3 \times \underline{3} \times 5$ | B |
| 6) $2 \times 3 \times 3 \times \underline{5} \times 5$ | D |
| 7) $6 \times 3 \times \underline{1} \times 1 \times 1$ | B |
| 8) $6 \times 3 \times \underline{1} \times 1 \times 3$ | D |
| 9) $6 \times 3 \times \underline{1} \times 3 \times 3$ | B |
| 10) $6 \times 3 \times \underline{1} \times 1 \times 5$ | A |
| 11) $6 \times 3 \times \underline{1} \times 5 \times 5$ | A |
| 12) $6 \times 3 \times \underline{3} \times 3 \times 3$ | C |
| 13) $6 \times 3 \times \underline{3} \times 3 \times 5$ | B |
| 15) $6 \times 3 \times \underline{3} \times 5 \times 5$ | D |
| 16) $6 \times 3 \times \underline{5} \times 5 \times 5$ | B |

16가지의 경우에서 같은 것이 있는 것의 종류를 기준으로 구분하면 5개의 숫자 중

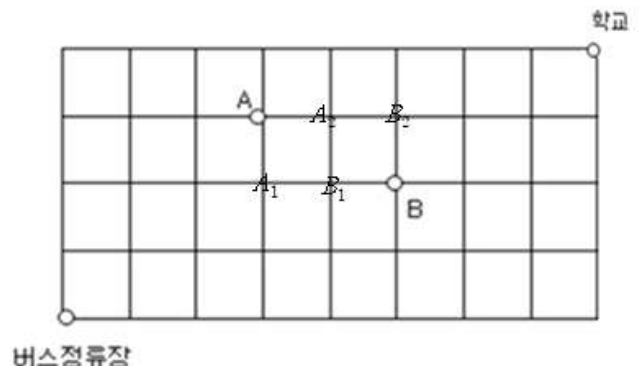
- | | |
|---------------------|-----|
| 같은 것이 2개 있는 A타입: | 4가지 |
| 같은 것이 3개 있는 B타입: | 6가지 |
| 같은 것이 4개 있는 C타입: | 2가지 |
| 같은 것이 2개 2개 있는 D타입: | 4가지 |

따라서 구하는 경우의 수는

$$\frac{5!}{2!} \times 4 + \frac{5!}{3!} \times 6 + \frac{5!}{4!} \times 2 + \frac{5!}{2!2!} \times 4 = 240 + 120 + 10 + 120 = 490$$

104. ②

버스정류장에서 학교까지 가는 모든 최단경로의 개수에서 A지점에서 우회전 하는 경우와 B지점에서 좌회전하는 경우를 제외하면 구하는 경우의 수가 됨을 알 수 있다.



전체 경우의 수는 ${}_{12}C_4 = 495$

A지점에서 우회전하는 경우는 그림에서 $A_1 \rightarrow A_2$ 로 이동하는 경로이다. 버스 정류장에서 A_1 까지의 최단 경로의 수는 10가지이고, A_2 에서 학교까지의 최단 경로의 수 5가지 이므로 A지점에서 우회전하는 모든 경우의 수는 $10 \times 5 = 50$

A지점에서 좌회전하는 경우는 그림에서 $B_1 \rightarrow B \rightarrow B_2$ 로 이동하는 경로이다. 버스 정류장에서 B_1 까지의 최단 경로의 수는 15가지이고, A_2 에서 학교까지의 최단 경로의 수 4가지 이므로 A지점에서 우회전하는 모든 경우의 수는 $15 \times 4 = 60$

따라서 구하는 경우의 수는 $495 - 50 - 60 = 385$

105. ④

어떤 원소에 대해서 만족하려면 하나만 만족하면 되므로
전제 함수에서 $f(a) \geq f(b)$ 를 만족하는 함수를 제외하면 된다.
 $4^3 - {}_4H_3 = 64 - {}_6C_3 = 44$

106. ③

$${}_3H_4 = {}_{3+4-1}C_4 = {}_6C_4 = {}_6C_2 = 15$$

107. ①

$${}_5H_3 + {}_4H_2 = {}_7C_3 + 4^2 = 35 + 16 = 51$$

108. ①

$${}_2H_3 = {}_4C_3$$

109. ②

$${}_3H_4 + {}_2H_5 = {}_6C_2 + {}_6C_1 = 15 + 6 = 21$$

110. ③

$${}_5H_8 + {}_8H_5 = {}_{12}C_8 + {}_{12}C_5 = {}_{13}C_5$$

111. ④

$$\begin{aligned} & {}_3H_1 + {}_3H_2 + {}_3H_3 + {}_3H_4 + {}_3H_5 + {}_3H_6 \\ &= {}_3C_1 + {}_4C_2 + {}_5C_3 + {}_6C_4 + {}_7C_5 + {}_8C_6 \\ &= {}_4C_1 + {}_4C_2 + {}_5C_3 + {}_6C_4 + {}_7C_5 + {}_8C_6 - 1 \\ &= {}_9C_6 - 1 \\ &= 83 \end{aligned}$$

112. ⑤

$(a+b+c)^4$ 의 각 항을 $a^x b^y c^z$ 라 할 때, $x+y+z=4$
즉 ${}_3H_4 = {}_6C_4 = 15$
 $(d+e)^3$ 의 각 항을 $d^p e^q$ 라 할 때, $p+q=3$ 즉 ${}_2H_3 = {}_4C_3 = 4$
 $\therefore 15 \times 4 = 60$

113. ②

사탕을 나누어 담는 경우의 수는 $a+b=3$ 즉 ${}_2H_3 = {}_4C_3 = 4$
과자를 나누어 담는 경우의 수는 $a+b=5$ 즉 ${}_2H_5 = {}_6C_5 = 6$
 $\therefore 24$

114. ④

서로 다른 6개의 사탕을 A, B, C에 남김없이 넣는데
A상자에는 사탕을 1개만 넣는 방법은 6가지
나머지 B, C에 5개를 넣는 방법은 $2^5 = 32$ 이므로
 $6 \times 32 = 192$ 이다.

115. ①

학생 A, B, C, D, E가 받은 볼펜의 개수를
 $3a+3, a+1, c+1, d+1, e+1$ (a, c, d, e 는 0이상의 정수)
 $4a+c+d+e=8$
(1) $a=0$ 일 때, ${}_3H_8 = 45$
(2) $a=1$ 일 때, ${}_3H_4 = 15$
(3) $a=2$ 일 때, 1
 $\therefore 61$ 가지

116. ②

세 가지 색의 공중에서 순서 없이 다섯 가지의 공을 고르는 방법은
중복조합이다. ${}_3H_5 = {}_7C_2 = 21$ 가지
빨간 공이 5개가 아니므로 빨간 공이 4개일 때, 빨간 공이 5개일
때를 빼면 된다.
 $21 - (2+1) = 18$ 이다.

117. ⑤

$${}_3H_8 = {}_{3+8-1}C_8 = {}_{10}C_2 = 45$$

118. ③

$${}_3H_5 \times {}_3H_4 = {}_{3+5-1}C_5 \times 3^4 = 21 \times 81 = 1701$$

119. ⑤

$${}_6H_4 = {}_9C_4 = 126$$

120. ④

· (좌변) $= {}_n H_r = n^r$, (우변) $= {}_n P_r \times \frac{1}{r!} = {}_n C_r$ 이므로 거짓.
ㄴ. (우변) $= {}_{n+r-1} C_{n-1} = {}_{n+r-1} C_r = {}_n H_r$ = (좌변) 이므로 참.
ㄷ. (좌변) $= {}_{n+r-1} P_r = {}_{n+r-1} C_r \times r! = {}_n H_r \times r!$ = (우변) 이므로 참.
따라서 옳은 것은 ㄴ, ㄷ이다.

121. ④

x, y, z, w 를 $3a+1, 3b+1, 3c+2, 3d+2$ 이라고 하면
 $3(a+b+c+d)=15$ 이므로 $a+b+c+d=5$ 이고 각 문자는 음이
아닌 정수이다.
 $\therefore {}_4C_2 \times {}_4H_5 = 6 \times {}_8C_5 = 336$

122. ①

$f(1)$ 의 값 결정하는 경우: 4

$f(2) \leq f(3) \leq f(4)$ 만족하는 경우: ${}_4H_3 = 20$

80

123. (1) 625 (2) 5 (3) 70

(1) ${}_5\Pi_4 = 5^4 = 625$

(2) ${}_5C_4 = 5$

(3) ${}_5H_4 = {}_8C_4 = 70$

124. ③

$a^x b^y c^z$ 라 하면 $x+y+z=4$ 이고 x, y, z 는 음이 아닌 정수이다.

따라서 항의 개수는 ${}_3H_4 = 12$

125. ⑤

전개식의 r 번째 항은

$${}_5C_r (-2)^r (x)^{5-r} \left(-\frac{2}{x^2}\right)^r = {}_5C_r (-2)^r x^{5-3r} \quad (r=0, 1, 2, 3, 4, 5)$$

x^{-1} 의 계수는 $r=2$ 일 때

$$\therefore {}_5C_2 (-2)^2 = 40$$

126. ③

이항정리에 따라 일반항은 ${}_5C_r (-x)^{5-r} \left(\frac{2}{x^2}\right)^r$

정리하면 ${}_5C_r (-1)^{5-r} 2^r x^{5-3r}$

x^2 의 계수는 $r=1$ 일 때 이므로 ${}_5C_1 (-1)^4 \cdot 2 = 10$

127. ②

$\left(5x + \frac{a}{x}\right)^6$ 의 전개식에서 일반항은

$${}_6C_r (5x)^{6-r} \left(\frac{a}{x}\right)^r = {}_6C_r \cdot 5^{6-r} \cdot a^r \cdot x^{6-2r} \quad (r=0, 1, 2, \dots, 6)$$

$r=2$ 일 때, x^2 의 계수는 ${}_6C_2 \cdot 5^4 \cdot a^2$

$r=1$ 일 때, x^4 의 계수는 ${}_6C_1 \cdot 5^5 \cdot a$

$$\therefore a = 2$$

128. ④

$${}_{10}C_6 = {}_{10}C_4$$

129. ②

계수의 합은 $x=1$ 을 대입하면 되므로 $(-1)^{10} = 1$

130. ②

$${}_7C_4$$

131. ③

전개식의 일반항 ${}_7C_r x^r 1^{7-r}$ 에서 $r=2$ 인 경우이므로 ${}_7C_2 = 21$

132. ④

$(2x^2 + 1)^5$ 의 일반항은

$${}_5C_r (2x^2)^r = {}_5C_r 2^r x^{2r} \quad (0 \leq r \leq 5 \text{인 정수})$$

이므로 전개식에서 x^4 의 계수는 $r=2$ 일 때

$${}_5C_2 \times 2^2 = 10 \times 4 = 40$$

이다.

133. ④

이항정리에 따라 일반항: ${}_5C_r (3)^{5-r} (-ax)^r$

x^3 의 계수는 $r=3$ 일 때이므로 ${}_5C_3 \cdot 3^2 \cdot (-a)^3 = 720$

$$(-a)^3 = 8 \quad \therefore a = -2$$

134. ⑤

${}_4C_r (x^2)^r (-2x)^{4-r}$ 이 일반항으로 $x^{4+r} = x^6$ 이므로 $r=2$

$$\therefore {}_4C_2 (-2)^2 = 24$$

135. ②

$(ax+y)^6$ 의 전개식의 일반항은

${}_6C_r (ax)^r (y)^{6-r}$ (단, $r=0, 1, 2, 3, 4, 5, 6$)

따라서 $x^2 y^4$ 의 계수는 $r=2$ 일 때이므로, ${}_6C_2 \times a^2 = 135$

$$a^2 = 9 \text{ 이므로 } a = 3$$

136. ②

이항정리에 따라 일반항: ${}_nC_r x^r 2^{n-r}$

x^2 의 계수는 ${}_nC_2 2^{n-2}$, x^3 의 계수는 ${}_nC_3 2^{n-3}$ 이므로

$$\frac{n(n-1)}{2} \times 2^{n-2} = \frac{n(n-1)(n-2)}{6} \times 2^{n-3}$$

양변에 $\frac{6}{2^{n-3}}$ 을 곱하면 $3 \times 2 = n-2$ 이므로 정리하면 $n=8$

137. ①

$$(1+3)^{10} =$$

$${}_{10}C_0 + 3 \times {}_{10}C_1 + 3^2 \times {}_{10}C_2 + 3^3 \times {}_{10}C_3 + \dots + 3^{10} \times {}_{10}C_{10}$$

$$A = (1+3)^{10} - {}_{10}C_0 = 4^{10} - 1$$

$$\therefore \log_2(A+1) = \log_2 4^{10} = \log_2 2^{20} = 20$$

138. ③

$${}_{10}C_1 \times 3 + {}_{10}C_2 \times 3^2 + {}_{10}C_3 \times 3^3 + \dots + {}_{10}C_{10} \times 3^{10}$$

$$= (1+3)^{10} - {}_{10}C_0$$

$$= 4^{10} - 1$$

139. ②

이항정리에 따라

$${}_{10}C_0 + {}_{10}C_1 \times 2 + {}_{10}C_2 \times 2^2 + \dots + {}_{10}C_{10} \times 2^{10} = (1+2)^{10} = 3^{10} = p^q$$

따라서 $p+q=13$

140. ④

$${}_nC_1 + {}_nC_2 + {}_nC_3 + \cdots + {}_nC_n = 2^n - 1 \text{ 이므로}$$

$180 < 2^n - 1 < 280$ 을 만족하는 n 의 값은 8이다.

141. ③

$${}_nC_1 + {}_nC_2 + {}_nC_3 + \cdots + {}_nC_n = 2^n - 1 \text{ 이므로}$$

$500 < 2^n - 1 < 5000$ 을 만족하는 n 의 값은 9, 10, 11, 12이다.
모두 합하면 42이다.

142. ④

$$\sum_{r=0}^{n-1} {}_nC_r = {}_nC_0 + {}_nC_1 + {}_nC_2 + \cdots + {}_nC_{n-1} = 2^n - 1 = 127$$

$$2^n - 1 = 127 \text{에서 } 2^n = 128 \text{이므로 } n = 7$$

143. ②

$${}_9C_1 + {}_9C_3 + {}_9C_5 + {}_9C_7 + {}_9C_9 = 2^8$$

144. ③

$$500 < 2^{2n-1} < 1000$$

$$2n - 1 = 9$$

$$n = 5$$

145. ①

$${}_{99}C_0 + {}_{99}C_1 + {}_{99}C_2 + \cdots + {}_{99}C_{48} + {}_{99}C_{49} = \frac{2^{99}}{2} = 2^{98}$$

146. ③

공책 6권은 모두 같으므로 서로 다른 책 6권을 각각 고르는 경우를 구하면

$${}_6C_0 + {}_6C_1 + {}_6C_2 + {}_6C_3 + {}_6C_4 + {}_6C_5 + {}_6C_6 = 1 + 6 + 15 + 20 + 15 + 6 + 1 = 64$$

[다른 풀이]

서로 다른 책 6권 중 선택할 경우의 수를 구하고 나머지를 공책으로 채우면 되므로 이항정리에 따라

$${}_6C_0 + {}_6C_1 + {}_6C_2 + {}_6C_3 + {}_6C_4 + {}_6C_5 + {}_6C_6 = 2^6 = 64$$

147. ②

4개의 문자가 모두 다를 경우 c, o, l, e, g 중 4개 선택 후 나열 ${}_5C_4 \cdot 4! = 5 \cdot 24 = 120$

3개의 문자가 다른 경우 l 과 c, o, e, g 중 2개 선택 후 나열

$$\text{또는 } e, e \text{과 } c, o, l, g \text{ 중 2개 선택 후 나열 } 2 \cdot {}_4C_2 \cdot \frac{4!}{2!} = 144$$

$$2 \text{개의 문자가 다른 경우 } l, l, e, e \text{로 나열 } \frac{4!}{2! \cdot 2!} = 6$$

$$\text{따라서 구하는 경우의 수는 } 120 + 144 + 6 = 270$$

148. ⑤

각 파란 구슬의 사이와 양 끝에 총 4개의 자리가 있다고 생각해 보자.

4개의 자리에 빨간 구슬 5개를 넣는 경우는 ${}_4H_5 = {}_8C_5 = {}_8C_3$

$$\therefore n = 8, r = 3, n - r = 5$$

149. ②

다른 상자에 넣는 공의 수를 기준으로 분류하자.

1) 다른 상자에 공을 0개 넣는 경우: 4가지

2) 다른 상자에 공을 1개 넣는 경우: 3가지

3) 다른 상자에 공을 2개 넣는 경우: 3가지

4) 다른 상자에 공을 3개 넣는 경우: 2가지

5) 다른 상자에 공을 4개 넣는 경우: 2가지

6) 다른 상자에 공을 5개 넣는 경우: 1가지

7) 다른 상자에 공을 6개 넣는 경우: 1가지

$$\therefore 4 + 3 + 3 + 2 + 2 + 1 + 1 = 16 \text{가지}$$

150. ⑤

$$\text{ㄴ. } {}_2H_n = {}_nC_0 + {}_nC_1 = n + 1$$

$$\text{ㄷ. } {}_nH_2 = {}_nC_1 + {}_nC_2 = {}_{n+1}C_2$$

151. ④

전체 중복조합의 수에서 A 가 모든 사인펜을 다 가져가는 경우와 B 가 모든 사인펜을 다 가져가는 경우를 빼주면 된다.

$${}_2H_3 \times {}_2H_1 \times {}_2H_4 - 2 = 38 \text{가지}$$

152. ①

노란 공과 파란 공의 개수를 각각 a, b 라 하면

$$\text{빨간 공이 0개일 때, } a + b = 7 \quad {}_2H_7 = {}_8C_7 = 8$$

$$\text{빨간 공이 1개일 때, } a + b = 6 \quad {}_2H_6 = {}_7C_6 = 7$$

$$\text{따라서 합의 법칙에 따라 } 8 + 7 = 15$$

153. ④

빈 주머니가 없으므로 각 주머니마다 하나씩 넣은 상태에서 생각한다.

각 주머니에 추가로 넣을 구슬의 개수를 각각 a, b, c, d 라 하면

$$a + b + c + d = 0, \quad {}_4H_0 = {}_3C_0$$

$$a + b + c + d = 1, \quad {}_4H_1 = {}_4C_1$$

$$a + b + c + d = 2, \quad {}_4H_2 = {}_5C_2$$

$$a + b + c + d = 3, \quad {}_4H_3 = {}_6C_3$$

$$a + b + c + d = 4, \quad {}_4H_4 = {}_7C_4$$

$$a + b + c + d = 5, \quad {}_4H_5 = {}_8C_5$$

$$a + b + c + d = 6, \quad {}_4H_6 = {}_9C_6$$

그런데 $a + b + c + d = 5$ 의 해에서 한 주머니에 추가로 5개를 모두 넣는 경우는 4가지이고, $a + b + c + d = 6$ 의 해에서 한 주머니에 추가로 5개를 넣는 경우는 12가지, 한 주머니에 추가로 6개를 넣는 경우 4가지이므로 20가지를 제외한다.

$${}_3C_0 + {}_4C_1 + {}_5C_2 + \cdots + {}_9C_6 = {}_{10}C_6 = 210 \text{ 이므로}$$

$$\text{구하는 경우의 수는 } 210 - 20 = 190$$

154. ②

 $a+b+c+d=5$ 에서 $a \geq 2$ 이므로 $a=a'+2$ 라 하자. $a'+b+c+d=3$ 이므로 ${}_4H_3 = {}_6C_3$

155. ①

 $f(1)$ 과 $f(3)$ 은 2 또는 3에 대응된다.(나) 조건에서 $f(2) \geq f(4)$ 이므로 $x=2$ 와 4를 대응하는 경우의 수는 ${}_4H_2$ 이다.따라서 $2 \times 2 \times {}_4H_2 = 40$

156. ③

100의 배수이므로 2, 5는 각각 2번씩 선택한 것으로 본다.

나머지 4번의 선택에서 2, 3, 4, 5를 택하는 경우의 수이므로

 $a+b+c+d=4$ 의 음 아닌 정수해의 개수와 같다.따라서 구하는 경우의 수는 ${}_4H_4 = 35$

157. ③

(i) 사과 3개를 A, B, C 나누어 주는 경우의 수는

$${}_3H_3 = {}_{3+3-1}C_4 = {}_5C_4 = 5$$

(ii) 배 1개를 A, B, C 나누어 주는 경우의 수는

$${}_3H_1 = {}_{3+1-1}C_2 = {}_3C_2 = 3$$

(iii) 귤 4개를 A, B, C 나누어 주는 경우의 수는

$${}_3H_4 = {}_{3+4-1}C_4 = {}_6C_2 = 15$$

빈 상자가 있을 경우는

두 상자를 정하는 방법 ${}_3C_2 = 3$

(i) 사과 3개를 두 상자에 나누어 주는 경우의 수는

$${}_2H_3 = {}_{2+3-1}C_3 = {}_5C_3 = 10$$

(ii) 배 1개를 두 상자에 주는 경우의 수는

2

(iii) 귤 4개를 두 상자에 주는 경우의 수는

$${}_2H_4 = {}_{2+4-1}C_4 = {}_5C_1 = 5$$

 $5 \times 3 \times 15 - 3 \times (10 \times 2 \times 5) - 3 = 333$ 가지이다.

158. ③

10권의 책 중에서 선택한 세 권의 책을 왼쪽부터 X, Y, Z 라고 하자. X 의 왼쪽에 선택되지 않은 책의 개수를 a , X, Y 사이에 선택되지않은 책의 개수를 b , Y, Z 사이에 선택되지 않은 책의 개수를 c , Z 의 오른쪽에 선택되지 않은 책의 개수를 d 라 하면, 문제의 조건에 의해서 $b, c \geq 1$ 이어야 하고, a, d 는 음이 아닌 정수이다.

$$a+b+c+d=7$$

 $a+b'+c'+d=5$ (단 a, b', c', d 는 음이 아닌 정수)의 정수해의개수와 같으므로 ${}_4H_5 = {}_8C_5 = 56$

159. ③

세 학생에게 우선적으로 귤을 1개씩 나누어준 후 나머지

중복조합의 값을 모두 곱하면 된다.

서로 다른 세 명의 학생에게 귤 2개를 나누어 주는 경우의 수: ${}_3H_2$ 사과 4개를 나누어 주는 경우의 수: ${}_3H_4$ 딸기 3개를 나누어 주는 경우의 수: ${}_3H_3$

$${}_3H_2 \times {}_3H_4 \times {}_3H_3 = 6 \times 15 \times 10 = 900$$

160. ④

다섯 상자 A, B, C, D, E 중 흰 공이 들어갈 상자 3개를 선택한

후, 흰 공 5개를 각 상자에 적어도 한 개 이상 넣는 경우의 수는

$${}_5C_3 \times {}_3H_2 = {}_5C_3 \times {}_4C_2 = 10 \times 6 = 60$$

이다. 이후 흰 공이 들어간 상자 중 한 개는 검은 공이 들어있지

않아야 하고, 흰 공이 들어가지 않은 상자는 모두 적어도 한 개

이상의 검은 공이 들어가야 한다. 따라서 흰 공이 들어간 상자 중

검은 공이 들어가는 상자 2개를 선택 후 검은 공이 들어갈 상자

4개에 검은 공을 적어도 한 개 이상 넣는 경우의 수는

$${}_3C_2 \times {}_4H_2 = {}_3C_2 \times {}_5C_2 = 3 \times 10 = 30$$

이다. 그러므로 모든 경우의 수는 $60 \times 30 = 1800$ 이다.

161. ①

여사건은 8이상 받는 것이므로

(i) 8, 2, 1 개 받는 경우의 수 $3! = 6$ 가지(ii) 9, 1, 1 개 받는 경우의 수 $\frac{3!}{2!} = 3$ 가지전체의 경우는 ${}_3H_8 = {}_{3+8-1}C_8 = {}_{10}C_2 = 45$ 가지그러므로 $45 - 6 - 3 = 36$ 가지.

162. ③

$${}_2H_n = 8$$

$${}_{n+1}C_n = n+1 = 8$$

163. ②

 a, b, c 가 순서대로 나열되어야 한다. $a, a, \dots, b, b, \dots, c, c$ 를 일렬로 배열한 다음 a 의 개수를 x 개, b 의 개수를 y 개, c 의 개수를 z 개라 하면 $xyz = \text{짝수}$ 이므로 전체에서 $xyz = \text{홀수}$ 를 빼면 된다.

$$x+y+z=11 \text{ 이므로}$$

전체의 개수는

$$x=x'+1, y=y'+1, z=z'+1 \text{ (} x', y', z' \text{은 음이 아닌 정수)}$$

$$x'+y'+z'=8$$

위 등식을 만족시키는 순서쌍 (x', y', z') 의 개수는 서로

다른 3개에서 8개를 택하는 중복조합의 수와 같으므로

$${}_3H_8 = {}_{3+8-1}C_8$$

$$= {}_{10}C_2$$

$$= \frac{10 \times 9}{2 \times 1} = 45 \text{ 가지.}$$

모두 홀수의 경우는

$x = 2x' + 1, y = 2y' + 1, z = 2z' + 1$ (x', y', z' 은 음이 아닌 정수)

$$x' + y' + z' = 4$$

위 등식을 만족시키는 순서쌍 (x', y', z')의 개수는 서로 다른 3개에서 4개를 택하는 중복조합의 수와 같으므로

$${}_3H_4 = {}_{3+4-1}C_4$$

$$= {}_6C_2$$

$$= \frac{6 \times 5}{2 \times 1} = 15 \text{가지.}$$

$45 - 15 = 30$ 가지 이다.

164. ⑤

조건 (가)에서 흰 공이 들어 있지 않은 상자 1개를 택하는 경우의 수는

$${}_3C_1 = 3$$

흰 공이 들어 있지 않은 상자를 A라 하자.

세 상자 B, C에 각각 흰 공을 1개씩 넣은 후 남아 있는 1개의 흰 공을 세 상자 B, C에 나누어 넣는 경우의 수는 1가지

조건 (나)에서 검은 공이 들어 있지 않은 상자의 개수는 1이고, 조건 (다)에서 모든 상자에는 적어도 한 개의 공이 들어 있으므로 상자 A에는 검은 공을 넣어야 한다.

세 상자 B, C에서 검은 공이 들어 있지 않은 상자 1개를 택하는 경우의 수는

$${}_2C_1 = 2$$

검은 공이 들어 있지 않은 상자를 B라 하자.

세 상자 A, C에 검은 공을 1개씩 넣은 후 남아 있는 2개의 검은 공을 세 상자 A, C에 나누어 넣는 경우의 수는 서로 다른

2개에서 2개를 택하는 중복조합의 수와 같으므로

$${}_2H_2 = {}_{2+2-1}C_2$$

$$= {}_3C_2$$

$$= 3$$

따라서 구하는 경우의 수는

$$(3 \times 2) \times (2 \times 3) = 36$$

165. ①

$$a + b + c = 10$$

$$b = b' + 1, c = c' + 2 \text{ 라 하면 } a \geq 0, b' \geq 0, c' \geq 0$$

$$a + b' + c' = 7, {}_3H_7 = {}_9C_2 = 36$$

166. 55

$4 \leq d \leq 8$ 이므로 자연수 a, b, c, d 의 순서쌍 (a, b, c, d)의 개수는

$$(i) a + b + c = 4 \text{인 경우 } {}_3H_1 = {}_3C_1 = 3$$

$$(ii) a + b + c = 5 \text{인 경우 } {}_3H_2 = {}_4C_2 = 6$$

$$(iii) a + b + c = 6 \text{인 경우 } {}_3H_3 = {}_5C_3 = 10$$

$$(iv) a + b + c = 7 \text{인 경우 } {}_3H_4 = {}_6C_4 = 15$$

$$(v) a + b + c = 8 \text{인 경우 } {}_3H_5 = {}_7C_5 = 21$$

이다. 따라서 모든 순서쌍 (a, b, c, d)의 개수는 $3 + 6 + 10 + 15 + 21 = 55$

이다.

167. ④

할머니 바로 오른쪽에 할아버지가 앉아야 하므로 전체 6명의 원순열과 같다. 즉, $5!$

168. ③

$$a = a' + 1, b = b' + 1, c = c' + 1, d = d' + 1$$

(a', b', c', d' 은 음이 아닌 정수)

로 놓으면 조건 (가)에서

$$a' + b' + c' + d' = 10$$

위 등식을 만족시키는 순서쌍 (a', b', c', d')의 개수는 서로 다른 4개에서 10개를 택하는 중복조합의 수와 같으므로

$${}_4H_{10} = {}_{4+10-1}C_{10}$$

$$= {}_{13}C_{10}$$

$$= {}_{13}C_3$$

$$= \frac{13 \times 12 \times 11}{3 \times 2 \times 1}$$

$$= 286$$

따라서 조건 (가)를 만족시키는 순서쌍 (a, b, c, d)의 개수는 286이다.

이제 조건 (가)를 만족시키면서 a, b, c, d 가 모두 짝수인 순서쌍 (a, b, c, d)의 개수를 구하자.

$$a = 2x + 2, b = 2y + 2, c = 2z + 2, d = 2w + 2$$

(x, y, z, w 는 음이 아닌 정수)

로 놓으면 조건 (가)에서

$$x + y + z + w = 3$$

위 등식을 만족시키는 순서쌍 (x, y, z, w)의 개수는 서로 다른 4개에서 3개를 택하는 중복조합의 수와 같으므로

$${}_4H_3 = {}_{4+3-1}C_3$$

$$= {}_6C_3$$

$$= \frac{6 \times 5 \times 4}{3 \times 2 \times 1}$$

$$= 20$$

따라서 조건 (가)를 만족시키면서 a, b, c, d 가 모두 짝수인 순서쌍 (a, b, c, d)의 개수는 20이다.

그러므로 두 조건 (가), (나)를 모두 만족시키는 순서쌍 (a, b, c, d)의 개수는

$$286 - 20 = 266$$

169. ①

c, d 는 모두 짝수 a, b 는 모두 홀수이므로

$$a = 2x + 1, b = 2y + 1, c = 2z + 2, d = 2w + 2$$

(단, x, y, z, w 는 음이 아닌 정수)로 놓으면

$$a+b+c+d=(2x+1)+(2y+1)+(2z+2)+(2w+2)=16$$

$$x+y+z+w=5 \quad \dots\dots ㉞$$

따라서 방정식 ㉞을 만족시키는 음이 아닌 정수 x, y, z, w 의 순서쌍 (x, y, z, w) 의 개수는 네 문자 x, y, z, w 중에서 5개를 택하는

$$\text{중복조합의 수와 같으므로 } {}_4H_5 = {}_{4+5-1}C_5 = {}_8C_5 = {}_8C_3 = 56$$

170. ④

$$a+b+c+d+e=30$$

$$(2a'+2)+(2b'+2)+(2c'+2)+(2d'+2)+(5e'+5)=30$$

$$2a'+2b'+2c'+2d'+5e'=17$$

(a', b', c', d', e' 은 모두 0이상의 정수)

(1) $e'=1$ 일 때,

$$a'+b'+c'+d'=6$$

$${}_4H_6 = 84$$

(2) $e'=3$ 일 때,

$$a'+b'+c'+d'=1$$

$${}_4H_1 = 4$$

$\therefore$ 순서쌍 (a, b, c, d) 의 개수는 88

171. ⑤

방정식 $6x+y+z+w=17$ 을 만족시키는 양의 정수 x 는 1 또는 2이므로

(i) $x=1$ 인 경우

$$y+z+w=11\text{인 양의 정수 } y, z, w\text{의 개수는 } {}_3H_8 = {}_{10}C_2 = 45$$

(ii) $x=2$ 인 경우

$$y+z+w=5\text{인 양의 정수 } y, z, w\text{의 개수는 } {}_3H_2 = {}_4C_2 = 6$$

이다. 따라서 모든 순서쌍 (x, y, z, w) 의 개수는

$$45+6=51\text{이다.}$$

172. ④

$$abc=2^5 \times 5^5$$

$$a=2 \times a', b=5 \times b', c=10 \times c'$$

남은 $2^3, 5^3$ 을 a', b', c' 에 나누어 넣는 경우의 수는

$${}_3H_3 \times {}_3H_3 = 100$$

173. ①

(a, b, c)의 세수의 합이 짝수이려면

i) 짝, 짝, 짝 일 때, ${}_4H_3 = {}_6C_3 = 20$ 가지

ii) 하나만 짝 일 때, ${}_5H_2 \times {}_4H_1 = {}_6C_2 \times {}_4C_1 = 15 \times 4 = 60$ 가지

$$20+60=80\text{이다.}$$

174. ②

연립방정식을 빼면 $d=2$

$$a+b+c+e=10$$

i) 이 중 2개의 정수를 골라 0이 되도록 하는 경우의 수:

$${}_4C_2 = 6$$

ii) 나머지 두 자연수의 중복조합: ${}_2H_8 = {}_9C_8 = 9$

$$i) \times ii) = 6 \times 9 = 54$$

175. ①

$$f(3)=4\text{일 때, } 1 \times 1 \times {}_7H_2 = {}_8C_2 = 28$$

$$f(3)=5\text{일 때, } {}_2H_1 \times 1 \times {}_6H_2 = 2 \times {}_7C_2 = 42$$

$$f(3)=6\text{일 때, } {}_3H_1 \times 1 \times {}_5H_2 = 3 \times {}_6C_2 = 45$$

$$28+42+45=115$$

176. ③

$f(1) \leq f(2) \leq 4 < f(4) < f(5) < f(6)$ 를 만족해야 하므로

$${}_4H_2 \times {}_4C_3 = {}_5C_2 \times 4 = 40$$

177. 56가지

$f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ 라 하면

$f(1)=a+b+c+d=6$ 이고 a 를 제외한 b, c, d 는 음이아닌 정수
이므로 $a=a'+1$ 이라 하면

$$a'+b+c+d=5$$

위 등식을 만족시키는 순서쌍 (a', b, c, d) 의 개수는 서로

다른 4개에서 5개를 택하는 중복조합의 수와 같으므로

$${}_4H_5 = {}_{4+5-1}C_5$$

$$= {}_8C_3$$

$$= \frac{8 \times 7 \times 6}{3 \times 2 \times 1}$$

$$= 56$$

178. 75가지

조건 (가)에 의하여 $f(2) \times f(3)$ 은 6의 배수이므로

다음 네 가지 경우로 나누어 생각할 수 있다.

(i) $f(2)=2, f(3)=3$ 인 경우

$$f(1) \leq f(2)\text{이므로 } f(1)\text{은 } 2\text{가지,}$$

$$f(3) \leq f(4) \leq f(5)\text{이므로 } 3, 4, 5\text{에서 중복을 허락하여 } 2\text{개를}$$

택한 후 작은 수부터 크기순으로 정하면 된다.

$${}_3H_2 = {}_{3+2-1}C_2 = {}_4C_2 = 6$$

$$\text{즉 이 경우의 수는 } 2 \times 6 = 12$$

(ii) $f(2)=3, f(3)=2$ 인 경우

$$f(1) \leq f(2)\text{이므로 } f(1)\text{은 } 3\text{가지,}$$

$$f(3) \leq f(4) \leq f(5)\text{이므로 } 2, 3, 4, 5\text{에서 중복을 허락하여}$$

2개를 택한 후 작은 수부터 크기순으로 정하면 된다.

$${}_4H_2 = {}_{4+2-1}C_2 = {}_5C_2 = 10$$

$$\text{즉 이 경우의 수는 } 3 \times 10 = 30$$

(iii) $f(2)=3, f(3)=4$ 인 경우

$$f(1) \leq f(2)\text{이므로 } f(1)\text{은 } 3\text{가지,}$$

$$f(3) \leq f(4) \leq f(5)\text{이므로 } 4, 5\text{에서 중복을 허락하여}$$

2개를 택한 후 작은 수부터 크기순으로 정하면 된다.

$${}_2H_2 = {}_{2+2-1}C_2 = {}_3C_2 = 3$$

즉 이 경우의 수는 $3 \times 3 = 9$

(iv) $f(2)=4$, $f(3)=3$ 인 경우

$f(1) \leq f(2)$ 이므로 $f(1)$ 은 4가지,

$f(3) \leq f(4) \leq f(5)$ 이므로 3, 4, 5에서 중복을 허락하여

3개를 택한 후 작은 수부터 크기순으로 정하면 된다.

$${}_3H_2 = {}_{3+2-1}C_2 = {}_4C_2 = 6$$

즉 이 경우의 수는 $4 \times 6 = 24$

그러므로 구하는 함수의 개수는 $12 + 30 + 9 + 24 = 75$

179. ④

조건 (가)에 의하여 $f(3)$ 은 3의 배수이므로 다음 두 가지 경우로 나누어 생각할 수 있다.

(i) $f(3)=3$ 인 경우

$f(1) \geq f(2) \geq f(3)$ 이므로 3, 4, 5, 6에서 중복을 허락하여 2개를 택한 후 작은 수부터 크기순으로 $f(1)$, $f(2)$ 의 값으로 정하면 된다.

즉 $f(1)$, $f(2)$ 의 값을 정하는 경우의 수는 서로 다른 4개에서 2개를 택하는 중복조합의 수와 같으므로

$${}_4H_2 = {}_{4+2-1}C_2 = {}_5C_2 = 10$$

이 각각에 대하여 $3 \geq f(4) \geq f(5) \geq f(6)$ 이므로

1, 2, 3에서 중복을 허락하여 3개를 택한 후 작은 수부터 크기순으로 $f(4)$, $f(5)$, $f(6)$ 의 값으로 정하면 된다.

즉 $f(4)$, $f(5)$, $f(6)$ 의 값을 정하는 경우의 수는 서로 다른 3개에서 3개를 택하는 중복조합의 수와 같으므로

$${}_3H_3 = {}_{3+3-1}C_3 = {}_5C_3 = 10$$

즉 이 경우의 수는 $10 \times 10 = 100$

(ii) $f(3)=6$ 인 경우

$f(1) \geq f(2) \geq 6$ 이므로 1가지

$3 \geq f(4) \geq f(5) \geq f(6)$ 이므로

1, 2, 3, 4, 5, 6에서 중복을 허락하여

3개를 택한 후 큰수부터 크기순으로

$f(4)$, $f(5)$, $f(6)$ 의 값으로 정하면 된다.

즉 $f(4)$, $f(5)$, $f(6)$ 의 값을 정하는 경우의 수는 서로 다른 6개에서 3개를 택하는 중복조합의 수와 같으므로

$${}_6H_3 = {}_{6+3-1}C_3 = {}_8C_3 = 56$$

즉 이 경우의 수는 $1 \times 56 = 56$

(i), (ii)에 의하여 구하는 함수의 개수는 $100 + 56 = 156$

180. (1) 126 (2) 21

$$(1) {}_5H_5 = {}_9C_5 = 126$$

(2) $f(1) \leq f(2) < f(3) < f(4) \leq f(5)$ 의 조건을 다음과 같이 4개의 경우로 나누어 생각하면

$f(1) < f(2) < f(3) < f(4) < f(5)$: 구하는 경우의 수 ${}_5C_5 = 1$

$f(1)=f(2) < f(3) < f(4) < f(5)$: 구하는 경우의 수 ${}_5C_4 = 5$

$f(1) < f(2) < f(3) < f(4) = f(5)$: 구하는 경우의 수 ${}_5C_4 = 5$

$f(1)=f(2) < f(3) < f(4) = f(5)$: 구하는 경우의 수 ${}_5C_3 = 10$

따라서 조건을 만족하는 모든 함수의 개수는 21

181. 69

(가), (나)를 통해 $f(1)$, $f(2)$ 는 홀수, $f(3)$ 은 짝수임을 알 수 있다.

$f(3)$ 을 기준으로 분류하자.

$$i) f(3)=2 \quad {}_1H_2 \times {}_6H_2 = 21$$

$$ii) f(3)=4 \quad {}_2H_2 \times {}_4H_2 = 30$$

$$iii) f(3)=6 \quad {}_3H_2 \times {}_2H_2 = 18$$

$$21 + 30 + 18 = 69$$

182. ①

$(x+y+x+w)^5$ 의 서로 다른 항의 일반항은

$$\frac{5!}{a!b!c!d!} x^a y^b z^c w^d \text{이므로}$$

$$a+b+c+d=5 \quad (a \geq 0, b \geq 0, c \geq 0, d \geq 0)$$

따라서 구하는 항의 개수는 ${}_4H_5 = {}_8C_5 = {}_8C_3 = 56$

183. ②

전개식의 모양은 $x^a y^b z^c w^d$ (a, b, c, d 는 음이 아닌 정수) 꼴이다.

$a+b+c+d=8$ 에서 x 를 포함하는 경우는 $a=1, 2, \dots, 8$ 인

경우이다.

$a=1$ 이면 $b+c+d=7$ 이고 구하는 경우의 수는 ${}_3H_7 = {}_9C_2$

$a=2$ 이면 $b+c+d=6$ 이고 구하는 경우의 수는 ${}_3H_6 = {}_8C_2$

...

$a=8$ 이면 $b+c+d=0$ 이고 구하는 경우의 수는 ${}_3H_0 = {}_2C_2$

따라서 구하는 경우의 수는

$${}_2C_2 + {}_3C_2 + \dots + {}_9C_2 = {}_{10}C_3 = 120$$

184. ③

$$\text{전개식의 일반항은 } {}_4C_r (ax^3)^{4-r} \left(\frac{2}{x^2}\right)^r = {}_4C_r a^{4-r} \cdot 2^r \cdot x^{12-5r}$$

x^2 의 항은 $12-5r=2$ 인 경우이므로 $r=2$

x^2 의 계수가 96이므로 $24a^2=96$

따라서 a 는 양수이므로 $a=2$

185. ④

$$\left(\sqrt{x} + \frac{\sqrt{2}}{x}\right)^8 \left(\sqrt{x} - \frac{\sqrt{2}}{x}\right)^8 = \left(x - \frac{2}{x^2}\right)^8$$

에서 일반항은

$${}_8C_r (x)^{8-r} \left(-\frac{2}{x^2}\right)^r = {}_8C_r (-2^r) x^{8-3r} \text{ (단,}$$

$$r=0, 1, 2, 3, \dots, 8)$$

이때 x^2 은 $8-3r=2$

$$\therefore r=2$$

따라서 x^2 의 계수는 $(-2)^2 \cdot {}_8C_2 = 112$

186. ④

$$\left(ax^{-1} + \frac{x^2}{2}\right)^5 \text{에서 } x^4 \text{의 계수는 } 2^{-3} \times a^2 \times {}_5C_3 = \frac{5}{4}a^2 = 20$$

$$a = 4$$

187. $n = 7$

$$\left(x^n + \frac{2}{x}\right)^n \text{의 일반항은 } {}_nC_r(x^2)^r\left(\frac{2}{x}\right)^{n-r} \text{로 } x^{3r-n} \text{이다.}$$

$$3r - n = -n \text{이므로 } r = 0 \text{일 때 } f(n) = {}_nC_0 2^n = 2^n$$

$$f(n) \times f(n+1) = 2^{2n+1} = 2^{15} \text{이므로 } n = 7$$

188. ①

$${}_5C_0 + 7 \times {}_5C_1 + 7^2 \times {}_5C_2 + 7^3 \times {}_5C_3 + 7^4 \times {}_5C_4 + 7^5 \times {}_5C_5$$

$$= (7+1)^5 = 8^5 = 2^{15}$$

따라서 $n = 15$

189. ③

$$(2+3)^{15} = 5^{15}$$

190. ②

$$(2x+1)^6 \text{의 일반항은 } {}_6C_r(2x)^r = {}_6C_r 2^r x^r \quad (0 \leq r \leq 6 \text{인 정수}) \text{이므로}$$

$$\left(2 + \frac{1}{x}\right)(2x+1)^6 \text{의 전개식의 항은}$$

$$2 \times {}_6C_r 2^r x^r = {}_6C_r 2^{r+1} x^r \text{ 또는 } \frac{1}{x} \times {}_6C_r (2x)^r = {}_6C_r 2^r x^{r-1}$$

이다. 따라서 x^3 의 계수는

$${}_6C_3 2^4 + {}_6C_4 2^4 = 20 \times 16 + 15 \times 16 = 560$$

이다.

191. ①

$${}_3C_3 + {}_4C_3 + \dots + {}_9C_3 = {}_{10}C_4 = 210$$

192. ②

파스칼 삼각형의 원리를 이용하면

$${}_3C_2 + {}_4C_2 + {}_5C_2 + \dots + {}_{19}C_2 = {}_{20}C_3 - 1$$

193. $a = 2$

$$(x+1)^2(x+a)^4 \text{의 } x^5 \text{의 계수는}$$

$$x^2 \times {}_4C_3 \times a \times x^3 = 4a \text{와}$$

$$2x \times {}_4C_4 \times x^4 = 2 \text{의 합과 같으므로 } 4a + 2 = 10$$

194. ②

$$(x^3+1)^4(x^4+3)^n$$

$$x^6 \text{의 계수는 } {}_4C_2 \times 3^n = 1458 \quad n = 5$$

$$x^{12} \text{의 계수는 } 1 \times 3^5 + 1 \times {}_5C_3 \times 3^2 = 243 + 90 = 333$$

195. ②

$$(x^2+ax)^5 = \sum_{r=0}^5 {}_5C_r (x^2)^{5-r} (ax)^r$$

$${}_5C_r (x^2)^{5-r} (ax)^r = {}_5C_r a^r x^{10-r}$$

$$x^{10-r} = x^6 \text{에서 } r = 4 \text{를 얻는다.}$$

$$x^6 \text{의 계수 } {}_5C_4 a^4 = 80 \text{이므로 } a = 2 \text{이다.}$$

196. ⑤

이항정리에 따라 전개식의 일반항은

$${}_{10}C_r 1^{10-r} x^r \cdot {}_9C_s 1^{9-s} (2x)^s = {}_{10}C_r {}_9C_s 2^s x^{r+s} \text{이므로}$$

x^2 의 계수는 세 가지 경우로 나눌 수 있다.

$$1) \quad r=0, \quad s=2 \text{ 일 때 } {}_{10}C_0 {}_9C_2 2^2 = 144$$

$$2) \quad r=1, \quad s=1 \text{ 일 때 } {}_{10}C_1 {}_9C_1 2^1 = 180$$

$$3) \quad r=2, \quad s=0 \text{ 일 때 } {}_{10}C_2 {}_9C_0 2^0 = 45$$

$$\therefore x^2 \text{의 계수는 } 144 + 180 + 45 = 369$$

197. ②

$$5^{10} = (6-1)^{10} = {}_{10}C_0 \times 6^0 \times (-1)^{10} + {}_{10}C_1 \times 6^1 \times (-1)^9$$

$$+ {}_{10}C_2 \times 6^2 \times (-1)^8 + \dots + {}_{10}C_{10} \times 6^{10} \times (-1)^0$$

세 번째 항 이후로는 모두 36으로 나누어 떨어지므로 5^n 을 36으로 나누었을 때의 나머지는 -5, 즉 31이다.

$$7^{10} = (6+1)^{10} = {}_{10}C_0 \times 6^0 + {}_{10}C_1 \times 6^1 + {}_{10}C_2 \times 6^2 + \dots + {}_{10}C_{10} \times 6^{10}$$

세 번째 항 이후로는 모두 36으로 나누어 떨어지므로 5^n 을 36으로 나누었을 때의 나머지는 7이다.

따라서 $5^{10} + 7^{10}$ 을 36으로 나눈 나머지는 2이다.

198. ①

$$(20-1)^{11} = {}_{11}C_0 20^0 (-1)^{11} + {}_{11}C_1 20^1 (-1)^{10} + {}_{11}C_2 20^2 (-1)^9 + \dots$$

$$+ {}_{11}C_{11} 20^{11}$$

$${}_{11}C_2 20^2 (-1)^9 + \dots + {}_{11}C_{11} 20^{11} \text{은 } 40 \text{으로 나누어떨어지므로}$$

나머지는 0이다.

$(20-1)^{11}$ 을 40으로 나눈 나머지는 $11 \times 20 - 1$ 을 나눈 나머지와 같다. 따라서 40으로 나눈 나머지는 219

199. 화요일

$x = 14$ 라 하자.

$$(x+1)^7 = xQ(x) + 1$$

이므로 화요일이 답이다.

200. ⑤

$${}_2C_0 + {}_3C_1 + {}_4C_2 + \dots + {}_{10}C_8 = {}_{11}C_8 = {}_{11}C_3$$

201. ②

$$N = {}_{25}C_1 + {}_{25}C_3 + {}_{25}C_5 + \dots + {}_{25}C_{25} = 2^{24}$$

$$\log_2 N = \log_2 2^{24} = 24$$

202. ③

$${}_{10}C_1 + {}_{10}C_3 + {}_{10}C_5 + \cdots + {}_{10}C_9 = \frac{2^{10}}{2} = 2^9$$

203. ②

집합 A의 원소의 개수가 30개 이므로

$$N = {}_{30}C_1 + {}_{30}C_3 + {}_{30}C_5 + \cdots + {}_{30}C_{29} = 2^{29}$$

$$\log_2 2^{29} = 29$$

204. ④

서로 다른 종류의 구슬 11개 중에서 r개를 택하고 나머지 (16-r)개는 같은 종류의 구슬을 택하면 된다.

따라서 구하는 경우의 수는

$${}_{11}C_6 + {}_{11}C_7 + {}_{11}C_8 + {}_{11}C_9 + {}_{11}C_{10} + {}_{11}C_{11} = 2^{10} = 1024$$

205. ③

$$a = 2^{11-1} = 1024$$

$$b = 0$$

$$c = \log_2 2^{10} = 10$$

$$a + b + c = 1034$$

206. ⑤

$$f(n) = 2^{2n-1} \text{ 이므로 } f(3) = 2^5$$

207. ③

$${}_nC_1 + {}_nC_3 + {}_nC_5 + \cdots = 2^{n-1} \text{ 이므로}$$

$$a_n = {}_{2n+1}C_1 + {}_{2n+1}C_3 + {}_{2n+1}C_5 + \cdots + {}_{2n+1}C_{2n+1} = 2^{2n} = 4^n \text{ 이다.}$$

$$\sum_{n=1}^5 a_n = \sum_{n=1}^5 4^n = \frac{4(4^5-1)}{4-1} = \frac{4 \times 1023}{3} = 4 \times 341 = 1364$$

208. ③

$$\sum_{r=0}^{n-1} {}_{2n-1}C_r = 2^{2n-2} = 1024 = 2^{10} \quad n=6$$

209. ③

$${}_3C_3 + {}_4C_3 + {}_5C_3 + \cdots + {}_{10}C_3 + {}_{11}C_3 = {}_{12}C_4 = 495$$

210. ④

$${}_9C_0 + {}_9C_2 + {}_9C_4 + {}_9C_6 + {}_9C_8 = 2^8 = {}_mP_n$$

8의 약수의 개수는 4개이므로 (m,n)의 개수는 4개이다.

211. ⑤

$$({}_{101}C_0 + {}_{101}C_1 + {}_{101}C_2 + \cdots + {}_{101}C_{50}) = 2^{100}$$

$$\log_4 (2^{100}) = 50$$

212. ⑤

이항계수의 성질에 의해

$${}_{2n}C_1 + {}_{2n}C_3 + {}_{2n}C_5 + \cdots + {}_{2n}C_{2n-1} = 2^{2n-1} \text{ 이 성립한다.}$$

$$100 < 2^{2n-1} < 3000, \quad 200 < 2^{2n} < 6000$$

$$2^8 = 256, \quad 2^{12} = 4096, \quad 2^{13} = 8192 \text{ 이므로}$$

부등식을 만족시키는 n의 값은 4, 5, 6이다.

213. ③

$$x + y + z = 3x - {}_6C_6 = 3 \times 2^5 - 1 = 95$$

214. ①

$$(7) \text{에 의해 } ({}_6C_0)^2 + ({}_6C_1)^2 + ({}_6C_2)^2 + \cdots + ({}_6C_6)^2 = {}_{12}C_6 = 924$$

215. (1) 5^7 (2) 360

$$(1) \quad {}_7C_0 + {}_7C_1 \times 2^2 + {}_7C_2 \times 2^4 + {}_7C_3 \times 2^6 + \cdots + {}_7C_7 \times 2^{14} = (1+2^2)^7$$

이 성립한다.

$$(2) \quad \left(1 + \frac{1}{xy}\right)^4 \text{의 전개식의 일반항은}$$

$${}_4C_a \times \left(\frac{1}{xy}\right)^a 1^{4-a} = {}_4C_a \times \left(\frac{1}{xy}\right)^a \text{ 이고 } (x-3y)^5 \text{의 전개식의}$$

$$\text{일반항은 } {}_5C_b \times x^b \times (-3y)^{5-b}$$

$$\left(1 + \frac{1}{xy}\right)^4 (x-3y)^5 \text{의 전개식에서 } x^2y \text{항은 } a=1, b=3 \text{이다.}$$

$$\text{따라서 구하는 계수는 } {}_4C_1 \times {}_5C_3 \times (-3)^2 = 360 \text{ 이다,}$$

216. ④

맨 아랫줄의 합:

$$({}_{10}C_0 + {}_{10}C_1 + \cdots + {}_{10}C_{10}) - {}_{10}C_0 - {}_{10}C_{10} = 2^{10} - 2 = 1022$$

$$\text{나머지 두 줄의 합: } (2+3+\cdots+9) \times 2 - {}_2C_1 = 86$$

$$\therefore 1022 + 86 = 1108$$

217. ①

$${}_3C_0 = {}_4C_0 \text{이고, } {}_{n-1}C_{r-1} + {}_{n-1}C_r = {}_nC_r \text{ 이므로}$$

$${}_4C_0 + {}_4C_1 = {}_5C_1 \text{과 같이 차례대로 정리하면}$$

$${}_3C_0 + {}_4C_1 + {}_5C_2 + \cdots + {}_{99}C_{96} = {}_{100}C_{100}$$

218. ②

$$f(n) = {}_nC_2 - n$$

$$\sum_{k=3}^{11} kC_2 - k = {}_{12}C_3 - 1 - 63 = 156$$

219. ③

○, △, ★를 각각 A, B, C 라 하자.

어떠한 두 문자도 연속되지 않는 경우가 존재하므로 교차되는

횟수의 최댓값은 10회, b=10

$$ex) ABCABCABCBC$$

A, B, C 문자열을 하나의 집합으로 놓고 생각한다면 교차되는

횃수의 최솟값은 2회, $a=2$, $f(a)=3!=6$
 $b+f(a)=10+6=16$

220. ②

함수 f 는 $f(n+1) < f(n)$ 을 만족시키는 $n(1 \leq n \leq 8)$ 이 하나만 존재하는 일대일대응이다.

(i) $n=1$ 인 경우 $f(1) > f(2) < f(3) < f(4) < \dots < f(9)$

$f(2)=1$ 이고, $f(1)$ 만 결정하면 되므로 그 경우의 수는

$${}_8C_1 = 8$$

(ii) $n=2$ 인 경우

$f(1) < f(2) > f(3) < f(4) < f(5) < \dots < f(9)$

$f(3)=1$ 이면, $f(1) < f(2)$ 인 $f(1)$, $f(2)$ 만 결정하면 되므로 그 경우의 수는

$${}_8C_2 = 28$$

$f(3)=2$ 이면 $f(1)=1$ 이고, $f(2)$ 만 결정하면 되므로 그 경우의 수는

$${}_7C_1 = 7$$

이므로 모든 경우의 수는 $28+7=35$ 이다.

(iii) $n=3$ 인 경우

$f(1) < f(2) < f(3) > f(4) < f(5) < f(6) < \dots < f(9)$

$f(4)=1$ 이면, $f(1) < f(2) < f(3)$ 인 $f(1)$, $f(2)$, $f(3)$ 만 결정하면 되므로 그 경우의 수는

$${}_8C_3 = 56$$

$f(4)=2$ 이면 $f(1)=1$ 이고, $f(2) < f(3)$ 인 $f(2)$, $f(3)$ 만 결정하면 되므로 그 경우의 수는

$${}_7C_2 = 21$$

$f(4)=3$ 이면 $f(1)=1$, $f(2)=2$ 이고, $f(3)$ 만 결정하면 되므로 그 경우의 수는

$${}_6C_1 = 6$$

이므로 모든 경우의 수는 $56+21+6=83$ 이다.

(iv) $n=4$ 인 경우

$f(1) < f(2) < f(3) < f(4) > f(5) < f(6) < f(7) < f(8) < f(9)$

$f(5)=1$ 이면, $f(1) < f(2) < f(3) < f(4)$ 인 $f(1)$, $f(2)$, $f(3)$, $f(4)$ 만 결정하면 되므로 그 경우의 수는

$${}_8C_4 = 70$$

$f(5)=2$ 이면 $f(1)=1$ 이고, $f(2) < f(3) < f(4)$ 인 $f(2)$, $f(3)$,

$f(4)$ 만 결정하면 되므로 그 경우의 수는

$${}_7C_3 = 35$$

$f(5)=3$ 이면 $f(1)=1$, $f(2)=2$ 이고, $f(3)$, $f(4)$ 만 결정하면 되므로 그 경우의 수는

$${}_6C_2 = 15$$

$f(5)=4$ 이면 $f(1)=1$, $f(2)=2$, $f(3)=3$ 이고, $f(4)$ 만 결정하면 되므로 그 경우의 수는

$${}_5C_1 = 5$$

이므로 모든 경우의 수는 $70+35+15+5=125$ 이다.

또한 $n=5, 6, 7, 8$ 인 경우는 $n=4, 3, 2, 1$ 인 경우와 그 경우의 수가 각각 같으므로 가능한 함수의 개수는

$$(8+35+83+125) \times 2 = 251 \times 2 = 502$$

이다.

[참고]

$$\text{가능한 함수의 개수} = \sum_{k=1}^8 (2^k - 1) = \frac{2(2^8 - 1)}{2 - 1} - 8 = 502$$

221. 40

$f(2)+f(3)=5$ 이면서 (나) 조건을 만족하는 경우의 수는

(i) $f(2)=1$, $f(3)=4$

$f(1)=1$ 일 수밖에 없고 $f(4)$ 와 $f(5)$ 가 될 수 있는 경우의 수는

$${}_4H_2 = {}_5C_2 = 10$$

(ii) $f(2)=2$, $f(3)=3$

$f(1)$ 은 1 또는 2가 될 수 있고, $f(4)$ 와 $f(5)$ 가 될 수 있는

경우의 수는 ${}_5H_2 = {}_6C_2 = 15$ 이므로 $2 \times 15 = 30$

따라서 조건을 만족시키는 함수는 총 $10+30=40$ 개다.

222. ③

함숫값의 총 합이 짝수이고, Y 에서 짝수의 개수 2개에 대하여 다음과 같이 분류하면 된다.

(i) 짝홀홀홀홀

$${}_2C_1 \times {}_3C_2 \times {}_5C_1 \times (2^4 - 2) = 420$$

(ii) 짝짝짝홀홀

(짝, 홀)의 종류 뽑기 : (2, 1) 또는 (1, 2)

$$(2, 1) : {}_2C_2 \times {}_3C_1 \times {}_5C_3 \times (2^3 - 2) \times 1^2 = 180$$

$$(1, 2) : {}_2C_1 \times {}_3C_2 \times {}_5C_3 \times 2! = 120$$

223. ②

흰 공이 들어있지 않은 상자 1개와 검은 공이 들어있지 않은 상자 2개를 결정하는 방법의 수는 12가지이다.

A 상자에 흰 공이 들어있지 않고, B, C 상자에 검은 공이 들어있지 않다고 가정하면, 빈 상자는 존재하지 않으므로 A 상자에는 검은공이 적어도 1개 들어있고 마찬가지로 B, C 상자에는 흰 공이 적어도 하나 들어있다고 할 수 있다. 또 D 상자에는 검은 공과 흰 공이 각각 하나씩 들어있다.

A상자 B상자 C상자 D상자



나머지 흰 공 1개를 넣는 경우는 3가지

검은 공 4개를 넣는 경우는 ${}_2H_4 = 5$ 가지

따라서 구하는 경우의 수는

$$12 \times 3 \times 5 = 180$$

224. ②

$x+y+z=k$ 을 만족하는 음이 아닌 정수 순서쌍은

$${}_3H_k = {}_{k+2}C_2 = \frac{(k+2)(k+1)}{2}$$

$$6 \leq \frac{(k+2)(k+1)}{2} \leq 15$$

$$2 \leq k \leq 4$$

(1) $k=2$ 일 때, $x+y+z=2$ 을 만족하는 경우의 수는 ${}_3H_2=6$
모두 자연수인 경우는 없다.

(2) $k=3$ 일 때, $x+y+z=3$ 을 만족하는 경우의 수는 ${}_3H_3=10$
모두 자연수인 경우는 $(1, 1, 1)$

(3) $k=4$ 일 때, $x+y+z=4$ 를 만족하는 경우의 수는 ${}_3H_4=15$
모두 자연수인 경우는 $(2, 1, 1), (1, 2, 1), (1, 1, 2)$

$$\text{모두 자연수일 확률은 } \frac{4}{31}$$

225. 26

집합 $X = \{-4, -3, -2, -1, 1, 2, 3, 4\}$ 이므로 $|f(x)|$ 가 될 수 있는 값은 1, 2, 3, 4이고, 함수 $|f(x)|$ 의 최댓값은 4이므로 $|f(-4)|=4$ 이고,

$$4 \geq |f(-3)| \geq |f(-2)| \geq \dots \geq |f(4)| \geq 1$$

이므로 $|f(x)|$ 를 결정하는 경우의 수는

$${}_4H_7 = {}_{10}C_7 = {}_{10}C_3 = 120 \text{이다. 또한 } f(x) \text{의 부호를 결정하는}$$

경우는 각각 2가지이므로 함수 $f: X \rightarrow X$ 의 개수는

$$120 \times 2^8 = (2^3 \times 15) \times 2^8 = 15 \times 2^{11}$$

이다. 따라서 $a+b$ 의 값은 $15+11=26$ 이다.

226. ⑤

각 상자에 빨간 구슬을 1개씩 넣고 남은 5개의 구슬을 각 상자에 넣은 경우의 수는 ${}_3H_5=21$

(1) 노란 구슬 5개를 모두 한 상자에 넣는 경우
1가지

(2) 노란 구슬을 $(1, 4), (2, 3)$ 으로 나누어 두 상자에 넣는 경우
 $2 \times {}_3C_2 \times 2 = 12$

$$\therefore 21 \times (3+12) = 315$$

227. ④

$A+B+C+D=9$ 에서 B 가 C 보다 더 많은 연필을 받으므로

$(B, C) = (2, 1), (3, 1), (3, 2), (4, 1), (4, 2), (4, 3),$

$(5, 1), (5, 2), (6, 1)$

$${}_2H_4 + {}_2H_3 + {}_2H_2 \times 2 + {}_2H_1 \times 2 + {}_2H_0 \times 3 = 22$$

228. 224

$$a+b+c+d=20$$

3으로 나눈 나머지가 2인 양의 정수 선택 ${}_4C_1' = 47$ 가지 $\dots 1$)

네 수를 $3x+1, 3y+1, 3z+1, 3w+2$ 라 하면

$$(3x+1) + (3y+1) + (3z+1) + (3w+2) = 20$$

$$3(x+y+z+w) + 5 = 20$$

$$x+y+z+w=5 \quad (x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0, w \geq 0)$$

$${}_4H_5 = {}_8C_5 = {}_8C_3 = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 56 \quad \dots 2)$$

1), 2)에 의해 구하는 순서쌍 (a, b, c, d) 의 개수는 $4 \cdot 56 = 224$

229. ③

A 와 B 에 들어가는 흰 공의 개수의 순서쌍에 따라 경우의 수를 분류하자.

$$i) (A, B) = (4, 1) \quad {}_2H_3 \times ({}_2H_0)^2 = 4$$

$$ii) (A, B) = (3, 2) \quad {}_2H_2 \times ({}_2H_1)^2 = 12$$

$$iii) (A, B) = (2, 3) \quad {}_2H_1 \times ({}_2H_2)^2 = 18$$

$$iv) (A, B) = (1, 4) \quad {}_2H_0 \times ({}_2H_3)^2 = 16$$

$$\therefore 4 + 12 + 18 + 16 = 50$$

230. ⑤

(i) $u=1$ 일 때

$$x+y+z \leq 14 \text{에서}$$

$$x+y+z+w=14 \quad (x, y, z \text{는 자연수, } w \text{는 음이 아닌 정수})$$

$$(x'+1) + (y'+1) + (z'+1) + w = 14$$

$$x' + y' + z' + w = 11 \quad (x', y', z', w \text{는 음이 아닌 정수})$$

이를 만족하는 경우의 수는

$${}_4H_{11} = {}_{14}C_{11} = {}_{14}C_3 = \frac{14 \times 13 \times 12}{3 \times 2 \times 1} = 364$$

(ii) $u=2$ 일 때

$$x+y+z \leq 7 \text{에서}$$

$$x+y+z+w=7 \quad (x, y, z \text{는 자연수, } w \text{는 음이 아닌 정수})$$

$$(x'+1) + (y'+1) + (z'+1) + w = 7$$

$$x' + y' + z' + w = 4 \quad (x', y', z', w \text{는 음이 아닌 정수})$$

이를 만족하는 경우의 수는

$${}_4H_4 = {}_7C_4 = {}_7C_3 = \frac{7 \times 6 \times 5}{3 \times 2 \times 1} = 35$$

따라서 모든 순서쌍의 개수는 $364 + 35 = 399$ 이다.

231. 199

세 상자에 들어가는 흰 공의 개수를 각각 a, b, c 라 하면

$a+b+c=3$ 이므로 세 상자에 흰 공을 나누어 넣는 경우의 수는

$${}_3H_3 = {}_5C_3 = {}_5C_2 = 10 \text{이다.}$$

세 상자에 들어가는 검은 공의 개수를 각각 x, y, z 라 하면

$x+y+z=6$ 이므로 세 상자에 검은 공을 나누어 넣는 경우의 수는

$${}_3H_6 = {}_8C_6 = {}_8C_2 = 28 \text{이다.}$$

따라서 흰 공 3개와 검은 공 6개를 세 상자 A, B, C에 남김없이 나누어 넣는 전체 경우의 수는 $10 \times 28 = 280$ 이다.

(단, 빈 상자가 있을 수 있다.)

두 상자에만 공을 나누어 넣는 경우의 수를 마찬가지로 구하면

$${}_3C_2 \times {}_2H_3 \times {}_2H_6 = 3 \times {}_4C_3 \times {}_7C_6 = 84 \text{이다.}$$

A, B에만 담는 경우 / A, C에만 담는 경우 / B, C에만 담는

경우가 있는데 이 중 A에만 담는 경우, B에만 담는 경우, C에만 담는 경우가 중복되어 있다.

따라서 문제에서 구하는 경우의 수는 $280 - 84 + 3 = 199$ 이다.

232. ④

부등식 $x+y+z \leq k$ 만족하는 순서쌍의 개수는

$${}_3H_0 + {}_3H_1 + {}_3H_2 + \cdots + {}_3H_k \leq 100$$

$${}_2C_0 + {}_3C_1 + {}_4C_2 + \cdots + {}_{2+k}C_k \leq 100$$

$${}_{3+k}C_k \leq 100$$

$$\frac{(k+3)(k+2)(k+1)}{6} \leq 100$$

정수 k 의 최댓값은 6

233. ⑤

검은 공을 a , 흰 공을 b , 빨간 공을 c 라 하자.㉠ $aaabbb$ 꼴

같은 색의 공을 각각 3개 2개씩 선택하는 경우의 수는 6가지

이 5개의 공을 두 그룹으로 나눈 방법은

$$4+1 : 2\text{가지 (1개 받는 사람이 받는 공 } a, b)$$

$$3+2 : 3\text{가지 (2개 받는 사람이 받는 공 } aa, bb, ab)$$

구하는 경우의 수는 $6 \times 5 \times 2! = 60$ ㉡ $aaabc$ 꼴

같은 색의 공을 3개 나머지 색의 공을 각각 1개씩 선택하는

경우의 수는 3가지

이 5개의 공을 두 그룹으로 나눈 방법은

$$4+1 : 3\text{가지 (1개 받는 사람이 받는 공 } a, b, c)$$

$$3+2 : 4\text{가지 (2개 받는 사람이 받는 공 } aa, ab, ac, bc)$$

구하는 경우의 수는 $3 \times 7 \times 2! = 42$ ㉢ $aabbc$ 꼴

같은 색의 공을 각각 2개씩 선택하는 경우의 수는 3가지

이 5개의 공을 두 그룹으로 나눈 방법은

$$4+1 : 3\text{가지 (1개 받는 사람이 받는 공 } a, b, c)$$

$$3+2 : 5\text{가지 (2개 받는 사람이 받는 공 } aa, bb, ab, ac, bc)$$

구하는 경우의 수는 $3 \times 8 \times 2! = 48$ 따라서 구하는 모든 경우의 수는 $60 + 42 + 48 = 150$

234. 241가지.

$$0 \leq 6(d+e) < 18 \text{ 이므로 } 0 \leq d+e < 3$$

i) $d+e=0$, $a+b+c=0$ 일 때, 1가지.ii) $d+e=1$, $a+b+c=5$ 일 때, ${}_2H_1 \times {}_3H_5 = 42$ iii) $d+e=2$, $a+b+c=10$ 일 때, ${}_2H_2 \times {}_3H_{10} = 198$ $\therefore 241$

235. 290

㉠ 사탕 2개를 1명에게 모두 나누어 주는 경우, 나머지 3명은 초콜릿을 적어도 하나 이상 받는다. 구하는 경우의 수는 ${}_4C_1 \times {}_4H_3 = 80$

㉡ 사탕 2개를 2명에게 한 개씩 나누어 주는 경우, 나머지 2명은 초콜릿을 적어도 하나 이상 받는다. 구하는 경우의 수는

$${}_4C_2 \times {}_4H_4 = 210$$

따라서 구하는 경우의 수는 $80 + 210 = 290$

236. ⑤

 $f(4)=1$, $f(5)=5$ 일 때, 나머지 지역의 원소를 a 라 하면

$$f(1), f(2), f(3) \text{의 경우의 수는 } {}_3H_3 - {}_2H_3 = {}_5C_3 - {}_4C_3 = 6$$

$$3 \times 6 = 18\text{가지}$$

 $f(4)=3$, $f(5)=3$ 일 때, 나머지 지역의 원소를 a , b 라 하면 $f(1), f(2), f(3)$ 의 경우의 수는 전부 a, b 에 대응하거나 $a, b, 3$ 에

$$\text{하나씩 대응해야 하므로 } {}_2H_3 + 1 = {}_4C_3 + 1 = 5$$

 a, b 를 뽑는 경우를 고려하면 ${}_4C_2 \times 5 = 30\text{가지}$

$$f(4)+f(5)=1+5=2+4=3+3=4+2=5+1 \text{ 이므로}$$

$$18 \times 4 + 30 \times 1 = 102 \text{ 가지다.}$$

237. (1) 495 (2) 1820

$$(1) a=2a', b=2b', c=2c'-1, d=2d'-1, e=2e'-1$$

라 하자 (단, a', b', c', d', e' 은 자연수이다.)문제의 식을 정리하면 $a'+b'+c'+d'+e'=13$ 이므로

$${}_5H_8 = {}_{12}C_4 = 495$$

$$(2) a+b+c+d+e=23\text{을}$$

$$(a'+1)+(b'+1)+(c'+2)+(d'+3)+(e'+4)=23,$$

$$a'+b'+c'+d'+e'=12\text{이므로}$$

$${}_5H_{12} = {}_{16}C_4 = 1820$$

238. ⑤

(i) x_1, x_2, x_4 중 짝수가 3개일 때 x_3 도 짝수이므로

$$x_1=2a+2, x_2=2b+2, x_3=2c+2, x_4=2d+2$$

 (a, b, c, d) 는 음이 아닌 정수라고 할 수 있다.

$$a+b+c+d=6 \text{ 이므로 } {}_4H_6 = {}_9C_6 = {}_9C_3 = 84\text{이다.}$$

(ii) x_1, x_2, x_4 중 짝수가 1개일 때

$$x_1=2a+2, x_2=2b+1, x_3=2c+2, x_4=2d+1$$

 (a, b, c, d) 는 음이 아닌 정수라고 할 수 있다.

$$a+b+c+d=7 \text{ 이므로 } {}_4H_7 = {}_{10}C_7 = {}_{10}C_3 = 120\text{이다.}$$

 x_1 외에 x_2, x_4 도 짝수인 경우가 있으므로구하는 경우의 수는 $120 \times 3 = 360$ 이다.

따라서 모든 순서쌍의 개수는 444이다.

239. ④

5이하의 자연수 순서쌍 (a, b, c, d) 의 개수는

$$c=1\text{일 때, } 1 \leq a \leq b \leq 2 \leq d \leq 5 \quad {}_2H_2 \cdot {}_4C_2 = {}_3C_2 \cdot 4 = 12\text{개}$$

$$c=2\text{일 때, } 1 \leq a \leq b \leq 3 \leq d \leq 5 \quad {}_3H_2 \cdot {}_3C_2 = {}_4C_2 \cdot 3 = 18\text{개}$$

$$c=3\text{일 때, } 1 \leq a \leq b \leq 4 \leq d \leq 5 \quad {}_4H_2 \cdot {}_2C_2 = {}_5C_2 \cdot 2 = 20\text{개}$$

$$c=4\text{일 때, } 1 \leq a \leq b \leq 5 = d \quad {}_5H_2 \cdot {}_1C_2 = {}_6C_2 \cdot 1 = 15\text{개}$$

따라서 순서쌍의 개수는 $12 + 18 + 20 + 15 = 65$

240. ②

문제의 조건에서 지역의 원소는 10이 될 수 없다.

㉠ 지역의 원소의 개수가 1개인 경우

함수의 개수는 6가지

㉡ 지역의 원소의 개수가 2개인 경우

가능한 지역의 개수는 ${}_6C_2 - 4 = 11$ 가지($\{2,5\}$, $\{2,15\}$, $\{4,5\}$, $\{4,15\}$ 제외)

이 때 함수의 개수는 2개의 원소에 대응되는 정의역의 원소의 개수를 세는 것으로 할 수 있다. 예를 들어, 지역이 $\{2,5\}$ 일 때, 2에 대응하는 정의역의 원소의 개수를 a , 5에 대응하는 정의역의 원소의 개수를 b 라 하면 $a+b=6$ (a, b 자연수)를 만족하는

순서쌍의 개수와 같으므로, ${}_2H_4 = {}_5C_4 = 5$ 따라서 지역의 원소의 개수가 2개인 함수의 개수는 $11 \times 5 = 55$

㉢ 지역의 원소의 개수가 3개인 경우

지역의 개수 : 8가지

함수의 개수 : ${}_3H_3 = 10$ 따라서 지역의 원소의 개수가 3개인 함수의 개수는 $8 \times 10 = 80$

㉤ 지역의 원소의 개수가 4개인 경우

지역의 개수 : 27가지

함수의 개수 : ${}_4H_2 = 10$ 따라서 지역의 원소의 개수가 3개인 함수의 개수는 $2 \times 10 = 20$ ㉠, ㉡, ㉢, ㉤에서 함수의 개수는 $6 + 55 + 80 + 20 = 161$ 가지이다.

241. ①

빨간 공, 노란 공, 파란 공의 개수를 각각 a , b , c 라 하면 $a+b+c \leq 10$ ($a \geq 1$, $b \geq 1$, $c \geq 1$) $(a-1)+(b-1)+(c-1) \leq 7$ 이므로 ${}_3H_0 + {}_3H_1 + \dots + {}_3H_7 = {}_2C_0 + {}_3C_1 + {}_4C_2 + \dots + {}_9C_7$ $= {}_3C_0 + {}_3C_1 + {}_3C_2 + \dots + {}_9C_7$ (파스칼의 삼각형에 따라) $= {}_9C_6 + {}_9C_7 = {}_{10}C_7 = {}_{10}C_3 = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 120$

242. ⑤

 A 의 원소의 개수가 0개인 경우 ${}_{10}C_0$ (공집합) A 의 원소의 개수가 1개인 경우 ${}_{10}C_1$

...

 A 의 원소의 개수가 10개인 경우 ${}_{10}C_{10}$

따라서 구하는 경우의 수는

 ${}_{10}C_0 + {}_{10}C_1 + {}_{10}C_2 + \dots + {}_{10}C_{10} = 2^{10}$ 그런데 A, B 가 각각 공집합인 경우 2가지를 제외해야 하므로

구하는 경우의 수는 1022

243. ④

 $\left(px + \frac{1}{x}\right)^n$ 의 일반항이 ${}_nC_r \cdot (px)^r \cdot \left(\frac{1}{x}\right)^{n-r} = {}_nC_r \cdot p^r \cdot x^{2r-n}$ 이므로 $2r-n=0$, $n=2r$ 일 때 상수항이므로 계수는 ${}_{2r}C_r p^r = 540$ $r=1$ 일 때, $2p=540$ $p=270 \neq$ 소수 $r=2$ 일 때, $6p^2=540$ $p^2=90$ $p=\pm 3\sqrt{10} \neq$ 소수 $r=3$ 일 때, $20p^3=540$ $p^3=27$ $p=3$ 소수 성립따라서 $n=2 \cdot 3 = 6$

244. 738

 $\left(x^2 + \frac{\sqrt{2}}{x}\right)^n$ 이 전개식의 일반항은 ${}_nC_r \left(\frac{\sqrt{2}}{x}\right)^r (x^2)^{n-r} = {}_nC_r (\sqrt{2})^r \times (x)^{2n-3r}$ 상수항이 되려면 $2n-3r=0$ $n=3, r=2$ 일 때 계수는 ${}_3C_2 \times (\sqrt{2})^2 = 6$ $n=6, r=4$ 일 때 계수는 ${}_6C_4 \times (\sqrt{2})^4 = 60$ $n=9, r=6$ 일 때 계수는 ${}_9C_6 \times (\sqrt{2})^6 = 672$ 따라서 상수항은 $6 + 60 + 672 = 738$

245. ③

3차 항은 다음 세 가지 경우로 얻어진다.

(i) ${}_2C_2 x^2 \cdot {}_5C_1 (2x)^1 a^4 = 10a^4 x^3$ (ii) ${}_2C_1 x \left(-\frac{1}{4x}\right) \cdot {}_5C_3 (2x)^3 a^2 = -40a^2 x^3$ (iii) ${}_2C_0 \left(-\frac{1}{4x}\right)^2 \cdot {}_5C_5 (2x)^5 = 2x^3$ 따라서 $10a^4 - 40a^2 + 2 = 452$ 이고, $a^4 - 4a^2 - 45 = 0$, $a^2 = 9$ 이다.양수 a 는 3이다.

246. ①

 $x(a+x)^n$ 에서 x^{n-1} 의 계수 : ${}_nC_{n-2} a^2$ $4\{(a+x)^n - (a-x)^n\}$ 에서 x^{n-1} 의 계수 : n 이 홀수 일 때 : 0 n 이 짝수일 때 : $4 \times 2 \times {}_nC_{n-1} a$ 두 다항식에서 x^{n-1} 의 계수가 같아야하므로 n 은 짝수이고 ${}_nC_{n-2} a^2 = 8a {}_nC_{n-1}$ 즉 $a(n-1) = 16$ n 이 짝수이므로 $n=2$ $a=16$ 으로 한 개만 가능하다.

247. ⑤

 $f(x) = {}_{90}C_x \times \frac{91 \times 92 \times 93}{x^3 + 6x^2 + 11x + 6} = {}_{90}C_x \times \frac{91 \times 92 \times 93}{(x+1)(x+2)(x+3)}$ $= \frac{93!}{(x+3)!(90-x)!} = {}_{93}C_{x+3}$ $f(0) + f(1) + f(2) + \dots + f(89) + f(90)$ $= \sum_{k=0}^{90} {}_{93}C_{k+3} = 2^{93} - {}_{93}C_0 - {}_{93}C_1 - {}_{93}C_2$

$$k = 1 + 93 + 4278 = 4372$$

248. ④

$${}_{4n}C_0 + {}_{4n}C_4 + {}_{4n}C_8 + \cdots + {}_{4n}C_{4n} = 2^{4n-2} + f(n)$$

$$x=1 \text{ 대입 } {}_{4n}C_0 + {}_{4n}C_1 + {}_{4n}C_2 + \cdots + {}_{4n}C_{4n} = 2^{4n} \quad \neg \text{식}$$

$$x=-1 \text{ 대입 } {}_{4n}C_0 - {}_{4n}C_1 + {}_{4n}C_2 + \cdots + {}_{4n}C_{4n} = 0 \quad \neg \text{식}$$

$x=i$ 대입하면 실수부분과 허수부분은 다음과 같다.

$$({}_{4n}C_0 - {}_{4n}C_2 + {}_{4n}C_4 + \cdots + {}_{4n}C_{4n}) = (-4)^n \quad \neg \text{식}$$

$$({}_{4n}C_1 - {}_{4n}C_3 + {}_{4n}C_5 + \cdots - {}_{4n}C_{4n-1})i = 0i$$

$\neg$ 식과 $\neg$ 식을 더하고 $\neg$ 식의 실수부분을 더하여 정리하면

$$f(n) = (-1)^n \times 2^{2n-1} \text{이다.}$$

249. 5

$$(1-x)^n(1+x)^{9-n}$$

$$= ({}_nC_0x^0 - {}_nC_1x^1 + {}_nC_2x^2 - \cdots)({}_nC_0x^0 + ({}_{9-n}C_1x^1 + ({}_{9-n}C_2x^2 - \cdots))$$

$$= 1x^0 + \{(9-n)-n\}x^1 + \{{}_nC_2 + ({}_{9-n}C_2 - n(9-n))\}x^2 + \cdots$$

$$x \text{의 계수: } 9-2n < 0, n > \frac{9}{2}$$

$$x^2 \text{의 계수: } 2(n^2 - 9n + 18) < 0, 2(n-3)(n-6) < 0$$

$$\text{부등식을 정리하면 } \frac{9}{2} < n < 6$$

$\therefore$ 정수 n 은 5이다.

250. ③

$${}_9C_0 + {}_9C_2 + {}_9C_4 + {}_9C_6 + {}_9C_8 = 2^8$$

$$2^8 = m^n \text{이므로 } (2^8, 1), (2^4, 2), (2^2, 4), (2, 8)$$

$$\therefore 257 + 8 = 265$$

251. ①

$$(가) \quad {}_{2n}C_n$$

$$(나) \quad \frac{n}{2}$$

$$S = ({}_nC_1)^2 + 2 \times ({}_nC_2)^2 + \cdots + (n-1) \times ({}_nC_{n-1})^2 + n \times ({}_nC_n)^2$$

$$S = ({}_nC_{n-1})^2 + 2 \times ({}_nC_{n-2})^2 + \cdots + (n-1) \times ({}_nC_1)^2 + n \times ({}_nC_0)^2$$

라 하고 변변 더하면

$$2S = n \times \{({}_nC_0)^2 + ({}_nC_1)^2 + ({}_nC_2)^2 + \cdots + ({}_nC_n)^2\}$$

(다) 9

$$\frac{n}{2} \times {}_{2n}C_n \geq 5 \times {}_{2n}C_{n-1}$$

간단히 하면 $n+1 \geq 10$ 따라서 최솟값은 9

$$f(4) = {}_8C_4 = 70, \quad g(4) = 2, \quad k=9 \text{이므로 구하는 값은 } 81$$

252. ③

$$A = \{1, 2, 3, 6\}, B = \{4, 8\}, C = \{2, 3, 5\}$$

$$A \cap B = B \cap C = \emptyset$$

따라서 배반인 사건은 A 와 B , B 와 C

$$253. \{6\}, \{1, 6\}, \{4, 6\}, \{1, 4, 6\}$$

표본공간 $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 이고,

소수의 눈이 나오는 사건 $A = \{2, 3, 5\}$ 이다.

A 와 B 가 배반사건이라면 $P(A \cap B) = 0$ 이므로 $A \cap B = \emptyset$ 이어야

한다. 따라서, B 는 $A^C = \{1, 4, 6\}$ 의 부분집합 중 6을 반드시

포함하는 사건이다.

그러므로 구하고자 하는 사건 B 는

$$\{6\}, \{1, 6\}, \{4, 6\}, \{1, 4, 6\} \text{와 같이 4개다.}$$

254. ①

주사위 눈의 수가 6의 약수가 나오는 사건을 A 라고 하고 소수의

눈의 수가 나오는 사건을 B 라고 하자.

$$P(A) = \frac{4}{6}$$

$$P(A \cap B) = \frac{2}{6}$$

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{1}{2}$$

$$\text{따라서 } \frac{p}{q} = \frac{1}{2}, p+q=3 \text{이다.}$$

255. ⑤

$$\text{성공할 확률 } p = \frac{1350}{2000} = \frac{675}{1000} = 0.675$$

256. ②

$$1 - 0.6 - 0.1 = 0.3$$

257. ②

$${}_5C_3 \left(\frac{1}{3}\right)^5 \times {}_3C_1 = \frac{10}{81}$$

258. ⑤

흰 공 1개, 검은 공 1개 뽑을 확률은

$$\frac{{}_5C_1 \times {}_4C_1}{{}_9C_2} = \frac{5}{9}$$

259. ①

동전 두 개는 서로 다른 면이 나오고, 주사위는 서로 같은 눈의

수가 나올 확률은

$$\frac{2}{2 \times 2} \times \frac{6}{6 \times 6} = \frac{1}{12}$$

이다.

260. ②

분모 : $6 \cdot 6 = 36$

분자 : $8 = 2 + 6 = 3 + 5 = 4 + 4$ 이므로 가능한 경우의 수는 5

따라서 구하는 확률은 $\frac{5}{36}$

261. ④

처음에 흰색공이 나올 확률은 $\frac{4}{12} = \frac{1}{3}$

두번 째에 주황색 공이 나올 확률은 $\frac{8}{11}$ 이다.

$$\frac{1}{3} \times \frac{8}{11} = \frac{8}{33}$$

262. ⑤

한 번의 시행에서 흰 구슬이 뽑힐 확률은 $\frac{3}{n+5}$ 이므로

$$\frac{3}{n+5} = \frac{500}{3000} = \frac{1}{6} \text{에서 } n = 13$$

263. ③

n 이 50 이하의 자연수이므로 전체 경우의 수는 50가지

$$12x^2 - 7nx + n^2 = 0, (3x - n)(4x - n) = 0$$

$$x = \frac{n}{3} \text{ 또는 } x = \frac{n}{4} \text{ 이므로 정수해가 존재하려면}$$

x 는 3의 배수 또는 4의 배수이므로 경우의 수는

$$n(3\text{의 배수}) + n(4\text{의 배수}) - n(12\text{의 배수}) = 16 + 12 - 4 = 24\text{가지}$$

$$\frac{24}{50} = \frac{12}{25}$$

264. ⑤

한 번의 시행에서 흰 구슬이 뽑힐 확률은 $\frac{3}{n+5}$ 이므로

$$\frac{3}{n+5} = \frac{500}{3000} = \frac{1}{6} \text{에서 } n = 13$$

265. ③

남학생이 먼저 원탁에 앉고 여학생이 사이에 들어갈 확률은

$$\frac{3! \times 4!}{7!} = \frac{1}{35}$$

266. ①

어른을 ○, 어린이를 ×이라 놓으면 어른 4명과 어린이 4명을 번갈아 세우는 방법은 ○×○×○×○×, ×○×○×○×○인 2가지이다.

따라서, 전체 경우의 수는 8!이고, 번갈아 세우는 경우의 수는

$$2 \times 4! \times 4! \text{이므로 구하고자 하는 확률은 } \frac{2 \times 4! \times 4!}{8!} = \frac{1}{35} \text{이다.}$$

267. ⑤

분모 : 6!

분자 : (여사건) ♥가 맨 뒤에 오는 확률은 $5! \cdot 1 = 5!$

$$\text{따라서 구하는 확률은 } 1 - \frac{5!}{6!} = 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$$

268. ①

어른을 ○, 어린이를 ×이라 놓으면 어른 4명과 어린이 4명을 번갈아 세우는 방법은 ○×○×○×○×, ×○×○×○×○인 2가지이다.

따라서, 전체 경우의 수는 8!이고, 번갈아 세우는 경우의 수는

$$2 \times 4! \times 4! \text{이므로 구하고자 하는 확률은 } \frac{2 \times 4! \times 4!}{8!} = \frac{1}{35} \text{이다.}$$

269. ②

두 집합 $X = \{a, b, c\}$, $Y = \{1, 3, 5, 7\}$ 에 대하여 X 에서

Y 로의 함수의 개수는 4^3 이고, 일대일 함수의 개수는 ${}_4P_3$ 이므로 그 확률은

$$\frac{{}_4P_3}{4^3} = \frac{24}{64} = \frac{3}{8}$$

이다.

270. ②

전체 다섯 자리 자연수의 개수는 $5! = 120$ 개다.

그중 40000보다 큰 수의 개수는 만의 자리 숫자가 4 또는 5인 경우이므로 $2 \times 4! = 48$ 개

$$\text{따라서, 구하고자 하는 확률은 } \frac{48}{120} = \frac{2}{5} \text{이다.}$$

271. ②

전체 다섯 자리 자연수의 개수는 $5! = 120$ 개다.

그중 40000보다 큰 수의 개수는 만의 자리 숫자가 4 또는 5인 경우이므로 $2 \times 4! = 48$ 개

$$\text{따라서, 구하고자 하는 확률은 } \frac{48}{120} = \frac{2}{5} \text{이다.}$$

272. ⑤

원 중에서 4개는 빨간색으로, 5개는 파란색으로, 2개는 노란색으로 11개의 원의 내부를 모두 임의로 칠할 때, 색칠한 그림이 좌우 대칭일 확률은?

$$\text{전체 경우의 수는 } \frac{11!}{4! \times 5! \times 2!} \text{가지}$$

좌우 대칭이 되려면 가운데 파란색을 배치하고 나머지 왼쪽에 빨간색 2개 파란색 2개 노란색 1개를 배치하면 된다.

$$\text{대칭일 확률은 } \frac{\frac{5!}{2! \times 2!}}{\frac{11!}{4! \times 5! \times 2!}} = \frac{1}{231} \text{이다.}$$

273. ⑤

분모 $x + y = 10$ 일 때 $(x, y) = (1, 9), (2, 8), \dots, (9, 1)$ 9개

분자 (여사건) $xy \geq 25$ 인 $(x, y) = (5, 5)$ 1개

$$\text{따라서 구하는 확률은 } 1 - \frac{1}{9} = \frac{8}{9}$$

274. ③

두수의 곱이 짝수이면 짝짝과 홀짝이다.

$$\frac{{}_4C_2 + {}_4C_1 \times {}_4C_1}{{}_8C_2} = \frac{6+16}{28} = \frac{11}{14}$$

275. ①

$$\begin{aligned} P(A \cap B) &= P(A) + P(B) - P(A \cup B) \\ &= \frac{1}{2} + \frac{3}{5} - \frac{9}{10} \\ &= \frac{1}{5} \end{aligned}$$

276. ⑤

$$\begin{aligned} P(A) &= \frac{2}{5}, P(B) = \frac{4}{5}, \\ P(A \cup B) &= P(A) + P(B) - P(A \cap B) \\ \frac{9}{10} &= \frac{2}{5} + \frac{4}{5} - P(A \cap B) \text{이다.} \therefore P(A \cap B) = \frac{3}{10} \end{aligned}$$

$$P(B|A) = \frac{n(A \cap B)}{n(A)} = \frac{3}{4}$$

277. ④

$$\begin{aligned} P(A \cup B) &= P(A) + P(B) - P(A \cap B) \\ P(A \cap B) &= \frac{3}{5} + \frac{2}{5} - \frac{7}{10} = \frac{3}{10} \\ \therefore P(A|B) &= \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{3}{10}}{\frac{2}{5}} = \frac{3}{4} \end{aligned}$$

278. ④

$$\begin{aligned} P(A^c \cap B^c) &= \frac{1}{3} \text{에서 } P(A \cup B) = \frac{2}{3} \\ P(A \cup B) &= P(A \cap B^c) + P(A \cap B) + P(A^c \cap B) \text{이므로} \\ P(A \cap B) &= \frac{2}{3} - \frac{1}{6} - \frac{1}{6} = \frac{1}{3} \end{aligned}$$

279. ②

$$\begin{aligned} P(A) &= P(A \cup B) - P(B) + P(A \cap B) \text{이므로} \\ P(A) &= 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{5}{6} \\ \therefore P(A^c) &= 1 - \frac{5}{6} = \frac{1}{6} \end{aligned}$$

280. ④

$$\begin{aligned} \text{전체에서 경품권을 한 장도 꺼내지 못할 확률은} \\ 1 - \frac{{}_7C_2}{{}_{10}C_2} &= \frac{8}{15} \end{aligned}$$

281. ①

$$\begin{aligned} A \cap B &= \emptyset \text{이고 } C = A^c \text{이므로} \\ \textcircled{1} P(A|B) &= \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = 0 \end{aligned}$$

$$\textcircled{2} P(C|B) = \frac{P(C \cap B)}{P(B)} = \frac{P(B)}{P(B)} = 1$$

$$\textcircled{5} B \subset C \text{이므로 } P(B) \leq P(C)$$

282. $\{6\}, \{1, 6\}, \{4, 6\}, \{1, 4, 6\}$

표본공간 $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 이고,

소수의 눈이 나오는 사건 $A = \{2, 3, 5\}$ 이다.

A 와 B 가 배반사건이라면 $P(A \cap B) = 0$ 이므로 $A \cap B = \emptyset$ 이어야 한다. 따라서, B 는 $A^c = \{1, 4, 6\}$ 의 부분집합 중 6을 반드시 포함하는 사건이다.

그러므로 구하고자 하는 사건 B 는

$\{6\}, \{1, 6\}, \{4, 6\}, \{1, 4, 6\}$ 와 같이 4개다.

283. ⑤

전체 확률에서 양 끝에 모두 남학생이 세워질 확률을 빼면 되므로

$$1 - \frac{{}_3P_2 \times 5!}{7!} = 1 - \frac{1}{7} = \frac{6}{7}$$

284. ②

12개의 제비 중에 당첨제비가 없는 것을 빼면 된다.

$$1 - \frac{{}_{12-k}C_2}{{}_{12}C_2} = \frac{19}{33} \text{ 그러므로}$$

$$\frac{{}_{12-k}C_2}{6 \times 11} = \frac{14}{33}$$

$$\begin{aligned} (12-k)(11-k) &= 8 \times 7 \text{ 이므로} \\ k &= 4 \text{이다.} \end{aligned}$$

285. ⑤

$$3\text{개의 공이 모두 흰 공일 확률은 } \frac{{}_3C_3}{{}_7C_3} = \frac{1}{35} \text{이다.}$$

$$\text{따라서 적어도 한 개가 검은 공일 확률은 } 1 - \frac{1}{35} = \frac{34}{35} \text{이다.}$$

286. ⑤

전체 확률에서 양 끝에 모두 남학생이 세워질 확률을 빼면 되므로

$$1 - \frac{{}_3P_2 \times 5!}{7!} = 1 - \frac{1}{7} = \frac{6}{7}$$

287. ⑤

두 꼭짓점을 연결하여 만든 선분 중 길이가 $\sqrt{3}$ 인 선분은 총 4개이고 나머지는 모두 길이가 $\sqrt{3}$ 보다 작다.

$$\text{따라서 여사건을 이용하면 확률은 } 1 - \frac{4}{{}_8C_2} = \frac{6}{7}$$

288. ③

$A = \{2, 3, 5, 7\}, B = \{7, 8, 9, 10\}$ 이므로

$A \cup B = \{2, 3, 5, 7, 8, 9, 10\}$

$(A \cup B)^c = \{1, 4, 6\}$

이다. 두 사건 $A \cup B$ 와 C^c 이 서로 배반사건이 되려면 C^c 은

$A \cup B$ 의 원소는 포함하지 않고, $(A \cup B)^c$ 의 원소는 포함가능하다.

따라서 C^C 은 $(A \cup B)^C$ 의 부분집합이므로 그 개수는 $2^3 = 8$ 개이고, 사건 C 의 개수도 8개다.

289. ⑤

$A \cap B$ 는 합이 홀수이면서 3의 배수인 사건이므로 합이 3, 9가 되어야 한다. 두 사건 $A \cap B$ 와 E_n 이 서로 배반사건이 되려면 n 은 3과 9를 약수로 가지지 않는 2, 4, 5, 7, 8, 10, 11이 되고 합은 47이 된다.

290. ④

ㄱ. $P(A) = 1$ 이므로 거짓

ㄴ. ㄷ. 3개의 공을 꺼내서 흰 공만 나올 수가 없으므로 노란공이 나오거나 나오지 않는 확률을 합치면 1이 되어야 한다.

291. ③

분모 : $6 \cdot 6 = 36$

분자 : $a = b$ 일 때,

순서쌍은 (1, 1), (2, 2), ..., (6, 6)로 6개

$|a-1| + |b-3| = 2$ 일 때,

순서쌍은 (1, 1), (1, 5), (2, 2), (2, 4), (3, 3)로 5개

공통인 순서쌍이 3개이므로

조건을 만족하는 순서쌍의 개수는 $6 + 5 - 3 = 8$

따라서 구하는 확률은 $\frac{8}{36} = \frac{2}{9}$

292. ⑤

(,1): 5점 (앞,2): 6점 ... (앞,6): 10점

(뒤,1): 3점 (뒤,2): 6점 ... (뒤,6): 18점

8점 이상은 (앞,4), (앞,5), (앞,6) (뒤,3), (뒤,4), (뒤,5), (뒤,6)로 총 7가지이다.

$$\frac{7}{12}$$

293. $\frac{7}{24}$

$f(x) = (x-4)(x-8)$ 에 대해 $f(a)f(b) < 0$ 이므로

$f(a) > 0$ 이고 $f(b) < 0$ 일 경우

$\{a < 4 \text{ 또는 } 8 < a\}$ 이고 $\{4 < b < 8\}$ 이므로 $\frac{7}{12} \cdot \frac{3}{12} = \frac{7}{48}$

$f(a) < 0$ 이고 $f(b) > 0$ 일 경우

$\{4 < a < 8\}$ 이고 $\{b < 4 \text{ 또는 } 8 < b\}$ 이므로 $\frac{3}{12} \cdot \frac{7}{12} = \frac{7}{48}$

따라서 구하는 확률은 $\frac{7}{48} + \frac{7}{48} = \frac{7}{24}$

294. ②

$$\frac{800}{3000} = \frac{4}{15} = \frac{{}_3C_2 + {}_4C_2 + \dots + {}_nC_2}{{}_n + 7C_2} = \frac{6 + 12 + n(n-1)}{(n+7)(n+6)}$$

을 풀면 $n=3$

295. ③

전체 경우의 수 : 3^5

모두 같은 것을 내는 경우의 수 : 3

R(바위)S(가위)P(보) 라고 할 때

$$RSP/RR, RSP/SS, RSP/PP : 3 \times \frac{5!}{3!} = 60$$

$$RSP/RS, RSP/RP, RSP/PS : 3 \times \frac{5!}{2!2!} = 90$$

구하고자 하는 확률은 $\frac{153}{3^5} = \frac{17}{27}$ 이다.

296. $\frac{7}{33}$

전체 경우의 수는 (1,99), (2,98)...(99,1)로 99가지이고

곱이 2400보다 커지려면 40×60 보다 크거나 같아야 하므로 (40,60), (41,59)...(60,40)로 총 21가지이다.

확률은 $\frac{7}{33}$ 과 같다.

297. ④

1) $|a-4| + |b-4| = 2$ 인 경우

$|a-4| = 2, |b-4| = 0$ 에서 $(a, b) = (2, 4), (6, 4)$

$|a-4| = 1, |b-4| = 1$ 에서 $(a, b) = (5, 5), (3, 5), (5, 3), (3, 3)$

$|a-4| = 0, |b-4| = 2$ 에서 $(a, b) = (4, 6), (4, 2)$

2) $a = b$ 인 경우

$(a, b) = (1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (6, 6)$

1)과 2)에서 중복되는 (3, 3), (5, 5)을 제외하면 $8 + 6 - 2 = 12$ 가지

$$\therefore \frac{12}{36} = \frac{1}{3}$$

298. ④

직선 $y = 4x - q$ ($1 \leq q \leq 6$)과 포물선 $y = px^2$ ($1 \leq p \leq 6$)이

만나려면 이차방정식 $4x - q = px^2$

즉 $px^2 - 4x + q = 0$ 에서 실근 x 의 값이 존재하므로

판별식 $D/4 = 4 - pq > 0, pq < 4$

따라서 (p, q) 의 순서쌍의 개수는 (1, 1), (1, 2), (1, 3), (2, 1), (3, 1) 5개 이다.

$$\frac{5}{36}$$

299. ②

한 개의 주사위를 세 번 던질 때, 일어날 수 있는 모든 경우의

수는 $6 \times 6 \times 6 = 216$

$a < b - 3 \leq c$ 를 만족시킬 확률은 ($b < 5$ 가 되면 성립하지 않는다.)

$b = 5$ 일 때, $a < 2 \leq c$ 이면 $1 \times 5 = 5$ 가지

$b = 6$ 일 때, $a < 3 \leq c$ 이면 $2 \times 4 = 8$ 가지

따라서 구하는 확률은 $\frac{13}{216}$

300. ②

이차방정식 $x^2 - ax + b = 0$ 이 서로 다른 두 양의 실근을 가지려면 두 근을 α, β 라 할 때,

$$D = a^2 - 4b > 0, \alpha + \beta = a > 0, \alpha\beta = b > 0$$

(1) $a = 6$ 일 때, $b < 9$ 를 만족하는 순서쌍 (a, b) 은 6개

(2) $a = 5$ 일 때, $b < \frac{25}{4}$ 를 만족하는 순서쌍 (a, b) 은 6개

(3) $a = 4$ 일 때, $b < 4$ 를 만족하는 순서쌍 (a, b) 은 3개

(4) $a = 3$ 일 때, $b < \frac{9}{4}$ 를 만족하는 순서쌍 (a, b) 은 2개

(5) $a = 2$ 일 때, $b < 1$ 를 만족하는 순서쌍 (a, b) 은 0개

서로 다른 두 개의 양의 실근을 가질 확률은 $\frac{17}{36}$

301. ⑤

한 개의 주사위를 세 번 던져서 나오는 눈의 수를 차례로 a, b, c 라 할 때, 순서쌍 (a, b, c) 의 개수는 $6 \times 6 \times 6 = 216$ 이다.

(i) $c = 1$ 인 경우 : $a + b$ 가 1의 배수인 경우 순서쌍 (a, b) 의 개수는

$$6 \times 6 = 36$$

이다.

(ii) $c = 2$ 인 경우 : $a + b$ 가 2의 배수인 경우 순서쌍 (a, b) 은 (홀수, 홀수) 이거나 (짝수, 짝수)이므로 그 개수는

$$3 \times 3 + 3 \times 3 = 18$$

이다.

(iii) $c = 3$ 인 경우 : $a + b$ 가 3의 배수인 경우 순서쌍 (a, b) 은 (1, 2), (1, 5), (2, 1), (2, 4), (3, 3), (3, 6), (4, 2), (4, 5), (5, 1), (5, 4), (6, 3), (6, 6)

이므로 그 개수는 12이다.

(iv) $c = 4$ 인 경우 : $a + b$ 가 4의 배수인 경우 순서쌍 (a, b) 은 (1, 3), (2, 2), (2, 6), (3, 1), (3, 5), (4, 4), (5, 3), (6, 2), (6, 6)

이므로 그 개수는 9이다.

(v) $c = 5$ 인 경우 : $a + b$ 가 5의 배수인 경우 순서쌍 (a, b) 은 (1, 4), (2, 3), (3, 2), (4, 1), (4, 6), (5, 5), (6, 4)

이므로 그 개수는 7이다.

(vi) $c = 6$ 인 경우 : $a + b$ 가 6의 배수인 경우 순서쌍 (a, b) 은 (1, 5), (2, 4), (3, 3), (4, 2), (5, 1), (6, 6)

이므로 그 개수는 6이다.

따라서 $a + b$ 가 c 의 배수일 확률은

$$\frac{36 + 18 + 12 + 9 + 7 + 6}{216} = \frac{88}{216} = \frac{11}{27}$$

이다.

302. ②

주어진 조건에서

$$f(1) = 1, 2 \text{ 이고,}$$

$$f(2) \geq 5 - 2 = 3,$$

$$f(3) \geq 5 - 3 = 2,$$

$$f(4) \geq 5 - 4 = 1 \text{ 이므로}$$

일대일 대응의 개수는 24개이고,

(i) $f(1) = 1$ 인 경우

$$2 \times 2 = 4$$

(ii) $f(1) = 2$ 인 경우

2가지 이므로

$$\frac{4 + 2}{24} = \frac{6}{24} = \frac{1}{4} \text{ 이므로 } p + q = 5 \text{ 이다.}$$

303. ③

원 위의 8개의 점에서 3개의 점을 선택하여 삼각형을 만들 때, 이 삼각형이 직각삼각형이 되려면 빗변이 지름이어야 한다.

선택한 세 개의 점 중 두 점이 지름인 경우는 4가지이고 나머지 한

점은 6개이므로 직각삼각형일 확률은 $\frac{4 \times 6}{8C_3} = \frac{3}{7}$ 이다.

따라서 직각삼각형이 아닐 확률은 $1 - \frac{3}{7} = \frac{4}{7}$

304. ②

지역에 적어도 한 개의 짝수가 있어야하므로

$$n = 6^6 - 3^6 = 3^6(2^6 - 1)$$

$$\frac{n}{3^5} = 3 \times 63 = 189$$

305. ①

전체 경우의 수 : 3^4

6의 배수가 되려면 2와 3을 가지고 있어야 하므로,

$$(2, 3, 1, 1) : \frac{4!}{2!} = 12 \quad (2, 3, 2, 2) : \frac{4!}{3!} = 4 \quad (2, 3, 3, 3) : \frac{4!}{3!} = 4$$

$$(2, 3, 1, 2) : \frac{4!}{2!} = 12 \quad (2, 3, 2, 3) : \frac{4!}{2!2!} = 6 \quad (2, 3, 1, 3) : \frac{4!}{2!} = 12$$

구하고자하는 확률은 $\frac{50}{81}$ 이다.

306. ④

함수 f 의 개수는 ${}_4H_4 = 4! = 24$ 이고, $f(1) \leq f(2)$ 인 함수 f 의

개수는 $f(1) \leq f(2)$ 를 만족하게끔 공역 4개중에서 선택하는

방법의 수가 ${}_4H_2$ 이고, 남은 $f(3), f(4)$ 는 아무런 제한이 없으므로

${}_4H_2$ 가지만큼 경우가 생기므로 ${}_4H_2 \times {}_4H_2 = 10 \times 4^2 = 160$ 이다.

따라서, 구하고자 하는 확률은 $\frac{160}{256} = \frac{5}{8}$ 이다.

307. ④

함수 f 의 개수는 ${}_4P_4 = 4! = 256$ 이고, $f(1) \leq f(2)$ 인 함수 f 의 개수는 $f(1) \leq f(2)$ 를 만족하게끔 공역 4개중에서 선택하는 방법의 수가 ${}_4H_2$ 이고, 남은 $f(3), f(4)$ 는 아무런 제한이 없으므로 ${}_4P_2$ 가지만큼 경우가 생기므로 ${}_4H_2 \times {}_4P_2 = 10 \times 4! = 160$ 이다.

따라서, 구하고자 하는 확률은 $\frac{160}{256} = \frac{5}{8}$ 이다.

308. ①

(1) 검은 공 홀수 2개, 흰 공 홀수 1개

$${}_3C_2 \times {}_2C_1 = 6$$

(2) 검은 공 홀수 1개, 검은 공 짝수 1개, 흰 공 홀수 1개

$${}_3C_1 \times {}_2C_1 \times {}_2C_1 = 12$$

(3) 검은 공 홀수 1개, 흰 공 홀수 2개

$${}_3C_1 \times {}_2C_2 = 3$$

(4) 검은 공 홀수 1개, 흰 공 홀수 1개, 흰 공 짝수 1개

$${}_3C_1 \times {}_2C_1 \times {}_2C_1 = 12$$

$$\frac{33}{9C_3} = \frac{11}{28}$$

309. ④

3명씩 2개의 조로 나누는 전체 경우의 수는 $\frac{{}_6C_3 \times {}_3C_3}{2!} = 10$ 이다.

A와 B는 같은 조에 편성되고, A와 C는 서로 다른 조에 편성되는 경우의 수는 3가지이므로 문제에서 구하는 확률은 $\frac{3}{10}$ 이다.

310. 4

8개의 제비 중에서 2개를 꺼내는 경우의 수는 ${}_8C_2$

적어도 한 개가 당첨 제비일 사건을 A라 하면

여사건 A^c 은 모두 당첨 제비가 아닌 제비를 꺼내는 사건이므로

당첨 제비가 아닌 $(8-r)$ 개에서 2개를 꺼내는 경우의 수는 ${}_{8-r}C_2$

$$P(A^c) = \frac{{}_{8-r}C_2}{{}_8C_2} = \frac{(8-r)(7-r)}{56}$$

이때 적어도 한 개가 당첨 제비일 확률이 $\frac{11}{14}$ 이므로

$$P(A) = 1 - P(A^c) = 1 - \frac{(8-r)(7-r)}{56} = \frac{11}{14}$$

$$\text{즉 } \frac{(8-r)(7-r)}{56} = \frac{3}{14} \text{에서 } r^2 - 15r + 44 = 0, (r-4)(r-11) = 0$$

따라서 $r < 8$ 이므로 $r = 4$

6번 해설 수정

7번 해설 수정

14번 해설 추가

16번 해설 추가

20번 문제점수 수정

311. ⑤

전체 경우의 수 ${}_3H_{10} = {}_{12}C_{10} = {}_{12}C_2 = 66$

$y = 3$ 인 경우의 수는 $x + z = 7$ (x, z 는 음이 아닌 정수)인 경우의 수와 같으므로 ${}_2H_7 = {}_8C_7 = {}_8C_1 = 8$

따라서 확률은 $\frac{8}{66} = \frac{4}{33}$ 이므로 $a = 33, b = 4$

$$\therefore a + b = 33 + 4 = 37$$

312. ③

딸기 맛 사탕을 S, 포도 맛 사탕을 G, 사과 맛 사탕을 A라고 놓자.

5개의 사탕 중 3개의 사탕을 꺼낼 때, 딸기 맛과 사과 맛 사탕이 적어도 하나씩 포함되는 경우는 SSA, SAA, SGA이다.

전체 근원사건 수는 ${}_{10}C_3$ 가지이고, SSA인 경우는 ${}_2C_2 \times {}_5C_1$ 가지,

SAA인 경우는 ${}_2C_1 \times {}_5C_2$ 가지, SGA인 경우는

${}_2C_1 \times {}_3C_1 \times {}_5C_1$ 가지이므로 구하고자 하는 확률은

$$\frac{{}_2C_2 \times {}_5C_1 + {}_2C_1 \times {}_5C_2 + {}_2C_1 \times {}_3C_1 \times {}_5C_1}{{}_{10}C_3} = \frac{55}{120} = \frac{11}{24} \text{이다.}$$

313. ⑤

전체 확률에서 부분집합일 확률을 빼면 부분집합이 되지 않을 확률이므로 전체 경우의 수인 ${}_9C_2$ 가지 중 부분집합이 되기

위해서는 4이상 7이하인 숫자가 적힌 공을 2개 뽑아야 하므로 ${}_4C_2$ 가지

$$\therefore 1 - \frac{{}_4C_2}{{}_9C_2} = \frac{5}{6}$$

314. 489

전체 경우의 수 $2^9 - {}_9C_1 - {}_9C_0 = 502$ 가지

전체 경우의 수에서 곱이 홀수가 되는 경우의 수를 빼는

여사건으로 생각하는 것이 더 편하므로,

곱이 홀수가 되는 경우의 수 : $2^5 - {}_5C_1 - {}_5C_0 = 26$

곱이 짝수가 되는 경우의 수 : $502 - 26 = 476$

확률은 $\frac{238}{251}$ 이고, $p + q$ 는 489이다.

$$315. \frac{109}{190}$$

전체 경우의 수 ${}_{20}C_2 = 190$ 가지

전체 경우의 수에서 20 미만인 합을 빼는 식으로 문제를 푸는 것이 편하다.

(1,18)..(1,2)은 17가지

(2,17)..(2,3)은 15가지

(3,16)..(3,4)는 13가지로 총 경우의 수는 17까지의 홀수의 합과

같으므로 $1 + 3 + 5 \dots + 17 = 81$ 가지이다

$$190 - 81 = 109 \text{이므로 답은 } \frac{109}{190}$$

$$316. \frac{13}{24}$$

$A = \{1, 2, 3, 4\}$ 의 부분집합의 개수는 $2^4 = 16$ 이므로 A 의 부분집합 중에서 임의로 서로 다른 두 집합을 택하는 경우의 수는 ${}_{16}C_2 = 120$

이다. 또한 서로 다른 두 집합 중 한 집합이 다른 집합의 부분집합이 되는 경우는 A 의 두 부분 집합을 X, Y 라 할 때, $X \subset Y$ 에서 $X = Y$ 인 경우를 제외하면 되므로 그 경우의 수는 $3^4 - 2^4 = 81 - 16 = 65$

이다. 따라서 구하는 확률은 $\frac{65}{120} = \frac{13}{24}$ 이다.

317. ①

포도 맛 사탕의 개수를 a , 사과 맛 사탕의 개수를 b 라 하면

$$\text{분모} : {}_{10}C_5 = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 252$$

분자 : (여사건) $a + b = 5$ 이고 두 수의 차가 1이하이므로 $|a - b| \leq 1$

$a - b = -1$ 일 때, $(2, 3)$ 이므로 ${}_5C_2 \cdot {}_5C_3 = 100$

$a - b = 0$ 일 때, 존재하지 않음

$a - b = 1$ 일 때, $(3, 2)$ 이므로 ${}_5C_3 \cdot {}_5C_2 = 100$

$$\text{따라서 구하는 확률은 } 1 - \frac{200}{252} = 1 - \frac{50}{63} = \frac{13}{63}$$

318. ⑤

전체 확률에서 부분집합일 확률을 빼면 부분집합이 되지 않을 확률이므로 전체 경우의 수인 ${}_9C_2$ 가지 중 부분집합이 되기 위해서는 4이상 7이하인 숫자가 적힌 공을 2개 뽑아야 하므로 ${}_4C_2$ 가지

$$1 - \frac{{}_4C_2}{{}_9C_2} = \frac{5}{6}$$

319. ③

딸기 맛 사탕을 S , 포도 맛 사탕을 G , 사과 맛 사탕을 A 라고 놓자.

5개의 사탕 중 3개의 사탕을 꺼낼 때, 딸기 맛과 사과 맛 사탕이 적어도 하나씩 포함되는 경우는 SSA, SAA, SGA 이다.

전체 근원사건 수는 ${}_{10}C_3$ 가지이고, SSA 인 경우는 ${}_2C_2 \times {}_5C_1$ 가지, SAA 인 경우는 ${}_2C_1 \times {}_5C_2$ 가지, SGA 인 경우는

${}_2C_1 \times {}_3C_1 \times {}_5C_1$ 가지이므로 구하고자 하는 확률은

$$\frac{{}_2C_2 \times {}_5C_1 + {}_2C_1 \times {}_5C_2 + {}_2C_1 \times {}_3C_1 \times {}_5C_1}{{}_{10}C_3} = \frac{55}{120} = \frac{11}{24} \text{이다.}$$

320. ③

$\overline{AB} = 4$ 이므로 넓이가 6보다 커지려면 높이는 $h > 3$ 이어야 한다.

높이는 x 좌표와 같으므로, $\cos \frac{n\pi}{3} > 3$ 을 만족하는 순서쌍을

구하면 된다.

$m = 4$ 일 때 $n = 6$

$m = 5$ 일 때 $n = 6$

$m = 6$ 일 때 $n = 5, 6$

전체 경우의 수는 36이고 만족하는 경우가 총 4가지이므로 $\frac{1}{9}$ 이 답이다.

321. ①

$f(x) = (x - 2)(x - 4)$ 이므로

$x < 2$ or $x > 4$ 일 경우는 $f(x) > 0$ 이고, $2 < x < 4$ 일 경우는 $f(x) < 0$ 이며, $x = 2$ or 4 일 경우는 $f(x) = 0$ 이다.

따라서, $f(x) > 0$ 인 사건을 A , $f(x) < 0$ 인 사건을 B 라 하면

$$P(A) = \frac{1}{2}, P(B) = \frac{1}{6} \text{이다.}$$

또한, $f(a)f(b) > 0$ 이 성립하려면

$f(a) > 0, f(b) > 0$ or $f(a) < 0, f(b) < 0$ 이다.

$f(a) > 0, f(b) > 0$ 일 확률은 $\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$ 이고,

$f(a) < 0, f(b) < 0$ 일 확률은 $\left(\frac{1}{6}\right)^2 = \frac{1}{36}$ 이므로

구하고자 하는 확률은 $\frac{1}{4} + \frac{1}{36} = \frac{5}{18}$ 이다.

322. ①

$f(x) = (x - 2)(x - 4)$ 이므로

$x < 2$ or $x > 4$ 일 경우는 $f(x) > 0$ 이고, $2 < x < 4$ 일 경우는 $f(x) < 0$ 이며, $x = 2$ or 4 일 경우는 $f(x) = 0$ 이다.

따라서, $f(x) > 0$ 인 사건을 A , $f(x) < 0$ 인 사건을 B 라 하면

$$P(A) = \frac{1}{2}, P(B) = \frac{1}{6} \text{이다.}$$

또한, $f(a)f(b) > 0$ 이 성립하려면

$f(a) > 0, f(b) > 0$ or $f(a) < 0, f(b) < 0$ 이다.

$f(a) > 0, f(b) > 0$ 일 확률은 $\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$ 이고,

$f(a) < 0, f(b) < 0$ 일 확률은 $\left(\frac{1}{6}\right)^2 = \frac{1}{36}$ 이므로

구하고자 하는 확률은 $\frac{1}{4} + \frac{1}{36} = \frac{5}{18}$ 이다.

323. ①

$$P(A) = \frac{3}{8} P(A \cup B) = \frac{5}{6} P(A \cap B) = 0$$

$$P(B) = \frac{11}{24}$$

324. ④

연속하는 자연수가 없을 확률을 빼서 여사건으로 구하는 것이 편하다.

전체 경우의 수는 ${}_8C_4$ 이고 8개의 숫자 중 연속하지 않는 자연수를 뽑는 것은 빈 공간 7개중 3개를 선택하는 경우의 수와 같으므로

$$\frac{{}_7C_3}{{}_8C_4} = \frac{1}{2}$$

$$1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

325. ①

불량품이 3개 이상인 경우를 빼서 여사건으로 계산한다.

$$1 - \frac{{}_3C_3 \times 7}{{}_{10}C_4} = \frac{29}{30} \quad p - q = 1 \text{이다.}$$

326. ④

x, y, z 가 다 짝수일 때 여사건으로 풀이한다.

$x = 2a + 2, y = 2b + 2, z = 2c + 2$ 로 (a, b, c 는 음이 아닌 정수) 놓으면 $a + b + c = 3$ ($a \geq 0, b \geq 0, c \geq 0$) 이므로

$${}_3H_9 - {}_3H_3 = {}_{11}C_9 - {}_5C_3 = \frac{11 \times 10}{2} - 10 = 45$$

$$1 - \frac{45}{55} = \frac{9}{11}$$

327. ②

$$\text{분모 : } {}_9C_3 = \frac{9 \cdot 8 \cdot 7}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 84$$

분자 : 선택할 세 수를 a, b, c 라 하면

$(x), a, (y), b, (z), c, (w)$

$(x), (y), (z), (w)$ 자리에 6개의 수를 넣은 후 왼쪽부터 1에서 9를 배열 단 $(y), (z)$ 자리에 적어도 하나 이상의 수가 존재

$(x) + (y) + (z) + (w) = 6$ 이면서

$(x) \geq 0, (y) \geq 1, (z) \geq 1, (w) \geq 0$ 이므로

$(x) + \{(y) - 1\} + \{(z) - 1\} + (w) = 4$

$${}_4H_4 = {}_7C_4 = {}_7C_3 = 35$$

$$\text{따라서 구하는 확률은 } \frac{35}{84} = \frac{5}{12}$$

[다른풀이]

1) 세 수 모두 연속할 경우

$(1, 2, 3) (2, 3, 4) \cdots (7, 8, 9) : 7$ 가지

2) 두 수만 연속할 경우 : 42가지

$(1, 2, \Delta) : 6$ 가지

$(2, 3, \Delta) : 5$ 가지

$(3, 4, \Delta) : 5$ 가지

$(4, 5, \Delta) : 5$ 가지

$(5, 6, \Delta) : 5$ 가지

$(6, 7, \Delta) : 5$ 가지

$(7, 8, \Delta) : 5$ 가지

$(8, 9, \Delta) : 6$ 가지

1) 2)에 의해 $7 + 42 = 49$ 이므로

$$\text{여사건에 의해 } 1 - \frac{49}{84} = \frac{35}{84} = \frac{5}{12}$$

328. ④

전체 경우의 수 $3^6 = 729$

$$B = 3 : {}_6C_3 \times (2^3 - 1) = 140$$

$$B = 2 : {}_6C_2 \times (2^4 - 1) = 225$$

$$B = 1 : {}_6C_1 \times (2^5 - 1) = 186$$

$$B = 0 : {}_6C_0 \times (2^6 - 1) = 63$$

총 6147가지이다.

329. ①

상자에서 처음 꺼낸 공에 적혀 있는 수가 짝수인 사건을 A , 주머니에

있는 공에 적혀 있는 수의 최솟값이 3인 사건을 B 라 하자.

이때 A 의 여사건 A^c 은 상자에서 처음 꺼낸 공에 적혀 있는 수가 홀수인 사건이다.

(i) 상자에서 처음 꺼낸 공에 적혀 있는 수가 짝수인 경우

⑦ 상자에서 처음 꺼낸 공에 적혀 있는 수가 2일 확률은 $\frac{1}{6}$

이때 주머니에 있는 두 공에 적혀 있는 수의 최솟값이

$$3 \text{일 확률은 } \frac{{}_3C_1}{{}_5C_2} = \frac{3}{10}$$

㉠ 상자에서 처음 꺼낸 공에 적혀 있는 수가 4이상의 짝수일 확률은

$$\frac{1}{3}$$

이때 주머니에 있는 두 공에 적혀 있는 수의 최솟값이 3일 확률은

$$\frac{{}_2C_1}{{}_5C_2} = \frac{1}{5}$$

⑦, ㉠에 의하여

$$\begin{aligned} P(A \cap B) &= \frac{1}{6} \times \frac{3}{10} + \frac{1}{3} \times \frac{1}{5} \\ &= \frac{7}{60} \end{aligned}$$

(ii) 상자에서 처음 꺼낸 공에 적혀 있는 수가 홀수인 경우

⑦ 상자에서 처음 꺼낸 공에 적혀 있는 수가 1일 확률은 $\frac{1}{6}$

이때 주머니에 있는 세 공에 적혀 있는 수의 최솟값이

3일 확률은

$$\frac{{}_3C_2}{{}_5C_3} = \frac{3}{10}$$

㉠ 상자에서 처음 꺼낸 공에 적혀 있는 수가 5일 확률은 $\frac{1}{6}$

이때 주머니에 있는 세 공에 적혀 있는 수의 최솟값이 3일 확률은

$$\frac{{}_2C_2}{{}_5C_3} = \frac{1}{10}$$

⑦, ㉠에 의하여

$$P(A^c \cap B) = \frac{1}{6} \times \frac{3}{10} + \frac{1}{6} \times \frac{1}{10} \\ = \frac{1}{15}$$

(i), (ii)에 의하여 구하는 확률은

$$P(B) = P(A \cap B) + P(A^c \cap B) \\ = \frac{7}{60} + \frac{1}{15} \\ = \frac{11}{60}$$

$$330. \frac{13}{36}$$

서로 다른 두 개의 주사위를 던질 때, 일어날 수 있는 모든 경우의 수는 $6 \times 6 = 36$

함수 $y = m \cos x + 4$ 이 그래프와 직선 $y = 3n$ 이 만나려면

$-1 \leq \cos x \leq 1$ 이므로 $-m + 4 \leq 3n \leq m + 4$ 를 만족한다.

(i) $m = 1$ 일 때의 경우는 $3 \leq 3n \leq 5$ 이므로 $n = 1$

(ii) $m = 1$ 일 때의 경우는 $2 \leq 3n \leq 6$ 이므로 $n = 1, 2$

(iii) $m = 1$ 일 때의 경우는 $1 \leq 3n \leq 7$ 이므로 $n = 1, 2$

(iv) $m = 1$ 일 때의 경우는 $0 \leq 3n \leq 8$ 이므로 $n = 1, 2$

(v) $m = 1$ 일 때의 경우는 $-1 \leq 3n \leq 9$ 이므로 $n = 1, 2, 3$

(vi) $m = 1$ 일 때의 경우는 $-2 \leq 3n \leq 10$ 이므로 $n = 1, 2, 3$

따라서 구하는 확률은 $\frac{13}{36}$

6번 오답수정

11번 해설오류수정

15번 해설추가

19번 문제점수기재

331. ④

()의 조건은 f 가 일대일함수라는 뜻이므로 ${}_4P_3 = 24$ 가지

(나)의 조건을 만족하려면 Y 에서 Z 로의 함수 g 중에서 상수함수인 경우를 제외하면 되므로 ${}_2\Pi_4 - 2 = 14$ 가지

따라서, 전체 경우의 수는 24×14 가지이다.

위의 경우 중에서 합성함수 $g \circ f$ 의 치역이 Z 가 되기 위해서는 f 의 치역으로 선택받은 Y 의 원소 3개가 Z 의 원소와 대응시에 상수함수가 아니어야 하고, 남은 Y 의 원소 하나는 Z 의 원소중 아무것이나 선택이 가능하므로

$$24 \times \{({}_2\Pi_3 - 2) \times 2\} = 24 \times 12 \text{가지이다.}$$

따라서, 구하고자 하는 확률은 $\frac{24 \times 12}{24 \times 14} = \frac{6}{7}$ 이다.

332. ⑤

분모 : $7!$

분자 :

1, 2사이에 문자 1개만 있는 경우 $2! \cdot {}_3C_1 \cdot 5! = 6!$

1, 2사이에 문자 1개, 숫자 1개가 있는 경우 $2! \cdot \{{}_3C_1 \cdot {}_2C_1 \cdot 2!\} \cdot 4!$

1, 2사이에 문자 1개, 숫자 2개가 있는 경우 $2! \cdot \{{}_3C_1 \cdot {}_2C_2 \cdot 2!\} \cdot 3!$

따라서 구하는 확률은

$$\frac{6! + 24 \cdot 4! + 36 \cdot 3!}{7!} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4 + 24 \cdot 4 + 36}{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4} = \frac{10 + 8 + 3}{70} = \frac{3}{10}$$

333. ②

분모 : ${}_5\Pi_5 = 5^5$

분자 :

$f(4) = 1$ 일 경우 $f(1) = 1$ 이므로

$f(1) < f(3) < f(5)$ 인 경우 ${}_4C_2 = 6$ 이고 $f(2)$ 는 5가지이므로 30개

$f(4) = 2$ 일 경우 $f(2) = 1$ 이므로

$f(1) < f(3) < f(5)$ 인 경우 ${}_5C_3 = {}_5C_2 = 10$ 이므로 10개

$f(4) = 3$ 일 경우 $f(3) = 1$ 이므로 $f(1) < f(3) < f(5)$ 에 모순

$f(4) = 4$ 일 경우 $f(f(4)) = f(4) = 4$ 로 모순

$f(4) = 5$ 일 경우 $f(5) = 1$ 이므로 $f(1) < f(3) < f(5)$ 에 모순

조건을 만족시키는 확률은 $\frac{30 + 10}{5!} = \frac{8}{625} = \frac{p}{q}$

따라서 $p + q = 8 + 625 = 633$

334. ④

(가)의 조건은 f 가 일대일함수라는 뜻이므로 ${}_4P_3 = 24$ 가지

(나)의 조건을 만족하려면 Y 에서 Z 로의 함수 g 중에서 상수함수인 경우를 제외하면 되므로 ${}_2\Pi_4 - 2 = 14$ 가지

따라서, 전체 경우의 수는 24×14 가지이다.

위의 경우 중에서 합성함수 $g \circ f$ 의 치역이 Z 가 되기 위해서는 f 의 치역으로 선택받은 Y 의 원소 3개가 Z 의 원소와 대응시에 상수함수가 아니어야 하고, 남은 Y 의 원소 하나는 Z 의 원소중 아무것이나 선택이 가능하므로

$$24 \times \{({}_2\Pi_3 - 2) \times 2\} = 24 \times 12 \text{가지이다.}$$

따라서, 구하고자 하는 확률은 $\frac{24 \times 12}{24 \times 14} = \frac{6}{7}$ 이다.

335. ③

전체 학생 중 임의로 택한 학생이 봄을 좋아하는 사건을 A 라 하면

$P(A) = \frac{60}{100} = \frac{3}{5}$ 이고, 전체 학생 중 임의로 택한 학생이 1학년인

사건을 B 라 하면 $P(B) = \frac{100}{100 + n}$ 이다.

조사 대상이 된 전체 학생 중 임의로 택한 한 명이 2학년 학생일 때, 이 학생이 봄을 택한 학생일 확률은 $P(A|B^c)$ 라 놓을 수 있으므로

$$P(A|B^C) = \frac{P(A \cap B^C)}{P(B^C)} = \frac{P(A \cap B^C)}{\frac{n}{100+n}} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore P(A \cap B^C) = \frac{n}{2(100+n)} \dots\dots\dots(1)$$

조사 대상이 된 전체 학생 중 임의로 택한 한 명이 봄을 택한 학생일 때, 이 학생이 1학년일 확률은 $P(B|A)$ 라 놓을 수 있으므로

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{P(A \cap B)}{\frac{3}{5}} = \frac{37}{72}$$

$$\therefore P(A \cap B) = \frac{37}{120} \dots\dots\dots(2)$$

(1), (2)에서

$$P(A \cap B^C) = P(A) - P(A \cap B) = \frac{3}{5} - \frac{37}{120} = \frac{7}{24} = \frac{n}{2(100+n)}$$

$$\therefore n = 140$$

336. ④

$$n = {}_9C_7 \times {}_7C_1 \times {}_6C_3 \times 2! \times 3!$$

$$\therefore \frac{9!}{n} = 6$$

337. ③

i) 5가 적혀있는 카드의 바로 양 옆에는 각각 5보다 큰 수가 적혀있고, 6이 적혀있는 카드의 바로 양 옆에는 각각 6보다 작은 수가 적혀있는 사건의 경우의 수 (단, 5, 6이 이웃하지 않을 때)
 $-5-$, $-6-$: $2! \times {}_4P_2 \times 4! = (4!)^2$

iii) 5, 6이 이웃할 때

$$-56- \text{ 또는 } -65- : 2 \times 4 \times 4! \times 5 \times 2$$

전체 경우의 수 : 8!

$$\frac{4! \times 4! + 5! \times 16}{8!} = \frac{13}{210}$$

$$\therefore p+q = 223$$

338. 38

대진표의 자리를 왼쪽부터 순서대로 ①, ②, ③라고 하자.

(i) A팀이 ③에 배정되고 결승에서 B팀을 만나서 우승할 확률은

$$\frac{1}{3} \times \left(\frac{3}{5} \times \frac{2}{3} \right) = \frac{2}{15}$$

(ii) A팀이 ③에 배정되고 결승에서 C팀을 만나서 우승할 확률은

$$\frac{1}{3} \times \left(\frac{2}{5} \times \frac{1}{2} \right) = \frac{1}{15}$$

(iii) B팀이 ③에 배정되고 A팀이 우승할 확률은

$$\frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \right) = \frac{1}{9}$$

(iv) C팀이 ③에 배정되고 A팀이 우승할 확률은

$$\frac{1}{3} \times \left(\frac{2}{3} \times \frac{1}{2} \right) = \frac{1}{9}$$

$$(i) \sim (iv) \text{에서 구하는 확률은 } \frac{2}{15} + \frac{1}{15} + \frac{1}{9} + \frac{1}{9} = \frac{19}{45}$$

$$p = \frac{19}{45} \text{ 이므로 } 90p = 38$$

$$339. 1 - 1 - \frac{2}{3}, 1 - 2 - \frac{2}{11}$$

$$1 - 1$$

A, B, C가 3어항에 각각 들어가 있을 때,

$D \rightarrow B$ 어항, $E \rightarrow A$ 또는 C 어항에 들어가는 2가지

(B와 D가 같은 어항에 있는 경우 2개 존재)

A와 C가 같은 어항에 B가 다른 어항에 있을 경우

$D \rightarrow B$ 어항, $E \rightarrow A$ 와 C 어항 또는 빈 어항에 들어가는 2가지

(B와 D가 같은 어항에 있는 경우 2개 존재)

$D \rightarrow$ 빈 어항, $E \rightarrow A$ 와 C 어항 또는 B 어항에 들어가는 2가지

따라서 B, D를 1어항에 넣은 확률은 $\frac{2+2}{2+2+2} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

$$2 - 2$$

A, B, C, D가 4어항에 각각 들어가 있을 때,

$E \rightarrow A$ 어항 또는 B 어항 또는 C 어항에 들어가는 3가지

A와 C가 같은 어항에 B, D가 다른 어항에 있을 경우

$E \rightarrow A$ 와 C 어항 또는 B 어항 또는 빈 어항에 들어가는 3가지

(A, C, E가 같은 어항에 있는 경우 1개 존재)

A와 C가 같은 어항에 B와 D가 같은 어항에 있을 경우

$E \rightarrow A$ 와 C 어항 또는 빈 어항에 들어가는 2가지

(A, C, E가 같은 어항에 있는 경우 1개 존재)

B와 D가 같은 어항에 A, C가 다른 어항에 있을 경우

$E \rightarrow A$ 어항 또는 C 어항 또는 빈 어항에 들어가는 3가지

따라서 A, C, E를 1어항에 넣은 확률은 $\frac{2}{3+3+2+3} = \frac{2}{11}$

$$340. \frac{7}{9}$$

직선 $y = ax + b$ 가 곡선 $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 3x$ 와 만나지 않는 경우는

이차방정식 $ax + b = -\frac{1}{2}x^2 + 3x$ 의 실근이 존재하지 않는 경우와 같다.

$$ax + b = -\frac{1}{2}x^2 + 3x$$

$\frac{1}{2}x^2 + (a-3)x + b = 0$ 의 실근이 존재하지 않는 경우는 판별식

$D < 0$ 인 경우이다.

$$D = (a-3)^2 - 2b < 0$$

$(a-3)^2 < 2b$ 을 만족하는 경우는

$a=1$ 일 때 $b=3, 4, 5, 6$

$a=2$ 일 때 $b=1, 2, 3, 4, 5, 6$

$a=3$ 일 때 $b=1, 2, 3, 4, 5, 6$

$a=4$ 일 때 $b=1, 2, 3, 4, 5, 6$

$a=5$ 일 때 $b=3, 4, 5, 6$

$a=6$ 일 때 $b=5, 6$

총 28가지이므로 구하는 확률은 $\frac{28}{36} = \frac{7}{9}$

341. ⑤

$f(a)f(b) \leq 0$ 또는 $f(c)f(d) \geq 0$ 일 확률은

전체 확률 1에서 $f(a)f(b) > 0$ 이고 $f(c)f(d) < 0$ 인 확률을 뺀 것과 같다.

$$1 - \left(\frac{3^2 + 2^2}{6^2} \times \frac{2 \times 3 \times 2}{6^2} \right) = \frac{95}{108}$$

342. 17

$2^x \times 4^y = 2^{x+2y}$ 가 8의 배수이기 위해서는 $x+2y \geq 3$

즉 전체 확률에서 $x+2y \leq 2$ 일 때를 빼면 된다.

$x+2y \leq 2$ 를 만족하는 (x, y) 의 경우는

$(2, 0), (1, 0), (0, 0), (0, 1)$ 로 총 4가지뿐이다.

$$1 - \frac{4}{3H_7} = 1 - \frac{4}{36} = \frac{8}{9}$$

$$p+q=17$$

343. ③

A반: $2x$ 명, B반: x 명, C반: $15-3x$ 명

같은 반 2명이 대표로 뽑힐 확률은

$$\frac{{}_{2x}C_2 + {}_xC_2 + {}_{15-3x}C_2}{{}_{15}C_2} = \frac{11}{35}$$

$$7x^2 - 45x + 72 = 0$$

$$(7x-24)(x-3)=0$$

$$x=3$$

$\therefore$ A반과 C반의 합은 12명

344. ②

B팀이 우승하는 경우의 확률은 다음과 같다.

(i) 3번의 경기를 연속하여 모두 이기는 경우

$$\left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}$$

(ii) 3번의 경기에서 2승 1패를 하고, 마지막 경기를 이기는 경우

$${}_3C_2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^3 \times \frac{1}{2} = \frac{3}{16}$$

따라서 B팀이 우승할 확률은 $\frac{1}{8} + \frac{3}{16} = \frac{5}{16}$

345. ④

전체 경우의 수를 먼저 구하면

$$n(B)=1\text{일 때 } {}_4C_1 \times 2=8$$

$$n(B)=2\text{일 때 } {}_4C_2 \times 2^2=24$$

$$n(B)=3\text{일 때 } {}_4C_3 \times 4=16 \text{ ex) } B=\{1,2,3\} \text{ A는 4가 반드시}$$

필요하고 1,2,3중 2개 혹은 3개를 가지고 있어야 하므로

$${}_3C_2 + {}_3C_3 = 4$$

$$n(B)=4\text{일 때 } {}_4C_4 \times 1=1$$

49가지

서로소가 되는 경우의 수는 합집합이 항상 $\{1,2,3,4\}$ 이므로

$$n(B)=1\text{일 때 } n(A)=3\text{개 } {}_4C_1=4$$

$$n(B)=2\text{일 때 } n(A)=2\text{개 } {}_4C_2=6$$

$$n(B)=3\text{일 때 불가능}$$

$$n(B)=4\text{일 때 불가능}$$

답은 $\frac{10}{49}$ 이다

346. ⑤

전체 경우: ${}_7C_3 \times 3!$

9의 배수인 경우는

$(1, 2, 6)(1, 3, 5)(2, 3, 4)(5, 6, 7)$ 을 뽑았을 때이므로 $4 \times 3!$

$$\frac{b}{a} = \frac{4 \times 3!}{{}_7C_3 \times 3!} = \frac{4}{35} \therefore a+b=35+4=39$$

[다른 풀이]

전체 경우: ${}_7P_3$ (이하동일)

$$347. \frac{223}{225}$$

갑이 꺼낸 공이 a_1, a_2, a_3 ($a_1 \leq a_2 \leq a_3$) 이고

을이 꺼낸 공이 b_1, b_2, b_3 ($b_1 \leq b_2 \leq b_3$) 이면

$a_i \neq b_i$ 인 i ($i=1, 2, 3$)이 존재할 확률은 적어도 하나 존재할 확률과 같다.

그러므로 전체 확률에서 $a_i = b_i$ 인 i ($i=1, 2, 3$)이 모두 성립하는 것을 빼면 된다.

전체 확률은 $6^3 \times 5^3$ 가지 (꺼낸 공은 다시 넣지 않으므로)

$$\text{구하는 확률은 } 1 - \frac{{}_6P_3 \times 2}{6^3 \times 5^3} = 1 - \frac{2}{225} = \frac{223}{225} \text{이다.}$$

348. ①

전체 경우의 수는 $(6-1)=120$ 가지

두 쌍 부부를 선택하는 경우의 수 ${}_3C_2=3$ 가지

그 사이에 한 쌍의 부부가 이웃하지 않게 앉는 경우 ${}_2P_2=2$ 가지

두 쌍의 부부가 각각 자리를 바꿀 때 $2 \times 2=4$ 가지

따라서 두 쌍의 부부만 이웃하여 앉는 경우의 수는

$$3 \times 2 \times 4 = 24 \text{가지}$$

$$\therefore \frac{24}{120} = \frac{1}{5}$$

349. ②

전체 경우의 수 ${}_{10}C_3=120$ 가지

1) 4가 적힌 공 2개를 포함하여 공을 꺼내는 경우:

$${}_2C_2 \times {}_6C_1 = 6 \text{가지}$$

2) 4가 적힌 공 1개를 포함하여 공을 꺼내는

$$\text{경우: } {}_2C_1 \times {}_6C_2 = 30 \text{가지}$$

$$\frac{36}{120} = \frac{3}{10}$$

350. ③

$1 \leq x \leq y \leq n$ 을 만족하는 순서쌍 (x, y) 를 선택하는 모든 방법의

$$\text{수는 } {}_nH_2 = {}_{n+1}C_2 = \frac{(n+1)n}{2} \text{가지}$$

(x, y) 중 임의로 선택한 (a, b) 에서 $b-a=3$ 을 만족하는 경우의

수는 $(1, 4), (2, 5), \dots, (n-3, n)$ 와 같이 $n-3$ 가지

그중 a 가 3의 배수인 경우는 $\left\lfloor \frac{n-3}{3} \right\rfloor$ 가지

(단, $\lfloor x \rfloor$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수)

A 사건을 $b-a=3$ 인 사건이라 놓고 B 사건을 a 가 3의 배수인

사건이라 놓으면

$$P(A) = \frac{n-3}{\frac{n(n+1)}{2}}$$

$$P(A \cap B) = \frac{\left\lfloor \frac{n-3}{3} \right\rfloor}{\frac{n(n+1)}{2}} \text{이고}$$

문제에서 요구하는 확률은

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\left\lfloor \frac{n-3}{3} \right\rfloor}{n-3} = \frac{3}{10}$$

$$\therefore 10 \left\lfloor \frac{n-3}{3} \right\rfloor = 3(n-3) \text{에서 } \left\lfloor \frac{n-3}{3} \right\rfloor \text{와 } n-3 \text{은 모두}$$

자연수이므로 $\left\lfloor \frac{n-3}{3} \right\rfloor$ 는 3의 배수이고 $n-3$ 은 10의 배수여야 한다.

$$n=13 \text{일 때, } \left\lfloor \frac{n-3}{3} \right\rfloor = 3 \text{이므로 성립}$$

$$n=23 \text{일 때, } \left\lfloor \frac{n-3}{3} \right\rfloor = 6 \text{이므로 성립}$$

$$n=33 \text{일 때, } \left\lfloor \frac{n-3}{3} \right\rfloor = 10 \text{이므로 성립하지 않는다.}$$

$$n=43 \text{일 때, } \left\lfloor \frac{n-3}{3} \right\rfloor = 13 \text{이므로 성립하지 않는다.}$$

따라서, 만족하는 모든 자연수 n 의 값의 합은 36이다.

351. ④

[실행3]까지 할 때, 상자 B의 검은 공의 개수가 짝수가 되려면

(i) [실행2]에서 상자 B에서 검은 공 2개를 상자 A로 넣고

[실행3]에서는 상자 A에서 흰 공 1개, 검은 공 1개를 상자 B로 넣는 경우

$$\frac{{}_7C_2}{{}_9C_2} \times \frac{{}_4C_1 \times {}_2C_1}{{}_6C_2} = \frac{14}{45}$$

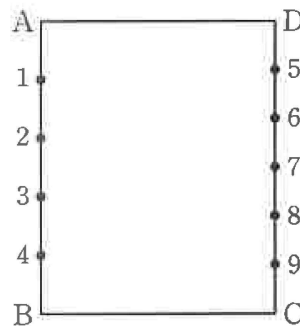
(ii) [실행2]에서 상자 B에서 흰 공 1개, 검은 공 1개를 상자 A로 넣고 [실행3]에서는 상자 A에서 흰 공 2개를 상자 B로 넣는 경우

$$\frac{{}_2C_1 \times {}_7C_1}{{}_9C_2} \times \frac{{}_5C_2}{{}_6C_2} = \frac{7}{27}$$

(i), (ii)에 의하여 $\frac{14}{45} + \frac{7}{27} = \frac{77}{135}$ 따라서 $p-q=58$

352. ④

그림과 같이 변 AB 위의 4개의 점에 각각 1, 2, 3, 4의 번호를 매기고, 변 CD 위의 5개의 점에 각각 5, 6, 7, 8, 9의 번호를 매기자.



두 집합 $X = \{1, 2, 3, 4\}$, $Y = \{5, 6, 7, 8, 9\}$ 라 하면 변 CD 위의 5개의 점 중에서 서로 다른 4개의 점을 임의로 택하여 변 AB 위의 네 점과 일대일로 이어서 임의로 4개의 선분을 그리는 경우의 수는 집합 X 에서 집합 Y 로의 일대일함수의 개수와 같다. 이때 집합 X 에서 집합 Y 로의 일대일함수를 f 라 하면 함수 f 의 개수는

$${}_5P_4 = 5 \times 4 \times 3 \times 2$$

$$= 120$$

주어진 시행에서 네 선분에 의하여 생기는 교점의 개수가 0인

사건을 E , 1인 사건을 F 라 하면 구하는 확률은 $P((E \cup F)^c)$ 이다.

(i) 네 선분에 의하여 생기는 교점의 개수가 0인 경우는 함수 f 가

$$f(1) < f(2) < f(3) < f(4)$$

를 만족시키는 경우이므로 이 경우의 수는

$${}_5C_4 = {}_5C_1 = 5$$

그러므로 7은 참이다

(ii) 네 선분에 의하여 생기는 교점의 개수가 1인 경우는 다음과 같이 나누어 생각할 수 있다.

$$\textcircled{7} f(2) < f(1) < f(3) < f(4) \text{인 경우}$$

$f(1)=6, f(2)=5$ 인 경우 $f(3), f(4)$ 의 값을 택하는 경우의 수는

$${}_3C_2 = 3$$

$f(1)=7, f(2)=5$ 또는 $f(1)=7, f(2)=6$ 인 경우 $f(3)=8, f(4)=9$ 이어야 하므로 경우의 수는

$$2 \times 1 = 2$$

그러므로 이 경우의 수는

$$3 + 2 = 5$$

㉠ $f(1) < f(3) < f(2) < f(4)$ 인 경우

$f(2)=7, f(3)=6$ 인 경우 $f(1)=5$ 이고 $f(4)$ 의 값을 택하는 경우의 수는

$${}_2C_1 = 2$$

$f(2)=8, f(3)=6$ 인 경우 $f(1)=5, f(4)=9$ 이어야 하므로 경우의 수는

$$1$$

$f(2)=8, f(3)=7$ 인 경우 $f(4)=9$ 이고 $f(1)$ 의 값을 택하는 경우의 수는

$${}_2C_1 = 2$$

그러므로 이 경우의 수는

$$2+1+2=5$$

㉡ $f(1) < f(2) < f(4) < f(3)$ 인 경우

$f(3)=9, f(4)=8$ 인 경우 $f(1), f(2)$ 의 값을 택하는 경우의 수는

$${}_3C_2 = 3$$

$f(3)=9, f(4)=7$ 또는 $f(3)=8, f(4)=7$ 인 경우 $f(1)=5, f(2)=6$ 이어야 하므로 경우의 수는

$$2 \times 1 = 2$$

그러므로 이 경우의 수는

$$3+2=5$$

㉢ $f(3) < f(2) < f(1) < f(4)$ 인 경우

이 경우 $f(1)=7, f(2)=6, f(3)=5$ 또는 $f(1)=8, f(2)=7, f(3)=6$ 이면 세 선분이 한 점에서 만난다.

이때 $f(4)$ 의 값을 택하는 경우의 수는 각각 2, 1이므로 이 경우의 수는

$$2+1=3$$

㉣ $f(1) < f(4) < f(3) < f(2)$ 인 경우

이 경우 $f(2)=9, f(3)=8, f(4)=7$ 또는 $f(2)=8, f(3)=7, f(4)=6$ 이면 세 선분이 한 점에서 만난다.

이때 $f(1)$ 의 값을 택하는 경우의 수는 각각 2, 1이므로 이 경우의 수는

$$2+1=3$$

㉤ $f(4) < f(3) < f(2) < f(1)$ 인 경우

이 경우 $f(1)=8, f(2)=7, f(3)=6, f(4)=5$ 또는 $f(1)=9, f(2)=8, f(3)=7, f(4)=6$ 이면 네 선분이 한 점에서 만난다.

그러므로 이 경우의 수는

$$2$$

㉦~㉨에 의하여 네 선분에 의하여 생기는 교점의 개수가

1인 경우의 수는

$$5+5+5+3+3+2=23$$

ㄴ은 거짓이고

ㄷ은 확률이 $\frac{5+23}{120}$ 이므로 참이다.

353. ③

$$P(A \cap B) = \frac{2}{5} + \frac{7}{10} - \frac{1}{5} = \frac{9}{10}$$

$$P(A^c \cap B^c) = P((A \cup B)^c) = \frac{1}{10}$$

$$P(A^c | B^c) = \frac{P(A^c \cap B^c)}{P(B^c)} = \frac{\frac{1}{10}}{\frac{3}{10}} = \frac{1}{3}$$

354. ⑤

$$P(A)=0.2, P(B)=0.5, P(A^c \cap B^c)=0.4 \text{에서 } P(A \cup B)=0.6$$

$$P(A \cap B)=0.2+0.5-0.6=0.1 \text{이므로}$$

$$\text{따라서 구하는 } P(A | B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0.1}{0.5} = \frac{1}{5}$$

355. ②

$$P(A^c \cap B^c) = P((A \cup B)^c) = 1 - P(A \cup B) = \frac{3}{10} \text{이므로}$$

$$P(A \cup B) = \frac{7}{10} \text{이고, } P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B) = \frac{1}{5}$$

$$P(B | A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)} = \frac{2}{5}$$

356. ②

A, B 가 배반사건이므로 $P(A \cap B) = 0$ 이다.

$$P(A) = \frac{1}{4}, P(B) = \frac{1}{3} \text{에서 } P(B^c) = 1 - P(B) = \frac{2}{3} \text{이므로}$$

$$\therefore P(A | B^c) = \frac{P(A \cap B^c)}{P(B^c)} = \frac{P(A)}{P(B^c)} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{2}{3}} = \frac{3}{8}$$

($\because A \cap B = \emptyset$ 이므로 $A \subset B^c$ 이고 $A \cap B^c = A$ 이다.)

357. ③

$$\text{분모 : } {}_{n+4}C_2 = \frac{(n+4)(n+3)}{2}$$

$$\text{분자 : } {}_nC_1 \cdot {}_4C_1 = 4n$$

$$\text{서로 다른 색의 공이 나올 확률 } \frac{8n}{(n+4)(n+3)} = \frac{4}{7}$$

$$14n = n^2 + 7n + 12 \quad n^2 - 7n + 12 = 0 \quad (n-3)(n-4) = 0$$

따라서 모든 자연수 n 의 값의 합은 $3+4=7$

358. ②

조건을 표로 나타내면

	진품	가품	
진품	0.8×0.99	0.8×0.01	0.8
가품	0.2×0.02	0.2×0.98	0.2

감별 전문가가 고미술품을 진품으로 감별할 확률은

$$(\text{진품일 때, 진품이라고 할 확률}) + (\text{가품일 때, 진품이라고 할 확률}) \\ = 0.792 + 0.004 = 0.796$$

359. ④

기대가 흰공을 뽑는 사건을 A

희정이가 흰공을 뽑는 사건을 B

$$P(B) = P(A \mid B) + P(A^c \mid B) = \frac{5}{9} \times \frac{4}{8} + \frac{4}{9} \times \frac{5}{8} = \frac{5}{9}$$

360. ③

여학생을 A, 안경을 쓴 학생을 B라 하면

$$P(A) = \frac{1}{2}, P(A \mid B) = \frac{9}{32} \text{이므로 조건부 확률에 따라}$$

$$P(B \mid A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{9}{32}}{\frac{1}{2}} = \frac{9}{16}$$

361. ④

2의 배수를 택한 사건을 A

4의 배수를 택한 사건을 B

$$P(A) = \frac{5}{10}$$

$$P(B) = \frac{2}{10}$$

$$P(B \mid A) = \frac{2}{5}$$

362. ②

$$\frac{4}{16} = \frac{1}{4}$$

363. ⑤

양성반응 보인 사람 A

바이러스에 감염판정 B

$$P(E \mid A) = \frac{P(A \cap E)}{P(A)} = \frac{36}{52} = \frac{9}{13}$$

364. ①

$$\text{갑이 당첨 후에 을이 당첨될 확률 } \frac{3}{10} \cdot \frac{2}{9} = \frac{6}{90}$$

$$\text{갑이 당첨안 된 후에 을이 당첨 확률 } \frac{7}{10} \cdot \frac{3}{9} = \frac{21}{90}$$

$$\text{따라서 을이 당첨될 확률은 } \frac{6+21}{90} = \frac{27}{90} = \frac{3}{10}$$

365. ④

농구 동아리 회원 중 남자인 사건을 A, 레슨을 받고 있는 회원을 X라고 하면

$$P(A) = 0.6, P(A^c) = 0.4$$

$$P(X \mid A) = 0.6, P(X \mid A^c) = 0.7$$

$$P(X) = P(X \cap A) + P(X \cap A^c)$$

$$= P(A)P(X \mid A) + P(A^c)P(X \mid A^c)$$

$$= 0.6 \times 0.6 + 0.4 \times 0.7 = 0.64$$

366. ③

A와 B가 서로 독립이므로 $P(A) = P(A \mid B) = P(A \mid B^c)$ ㄱ. $P(A \cap A^c) = 0$ 이고 $P(A)P(A^c) \neq 0$ (참)

ㄴ. 두 사건이 독립이라고 배반사건인 것은 아니다. (거짓)

ㄷ. $P(A - B) = P(A \cap B^c) = P(A)P(B^c)$ (참)

367. ④

$$P(A) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}, P(B) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}, P(C) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

$$P(A \cap B) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}, P(B \cap C) = \frac{1}{6}, P(A \cap C) = \frac{1}{6}$$

ㄱ. $P(A \cap B) = \frac{1}{3} = P(A) \times P(B) = \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$ 이므로 독립ㄴ. $P(B \cap C) = \frac{1}{6} \neq P(B) \times P(C) = \frac{2}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{2}{9}$ 이므로 종속ㄷ. $P(A \cap C) = \frac{1}{6} = P(A) \times P(C) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$ 이므로 독립

따라서 <보기>에서 서로 독립인 것은 ㄱ, ㄷ이다.

368. ③

A와 B가 서로 독립이므로

$$P(A \mid B) = P(A) = \frac{2}{3}, P(B \mid A^c) = P(B) = \frac{2}{5}$$

$$\therefore P(B \mid A) + P(A^c \mid B) = P(B) + P(A^c) = \frac{2}{5} + \frac{1}{3} = \frac{11}{15}$$

369. ⑤

A와 B가 서로 독립이므로

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B) = \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{1}{2}$$

이다.

370. ③

A와 B가 서로 독립이므로 $P(A \mid B) = P(A) = \frac{3}{4}$ 이고,

$$P(A^c) = 1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4} \text{이다.}$$

371. ③

$$P(B \mid A) = \frac{1}{3} = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}, P(A \cap B) = \frac{2}{15} \text{이므로 } P(A) = \frac{2}{5},$$

$$P(A^c) = \frac{3}{5}$$

372. ④

 $P(A) = P(A \mid B)$ 이므로 두 사건 A와 B는 독립이다.ㄱ. 독립이므로 $P(B) = P(B \mid A^c)$ 는 참이다.ㄴ. 독립이므로 $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ 는 거짓이다.ㄷ. 독립이므로 $P(A \cap B) = P(A)P(B)$ 는 참이다.

따라서 <보기>에서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이다.

373. ③

안타를 칠 확률이 $\frac{1}{4}$ 이므로 3 번의 타석에서 2번 이상의 안타를 칠 확률은 2번 안타 칠 확률과 3 번 안타를 칠 확률을 더해서

$$\text{구한다. } {}_3C_2\left(\frac{1}{4}\right)^2\left(\frac{3}{4}\right)^1 + {}_3C_3\left(\frac{1}{4}\right)^3\left(\frac{3}{4}\right)^0 = \frac{3 \times 3}{4^3} + \frac{1}{4^3} = \frac{10}{64} \\ = \frac{5}{32}$$

따라서 $\frac{q}{p} = \frac{5}{32}$, $p+q=37$ 이다.

374. ①

홀수의 눈이 나올 때 동전의 앞면이 2번 나올 확률은

$$\frac{1}{2} {}_3C_2\left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{3}{16}$$

짝수의 눈이 나올 때 동전의 앞면이 2번 나올 확률은

$$\frac{1}{2} {}_2C_2\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{8}$$

$$\text{따라서 } \frac{3}{16} + \frac{1}{8} = \frac{5}{16}$$

375. ③

주사위를 한 번 던질 때 5의 약수의 눈이 나올 확률은 $\frac{1}{3}$ 이다.

따라서 한 개의 주사위를 3번 던질 때 5의 약수의 눈이 2번 나올 확률은

$${}_3C_2 \times \left(\frac{1}{3}\right)^2 \times \frac{2}{3} = \frac{2}{9}$$

이다.

376. ①

$$\text{홀수일 확률 } \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

한 개의 주사위를 6번 던져서 홀수의 눈이 0회, 1회 나오는 확률은

$$\text{독립시행에 의해 구하면 } {}_6C_0\left(\frac{1}{2}\right)^0\left(\frac{1}{2}\right)^6 + {}_6C_1\left(\frac{1}{2}\right)^1\left(\frac{1}{2}\right)^5$$

따라서 한 개의 주사위를 6번 던져서 홀수의 눈이 2회 이상 나올 확률은

$$1 - \left\{ {}_6C_0\left(\frac{1}{2}\right)^0\left(\frac{1}{2}\right)^6 + {}_6C_1\left(\frac{1}{2}\right)^1\left(\frac{1}{2}\right)^5 \right\} = 1 - \frac{7}{64} = \frac{57}{64}$$

$$p=64, q=57 \quad p+q=121$$

377. ①

$$\text{독립시행의 확률이므로 } {}_4C_3\left(\frac{2}{5}\right)^3\left(\frac{3}{5}\right)^1 = \frac{96}{625}$$

378. ①

$$P(A^c) = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{1}{3} + \frac{3}{5} - \frac{1}{5} = \frac{11}{15}$$

$$P(A^c \cap B^c) = P((A \cup B)^c) = 1 - P(A \cup B) = 1 - \frac{11}{15} = \frac{4}{15}$$

$$P(B^c | A^c) = \frac{P(A^c \cap B^c)}{P(A^c)} = \frac{\frac{4}{15}}{\frac{2}{3}} = \frac{2}{5}$$

$$379. \frac{8}{27}$$

$$P(B^c) = \frac{3}{4} \text{이므로}$$

$$P(B) = 1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$$

$$P(B | A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{1}{3} \text{에서}$$

$$P(A \cap B) = \frac{1}{3} P(A) = \frac{1}{9}$$

$$P(A | B^c) = \frac{P(A \cap B^c)}{P(B^c)} = \frac{P(A) - P(A \cap B)}{P(B^c)}$$

$$= \frac{\frac{1}{3} - \frac{1}{9}}{\frac{3}{4}} = \frac{\frac{2}{9}}{\frac{3}{4}} = \frac{8}{27}$$

380. ②

A, B 가 배반사건이므로 $P(A \cap B) = 0$ 이다.

$$P(A) = \frac{1}{4}, P(B) = \frac{1}{3} \text{에서 } P(B^c) = 1 - P(B) = \frac{2}{3} \text{이므로}$$

$$\therefore P(A | B^c) = \frac{P(A \cap B^c)}{P(B^c)} = \frac{P(A)}{P(B^c)} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{2}{3}} = \frac{3}{8}$$

($\because A \cap B = \emptyset$ 이므로 $A \subset B^c$ 이고 $A \cap B^c = A$ 이다.)

381. ④

$$\text{분모 : } {}_5P_4 = 5^4$$

$$\text{분자 : 5의 배수일 경우 } \dots 5 \text{이므로 } {}_5P_3 = 5^3$$

3400보다 크면서 5의 배수가 아닌 경우

34__ 또는 35__일 때, $5 \cdot 4$

4___ 또는 5___일 때, $5 \cdot 5 \cdot 4$

따라서 구하는 조건부 확률은

$$\frac{5^3 + (5 \cdot 4) \cdot 2 + (5 \cdot 5 \cdot 4) \cdot 2}{5^4} = \frac{25 + 8 + 40}{125} = \frac{73}{125}$$

382. ①

	남자	여자	합계
합격자 수	40	70	110
불합격자 수	a	b	40
합계	$40+a$	$70+b$	150

남자를 택하는 사건을 A

불합격한 응시생을 택하는 사건 B

$$P(B | A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{a}{40+a} = \frac{1}{9}$$

$$a = 5$$

383. ⑤

세 개의 주사위 눈의 합이 5의 배수인 사건을 A 라 하자

1) 합이 5인 경우

(1, 1, 3) 3가지

(2, 2, 1) 3가지

2) 합이 10인 경우

(6, 3, 1) 6가지

(6, 2, 2) 3가지

(5, 4, 1) 6가지

(5, 3, 2) 6가지

(4, 4, 2) 3가지

(4, 3, 3) 3가지

3) 합이 15인 경우

(6, 6, 4) 3가지

(6, 5, 4) 6가지

(5, 5, 5) 1가지

그러므로 사건 A 의 경우의 수는 43개

$$P(A) = \frac{43}{216}$$

또한 세 개의 주사위 눈 중 두 개가 같고 하나가 다른 사건을 E 라 하면사건 $A \cap E$ 의 경우의 수는 18개

$$P(A \cap E) = \frac{18}{216}$$

$$P(E | A) = \frac{18}{43}$$

$$p + q = 61$$

384. ③

 A 의 점수 $+3 \geq B$ 의 점수는 독립시행의 확률에 따라1~6회까지 A 가 4승, B 가 2승이고 7회에 A 가 승인 경우

$$A - B = 6 - 2 = 4\text{점} \text{이므로 } \left\{ {}_6C_4 \left(\frac{1}{2} \right)^4 \left(\frac{1}{2} \right)^2 \right\} \cdot \frac{1}{2} = \frac{15}{128}$$

1~6회까지 A 가 5승, B 가 1승이고 7회에 A 가 승인 경우

$$A - B = 7 - 1 = 6\text{점} \text{이므로 } \left\{ {}_6C_5 \left(\frac{1}{2} \right)^5 \left(\frac{1}{2} \right) \right\} \cdot \frac{1}{2} = \frac{6}{128}$$

1~6회까지 A 가 6승, B 가 0승이면 7회는 A, B 어느 쪽이든 무관

$$A - B \geq 4\text{점} \text{이므로 } \left\{ {}_6C_6 \left(\frac{1}{2} \right)^6 \right\} \cdot 1 = \frac{1}{64}$$

$$\text{구하는 확률은 } \frac{15+6+2}{128} = \frac{23}{128} = \frac{p}{q}$$

$$\text{따라서 } p + q = 23 + 128 = 151$$

385. ④

실근을 가지려면 $D = a^2 - 4b \geq 0$, $a^2 \geq 4b$ 이므로 경우의 수는 $a = 1$ 일 때 만족하는 b 는 없다. $a = 2$ 일 때 만족하는 $b = 1$ $a = 3$ 일 때 만족하는 $b = 1, 2$ $a = 4$ 일 때 만족하는 $b = 1, 2, 3, 4$ $a = 5$ 일 때 만족하는 $b = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ $a = 6$ 일 때 만족하는 $b = 1, 2, 3, 4, 5, 6$

전체 경우의 수 : 19가지

이 중에서 a 가 짝수인 경우는 $a = 2, a = 4, a = 6$ 일 때의 b 의 개수이므로 11가지이다.따라서 $x^2 + ax + b = 0$ 이 실근을 가질 때, a 가 짝수일 확률은

$$\frac{11}{19} \text{이므로 } p = 19, q = 11$$

$$\therefore p + q = 19 + 11 = 30$$

386. ①

주머니 B에서 흰 공의 개수를 $4n$ 개,검은 공의 개수를 n 개라 하자.주머니 A에서 주머니 B에 공을 하나 더 넣으면 $5n+1$ 개가 된다.

(i) 주머니 A에서 흰 공을 꺼내고 주머니 B에서 넣어서 흰 공을 꺼낼 확률은

$$p_1 = \frac{2}{5} \times \frac{4n+1}{5n+1}$$

(ii) 주머니 A에서 검은 공을 꺼내고 주머니 B에서 넣어서 흰 공을 꺼낼 확률은

$$p_2 = \frac{3}{5} \times \frac{4n}{5n+1}$$

$$\text{이므로 } \frac{p_1}{p_1 + p_2} = \frac{17}{41} \text{이다.}$$

$$\frac{\frac{2}{5} \times \frac{4n+1}{5n+1}}{\frac{2}{5} \times \frac{4n+1}{5n+1} + \frac{3}{5} \times \frac{4n}{5n+1}} = \frac{17}{41}$$

이므로 $n = 2$ 흰 공의 개수 $4n = 8$ 이다.

$$387. (1) \frac{1}{15} \quad (2) \frac{3}{10} \quad (3) \text{속}$$

(1) A 와 B 의 곱사건은 A, B 모두 3의 배수를 뽑아야 하므로

$$\therefore P(A \cap B) = \frac{3}{10} \times \frac{2}{9} = \frac{1}{15}$$

(2) B 가 3의 배수를 뽑는 사건은 A 와 B 가 모두 3의 배수를 뽑는 경우와 A 는 3의 배수를 뽑지않고, B 만 3의 배수를 뽑는 경우로 나눌 수 있으므로

$$\therefore P(B) = \frac{3}{10} \times \frac{2}{9} + \frac{7}{10} \times \frac{3}{9} = \frac{3}{10}$$

(3) $P(A) = \frac{3}{10}$, $P(B) = \frac{3}{10}$ 이고 $P(A \cap B) = \frac{1}{15}$ 이므로

$$P(A \cap B) \neq P(A) \times P(B)$$

따라서, A 와 B 는 서로 종속이다.

388. ③

이 시행을 한 번 하여 얻은 점수가 6이하인 사건을 A , 동전의 뒷면이 적어도 한 번 나오는 사건을 B 라 하면 구하는 확률은 $P(B|A)$ 이다.

이 시행을 한 번 하여 얻은 점수가 6이하인 경우는 동전의 뒷면이 적어도 한 번 나오고 주사위에서 3이하의 눈이 나오는 경우 또는 동전의 앞면이 한 번도 나오지 않고 주사위에서 5이하의 눈이 나오는 경우 이므로

$$P(A) = \frac{1}{4} \times \frac{5}{6} + \frac{3}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{7}{12}$$

이때 동전의 뒷면이 적어도 한 번 나오고 얻은 점수가 6이하인 경우는 동전을 던져서 한 번은 앞면, 한 번은 뒷면이 나오고 주사위에서 3이하의 눈이 나오는 경우 또는 동전의 앞면에 한 번도 나오지 않고 주사위에서 5이하의 눈이 나오는 경우이므로

$$P(A \cap B) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{4} \times \frac{5}{6} = \frac{11}{24}$$

따라서 구하는 확률은

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{11}{24}}{\frac{7}{12}} = \frac{11}{14}$$

389. ④

1, 2, 3은 흰 공과 검은 공이 모두 있고, 4, 5는 흰 공만 존재하므로 1, 2, 3의 경우를 $\bigcirc$, 4, 5의 경우를 $\times$ 이라 가정하자. 4개의 공을 동시에 꺼내는 시행에서 나온 4개의 공에 적힌 숫자가 모두 다른 사건을 A 라 하고, 4개의 공을 동시에 꺼내는 시행에서 나온 4개의 공이 흰 공 2개, 검은 공 2개인 사건을 B 라 놓으면

문제에서 요구하는 확률은 $P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$ 이므로

A 사건은 4개의 숫자가 모두 다르게 나와야 하므로

$\bigcirc\bigcirc\bigcirc\times$ 또는 $\bigcirc\bigcirc\times\times$ 인 경우이다.

$\bigcirc\bigcirc\bigcirc\times$ 인 경우는 숫자는 1, 2, 3이 모두 뽑히고, 4, 5중 하나가 뽑힌 경우이므로 1, 2, 3의 공이 각각 흰 공인지 검은 공인지 정하는 방법의 수가 ${}_2C_1 \times {}_2C_1 \times {}_2C_1$ 이고, 4, 5중 어떤 숫자가 뽑혔는지 정하는 방법의 수가 ${}_2C_1$ 이다.

$\bigcirc\bigcirc\times\times$ 인 경우는 숫자는 1, 2, 3중에 2개가 뽑히고, 4, 5가 모두 뽑힌 경우이므로 먼저 1, 2, 3숫자 중 2개를 정하는 방법이 ${}_3C_2$ 이고, 그 숫자의 공의 색을 정하는 방법이 ${}_2C_1 \times {}_2C_1$ 이다.

또한 전체 근원사건 수는 ${}_8C_4$ 가지이므로 A 사건의 확률은 아래와 같다.

$$P(A) = \frac{{}_2C_1 \times {}_2C_1 \times {}_2C_1 \times {}_2C_1}{{}_8C_4} + \frac{{}_3C_2 \times {}_2C_1 \times {}_2C_1}{{}_8C_4} = \frac{28}{{}_8C_4}$$

$A \cap B$ 사건은 4개의 숫자가 모두 다르게 나오면서 흰 공 2개, 검은 공 2개가 선택되어야 하므로

$\bigcirc\bigcirc\bigcirc\times$ 인 경우는 숫자는 1, 2, 3이 모두 뽑히고, 4, 5중 하나가 뽑힌 경우이고, 1, 2, 3중 2개가 검은 공이어야 하므로 검은 공을 정하는 방법의 수가 ${}_3C_2$ 이고 4, 5중 어떤 숫자가 뽑혔는지 정하는 방법의 수가 ${}_2C_1$ 이다.

$\bigcirc\bigcirc\times\times$ 인 경우는 숫자는 1, 2, 3중에 2개가 뽑히고, 4, 5가 모두 뽑힌 경우이므로 1, 2, 3숫자 중 2개를 정하는 방법이 ${}_3C_2$ 이고, 그 선택받은 숫자는 모두 검은 공이어야 한다.

$$\therefore P(A \cap B) = \frac{{}_3C_2 \times {}_2C_1}{{}_8C_4} + \frac{{}_3C_2}{{}_8C_4} = \frac{9}{{}_8C_4}$$

$$\therefore P(B|A) = \frac{9}{28} \text{이므로 } p+q=37$$

390. ②

주머니 A에서 꺼낸 두 개의 공이 서로 같은 색인 사건을 E , 주머니 B에서 꺼낸 두 개의 공이 서로 다른 색인 사건을 F 라 하면 구하는 확률은 $P(E \cap F)$ 이다.

이때

$$P(E) = \frac{{}_3C_2 + {}_4C_2}{{}_7C_2} = \frac{3}{7}$$

$$P(F) = \frac{{}_5C_1 \times {}_3C_1}{{}_8C_2} = \frac{15}{28}$$

이고, 두 사건 E 와 F 가 서로 독립이므로

$$P(E \cap F) = P(E)P(F) = \frac{3}{7} \times \frac{15}{28} = \frac{45}{196}$$

391. ①

$$\text{메뉴A 선택하는 확률: } P(A) = \frac{6}{10}$$

$$\text{메뉴B 선택하는 확률: } P(A^c) = \frac{4}{10}$$

남자일 확률을 $P(M)$ 여자일 확률을 $P(M^c)$ 라고 하자.

$$P(M|A) = \frac{3}{4}, P(M^c|A^c) = \frac{1}{3}$$

$$P(A \cap M) = \frac{9}{20}, P(A^c \cap M^c) = \frac{2}{15} \text{ 이므로 } P(A \cap M^c) = \frac{3}{20}$$

$$P(M^c) = P(A \cap M^c) + P(A^c \cap M^c) = \frac{3}{20} + \frac{2}{15} = \frac{17}{60}$$

$$P(A|M^c) = \frac{P(A \cap M^c)}{P(M^c)} = \frac{9}{17}$$

392. ④

여학생인 사건을 A , 안경을 쓴 사건을 B 라 하자.

$$P(A) = \frac{1}{2}, P(A \cap B) = \frac{1}{5}$$

$P(B|A)$ 를 구하면 된다.

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{5}}{\frac{1}{2}} = \frac{2}{5} \text{이므로 } 40\%$$

393. ③

하나의 문을 선택하여 자동차를 탈 확률은 $\frac{1}{3}$ 이고, 선택을 유지하면 확률도 바뀌지 않는다.

※ [몬티홀 문제]는 조건부확률을 사용하여 설명할 수도 있다.

예를 들어 참가자가 1번 문을 선택했다고 가정하자.

이때 진행자가 2번 문을 열어 염소를 보여주었다면 자동차는 1번 문 뒤에 있거나 또는 3번 문 뒤에 있을 것이다.

진행자가 2번 문을 여는 사건을 A , 자동차가 1번 문 뒤에 있는 사건을 B , 자동차가 3번 문 뒤에 있는 사건을 C 라고 하면

(i) 진행자가 2번 문을 열었다는 조건에서 자동차가 1번 문 뒤에 있을 확률 $P(B|A)$ 를 구하면

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{P(B) \times P(A|B)}{P(A)}$$

위의 식에서 진행자가 2번 문을 열 확률 $P(A)$ 는 참가자가 선택하지 않은 남은 두 개의 문 중 하나이므로 $\frac{1}{2}$ 이고, 또

자동차가 1번 문 뒤에 있을 확률 $P(B)$ 는 $\frac{1}{3}$ 이다. 그리고

자동차가 1번 문 뒤에 있다는 조건에서 진행자가 2번 문을 열 확률 $P(A|B)$ 는 참가자가 선택하지 않은 염소가 있는 두 개의 문 중 하나이므로 $\frac{1}{2}$ 이다. 따라서

$$P(B|A) = \frac{P(B)P(A|B)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{3} \times \frac{1}{2}}{\frac{1}{2}} = \frac{1}{3}$$

그러므로 참가자가 처음 선택을 유지했을 때 자동차를 받을 확률은 $\frac{1}{3}$ 이 된다.

(ii) 진행자가 2번 문을 열었다는 조건에서 자동차가 3번 문 뒤에 있을 확률 $P(C|A)$ 를 구하면

$$P(C|A) = \frac{P(A \cap C)}{P(A)} = \frac{P(C) \times P(A|C)}{P(A)}$$

위의 식에서 진행자가 2번 문을 열 확률 $P(A)$ 는 참가자가 선택하지 않은 남은 두 개의 문 중 하나이므로 $\frac{1}{2}$ 이고, 또

자동차가 3번 문 뒤에 있을 확률 $P(C)$ 는 $\frac{1}{3}$ 이다. 그리고

자동차가 3번 문 뒤에 있다는 조건에서 진행자가 2번 문을 열 확률 $P(A|C)$ 는 참가자가 선택하지 않은 염소가 있는 한 개의 문 중 하나이므로 1이다. 따라서

$$P(C|A) = \frac{P(C)P(A|C)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{3} \times 1}{\frac{1}{2}} = \frac{2}{3}$$

그러므로 참가자가 처음 선택을 유지했을 때 자동차를 받지 못할 확률은 $\frac{2}{3}$ 이 된다.

394. $\frac{4}{7}$

첫 번째에 흰 공을 뽑는 사건을 A , 두 번째에 흰 공을 뽑는 사건을 B 라 하자.

$$P(A) = \frac{2}{5} \text{이고,}$$

$$P(B) = P(A \cap B) + P(A^c \cap B) = \frac{2}{5} \times \frac{4}{7} + \frac{3}{5} \times \frac{2}{7} = \frac{14}{35} \text{이다.}$$

$$\text{문제에서 구하는 확률은 } P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{8}{35}}{\frac{14}{35}} = \frac{4}{7} \text{이다.}$$

395. ③

40%가 남자이고, 이 동아리의 남자 회원의 60%, 여자회원의 70%가 현재 탁구 레슨을 받고 있다. 이 동아리의 회원 중에서 임의로 한 명을 택할 때, 이 회원이 현재 레슨을 받고 있는 회원일 확률은?

이 동아리의 회원 중에서 임의로 한 명을 택할 때, 이 회원이 남자인 사건을 A , 현재 레슨을 받고 있는 회원인 사건을 B 라 하자. 이때 A 의 여사건 A^c 은 이 동아리의 회원 중에서 임의로 택한 한 명의 회원이 여자인 사건이다.

$$P(A) = \frac{2}{5}, P(B|A) = \frac{3}{5} \text{이므로}$$

$$P(A \cap B) = P(A)P(B|A)$$

$$= \frac{2}{5} \times \frac{3}{5}$$

$$= \frac{6}{25}$$

$$P(A^c) = \frac{3}{5}, P(B|A^c) = \frac{7}{10} \text{이므로}$$

$$P(A^c \cap B) = P(A^c)P(B|A^c)$$

$$= \frac{3}{5} \times \frac{7}{10}$$

$$= \frac{21}{50}$$

따라서 구하는 확률은

$$P(B) = P(A \cap B) + P(A^c \cap B)$$

$$= \frac{7}{25} + \frac{9}{25} = \frac{33}{50}$$

396. ③

남학생 사건을 A , 여학생일 사건을 B 라 하고
탁구레슨을 받는 사건을 C 라 하자.

$$P(A) = 0.4, P(B) = 0.6$$

$$P(C|A) = 0.7, P(C|B) = 0.6$$

$$P(C|A) = \frac{P(A \cap C)}{P(A)} = 0.7 \text{ 이므로 } P(A \cap C) = 0.4 \times 0.7 = 0.28$$

$$P(C|B) = \frac{P(B \cap C)}{P(B)} = 0.6 \text{ 이므로 } P(B \cap C) = 0.6 \times 0.6 = 0.36$$

$$P(C) = P(A \cap C) + P(B \cap C) = 0.64 \text{ 이다.}$$

$$P(A|C) = \frac{P(A \cap C)}{P(C)} = \frac{0.28}{0.64} = \frac{7}{16}$$

397. ⑤

한 개의 동전을 두 번 던지면 (, 앞), (앞, 뒤), (뒤, 앞), (뒤, 뒤)
앞면이 적어도 한 번 나오고 점수가 6이하인 사건을 E ,
→ (앞, 앞), (앞, 뒤), (뒤, 앞)이고 주사위의 눈의 수는 1, 2, 3, 4

앞면이 한 번도 나오지 않고 점수가 6이하인 사건을 F ,

→ (뒤, 뒤)이고 주사위의 눈의 수는 1, 2, 3

뒷면이 적어도 한 번 나오고 점수가 6이하인 사건을 G 라고 하면

→ (앞, 뒤), (뒤, 앞)이고 주사위의 눈의 수는 1, 2, 3, 4

(뒤, 뒤)이고 주사위의 눈의 수는 1, 2, 3

엮는 점수가 6이하일 때, 동전의 뒷면이 적어도 한 번 나왔을
확률은

$$\frac{P(G)}{P(E) + P(F)} \text{ 이다.}$$

따라서 구하는 확률은

$$\frac{\frac{2}{4} \times \frac{2}{3} + \frac{1}{4} \times \frac{1}{2}}{\frac{3}{4} \times \frac{2}{3} + \frac{1}{4} \times \frac{1}{2}} = \frac{11}{15}$$

398. ⑤

1학년을 선택하는 사건을 X 라 하면

$$P(X) = \frac{n}{n+240}, P(X^c) = \frac{240}{n+240}$$

봄을 선택하는 사건을 Y 라 하면 $P(Y) = 0.6$

$$P(Y|X) = \frac{3}{4} \text{ 에서 } P(X \cap Y) = \frac{3}{4} P(X) = \frac{3n}{4(n+240)}$$

$$P(X^c|Y) = \frac{7}{20} \text{ 에서 } P(X^c \cap Y) = \frac{7}{20} P(Y) = \frac{21}{100}$$

$$P(Y) = P(X \cap Y) + P(X^c \cap Y) \text{ 이므로}$$

$$0.6 = \frac{3n}{4(n+240)} + \frac{21}{100}$$

$$n = 260$$

399. ④

조건을 표로 나타내 보면

$$3x + 7y = 200$$

조건부 확률에 따라

$$P(\text{학부모} | \text{남자}) = \frac{x}{x+3y} = \frac{1}{4} \text{ 이므로 } 4x = x + 3y \quad x = y$$

$$\text{연립하면 } 3x + 7y = 10x = 200 \text{ 이므로 } x = 20$$

$$\text{따라서 학부모의 수는 } 3x = 3 \cdot 20 = 60$$

400. ⑤

목격자가 본 뺑소니 차량이 실제로 자가용이고 구별을 잘하여

$$\text{자가용이라고 증언했을 확률은 } \frac{3}{5} \times \frac{4}{5} = \frac{12}{25} \text{ 이고}$$

목격자가 본 뺑소니 차량이 실제로는 영업용인지 구별을 잘 못하여

$$\text{자가용이라고 증언했을 확률은 } \frac{2}{5} \times \frac{1}{5} = \frac{2}{25} \text{ 이므로}$$

$$\text{구하고자 하는 확률은 } \frac{\frac{12}{25}}{\frac{12}{25} + \frac{2}{25}} = \frac{6}{7} \text{ 이다.}$$

401. ①

불량품을 사건 A , 국내 공장의 불량품을 사건 B 라 하면

$$P(A) = (0.8 \times 0.3) + (0.2 \times 0.1) = 0.26 \quad P(A \cap B) = 0.2 \times 0.1 = 0.02$$

$$\text{따라서 구하는 조건부 확률 } P(B|A) = \frac{0.02}{0.26} = \frac{1}{13}$$

402. ③

두 주사위를 던져 같은 눈이 나올 확률 $\frac{1}{6}$, 서로 다른 눈이 나올

$$\text{확률 } \frac{5}{6}$$

동전의 앞면이 나온 횟수보다 뒷면이 나온 횟수보다 많은 사건을 A

동전의 앞면이 3번 나온 사건을 B 라 하면

1) 주사위 눈이 같을 때

① 앞면의 개수가 4개

$$\frac{1}{6} \times {}_{CLSUB}B_4 \left(\frac{1}{2} \right)^4 = \frac{1}{96}$$

② 앞면의 개수가 3개

$$\frac{1}{6} \times {}_{CLSUB}B_3 \left(\frac{1}{2} \right)^4 = \frac{4}{96}$$

2) 주사위 눈이 다를 때

① 앞면의 개수가 3개

$$\frac{5}{6} \times {}_{CLSUB}B_3 \left(\frac{1}{2} \right)^3 = \frac{5}{48}$$

② 앞면이 개수가 2개

$$\frac{5}{6} \times {}_{CLSUB}B_2 \left(\frac{1}{2} \right)^3 = \frac{15}{48}$$

사건 B 의 확률은 $1-2, 2-1$ 의 합이므로

$$P(B|A) = \frac{\frac{14}{96}}{\frac{5}{96} + \frac{40}{96}} = \frac{14}{45}$$

$$p - q = 31$$

403. $\frac{10}{31}$

서로 다른 공이 나오는 사건을 각각 A , B 라 하면

$$P(A) = \frac{1}{3} \cdot \left\{ \frac{{}_3C_1 \cdot {}_4C_1}{{}_7C_2} \right\} = \frac{1}{3} \cdot \frac{4}{7} = \frac{4}{21}$$

$$P(B) = \frac{2}{3} \cdot \left\{ \frac{{}_2C_1 \cdot {}_3C_1}{{}_5C_2} \right\} = \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{5} = \frac{2}{5}$$

따라서 공이 서로 다른 색이 나오는 사건을 C 라 하면

$$P(C) = P(A) + P(B)$$

따라서 조건부 확률에 따라 구하는 확률은

$$P(A|C) = \frac{\frac{4}{21}}{\frac{4}{21} + \frac{2}{5}} = \frac{20}{20+42} = \frac{20}{62} = \frac{10}{31}$$

404. ③

$$A = \{1, 3, 5\}, B = \{2, 4, 6\}, C = \{2, 3, 5\}$$

$$P(A \cap C) = \frac{1}{3}, P(A)P(C) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

따라서 A 와 C 는 서로 종속이다.

$$\therefore P(B \cap C) = \frac{1}{6}, P(B)P(C) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

따라서 B 와 C 는 서로 종속이다.

$\therefore P(A \cap B) = 0$ 따라서 A 와 B 는 서로 배반사건이다.

405. ④

$$A = \{2, 4, 6\}, B = \{1, 5\}, C = \{2, 3, 5\}$$

ㄱ. $A \cap B = \emptyset$ 이므로 배반사건

$$\therefore P(A)P(C) = \frac{1}{4} \text{이고 } A \cap C = \{2\} \text{이므로 } P(A \cap C) = \frac{1}{6}$$

따라서 두 사건은 독립사건이 아니다.

$$\therefore P(B)P(C) = \frac{1}{6} \text{이고 } B \cap C = \{5\} \text{이므로 } P(B \cap C) = \frac{1}{6}$$

따라서 두 사건은 독립사건이다.

406. ①

$$A = \{1, 3, 5\}, B = \{2, 3, 5\}, C = \{5, 6\}$$

$$P(A) = \frac{1}{2}, P(B) = \frac{1}{2}, P(C) = \frac{1}{3}$$

$$P(A \cap B) = \frac{1}{3}, P(B \cap C) = \frac{1}{6}, P(C \cap A) = \frac{1}{6}$$

$P(A \cap B) \neq P(A)P(B)$ 이므로 종속

$P(B \cap C) = P(B)P(C)$ 이므로 독립

$P(C \cap A) = P(C)P(A)$ 이므로 독립

따라서 순서대로 나열하면 종속-독립-독립

407. ⑤

전체 경우의 수는 12가지

ㄱ. 짝수가 나오는 사건은 $\{2, 6, 8, 10, 14, 16\}$ 으로 6가지

5의 배수가 나오는 사건은 $\{5, 10\}$ 으로 2가지

$$P(\text{짝수} \cap 5\text{의 배수}) = P(\text{짝수}) \times P(5\text{의 배수})$$

$$\frac{1}{12} = \frac{6}{12} \times \frac{2}{12} \text{가 되어 서로 독립이다.}$$

ㄴ. 소수가 나오는 사건은 $\{2, 3, 5, 11, 13, 17\}$ 으로 6가지

5의 배수가 나오는 사건은 $\{3, 6\}$ 으로 2가지

$$P(\text{소수} \cap 3\text{의 배수}) = P(\text{소수}) \times P(3\text{의 배수})$$

$$\frac{1}{12} = \frac{6}{12} \times \frac{2}{12} \text{가 되어 서로 독립이다.}$$

ㄷ. 소수가 나오는 사건은 $\{2, 3, 5, 11, 13, 17\}$ 으로 6가지

5의 배수가 나오는 사건은 $\{5, 10\}$ 으로 2가지

$$P(\text{소수} \cap 5\text{의 배수}) = P(\text{소수}) \times P(5\text{의 배수})$$

$$\frac{1}{12} = \frac{6}{12} \times \frac{2}{12} \text{가 되어 서로 독립이다.}$$

408. (1) $\frac{1}{15}$ (2) $\frac{3}{10}$ (3) 종속

(1) A 와 B 의 곱사건은 A, B 모두 3의 배수를 뽑아야 하므로

$$\therefore P(A \cap B) = \frac{3}{10} \times \frac{2}{9} = \frac{1}{15}$$

(2) B 가 3의 배수를 뽑는 사건은

A 와 B 가 모두 3의 배수를 뽑는 경우와 A 는 3의 배수를 뽑지 않고, B 만 3의 배수를 뽑는 경우로 나눌 수 있으므로

$$\therefore P(B) = \frac{3}{10} \times \frac{2}{9} + \frac{7}{10} \times \frac{3}{9} = \frac{3}{10}$$

$$(3) P(A) = \frac{3}{10}, P(B) = \frac{3}{10} \text{이고 } P(A \cap B) = \frac{1}{15} \text{이므로}$$

$$P(A \cap B) \neq P(A) \times P(B)$$

따라서, A 와 B 는 서로 종속이다.

409. ⑤

A, B 가 독립이면 A, B^C 도 독립이고, A^C, B 도 독립이며, A^C, B^C 도 독립이다. 따라서,

$$P(A \cap B^C) = P(A) \times P(B^C) = P(A) \times \{1 - P(B)\} = \frac{1}{2} \dots\dots\dots$$

(1)

$$P(A^C \cap B^C) = P(A^C) \times P(B^C) = \{1 - P(A)\} \{1 - P(B)\} = \frac{1}{4}$$

...(2)

(1)과 (2)를 번번끼리 나누면

$\frac{P(A)}{1-P(A)} = 2$ 에서 $P(A) = \frac{2}{3}$, $P(B) = \frac{1}{4}$ 임을 구할 수 있다.

$$P(A^c \cap B) = P(A^c) \times P(B) = \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$$

410. ⑤

두 사건 A 와 B 가 서로 독립이면

두 사건 A 와 B^c 도 서로 독립이므로

$$P(A \cap B^c) = P(A)P(B^c) = \frac{3}{4} \times \frac{2}{5} = \frac{3}{10} \text{ 이다.}$$

$$P(A \cup B^c) = P(A) + P(B^c) - P(A \cap B^c)$$

$$\frac{3}{4} + \frac{2}{5} - \frac{3}{10} = \frac{17}{20} \text{ 이다.}$$

<해설보충>

두 사건 A 와 B 가 서로 독립이면

$$P(A \cap B) = P(A)P(B) \text{ 이고}$$

$$\begin{aligned} P(A \cap B^c) &= P(A \cup B) - P(A) \\ &= P(A) + P(B) - P(A \cap B) - P(A) \\ &= P(B) - P(A)P(B) \\ &= P(B)\{1 - P(A)\} \\ &= P(B)P(A^c) \end{aligned}$$

이므로 두 사건 A 와 B^c 도 서로 독립이다

참고로 두 사건 A 와 B 가 서로 독립이면

$A \cap B^c, A^c \cap B, A^c \cap B^c$ 도 독립이다.

411. ⑤

A, B 가 독립이면 A, B^c 도 독립이고, A^c, B 도 독립이며, A^c, B^c 도 독립이다. 따라서,

$$P(A \cap B^c) = P(A) \times P(B^c) = P(A) \times \{1 - P(B)\} = \frac{1}{2} \dots\dots\dots$$

(1)

$$P(A^c \cap B^c) = P(A^c) \times P(B^c) = \{1 - P(A)\} \{1 - P(B)\} = \frac{1}{4}$$

...(2)

(1)과 (2)를 변변끼리 나누면

$$\frac{P(A)}{1-P(A)} = 2 \text{에서 } P(A) = \frac{2}{3}, P(B) = \frac{1}{4} \text{ 임을 구할 수 있다.}$$

$$\therefore P(A^c \cap B) = P(A^c) \times P(B) = \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$$

$$412. 2-1 \quad \frac{25}{36}, 2-2 \quad \frac{55}{2048}$$

2-1

$$P(A \cup B^c) = P((A^c \cap B)^c) = 1 - P(A^c \cap B) = \frac{7}{12}$$

A, B 가 독립이므로 A^c, B 도 독립

$$P(A^c \cap B) = \frac{5}{12} \text{ 이고 } P(A^c) = \frac{3}{5} \text{ 이므로}$$

$$P(A^c \cap B) = P(A^c) \cdot P(B) = \frac{3}{5} \cdot P(B) = \frac{5}{12}$$

$$\text{따라서 } P(B) = \frac{25}{36}$$

2-2

한 개의 주사위를 6번 던질 때 소수의 눈이 a 번 나오는 확률은

$${}_6C_a \left(\frac{1}{2}\right)^a \left(\frac{1}{2}\right)^{6-a} = {}_6C_a \left(\frac{1}{2}\right)^6$$

한 개의 동전을 5회 던져 앞면이 나오는 횟수가 b 번 나오는 확률은

$${}_5C_b \left(\frac{1}{2}\right)^b \left(\frac{1}{2}\right)^{5-b} = {}_5C_b \left(\frac{1}{2}\right)^5$$

$a-b=4$ 가 되려면

$$a=4, b=0 \text{ 일 때, } \left\{ {}_6C_4 \left(\frac{1}{2}\right)^6 \cdot {}_5C_0 \left(\frac{1}{2}\right)^5 \right\} = \frac{15}{2^{11}}$$

$$a=5, b=1 \text{ 일 때, } \left\{ {}_6C_5 \left(\frac{1}{2}\right)^6 \cdot {}_5C_1 \left(\frac{1}{2}\right)^5 \right\} = \frac{30}{2^{11}}$$

$$a=6, b=2 \text{ 일 때, } \left\{ {}_6C_6 \left(\frac{1}{2}\right)^6 \cdot {}_5C_2 \left(\frac{1}{2}\right)^5 \right\} = \frac{10}{2^{11}}$$

$$\text{따라서 구하는 확률은 } \frac{15+30+10}{2^{11}} = \frac{55}{2048}$$

413. ⑤

4의 약수는 1, 2, 4이고, 짝수는 2, 4, 6이며, 나오는 눈의 수의

합이 7인 경우는

(1, 6), (2, 5), (3, 4), (4, 3), (5, 2), (6, 1)과 같이

6가지이므로 각 사건의 확률을 계산하면 아래와 같다.

$$P(A) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}, P(B) = \frac{3}{6} \times \frac{3}{6} = \frac{1}{4}, P(C) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

ㄱ. A 와 B 의 곱사건은 첫 번째는 4의 약수이면서 짝수이고, 두 번째는 짝수인 눈이 나오는 경우이므로

(2, 2), (2, 4), (2, 6), (4, 2), (4, 4), (4, 6)과 같이

$$6 \text{ 가지이므로 } P(A \cap B) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

$$\text{따라서, } P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{6}}{\frac{1}{2}} = \frac{1}{3} \text{ 이므로 참}$$

ㄴ. A 와 C 의 곱사건은 첫 번째는 4의 약수이고, 두 번째는 첫

번째의 눈과 합하여 7이 되는 눈이 나오는 경우이므로

(1, 6), (2, 5), (4, 3)과 같이 3가지이므로

$$P(A \cap C) = \frac{3}{36} = \frac{1}{12} \text{ 에서 참}$$

ㄷ. $P(A) \times P(C) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{12} = P(A \cap C)$ 이므로 두 사건 A 와 C 는 서로 독립이다.

414. ⑤

$n(A)$ 를 구하면

합이 3 (1,2) 합이 6 (1,5) (2,4) 합이 9 (3,6) (4,5)으로 총

5개이다.

$$P(A) = \frac{5}{{}_6C_2} = \frac{1}{3}$$

$P(B)$ 를 곱이 n 이하가 되도록 확률을 구하면

n	2	3	4	5
$P(B)$	$\frac{1}{{}_6C_2}$	$\frac{2}{{}_6C_2}$	$\frac{3}{{}_6C_2}$	$\frac{4}{{}_6C_2}$
	6	7	8	9
	$\frac{6}{{}_6C_2}$	$\frac{6}{{}_6C_2}$	$\frac{7}{{}_6C_2}$	$\frac{7}{{}_6C_2}$
	10			
	$\frac{8}{{}_6C_2}$			

$P(A \cap B) = P(A)P(B)$ 를 만족해야 하므로

$$\frac{1}{3} \times \frac{n(B)}{15} = \frac{n(A \cap B)}{15}$$

$n(B)$ 가 $n(A \cap B)$ 의 3배가 되어야 하므로 $n = 4, 6, 7$ 모든 n 의 합은 17이다.

415. ④

집합 $\{1, 2, 3, 4\}$ 의 부분집합의 개수는 2^4 개이므로

$$P(A) = \frac{{}_4C_2}{2^4} = \frac{3}{8} \text{ 이고}$$

B_1 은 최솟값이 1인 경우이므로 1을 반드시 포함해야 하고, B_2 는 최솟값이 2인 경우이므로 1을 반드시 미포함 2를 반드시 포함해야 하며 B_3 는 최솟값이 3인 경우이므로 1과 2를 반드시 미포함 3을 반드시 포함해야 한다.

따라서,

$$P(B_1) = \frac{2^3}{2^4} = \frac{1}{2}, P(B_2) = \frac{2^2}{2^4} = \frac{1}{4}, P(B_3) = \frac{2}{2^4} = \frac{1}{8} \text{ 이다.}$$

A 와 B_n 의 곱사건은 $n-1$ 이하의 숫자는 반드시 미포함하고, n 은 반드시 포함하면서 남은 원소중 1개의 원소만 선택하여 원소의 개수가 2개가 되는 사건이므로

$$P(A \cap B_1) = \frac{3}{16}, P(A \cap B_2) = \frac{1}{8}, P(A \cap B_3) = \frac{1}{16} \text{ 이다.}$$

$$P(A) \times P(B_1) = \frac{3}{16} = P(A \cap B_1) \text{ 이므로 } A \text{와 } B_1 \text{은 독립인 사건}$$

$$P(A) \times P(B_2) = \frac{3}{32} \neq P(A \cap B_2) = \frac{1}{8} \text{ 이므로 } A \text{와 } B_2 \text{는 종속인}$$

사건

$$P(A) \times P(B_3) = \frac{3}{64} \neq P(A \cap B_3) = \frac{1}{16} \text{ 이므로 } A \text{와 } B_3 \text{는 종속인}$$

사건

$\therefore \quad , \quad \sqsubset$

416. ②

(i) $a = 4, b = 0$ 일 확률

$${}_6C_4 \left(\frac{1}{2}\right)^4 \left(\frac{1}{2}\right)^0 \times {}_4C_0 \left(\frac{1}{2}\right)^0 \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{15}{1024}$$

(ii) $a = 5, b = 1$ 일 확률

$${}_6C_5 \left(\frac{1}{2}\right)^5 \left(\frac{1}{2}\right)^1 \times {}_4C_1 \left(\frac{1}{2}\right)^1 \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{24}{1024}$$

(iii) $a = 6, b = 2$ 일 확률

$${}_6C_6 \left(\frac{1}{2}\right)^6 \left(\frac{1}{2}\right)^0 \times {}_4C_2 \left(\frac{1}{2}\right)^2 \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{6}{1024}$$

따라서 $a-b = 4$ 일 확률은 $\frac{15+24+6}{1024} = \frac{45}{1024}$ 이다.

$$\therefore p+q = 1024 + 45 = 1069$$

417. ④

1) 동전 5개에 적힌 숫자의 합이 15인 경우

$$(1 \text{ 한 번, } 2 \text{ 한 번, } 4 \text{ 세 번}) \quad {}_{CLSUB}B_1 \left(\frac{1}{2}\right)^2 \times {}_{CLSUB}B_3 \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{2}{2^5}$$

$$(2 \text{ 두 번, } 3 \text{ 한 번, } 4 \text{ 두 번}) \quad {}_{CLSUB}B_2 \left(\frac{1}{2}\right)^2 \times {}_{CLSUB}B_3 \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{3}{2^5}$$

2) 합이 14인 경우

$$(1 \text{ 두 번, } 4 \text{ 세 번}) \quad {}_{CLSUB}B_2 \left(\frac{1}{2}\right)^2 \times {}_{CLSUB}B_3 \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{2^5}$$

$$(1 \text{ 한 번, } 2 \text{ 한 번, } 3 \text{ 한 번, } 4 \text{ 두 번}) \quad {}_{CLSUB}B_1 \left(\frac{1}{2}\right)^2 \times {}_{CLSUB}B_3 \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{6}{2^5}$$

$$(2 \text{ 두 번, } 3 \text{ 두 번, } 4 \text{ 한 번}) \quad {}_{CLSUB}B_0 \left(\frac{1}{2}\right)^2 \times {}_{CLSUB}B_1 \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{3}{2^5}$$

그러므로 확률의 합은

$$\frac{15}{32}$$

418. ④

두 동전이 동시에 앞면이 나올 확률은 $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

따라서 6회 중 4회가 두 동전이 동시에 앞면이 나올 확률은

$$\text{독립시행의 확률에 따라 } {}_6C_4 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^4 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{15 \cdot 3^2}{2^{12}} = \frac{135}{4096}$$

419. ②

1) 꺼낸 공이 흰 공이고 동전 2번 던졌을 때 앞면이 2번 나올 확률

$$\frac{2}{4} \times {}_2C_2 \left(\frac{1}{2}\right)^2 \left(\frac{1}{2}\right)^0 = \frac{2}{16} = \frac{1}{8}$$

2) 꺼낸 공이 검은 공이고 동전 3번 던졌을 때 앞면이 2번 나올

$$\text{확률 } \frac{2}{4} \times {}_3C_2 \left(\frac{1}{2}\right)^2 \left(\frac{1}{2}\right)^1 = \frac{6}{32} = \frac{3}{16}$$

$$1)2) \text{에 의해 } \therefore \frac{1}{8} + \frac{3}{16} = \frac{5}{16}$$

$$420. \frac{1}{9}$$

3의 배수가 나올 확률은 $\frac{1}{3}$ 이고 3의 배수가 아닌 눈이 나올

확률을 $\frac{2}{3}$ 이다. 4번의 시행에서 3의 배수가 나온 횟수를 k 회라

하면 3의 배수가 아닌 눈이 나온 횟수는 $4-k$ 회이고 이 때 점 P 의 좌표는 $k-2(4-k)=3k-8$ 이므로 4번의 시행 후 P 의 좌표가 0보다 크기 위해서는 $k \geq 3$ 이어야 한다.

$$k=3\text{일 때, } {}_4C_3\left(\frac{1}{3}\right)^3\left(\frac{2}{3}\right)$$

$$k=4\text{일 때, } {}_4C_4\left(\frac{1}{3}\right)^4$$

따라서, 4번의 시행 후 P 의 좌표가 0보다 클 확률은

$${}_4C_3\left(\frac{1}{3}\right)^3\left(\frac{2}{3}\right)+{}_4C_4\left(\frac{1}{3}\right)^4=\frac{1}{9}\text{이다.}$$

$$421. \frac{1}{9}$$

3의 배수가 나올 확률은 $\frac{1}{3}$ 이고 3의 배수가 아닌 눈이 나올

확률을 $\frac{2}{3}$ 이다. 4번의 시행에서 3의 배수가 나온 횟수를 k 회라

하면 3의 배수가 아닌 눈이 나온 횟수는 $4-k$ 회이고 이 때 점 P 의 좌표는 $k-2(4-k)=3k-8$ 이므로 4번의 시행 후 P 의 좌표가 0보다 크기 위해서는 $k \geq 3$ 이어야 한다.

$$k=3\text{일 때, } {}_4C_3\left(\frac{1}{3}\right)^3\left(\frac{2}{3}\right)$$

$$k=4\text{일 때, } {}_4C_4\left(\frac{1}{3}\right)^4$$

따라서, 4번의 시행 후 P 의 좌표가 0보다 클 확률은

$${}_4C_3\left(\frac{1}{3}\right)^3\left(\frac{2}{3}\right)+{}_4C_4\left(\frac{1}{3}\right)^4=\frac{1}{9}\text{이다.}$$

$$422. ③$$

6의 약수의 눈이 나오는 사건을 Y 라 하면 Y 는 이항분포

$$B\left(4, \frac{2}{3}\right)\text{을 따른다. } \sigma(Y)=\frac{2\sqrt{2}}{3}$$

$$X=2Y-(4-Y)=3Y-4\text{이므로}$$

$$\sigma(X)=\sigma(3Y-4)=3\sigma(Y)=2\sqrt{2}$$

$$423. ⑤$$

3의 배수가 나올 확률은 $\frac{1}{3}$ 이고 3의 배수가 나오지 않을 확률은

$\frac{2}{3}$ 이다. 6번의 시행중에서 3의 배수가 나오는 시행을 a 회라 하면

3의 배수가 나오지 않는 횟수는 $6-a$ 회이고 반시계방향을 +방향으로 생각하면 6회의 시행후 반시계방향으로 이동한 거리는 $a-(6-a)=2a-6$ ($0 \leq a \leq 6$)이고 이 값이 $4 \times$ 정수이면 A 로 돌아오게 되므로 $2a-6=-4$ or 0 or 4 ($-6 \leq 2a-6 \leq 6$)

따라서, $a=1$ or 3 or 5

구하고자 하는 확률 p 는

$$p={}_6C_1\left(\frac{1}{3}\right)\left(\frac{2}{3}\right)^5+{}_6C_3\left(\frac{1}{3}\right)^3\left(\frac{2}{3}\right)^3+{}_6C_5\left(\frac{1}{3}\right)^5\left(\frac{2}{3}\right)=\frac{364}{3^6}$$

$$\therefore 3^6 \times p = 364$$

$$424. ②$$

5번째 시행까지 3의 배수가 적힌 공을 2개, 그렇지 않은 공 7개 중 3개를 꺼낸 후 마지막에 나머지 3의 배수가 적힌 공을 꺼내면 된다.

$$5\text{번째 시행까지의 확률은 } \frac{{}_3C_2 \times {}_7C_3 \times 5!}{{}_{10}P_5} = \frac{5}{12}$$

6번째 시행에서 3의 배수가 적힌 공을 꺼낼 확률은 $\frac{1}{5}$

$$\text{따라서 } \frac{1}{12}$$

$$425. ④$$

A 팀이 5번 만에 경기를 끝내려면 4번째 경기까지 3승1패에 5번째 경기에서 승리하면 된다. B 팀이 우승하는 경우도 마찬가지이다.

$$5\text{번 만에 경기가 끝날 확률은 } {}_4C_3\frac{1}{3}\left(\frac{2}{3}\right)^4+{}_4C_3\frac{2}{3}\left(\frac{1}{3}\right)^4=\frac{72}{243}$$

A 팀이 첫 번째 경기에서 이기고 A 팀이 우승할 확률은

$$\frac{2}{3} \times {}_3C_2\frac{1}{3}\left(\frac{2}{3}\right)^2 \times \frac{2}{3} = \frac{48}{243}$$

A 팀이 첫 번째 경기에서 이기고 B 팀이 우승할 확률은

$$\frac{2}{3} \times \left(\frac{1}{3}\right)^4 = \frac{2}{243}$$

따라서 A 팀이 첫 번째 경기에서 이기고, 5번만에 경기가 끝날

$$\text{확률은 } \frac{2+48}{243} = \frac{50}{243}$$

5번 만에 경기에서 이겼을 때, 첫 번째 경기에서 A 팀이 승리했을

$$\text{확률은 } \frac{\frac{50}{243}}{\frac{72}{243}} = \frac{25}{36}$$

$$426. ①$$

1) 상자에서 흰공을 꺼냈을 경우 동전을 3번 던지므로

$$\frac{1}{2} \times {}_3C_1\left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{3}{16}$$

2) 상자에서 검은공을 꺼냈을 경우 동전을 4번 던지므로

$$\frac{1}{2} \times {}_4C_1\left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{3}{16}$$

$$\therefore \frac{3}{8}$$

$$p+q=11$$

$$427. ②$$

1) 동전의 앞면이 나오는 경우

$A \rightarrow A$ 경우 (3의 배수가 두 번 나왔을 때)

$$\frac{1}{2} \times {}_2C_2\left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{18}$$

② $A \rightarrow C$ 경우 (3의 배수가 아닌 수가 두 번 나왔을 때)

$$\frac{1}{2} \times {}_2C_0\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{18}$$

2) 동전의 뒷면이 나오는 경우

A A 인 경우 (3의 배수가 네 번 나왔을 때)

$$\frac{1}{2} \times CLSUB4_1 \left(\frac{1}{3} \right)^4 = \frac{1}{162}$$

② $A \rightarrow A$ 인 경우 (3의 배수가 아닌 수가 네 번 나왔을 때)

$$\frac{1}{2} \times CLSUB4_1 \left(\frac{2}{3} \right)^4 = \frac{16}{162}$$

③ $A \rightarrow C$ 인 경우 (3의 배수 두 번, 3의 배수가 아닌수가 네 번 나왔을 때)

$$\frac{1}{2} \times CLSUB4_2 \left(\frac{1}{3} \right)^2 \left(\frac{2}{3} \right)^2 = \frac{24}{162}$$

점 P 가 꼭짓점 A, B, C, D 에 도착하는 사건을 E 라 하면

$$P(E) = \frac{86}{162}$$

점 P 가 꼭짓점 A 로 도착하는 사건을 F 라 하면

$P(E \cap F)$ 는 위의 $1-1, 2-1, 2-2$ 의 합과 같다.

$$P(E \cap F) = \frac{1}{18} + \frac{1}{162} + \frac{16}{162} = \frac{26}{162}$$

$$P(F | E) = \frac{13}{43}$$

$$p + q = 56$$

428. ②

아래 표와 같이 흰 공과 검은 공을 겹치는 숫자와 아닌 숫자 별로 α, β, γ 그룹으로 묶도록 하자.

	α	β	γ
흰 공	1, 2, 3	4, 5, 6	
검은 공		4, 5, 6	7

4개의 공을 동시에 꺼내는 시행에서 나온 4개의 공에 적힌 숫자가 모두 다른 사건을 A 라 하고, 4개의 공 중에서 2개가 검은 공인 사건을 B 라 하자.

A 사건은 꺼낸 4개의 숫자가

$\alpha\alpha\alpha\beta, \alpha\alpha\alpha\gamma, \alpha\alpha\beta\beta, \alpha\alpha\beta\gamma, \alpha\beta\beta\beta, \alpha\beta\beta\gamma, \beta\beta\beta\gamma$ 인 경우들이고 각각의 경우에 숫자나 색을 선택하는 방법을 고려하여 방법의 수를 파악하면 6, 1, 36, 18, 24, 36, 8이다. (총 129가지)

(예를들어, $\alpha\alpha\beta\beta$ 의 경우는 α 중 2개의 숫자를 정하는 방법의 수가 ${}_3C_2$ 가지이고 β 중 2개의 숫자를 정하는 방법의 수가 ${}_3C_2$ 가지, 그 두 숫자의 색이 흰 색인지 검은 색인지 정하는 방법의 수가 2^2 이므로 36가지의 경우가 된다.)

$$\text{따라서, } P(A) = \frac{129}{10C_4}$$

A 와 B 의 곱사건은

$\alpha\alpha\alpha\beta, \alpha\alpha\alpha\gamma, \alpha\alpha\beta\beta, \alpha\alpha\beta\gamma, \alpha\beta\beta\beta, \alpha\beta\beta\gamma, \beta\beta\beta\gamma$ 인 경우들에서 각각의 경우마다 흰 공과 검은 공이 2개씩 선택되도록 해야 하므로

이를 고려하여 방법의 수를 파악하면

0, 0, 9, 9, 9, 18, 3이다. (총 48가지)

(예를들어, $\alpha\beta\beta\gamma$ 의 경우는 α 는 흰 색이고 γ 는 검은 색이므로 β 를 흰 색 하나와 검은 색 하나로 선택해야 한다. α 의 숫자를 정하는 방법의 수가 ${}_3C_1$ 가지, β 의 숫자중 선택할 두 숫자를 정하는 방법의 수가 ${}_3C_2$ 가지, 그 두 숫자중 어떤 숫자가 흰 색이고 어떤 숫자가 검은 색인지 정하는 방법의 수가 $2!$ 이므로 18가지의 경우가 된다.)

$$\text{따라서, } P(A \cap B) = \frac{48}{10C_4}$$

$$\therefore P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{48}{129} = \frac{16}{43}$$

$$\therefore p + q = 59$$

429. ③

전체 학생 중 임의로 택한 학생이 봄을 좋아하는 사건을 A 라 하면

$$P(A) = \frac{60}{100} = \frac{3}{5} \text{이고, 전체 학생 중 임의로 택한 학생이 1학년인}$$

$$\text{사건을 } B \text{라 하면 } P(B) = \frac{100}{100+n} \text{이다.}$$

조사 대상이 된 전체 학생 중 임의로 택한 한 명이 2학년 학생일 때, 이 학생이 봄을 택한 학생일 확률은 $P(A|B^C)$ 라 놓을 수 있으므로

$$P(A|B^C) = \frac{P(A \cap B^C)}{P(B^C)} = \frac{P(A \cap B^C)}{\frac{n}{100+n}} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore P(A \cap B^C) = \frac{n}{2(100+n)} \dots\dots\dots (1)$$

조사 대상이 된 전체 학생 중 임의로 택한 한 명이 봄을 택한 학생일 때, 이 학생이 1학년일 확률은 $P(B|A)$ 라 놓을 수 있으므로

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{P(A \cap B)}{\frac{3}{5}} = \frac{37}{72}$$

$$\therefore P(A \cap B) = \frac{37}{120} \dots\dots\dots (2)$$

(1), (2)에서

$$P(A \cap B^C) = P(A) - P(A \cap B) = \frac{3}{5} - \frac{37}{120} = \frac{7}{24} = \frac{n}{2(100+n)}$$

$$\therefore n = 140$$

430. ②

아래 표와 같이 흰 공과 검은 공을 겹치는 숫자와 아닌 숫자 별로 α, β, γ 그룹으로 묶도록 하자.

	α	β	γ
흰 공	1, 2, 3	4, 5, 6	
검은 공		4, 5, 6	7

4개의 공을 동시에 꺼내는 시행에서 나온 4개의 공에 적힌 숫자가 모두 다른 사건을 A 라 하고, 4개의 공 중에서 2개가 검은 공인

사건을 B 라 하자.

A 사건은 꺼낸 4개의 숫자가

$\alpha\alpha\alpha\beta, \alpha\alpha\alpha\gamma, \alpha\alpha\beta\beta, \alpha\alpha\beta\gamma, \alpha\beta\beta\beta, \alpha\beta\beta\gamma, \beta\beta\beta\gamma$ 인 경우들이고 각각의 경우에 숫자나 색을 선택하는 방법을 고려하여 방법의 수를 파악하면 6, 1, 36, 18, 24, 36, 8이다. (129가지)

(예를들어, $\alpha\alpha\beta\beta$ 의 경우는 α 중 2개의 숫자를 정하는 방법의 수가 ${}_3C_2$ 가지이고 β 중 2개의 숫자를 정하는 방법의 수가 ${}_3C_2$ 가지, 그 두 숫자의 색이 흰 색인지 검은 색인지 정하는 방법의 수가 2^2 이므로 36가지의 경우가 된다.)

$$\text{따라서, } P(A) = \frac{129}{10C_4}$$

A 와 B 의 곱사건은

$\alpha\alpha\alpha\beta, \alpha\alpha\alpha\gamma, \alpha\alpha\beta\beta, \alpha\alpha\beta\gamma, \alpha\beta\beta\beta, \alpha\beta\beta\gamma, \beta\beta\beta\gamma$ 인 경우들에서 각각의 경우마다 흰 공과 검은 공이 2개씩 선택되도록 해야 하므로 이를 고려하여 방법의 수를 파악하면

0, 0, 9, 9, 9, 18, 3이다. (총 48가지)

(예를들어, $\alpha\beta\beta\gamma$ 의 경우는 α 는 흰 색이고 γ 는 검은 색이므로 β 를 흰 색 하나와 검은 색 하나로 선택해야 한다. α 의 숫자를 정하는 방법의 수가 ${}_3C_1$ 가지, β 의 숫자중 선택할 두 숫자를 정하는 방법의 수가 ${}_3C_2$ 가지, 그 두 숫자중 어떤 숫자가 흰 색이고 어떤 숫자가 검은 색인지 정하는 방법의 수가 $2!$ 이므로 18가지의 경우가 된다.)

$$\text{따라서, } P(A \cap B) = \frac{48}{10C_4}$$

$$\therefore P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{48}{129} = \frac{16}{43}$$

$$\therefore p+q=59$$

431. ④

A	B	C 에서 꺼낸 구슬에 홀수가 적혀있을 확률
홀수	홀수	$\frac{1}{4} \times \frac{4}{5}$
홀수	짝수	$\frac{1}{4} \times \frac{3}{5}$
짝수	홀수	$\frac{1}{4} \times \frac{3}{5}$
짝수	짝수	$\frac{1}{4} \times \frac{2}{5}$

위의 표와 같이 주머니 C 에서 꺼낸 구슬에 홀수가 적혀있는 사건을 A 라 하고 그 확률 $P(A)$ 를 구해보면

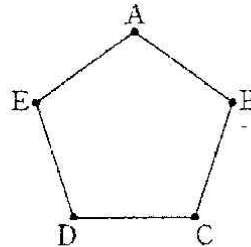
$$P(A) = \frac{1}{4} \times \frac{4}{5} + \frac{1}{4} \times \frac{3}{5} + \frac{1}{4} \times \frac{3}{5} + \frac{1}{4} \times \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$$

A, B 에서 꺼낸 구슬에 적혀있는 수의 합이 5의 배수인 사건을 B 라 하면 A 와 B 의 곱사건은 A, B 에서 꺼낸 구슬을 각각 a, b 라 할 때, (a, b) 가 $(1, 4), (2, 3), (4, 6)$ 인 경우 뿐이므로

$$P(A \cap B) = \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{3}{5} + \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{3}{5} + \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{2}{5} = \frac{1}{10}$$

$$\text{따라서, 문제에서 묻는 } P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{10}}{\frac{3}{5}} = \frac{1}{6} \text{이다.}$$

$$432. \frac{121}{512}$$



A 에서 출발하여 시계방향으로 n 만큼 이동한 꼭짓점에 도착할 확률을 P_n 이라 가정하면, 동전의 앞면과 뒷면이 나올 확률은 $\frac{1}{2}$ 로 동일하므로

$$P_{n+2} = \frac{1}{2}P_{n+1} + \frac{1}{2}P_n \text{이다. (단, } n \text{은 0이상의 정수)}$$

$$P_0 = 1, P_1 = \frac{1}{2} \text{이므로 위 식에 대입하여 각각의 확률을 구하면}$$

$$P_2 = \frac{1}{2}P_1 + \frac{1}{2}P_0 = \frac{3}{4}$$

$$P_3 = \frac{1}{2}P_2 + \frac{1}{2}P_1 = \frac{5}{8}$$

$$P_4 = \frac{1}{2}P_3 + \frac{1}{2}P_2 = \frac{11}{16}$$

그런데 A 에서 출발하여 시계방향으로 5만큼 이동하면 한 바퀴만에 게임이 끝나므로 그 경우를 배제하면 4만큼 이동한 꼭짓점 E 에서 바로 2만큼 이동하여 B 로 가야만 한다. (즉, $P_5 = 0$ 으로 생각한다.)

$$P_6 = \frac{1}{2}P_4 = \frac{11}{32}$$

$$P_7 = \frac{1}{2}P_6 = \frac{11}{64}$$

$$P_8 = \frac{1}{2}P_7 + \frac{1}{2}P_6 = \frac{33}{128}$$

$$P_9 = \frac{1}{2}P_8 + \frac{1}{2}P_7 = \frac{55}{256}$$

$$P_{10} = \frac{1}{2}P_9 + \frac{1}{2}P_8 = \frac{121}{512}$$

$$\text{따라서, 두 바퀴 돌아 게임이 끝날 확률은 } \frac{121}{512} \text{이다.}$$

[다른풀이]

$$\text{시계방향으로 4만큼 이동할 확률은 } P_4 = \frac{11}{16} \text{이므로}$$

4만큼 이동후 반드시 동전이 뒷면이 나와 2만큼을 한번에 이동하고 다시 4만큼을 이동해야 하므로 $\frac{11}{16} \times \frac{1}{2} \times \frac{11}{16} = \frac{121}{512}$ 이다.

433. ②

$f(1)+f(2)+f(3)=7$ 을 만족시키는 함수의 경우 수는

1) (1, 2, 4)일 때 $3!=6$ 가지

2) (2, 2, 3)일 때 $\frac{3!}{2!}=3$ 가지

3) (1, 3, 3)일 때 $\frac{3!}{2!}=3$ 가지

총 12가지

여기에서 $f(2)$ 의 값이 홀수인 경우는

(2, 1, 4) (4, 1, 2) (2, 3, 2) (3, 1, 3) (1, 3, 3) (3, 3, 1) 6가지

$$\frac{6}{12} = \frac{1}{2}$$

434. ①

첫 번째 이긴 인원 /게임 인원	두 번째 이긴 인원 /게임 인원	두 번째 게임에서 2명의 대표가 선출될 확률
3/4	2/3	$\frac{4}{27} \times \frac{1}{3} = \frac{4}{81}$
1/4	1/3	$\frac{4}{27} \times \frac{1}{3} = \frac{4}{81}$
0/4	2/4	$\frac{13}{27} \times \frac{2}{9} = \frac{26}{243}$
2/4		불가

4명의 가위바위보에서 각 상황별 확률을 구해보면

(긴인원/게임인원)

$$3/4 \text{일 확률} = \frac{{}_4C_3 \times {}_3C_1}{3^4} = \frac{12}{81} = \frac{4}{27} (\because 4\text{명중 이길 사람 정하는}$$

것이 ${}_4C_3$ 가지이고 이길 사람이 낼 가위바위보를 정하는 것이 ${}_3C_1$ 가지)

$$2/4 \text{일 확률} = \frac{{}_4C_2 \times {}_3C_1}{3^4} = \frac{18}{81} = \frac{2}{9}$$

$$1/4 \text{일 확률} = \frac{{}_4C_1 \times {}_3C_1}{3^4} = \frac{12}{81} = \frac{4}{27}$$

$$0/4 \text{일 확률(즉, 비길 확률)} = \frac{3 + \left(\frac{{}_4C_2 \times {}_2C_1}{2!} \right) \times 3!}{3^4} = \frac{39}{81} = \frac{13}{27}$$

($\because$ 비기는 경우는 모두 같은 것을 내는 경우 3가지와 4명이 2명, 1명, 1명씩 팀을 나누어 모두 다른 것을 내야 하므로)

$$2/3 \text{일 확률} = \frac{{}_3C_2 \times {}_3C_1}{3^3} = \frac{9}{27} = \frac{1}{3}$$

$$1/3 \text{일 확률} = \frac{{}_3C_1 \times {}_3C_1}{3^3} = \frac{9}{27} = \frac{1}{3}$$

$$\text{따라서, 구하고자 하는 확률은 } \frac{4}{81} + \frac{4}{81} + \frac{26}{243} = \frac{50}{243}$$

$$\therefore p+q=293$$

435. ⑤

남학생 A가 남학생 B보다 먼저 발표할 경우의 수 : $\frac{(n+4)!}{2!}$

남학생 A와 B사이에 여학생 1명이 발표할 경우의

$$\text{수: } {}_nC_1 \times (n+2)!$$

$$\frac{n \times (n+2)!}{\frac{(n+4)!}{2!}} = \frac{1}{7} \text{ 이므로 이를 정리하면 } \frac{2n}{(n+4)(n+3)} = \frac{1}{7}$$

$$14n = n^2 + 7n + 12 \quad n^2 - 7n + 12 = 0$$

$$(n-4)(n-3) = 0$$

$n=4$ 또는 3 이므로 모든 n 의 값의 합은 $4+3=7$

436. ④

적혀 있는 수가 같은 것이 있는 경우

1) 숫자 3이 적혀 있는 공 두 개 뽑는 경우

$$\text{나머지 공들 중 2개 뽑는 경우 } {}_7C_2 = 21 \text{가지}$$

2) 숫자 4가 적혀 있는 공 두 개 뽑는 경우

$$\text{나머지 공들 중 2개 뽑는 경우 } {}_7C_2 = 21 \text{가지}$$

3) 숫자 3이 적힌 공 2개, 숫자 4이 적힌 공 2개 뽑는 경우

1가지는

공통이므로 제외한다.

$$21 + 21 - 1 = 41 \text{ 가지}$$

적혀 있는 수가 같은 것이 있고 꺼낸 공 중 검은 공이 2개인 경우

1) 숫자 3이 적혀 있는 공 두 개를 뽑는 경우

나머지 중 각각 흰 공 검은 공이 1개씩인 경우

$${}_3C_1 \times {}_4C_1$$

2) 숫자 4가 적혀 있는 공 두 개를 뽑는 경우

나머지 중 각각 흰 공 검은 공이 1개씩인 경우

$${}_3C_1 \times {}_4C_1$$

1)2)에서 숫자3과 4가 적혀 있는 흰 공 검은 공이 포함되어 있어

1가지는 공통이므로 제외한다.

$${}_3C_1 \times {}_4C_1 + {}_3C_1 \times {}_4C_1 - 1 = 23 \text{ 가지}$$

$$\text{구하는 확률은 } \frac{23}{41}$$

437. ④

A	B	C에서 꺼낸 구슬에 홀수가 적혀있을 확률
홀수	홀수	$\frac{1}{4} \times \frac{4}{5}$
홀수	짝수	$\frac{1}{4} \times \frac{3}{5}$
짝수	홀수	$\frac{1}{4} \times \frac{3}{5}$
짝수	짝수	$\frac{1}{4} \times \frac{2}{5}$

위의 표와 같이 주머니 C에서 꺼낸 구슬에 홀수가 적혀있는 사건을 A라 하고 그 확률 $P(A)$ 를 구해보면

$$P(A) = \frac{1}{4} \times \frac{4}{5} + \frac{1}{4} \times \frac{3}{5} + \frac{1}{4} \times \frac{3}{5} + \frac{1}{4} \times \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$$

A, B에서 꺼낸 구슬에 적혀있는 수의 합이 5의 배수인 사건을 B라 하면 A와 B의 곱사건은 A, B에서 꺼낸 구슬을 각각 a, b라 할 때, (a, b)가 (1, 4), (2, 3), (4, 6)인 경우 뿐이므로

$$P(A \cap B) = \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{3}{5} + \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{3}{5} + \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{2}{5} = \frac{1}{10}$$

따라서, 문제에서 묻는 $P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{10}}{\frac{3}{5}} = \frac{1}{6}$ 이다.

438. ①

첫 번째 이긴 인원 /게임 인원	두 번째 이긴 인원 /게임 인원	두 번째 게임에서 2명의 대표가 선출될 확률
3/4	2/3	$\frac{4}{27} \times \frac{1}{3} = \frac{4}{81}$
1/4	1/3	$\frac{4}{27} \times \frac{1}{3} = \frac{4}{81}$
0/4	2/4	$\frac{13}{27} \times \frac{2}{9} = \frac{26}{243}$
2/4		불가

4명의 가위바위보에서 각 상황별 확률을 구해보면
(긴인원/게임인원)

$$3/4일 확률 = \frac{{}_4C_3 \times {}_3C_1}{3^4} = \frac{12}{81} = \frac{4}{27} (\because 4명중 이길 사람 정하는$$

것이 ${}_4C_3$ 가지이고 이길 사람이 낼 가위바위보를 정하는 것이 ${}_3C_1$ 가지)

$$2/4일 확률 = \frac{{}_4C_2 \times {}_3C_1}{3^4} = \frac{18}{81} = \frac{2}{9}$$

$$1/4일 확률 = \frac{{}_4C_1 \times {}_3C_1}{3^4} = \frac{12}{81} = \frac{4}{27}$$

$$0/4일 확률(즉, 비길 확률) = \frac{3 + \left(\frac{{}_4C_2 \times {}_2C_1}{2!} \right) \times 3!}{3^4} = \frac{39}{81} = \frac{13}{27}$$

($\because$ 비기는 경우는 모두 같은 것을 내는 경우 3가지와 4명이 2명, 1명, 1명씩 팀을 나누어 모두 다른 것을 내야 하므로)

$$2/3일 확률 = \frac{{}_3C_2 \times {}_3C_1}{3^3} = \frac{9}{27} = \frac{1}{3}$$

$$1/3일 확률 = \frac{{}_3C_1 \times {}_3C_1}{3^3} = \frac{9}{27} = \frac{1}{3}$$

$$\therefore p+q = \frac{4}{81} + \frac{4}{81} + \frac{26}{243} = \frac{50}{243}$$

$\therefore p+q = 293$

439. ⑤

여학생인 사건과 산을 선호하는 사건은 서로 독립이므로

$$P(\text{여학생}) = \frac{15}{60} = \frac{1}{4}, P(\text{산}) = \frac{36}{60} = \frac{3}{5}$$

$$P(\text{여학생} \cap \text{산}) = \frac{d}{60} = \frac{1}{4} \times \frac{3}{5} = \frac{3}{20}$$

따라서 $d=9$ 이므로 $c=27, a=18$ 이다.

$$P(\text{바다}|\text{남학생}) = \frac{P(\text{바다} \cap \text{남학생})}{P(\text{남학생})} \text{이므로 } \therefore \frac{q}{p} = \frac{18}{45} = \frac{2}{5}$$

따라서 $p+q=7$

440. ①

주어진 조건을 만족시키는 두 집합 A, B의 순서쌍 (A, B)의 개수를

구해 보자.

(i) $n(A \cap B) = 0$ 인 경우

네 수 1, 2, 3, 4 중에서 집합 A의 원소가 될 수를 택하고 나머지 원소를 집합 B의 원소로 하면 된다.

이때 조건 (나)를 만족시키려면

$$n(A) = 3일 때, {}_4C_3 = 4$$

$$n(A) = 2일 때, {}_4C_2 = 6 \text{ 이므로 } 10\text{가지}$$

(ii) $n(A \cap B) = 1$ 인 경우

네 수 1, 2, 3, 4 중에서 집합 $A \cap B$ 의 원소가 될 수를 1개 택하고, 나머지 세 수 중에서 집합 $A - B$ 의 원소가 될 수를 택한 후 나머지 원소를 집합 $B - A$ 의 원소로 하면 된다.

이때 조건 (나)를 만족시키려면 $n(A - B) = 2$ 또는

$$n(A - B) = 3\text{이어야 하므로 이 경우의 수}$$

$${}_4C_1 \times ({}_3C_2 + {}_3C_3) = 4 \times (3 + 1)$$

$$= 16$$

(iii) $n(A \cap B) = 2$ 인 경우

네 수 1, 2, 3, 4 중에서 집합 $A \cap B$ 의 원소가 될 수를 2개 택하고, 나머지 두 수 중에서 집합 $A - B$ 의 원소가 될 수를 택한 후 나머지 원소를 집합 $B - A$ 의 원소로 하면 된다.

이때 조건 (나)를 만족시키려면

$$n(A - B) = 2 \text{ 일 때, } {}_4C_2 \times {}_2C_2 = 6 \times 1 = 6$$

$$n(A - B) = 0 \text{ 일 때, } {}_4C_2 \times {}_2C_1 = 6 \times 2 = 12 \text{ 이므로}$$

$$6 + 12 = 18$$

(iv) $n(A \cap B) = 3$ 인 경우

네 수 1, 2, 3, 4 중에서 집합 $A \cap B$ 의 원소가 될 수를 3개 택하고, 조건 (나)를 만족시키려면 나머지 한 수는 집합 $A - B$ 의 원소로 해야 하므로 이 경우의 수는

$${}_4C_3 = 4$$

vi) $n(A \cap B) = 4$ 일 경우 1가지

(i)~(vi)에서 조건을 만족시키는 두 집합 A, B의 순서쌍 (A, B)의

개수는

$$10 + 16 + 18 + 4 + 1 = 49$$

이때 두 집합 A, B 가 서로소인 경우의 수는 (i)에 의하여
10이므로

구하는 확률은 $\frac{10}{49}$

441. ②

감별사가 진품으로 감별했을 때, 그 보석이 가품일 확률을 구하는
것이므로 감별사가 진품으로 감별하는 경우는

(i) 감정 의뢰가 들어온 보석을 진품으로 감별했을 때 진품일 확률
 $\frac{4}{5} \times \frac{98}{100}$

(ii) 감정 의뢰가 들어온 보석을 진품으로 감별했을 때 가품일 확률
 $\frac{1}{5} \times \frac{3}{100}$

따라서 감별사가 진품으로 감별했을 때, 그 보석이 가품일 확률은

$$\frac{\frac{4}{5} \times \frac{98}{100} + \frac{1}{5} \times \frac{3}{100}}{\frac{4}{5} \times \frac{98}{100} + \frac{1}{5} \times \frac{3}{100}} = \frac{3}{395}$$

442. ④

조건을 표로 나타내면 남학생을 사건 A , 안경을 사건 B 라 하면

$$P(A) = \frac{50}{x+60}, P(B) = \frac{x+30}{x+60}$$

$$P(A \cap B) = \frac{30}{x+60}$$

	안경○	안경×
남자	30	20
여자	x	10
	$x+30$	30

사건 A 와 사건 B 가 독립이므로 $P(A \cap B) = P(A)P(B)$

$$\frac{30}{x+60} = \frac{50}{x+60} \cdot \frac{x+30}{x+60} \quad 3(x+60) = 5(x+30) \quad 2x = 30$$

따라서 안경을 쓴 여학생의 수 $x = 15$ 명

443. ②

1부터 n 까지의 자연수 중에서 임의로 서로 다른 세 수를 택할 때,
택한 세 수의 합이 홀수인 경우는 홀수 3개를 택하거나 홀수 1개,
짝수 2개를 택하는 경우이다.

홀수 3개를 택하는 사건을 A 라 하고, 홀수 1개, 짝수 2개를
택하는 사건을 B 라 하자.

(i) $n = 2m$ (m 은 2 이상의 자연수)일 때

1부터 $2m$ 까지의 자연수 중에서 서로 다른 세 수를 택하는 경우의
수는

$${}_{2m}C_3$$

이때 홀수 3개를 택하는 경우의 수는 ${}_mC_3$ 이므로

$$\begin{aligned} P(A) &= \frac{{}_mC_3}{{}_{2m}C_3} \\ &= \frac{\frac{m(m-1)(m-2)}{6}}{\frac{2m(2m-1)(2m-2)}{6}} \\ &= \frac{m-2}{4(2m-1)} \end{aligned}$$

또 홀수 1개, 짝수 2개를 택하는 경우의 수는

$${}_mC_1 \times {}_mC_2$$

이므로

$$P(B) = \frac{{}_mC_1 \times {}_mC_2}{{}_{2m}C_3}$$

$$= \frac{m \times \frac{m(m-1)}{2}}{\frac{2m(2m-1)(2m-2)}{6}}$$

$$= \frac{3m}{4(2m-1)}$$

두 사건 A 와 B 는 서로 배반사건이므로

$$\begin{aligned} P(A \cup B) &= P(A) + P(B) \\ &= \frac{m-2}{4(2m-1)} + \frac{3m}{4(2m-1)} \\ &= \frac{1}{2} \end{aligned}$$

그러므로 n 이 3 이상의 짝수일 때,

$$f(n) = \frac{1}{2}$$

(ii) $n = 2m+1$ (m 은 자연수)일 때

1부터 $2m+1$ 까지의 자연수 중에서 서로 다른 세 수를 택하는
경우의 수는

$${}_{2m+1}C_3$$

이때 홀수 3개를 택하는 경우의 수는

$${}_{m+1}C_3$$

이므로

$$P(A) = \frac{{}_{m+1}C_3}{{}_{2m+1}C_3}$$

$$= \frac{\frac{m(m+1)(m-1)}{6}}{\frac{2m(2m+1)(2m-1)}{6}}$$

$$= \frac{(m+1)(m-1)}{2(2m+1)(2m-1)}$$

또 홀수 1개, 짝수 2개를 택하는 경우의 수는

$${}_{m+1}C_1 \times {}_mC_2$$

이므로

$$P(B) = \frac{{}_{m+1}C_1 \times {}_mC_2}{{}_{2m+1}C_3}$$

$$= \frac{(m+1) \times \frac{m(m-1)}{2}}{\frac{2m(2m+1)(2m-1)}{6}}$$

$$= \frac{3(m+1)(m-1)}{2(2m+1)(2m-1)}$$

두 사건 A 와 B 는 서로 배반사건이므로

$$\begin{aligned} P(A \cup B) &= P(A) + P(B) \\ &= \frac{(m+1)(m-1)}{2(2m+1)(2m-1)} + \frac{3(m+1)(m-1)}{2(2m+1)(2m-1)} \end{aligned}$$

$$= \frac{2m^2 - 2}{4m^2 - 1}$$

그러므로 n 이 5 이상의 홀수일 때,

$$f(n) = \frac{2m^2 - 2}{4m^2 - 1}$$

$$= \frac{2 \times \left(\frac{n-1}{2}\right)^2 - 2}{4 \times \left(\frac{n-1}{2}\right)^2 - 1}$$

$$= \frac{(n-1)^2 - 4}{2(n-1)^2 - 2}$$

(i), (ii)에 의하여

$$\sum_{n=5}^8 f(n) = \frac{2}{5} + \frac{1}{2} + \frac{16}{35} + \frac{1}{2}$$

$$= \frac{13}{7}$$

따라서 $p+q = 13+7 = 20$

<다른풀이>

구하고자 하는 값이 $f(5)+f(6)+f(7)+f(8)$ 이므로 일반화 하지 않아도 4개의 값만 넣어 보아도 상관없다

$$f(5) = \frac{{}_3C_3 + {}_3C_1 \times {}_2C_2}{{}_5C_3} = \frac{2}{5}$$

$$f(6) = \frac{{}_3C_3 + {}_3C_1 \times {}_3C_2}{{}_6C_3} = \frac{1}{2}$$

$$f(7) = \frac{{}_4C_3 + {}_4C_1 \times {}_3C_2}{{}_7C_3} = \frac{16}{35}$$

$$f(8) = \frac{{}_4C_3 + {}_4C_1 \times {}_4C_2}{{}_8C_3} = \frac{1}{2}$$

444. ⑤

분모 : $b-a \geq 7$ 일 경우를 사건 A라 하면

$a=3$ 일 때, $10 \leq b < c$ 인 경우 ${}_6C_2 = 15$ 개

$a=4$ 일 때, $11 \leq b < c$ 인 경우 ${}_5C_2 = 10$ 개

$a=5$ 일 때, $12 \leq b < c$ 인 경우 ${}_4C_2 = 6$ 개

$a=6$ 일 때, $13 \leq b < c$ 인 경우 ${}_3C_2 = 3$ 개

$a=7$ 일 때, $14 \leq b < c$ 인 경우 ${}_2C_2 = 1$ 개

분자 : $b-a \geq 7$ 이고 $c-a \geq 11$ 인 경우를 사건 B라 하면

$a=3$ 일 때, $10 \leq b < 14 \leq c$ 인 경우 $4 \times 2 = 8$ 개

$14 \leq b < c$ 인 경우 1개

$a=4$ 일 때, $11 \leq b < c = 15$ 으로 4개

따라서 구하는 조건부 확률은 $\frac{8+1+4}{15+10+6+3+1} = \frac{13}{35}$

445. $\frac{5}{11}$

(i) 홀수의 개수가 1개 일 때,

$$p_1 = \frac{3 \times 5!}{7P_5} = \frac{1}{7}$$

(ii) 홀수의 개수가 2개 일 때,

$$p_2 = \frac{{}_3P_2 \times 3 \times {}_4P_3}{7P_5} = \frac{6}{35} \text{ 이다. (홀수가 3개일 때는 없다.)}$$

따라서 구하는 확률은 $\frac{\frac{1}{7}}{\frac{1}{7} + \frac{6}{35}} = \frac{5}{11}$ 이다.

446. ②

$f(f(1))=4$ 이고 $f(5)=1$ 인 함수를 구하기 위하여 $f(1)$ 의 값에 따른 표를 만들어 보면 아래와 같다.

$f(1)$	$f(2)$	$f(3)$	$f(4)$	$f(5)$	비고
1				1	$f(f(1))=4$ 에서 $f(1)=4$ 가 되어 불능
2	4			1	
3		4		1	
4			4	1	$f(1)=f(4)=4$ 이므로 일대일대응 불가
5				1	$f(f(1))=4$ 에서 $f(5)=4$ 가 되어 불능

따라서, $f(f(1))=4$, $f(5)=1$ 을 만족하는 함수의 개수는

$${}_5H_2 \times 3 = 75 \text{가지이다.}$$

($f(1)=2$ 이면 $f(2)=4$ 이고, $f(5)=1$ 이므로 $f(3)$, $f(4)$ 의

값을 정하기만 하면 되므로 ${}_5H_2 = 5^2$ 가지이고,

$f(1)=3$, $f(1)=4$ 도 같은 방식으로 세면 된다.)

위의 경우 중에서 일대일대응인 함수의 개수는 $f(1)=2$ 와

$f(1)=3$ 인 경우에서 각각 남은 두 함수값을 선택받지 못하고 남은 공역의 원소에서 선택하면 되므로 $2!$ 가지씩 생기게 된다.

그러므로, 구하고자 하는 확률은 $\frac{2!+2!}{75} = \frac{4}{75}$ 이므로 $p+q=79$

447. ⑤

1부터 n 까지의 자연수 중에서 임의로 서로 다른 세 수를 택할 때, 택한 세 수의 합이 홀수인 경우는 홀수 3개를 택하거나 홀수 1개, 짝수 2개를 택하는 경우이다.

홀수 3개를 택하는 사건을 A라 하고, 홀수 1개, 짝수 2개를 택하는 사건을 B라 하자.

(i) $n=2m$ (m 은 2 이상의 자연수)일 때

1부터 $2m$ 까지의 자연수 중에서 서로 다른 세 수를 택하는 경우의 수는

$${}_{2m}C_3$$

이때 홀수 3개를 택하는 경우의 수는 ${}_mC_3$ 이므로

$$P(A) = \frac{{}_mC_3}{{}_{2m}C_3}$$

$$= \frac{\frac{m(m-1)(m-2)}{6}}{\frac{2m(2m-1)(2m-2)}{6}}$$

$$= \frac{m-2}{4(2m-1)}$$

또 홀수 1개, 짝수 2개를 택하는 경우의 수는

$${}_m C_1 \times {}_m C_2$$

이므로

$$P(B) = \frac{{}_m C_1 \times {}_m C_2}{{}_m C_3}$$

$$= \frac{m \times \frac{m(m-1)}{2}}{\frac{2m(2m-1)(2m-2)}{6}}$$

$$= \frac{3m}{4(2m-1)}$$

두 사건 A와 B는 서로 배반사건이므로

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

$$= \frac{m-2}{4(2m-1)} + \frac{3m}{4(2m-1)}$$

$$= \frac{1}{2}$$

그러므로 n이 3 이상의 짝수일 때,

$$f(n) = \frac{1}{2}$$

(ii) $n = 2m+1$ (m 은 자연수)일 때

1부터 $2m+1$ 까지의 자연수 중에서 서로 다른 세 수를 택하는 경우의 수는

$${}_{2m+1} C_3$$

이때 홀수 3개를 택하는 경우의 수는

$${}_{m+1} C_3$$

이므로

$$P(A) = \frac{{}_{m+1} C_3}{{}_{2m+1} C_3}$$

$$= \frac{\frac{m(m+1)(m-1)}{6}}{\frac{2m(2m+1)(2m-1)}{6}}$$

$$= \frac{(m+1)(m-1)}{2(2m+1)(2m-1)}$$

또 홀수 1개, 짝수 2개를 택하는 경우의 수는

$${}_{m+1} C_1 \times {}_m C_2$$

이므로

$$P(B) = \frac{{}_{m+1} C_1 \times {}_m C_2}{{}_{2m+1} C_3}$$

$$= \frac{(m+1) \times \frac{m(m-1)}{2}}{\frac{2m(2m+1)(2m-1)}{6}}$$

$$= \frac{3(m+1)(m-1)}{2(2m+1)(2m-1)}$$

두 사건 A와 B는 서로 배반사건이므로

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

$$= \frac{(m+1)(m-1)}{2(2m+1)(2m-1)} + \frac{3(m+1)(m-1)}{2(2m+1)(2m-1)}$$

$$= \frac{2m^2 - 2}{4m^2 - 1}$$

그러므로 n이 3 이상의 홀수일 때,

$$f(n) = \frac{2m^2 - 2}{4m^2 - 1}$$

$$f(4) + f(5) + g(8) + g(9) + g(10) = a$$

$g(8) = 1 - f(8)$, $g(9) = 1 - f(9)$, $g(10) = 1 - f(10)$ 를 이용해서

$$\text{식을 정리하면 } \frac{3}{2} + \frac{2}{5} + \left(1 - \frac{10}{21}\right) = \frac{315 + 84 + 110}{210} = \frac{509}{210}$$

448. ②

3의 배수 3, 6를 뽑으면 2개의 공을 뽑는데 그중에서 가장 작은 수가 4가 되려면 4를 뽑고 5, 6, 7, 8중에서 하나를 뽑으면 되므로 4가지씩이 된다.

3의 배수가 아닌 수 1, 2, 4, 5, 7, 8,를 뽑으면 3개의 공을 뽑는데 가장 작은수가 4가 되려면 4를 뽑고 5, 6, 7, 8 중에 두 개를 뽑으면 되므로 12가지씩이 된다.

이중에서 첫 번째 숫자가 홀수인 경우는 1, 3, 5, 7이므로

$$\frac{12 + 4 + 12 + 12}{2 \times 4 + 6 \times 12} = \frac{3}{8} \quad p + q = 11 \text{이 된다.}$$

449. ③

(i) 두 번의 시행에서 서로 같은 색일 때:

$$\frac{{}_2 C_2 \left(\frac{{}_2 C_2}{{}_4 C_2} + \frac{{}_2 C_2}{{}_4 C_2} \right)}{{}_3 C_2} = \frac{1}{9}$$

(ii) 첫 번째 시행에서 다른 색, 두 번째 시행에서 같은 색일 때:

$$\frac{{}_2 C_1 \times {}_1 C_1}{{}_3 C_2} \times \frac{{}_3 C_2}{{}_4 C_2} = \frac{1}{3}$$

(iii) 첫 번째 시행에서 같은색, 두 번째 시행에서 다른 색일 때:

$$\frac{{}_2 C_2}{{}_3 C_2} \times \frac{{}_2 C_1 \times {}_2 C_1}{{}_4 C_2} = \frac{2}{9}$$

(i), (ii), (iii)에서 흰 공과 검은 공의 개수의 차가 1일 확률은

$$\frac{1}{9} + \frac{1}{3} + \frac{2}{9} = \frac{2}{3}$$

450. ④

	폐렴 환자 80명	정상인 320명	합계
폐렴 판정	76	32	108
정상 판정	4	288	292

따라서 구하는 확률은 $\frac{108}{400} = \frac{27}{100}$ 이므로 $p\% = 27\%$

451. ⑤

8번의 시행 중 $\sum_{k=1}^4 a_{2k-1}a_{2k}$ 의 값이 홀수가 되려면

$a_1a_2, a_3a_4, a_5a_6, a_7a_8$ 의 네 개의 값 중에서 홀수가 1개이거나 홀수가 3개인 경우이다. 이때 하나의 값이 홀수일 확률은 $\frac{1}{4}$ 이므로

$$\begin{aligned} & {}_4C_1\left(\frac{1}{4}\right)\left(\frac{3}{4}\right)^3 + {}_4C_3\left(\frac{1}{4}\right)^3\left(\frac{3}{4}\right) \\ &= \frac{4 \times 3^3 + 4 \times 3}{4^4} \\ &= \frac{15}{32} \end{aligned}$$

따라서 $\frac{q}{p} = \frac{15}{32}$, $p+q=47$ 이다.

452. ①

$$n(S)=6, n(A)=a+p, n(B)=b+p, n(A \cap B)=p$$

a, b, p 는 자연수라 하자.

두 사건 A, B 는 서로 독립이므로

$$P(A) \cdot P(B) = P(A \cap B) \text{에서}$$

$$\frac{(a+p)(b+p)}{6^2} = \frac{p}{6}$$

$$(a+p)(b+p) = 6p \quad \dots\dots \textcircled{7}$$

$$P(A) + P(B) \geq 1 \text{에서}$$

$$a+b+2p \geq 6 \quad \dots\dots \textcircled{8}$$

⑦, ⑧을 만족하는 (a, b, p) 의 순서쌍은

$(1, 2, 2), (2, 1, 2)$ 의 두 쌍이다.

$$\therefore {}_6C_1 \times {}_5C_2 \times {}_3C_2 \times 2 = 360 \text{ (가지)}$$

453. ②

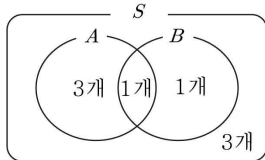
$$(나) P(A|B) = P(A) = \frac{1}{2}$$

$\Rightarrow$ 두 사건 A, B 는 서로 독립, $P(A) = \frac{1}{2}$

$$(가) P(A \cap B) = \frac{1}{8}$$

$$\Rightarrow P(A) \cdot P(B) = \frac{1}{8}, P(B) = \frac{1}{4}$$

따라서 $n(S)=8, n(A)=4, n(B)=2, n(A \cap B)=1$



$$\therefore {}_8C_1 \times {}_7C_3 \times {}_4C_1 \times {}_3C_3 = 1120 \text{ (가지)}$$

454. ①

6의 약수일 확률은 $\frac{2}{3}$ (A주머니) 6의 약수가 아닐 확률은

$$\frac{1}{3} \text{ (B주머니)}$$

합이 26이 되려면 ㉠.(6,10,10), ㉡.(7,9,10), ㉢.(8,8,10)

㉣.(8,9,9)의 조합만 가능하다.

$$\text{㉠. } {}_3C_1\left(\frac{1}{3}\right)^3\left(\frac{2}{3}\right)^0\left(\frac{1}{5}\right)^3 \text{ (B주머니만 3번)} : \frac{3}{15^3}$$

$$\text{㉡. } 3!\left(\frac{1}{3}\right)^1\left(\frac{2}{3}\right)^2\left(\frac{1}{5}\right)^3 \text{ (B주머니 1번 A주머니 2번)} : \frac{24}{15^3}$$

$$\text{㉢. } {}_3C_1\left(\frac{1}{3}\right)^3\left(\frac{2}{3}\right)^0\left(\frac{1}{5}\right)^3 \text{ (B주머니만 3번)} : \frac{3}{15^3}$$

$$\text{㉣. } {}_3C_1\left(\frac{1}{3}\right)^1\left(\frac{2}{3}\right)^2\left(\frac{1}{5}\right)^3 \text{ (B주머니 1번 A주머니 2번)} : \frac{12}{15^3}$$

15^3p 는 42이다.

455. ①

A	짝수	홀수	짝수	홀수
B	홀수	짝수	짝수	홀수
1번의 시행 후 A의 공의 개수 변화	+1	-1	± 0	± 0
사건의 이름	○	×	△	
사건의 확률	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	

5번째 시행 후 공의 개수가 7이 되려면 ○○○△△나

○○○○×여야만 한다.

(1) ○○○△△인 경우에서 5번째 시행 후 공의 개수가 처음으로 7이 되기 위해서는 마지막 사건이 ○이어야 한다.

따라서, 확률은 ${}_4C_2\left(\frac{1}{4}\right)^2\left(\frac{1}{2}\right)^2 \times \frac{1}{4}$ 이다.

(2) ○○○○×인 경우에서 5번째 시행 후 공의 개수가 처음으로 7이 되기 위해서는 마지막 두 사건이 ○이어야 한다.

따라서, 확률은 ${}_3C_2\left(\frac{1}{4}\right)^2\left(\frac{1}{4}\right)^1 \times \left(\frac{1}{4}\right)^2$ 이다.

(1)과 (2)에서 5번의 시행 후 공의 개수가 처음으로 7이 되는 사건을 A라 할 때 $P(A)$ 의 값은

$$P(A) = {}_4C_2\left(\frac{1}{4}\right)^2\left(\frac{1}{2}\right)^2 \times \frac{1}{4} + {}_3C_2\left(\frac{1}{4}\right)^2\left(\frac{1}{4}\right)^1 \times \left(\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{27}{1024}$$

이제, 두 번째 시행 후 A가 가진 공의 개수가 4인 사건을 B라 놓자.

A와 B의 곱사건은 △△○○○의 순서로 5번의 시행을 하거나, ○×○○○, ×○○○○의 순서로 5번의 시행을 하는 경우 뿐이므로

$$P(A \cap B) = \left(\frac{1}{2}\right)^2\left(\frac{1}{4}\right)^3 + {}_2C_1\left(\frac{1}{4}\right)^4\left(\frac{1}{4}\right)^1 = \frac{6}{1024}$$

따라서, 구하고자 하는 확률은

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{6}{27} = \frac{2}{9} \text{이다.}$$

456. 36

(1) 주사위의 눈이 3의 배수인 사건을 A 라 하고 $P(A)$ 를 구하기 위해 일단 주사위 눈이 3의 배수가 나올 확률은 $\frac{1}{3}$ 이고

4번의 시행에서 9점을 얻으려면 3, 3, 2, 1점을 얻거나, 3, 2, 2, 2점을 얻는 경우이므로 9점을 얻을 확률은

$$P(A) = \frac{1}{3} \times \left\{ \frac{4!}{2!} \left(\frac{2}{5} \right)^2 \left(\frac{1}{5} \right) \left(\frac{2}{5} \right) + \frac{4!}{3!} \left(\frac{2}{5} \right) \left(\frac{1}{5} \right)^3 \right\} = \frac{104}{3 \times 5^4}$$

(3, 2, 1의 공을 뺀을 확률은 각각 $\frac{2}{5}, \frac{1}{5}, \frac{2}{5}$ 이므로)

(2) 주사위의 눈이 3의 배수가 아닌 사건을 B 라 하고 $P(B)$ 를 구하기 위해 일단 주사위 눈이 3의 배수가 아닐 확률은 $\frac{2}{3}$ 이고

3번의 시행에서 9점을 얻으려면 3, 3, 3점만 얻어야 하므로 9점을 얻을 확률은

$$P(B) = \frac{2}{3} \times \left(\frac{2}{5} \right)^3 = \frac{16}{3 \times 5^3}$$

따라서, 얻은 점수가 9점일 때, 주사위의 눈이 3의 배수일 확률은 $\frac{P(A)}{P(A)+P(B)} = \frac{\text{주사위 눈이 3의 배수이고 9점을 얻을 확률}}{9 \text{ 을 얻을 확률}}$ 이므로

$$\therefore \frac{q}{p} = \frac{13}{23} \text{에서 } p+q=36$$

457. ①

동전을 7번 던질 때, 앞면이 나온 횟수를 r ($0 \leq r \leq 7$)이라 하면 뒤가 나온 횟수는 $7-r$ 이다. 동전을 7번 던질 때, 점 A 를 출발한 점 P 가 점 D 에 있으려면 $r=1, 3, 5, 7$ 인 경우이므로

$$\begin{aligned} & {}_7C_1 \left(\frac{1}{2} \right)^7 + {}_7C_3 \left(\frac{1}{2} \right)^7 + {}_7C_5 \left(\frac{1}{2} \right)^7 + {}_7C_7 \left(\frac{1}{2} \right)^7 \\ &= 7 \times \left(\frac{1}{2} \right)^7 + 35 \times \left(\frac{1}{2} \right)^7 + 21 \times \left(\frac{1}{2} \right)^7 + \left(\frac{1}{2} \right)^7 = 64 \times \left(\frac{1}{2} \right)^7 = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

이다.

458. ③

n 번째 나온 눈의 수가 3이상일 확률은 $\frac{2}{3}$ 이고, 2이하일 확률은 $\frac{1}{3}$ 이다. 또한 한 개의 주사위를 5번 던진 후 점 A 와 점 C 가

빨간색 선분을 따라 연결되는 경우는 다음과 같다.

(i) 다섯 개의 선분이 모두 빨간색인 경우

점 A 에서 빨간색 선분을 따라 점 C 와 항상 연결되어 있고 그 확률은

$${}_5C_5 \left(\frac{2}{3} \right)^5 = \frac{32}{243}$$

(ii) 네 개의 선분이 빨간색인 경우

점 A 에서 빨간색 선분을 따라 점 C 와 항상 연결되어 있고 그 확률은

$${}_5C_4 \left(\frac{2}{3} \right)^4 \left(\frac{1}{3} \right) = \frac{80}{243}$$

(iii) 세 개의 선분이 빨간색인 경우

(a_1, a_4, a_5) 나 (a_2, a_3, a_5) 에 빨간색이 색칠되는 경우를 제외하면 점 A 에서 빨간색 선분을 따라 점 C 와 연결되어 있고 그 확률은

$$({}_5C_3 - 2) \left(\frac{2}{3} \right)^3 \left(\frac{1}{3} \right)^2 = \frac{64}{243}$$

(iv) 두 개의 선분이 빨간색인 경우

(a_1, a_2) 나 (a_4, a_3) 에 빨간색으로 색칠되면 되므로 그 확률은

$$2 \times \left(\frac{2}{3} \right)^2 \left(\frac{1}{3} \right)^3 = \frac{8}{243}$$

(i)~(iv)에서 구하는 확률은

$$\frac{32}{243} + \frac{80}{243} + \frac{64}{243} + \frac{8}{243} = \frac{184}{243}$$

이다.

459. ③

카드에 붙어 있는 스티커의 수를 3으로 나눈 나머지를 (a, b, c) 로 나타내기로 하자.

카드에 붙어 있는 스티커의 수를 3으로 나눈 나머지가 각각

$(0, 1, 2)$ 이면 두 번의 시행으로는 $(0, 0, 0)$ 또는 $(1, 1, 1)$ 또는 $(2, 2, 2)$ 를 만들 수가 없다.

또한, 세 번의 시행으로 나올 수 있는 모든 경우의 수는

$$3 \times 3 \times 3 = 27$$

이고 세 번의 시행에서 $(0, 0, 0)$ 이 되는 경우는

$$(0, 1, 2) \rightarrow (0, 2, 2) \rightarrow (0, 2, 3) \rightarrow (0, 3, 3)$$

$$(0, 1, 2) \rightarrow (0, 2, 2) \rightarrow (0, 3, 2) \rightarrow (0, 3, 3)$$

$$(0, 1, 2) \rightarrow (0, 1, 3) \rightarrow (0, 2, 3) \rightarrow (0, 3, 3)$$

의 3가지이고 $(1, 1, 1)$ 또는 $(2, 2, 2)$ 가 될 수 있는 경우도 각각 3가지씩이다.

따라서 3번째 시행에서 사건 A 가 일어날 확률은

$$P(A) = \frac{3+3+3}{27} = \frac{1}{3}$$

이고, 사건 A 가 일어나지 않을 확률은

$$P(A^c) = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

이다. 또한, 3번의 시행 후에는 모든 카드에 붙어 있는 스티커의 수를 3으로 나눈 나머지가 $(0, 1, 2)$ 또는 $(0, 0, 0)$ 또는

$(1, 1, 1)$ 또는 $(2, 2, 2)$ 이므로 4번째, 5번째 시행에서는 사건

A 가 일어나지 않고 6번째 시행에서 사건 A 가 일어날 확률은 같은

방법으로 생각하면 $\frac{1}{3}$ 이다. 따라서 이 시행을 12번 반복하였을 때,

12회에서 사건 A 가 두 번째로 일어나는 경우는 3번째, 12번째

또는 6번째, 12번째 또는 9번째, 12번째에 사건 A 가 일어나는

경우이다. 따라서 구하고자 하는 확률은

$$\left(1 \times 1 \times \frac{1}{3} \times 1 \times 1 \times \frac{2}{3} \times 1 \times 1 \times \frac{2}{3} \times 1 \times 1 \times \frac{1}{3} \right) \times 3 = \frac{4}{27}$$

이다.

별도풀이

$$P(A) = \frac{3+3+3}{27} = \frac{1}{3}$$

$$P(A^c) = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

3, 6, 9 시행중 1번만 A가 발생하고, 마지막 12번째에 A사건이 발생하면 되므로

$${}_3C_1 \left(\frac{2}{3}\right)^2 \left(\frac{1}{3}\right)^1 = \frac{4}{27} \text{이다.}$$

460. ②

이 시행을 한 번 하여 얻은 점수가 6이하인 사건을 A, 동전의 뒷면이

적어도 한 번 나오는 사건을 B라 하면 구하는 확률은 $P(B|A)$ 이다.

이 시행을 한 번 하여 얻은 점수가 6이하인 경우는 동전의 앞면이 적어도 한 번 나오고 주사위에서 5이하의 눈이 나오는 경우 또는 동전의 앞면이 한 번도 나오지 않고 주사위에서 4이하의 눈이 나오는 경우이므로

$$P(A) = \frac{3}{4} \times \frac{5}{6} + \frac{1}{4} \times \frac{2}{3} = \frac{19}{24}$$

이때 동전의 뒷면이 적어도 한 번 나오고 얻은 점수가 6이하인 경우는 동전을 던져서 한 번은 앞면, 한 번은 뒷면이 나오고 주사위에서 5이하의 눈이 나오는 경우 또는 동전의 앞면에 한 번도 나오지 않고 주사위에서 4이하의 눈이 나오는 경우이므로

$$P(A \cap B) = \frac{1}{2} \times \frac{5}{6} + \frac{1}{4} \times \frac{2}{3} = \frac{7}{12}$$

따라서 구하는 확률은

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{7}{12}}{\frac{19}{24}} = \frac{14}{19}$$

461. ②

한 개의 주사위를 1번 던져서 왼쪽 아래로 또는 오른쪽 아래로 이동하는 확률은 각각 $\frac{2}{3}, \frac{1}{3}$ 이다.

각 단계별 사다리 도착 확률은

$$[1\text{단계}] \quad \frac{2}{3}, \frac{1}{3}$$

$$[2\text{단계}] \quad \frac{4}{9}, \frac{4}{9}, \frac{1}{9}$$

$$[3\text{단계}] \quad \frac{8}{27}, \frac{12}{27}, \frac{6}{27}, \frac{1}{27}$$

$$[4\text{단계}] \quad \frac{16}{81}, \frac{32}{81}, \frac{24}{81}, \frac{8}{81}, \frac{1}{81}$$

따라서 B에 도착할 확률이 제일 크다

$$462. \quad \frac{48}{625}$$

주머니에서 흰 공을 꺼낼 확률은 $\frac{2}{5}$, 검은 공을 꺼낼 확률은

$\frac{3}{5}$ 이고, 직선 $y=6-x$ 위에 있을 때까지 흰 공을 꺼낸 횟수를

a 라 하면 검은 공을 꺼낸 횟수는 $5-a$ 이다.

원점에서 출발한 점 P의 x 좌표는 $2a-(5-a)$ 이고,

점 P의 y 좌표는 $-a+3(5-a)$

즉, 점 P는 점 $(3a-5, -4a+15)$ 로 이동된다.

이 점이 직선 $y=6-x$ 위에 있으려면

$$-4a+15=6-3a+5 \text{ 이어야 하므로}$$

$$a=4$$

따라서 5번의 시행에서 흰 공을 4번, 검은 공을 1번 꺼내야 하고,

각 시행은 서로 독립이므로 구하는 확률은

$${}_5C_4 \left(\frac{2}{5}\right)^4 \left(\frac{3}{5}\right)^1 = \frac{48}{625}$$

463. ④

곱이 홀수일 확률 : $\frac{1}{4}$ 곱이 짝수일 확률 : $\frac{3}{4}$

$(2, -1)$ 이동을 세 번 $(1, 3)$ 이동을 두 번 하게되면 위치가 $(8, 3)$ 이 되고 $x-2y-2=0$ 을 만족시키므로

$${}_5C_3 \times \left(\frac{1}{4}\right)^3 \times \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{45}{512}$$

464. ④

한 개의 주사위를 한 번 던지는 시행에서 3의 배수의 눈이 나오는 사건을 D, 그 이외의 눈이 나오는 사건을 E라 하면

$$P(D) = \frac{1}{3}, P(E) = \frac{2}{3}$$

6번의 시행에서 3의 배수의 눈이 나오는 횟수를 a 라 하면 그 이외의 눈이 나오는 횟수는 $6-a$ 이다.

이때 상자 B에 들어 있는 공의 개수는

$$6+a-(6-a)=2a$$

이고, 상자 B에 들어 있는 공의 개수가 8이 되려면

$$2a=8, a=4$$

이다. 따라서 상자 B에 들어 있는 공의 개수가 6번째 시행 후

처음으로 8이 되는 경우는 6번째 시행까지 D가 4번, E가 2번

일어나는 경우에서 DD인 경우, EDDD인 경우, DEDD인 경우를 제외시키면 된다.

6번째 시행까지 D가 4번, E가 2번 일어날 확률은

$${}_6C_4 \left(\frac{1}{3}\right)^4 \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{60}{729}$$

이고, DD인 경우, EDDD인 경우, DEDD가 일어날 확률은

$$\left(\frac{1}{3}\right)^2 \times {}_4C_2 \left(\frac{1}{3}\right)^2 \left(\frac{2}{3}\right)^2 + 2 \times \left(\frac{1}{3}\right)^3 \left(\frac{2}{3}\right) \times {}_2C_1 \left(\frac{1}{3}\right) \left(\frac{2}{3}\right) = \frac{40}{729}$$

이다. 따라서 구하는 확률은

$$\frac{60}{729} - \frac{40}{729} = \frac{20}{729}$$

이다.

수정사항

문제 4번 6번 수식 수정

문제 12번 오타수정

해설 4번 6번 수식 수정

해설 21번 풀이 수정