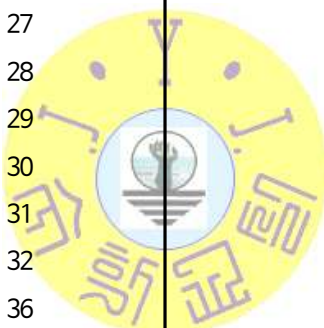


[유형별 목차]

핵심유형 01	행렬의 뜻	-----	02
핵심유형 02	행렬의 성분	-----	04
핵심유형 03	서로 같은 행렬	-----	08
핵심유형 04	행렬의 덧셈, 뺄셈, 실수배	-----	10
핵심유형 05	행렬의 연립	-----	15
핵심유형 06	행렬의 곱셈이 정의 될 조건	-----	16
핵심유형 07	행렬의 곱셈 기본 계산	-----	17
핵심유형 08	행렬의 곱셈 : $AB = 0$	-----	20
핵심유형 09	단위행렬	-----	21
핵심유형 10	행렬의 거듭제곱 : A^2 구하기	-----	22
핵심유형 11	행렬의 곱셈 : 분배법칙	-----	23
핵심유형 12	행렬의 곱셈 : 근과 계수와의 관계	-----	24
핵심유형 13	행렬의 거듭제곱 : 규칙 찾기	-----	25
핵심유형 14	행렬의 의 거듭제곱 : $A^n = kE$ 의 추정	-----	26
핵심유형 15	행렬의 곱셈의 분배법칙의 변형	-----	27
핵심유형 16	행렬의 곱셈에 관한 성질	-----	28
핵심유형 17	행렬의 곱셈 : $AB = BA$ 인 경우	-----	29
핵심유형 18	단위행렬 E 를 포함한 식의 전개	-----	30
핵심유형 19	영인자를 이용한 곱셈 진위판단	-----	31
핵심유형 20	행렬의 곱셈과 실생활 활용	-----	32
핵심정리 보충	케일리-해밀턴의 정리 [교육과정외]	-----	36
풀이 및 정답		-----	37



핵심정리 01 행렬의 뜻

(1) 행렬(行列, Matrix)과 성분의 뜻

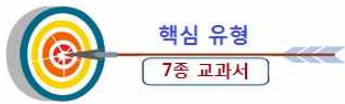
- ① 행렬 : 몇 개의 수 또는 문자를 직사각형 모양으로 배열하고 괄호로 묶어 놓은 것
- ② 성분 : 행렬을 구성하고 있는 각각의 수 또는 문자

(2) 행렬의 행(Row)과 열(Column)

- ① 행 : 행렬에서 성분을 가로로 배열한 줄
- ② 열 : 행렬에서 성분을 세로로 배열한 줄

(3) 행렬의 모양(꼴)

- ① $m \times n$ 행렬 : m 개의 행과 n 개의 열로 이루어진 행렬
- ② n 차 정사각행렬 : 행의 개수와 열의 개수가 모두 n 개로 구성된 $n \times n$ 행렬
- ③ (i, j) 성분 : 행렬에서 제 i 행과 제 j 열이 만나는 위치에 있는 성분



■ [지학사] ■

1. 행렬 $A = \begin{pmatrix} 7 & -5 & 2 \\ 4 & 6 & -3 \\ -1 & 5 & -2 \end{pmatrix}$ 에 대하여 다음을 구하시오

(1) (1, 3) 성분과 (3, 3) 성분의 합

(2) $A = (a_{ij})$ 라고 할 때, $a_{12} + a_{21} - a_{32}$ 의 값

■ [동아출판] ■

2. 행렬 $A = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 3 \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$ 에 대하여 물음에 답하시오.

(1) 행렬 A 의 행과 열의 개수를 각각 구하시오.

(2) 행렬 A 의 (1, 3) 성분과 (2, 2) 성분을 각각 구하시오.

■ [천재(전)] ■

3. 행렬 $A = \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 2 & 3 \\ 4 & 12 \end{pmatrix}$ 에 대하여 다음을 구하시오.

(1) 행의 개수

(2) 열의 개수

(3) (1, 2) 성분

■ [YBM] ■

4. 행렬 $\begin{pmatrix} 4 & 1 & -2 \\ 5 & -1 & 3 \end{pmatrix}$ 에 대하여 물음에 답하시오.

(1) (1, 2) 성분을 말하시오.

(2) 5는 몇 행 몇 열의 성분인지 말하시오.

■ [YBM] ■

5. 행렬 $\begin{pmatrix} 3x & 5 \\ -3 & 4-x \end{pmatrix}$ 의 모든 성분의 합이 14일 때, x 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

■ [지학사] ■

6. 행렬 $\begin{pmatrix} 1 & 2a \\ a+1 & 3 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ 의 제1열의 모든 성분의 합과 제2열의 모든

성분의 합이 같을 때, 실수 a 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

■ [YBM] ■

7. 행렬 $\begin{pmatrix} 1 & 2x & -2 \\ -1 & 4 & x+3 \end{pmatrix}$ 의 제1행의 모든 성분의 합과 제2행의 모든

성분의 합이 같을 때, x 의 값을 구하시오.

■ ■ ■ [천재(전)] ■ ■ ■

8. 행렬 $\begin{pmatrix} 2 & x & 2x+4 \\ x^2 & x-2 & 3 \end{pmatrix}$ 의 제1행의 모든 성분의 합과 제2열의 모든 성분의 합이 같을 때, 실수 x 의 값을 구하시오.

■ ■ ■ [YBM] ■ ■ ■

9. 행렬 $\begin{pmatrix} x-y & -2 & 1 \\ 4 & x+2y & 6 \end{pmatrix}$ 의 (i, j) 성분을 a_{ij} 라 할 때,
 $a_{11} = a_{21}$, $a_{13} = a_{22}$ 가 성립한다. $x+y$ 의 값은?
 ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

■ ■ ■ [YBM] ■ ■ ■

10. 행렬 $\begin{pmatrix} 2 & x & -1 \\ 4 & 6 & y \end{pmatrix}$ 의 (i, j) 성분 a_{ij} 가
 $a_{2j} = 2a_{1j}$
 일 때, $x+y$ 의 값을 구하시오.

■ ■ ■ [미래엔] ■ ■ ■

11. 행렬 $A = \begin{pmatrix} -2 & 5 & 7 \\ 4 & -1 & 6 \\ 8 & 8 & 3 \end{pmatrix}$ 에 대하여 옳은 것을 <보기>에서 모두 고른 것은?

- 〈 보기 〉
 ㄱ. 제2행은 $(4 \ -1 \ 6)$ 이다.
 ㄴ. 행렬 A 의 $(4, 3)$ 성분은 없다.
 ㄷ. 제3열의 성분의 합은 16이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ



핵심정리 02 행렬의 성분

(i, j) 성분이 주어질 때 행렬 구하기

$\Rightarrow m \times n$ 행렬 A 의 (i, j) 성분 a_{ij} 가 식으로 주어지면

$$i = 1, 2, \dots, m, j = 1, 2, \dots, n$$

을 각각 대입하여 $a_{11}, a_{12}, \dots, a_{mn}$ 을 구한다.

[참고] ① 행렬 A 의 (i, j) 성분 a_{ij} 가 i, j 에 대한 식으로 주어진 경우

$\Rightarrow i, j$ 에 1, 2, 3, ...을 차례로 대입하여 각 성분 a_{ij} 의 값을 구한다.

② 행렬 A 의 (i, j) 성분 a_{ij} 가 그림으로 주어진 경우

$\Rightarrow$ 문제의 주어진 성분의 정의를 이용하여 행렬의 각 성분 a_{ij} 의 값을 구한다.



■ ■ ■ [YBM] ■ ■ ■

12. 2×2 행렬 A 의 (i, j) 성분 a_{ij} 가

$$a_{ij} = i + j$$

일 때, 행렬 A 를 구하시오

■ ■ ■ [바상] ■ ■ ■

13. 2×2 행렬 A 의 (i, j) 성분 a_{ij} 가

$$a_{ij} = i + j - 2$$

일 때, 행렬 A 를 구하시오

■ ■ ■ [미래엔] ■ ■ ■

14. 2×2 행렬 A 의 (i, j) 성분 a_{ij} 가

$$a_{ij} = 2i - j + 4$$

일 때, 행렬 A 의 모든 성분의 합은?

- ① 20 ② 21 ③ 22 ④ 23 ⑤ 24

■ ■ ■ [동아출판] ■ ■ ■

15. 2×2 행렬 A 의 (i, j) 성분 a_{ij} 가 다음과 같을 때, 행렬 A 를

구하시오

(1) $a_{ij} = ij$

(2) $a_{ij} = i - 3j + 2$

■ ■ ■ [바상] ■ ■ ■

16. 2×2 행렬 A 의 (i, j) 성분 a_{ij} 가 다음과 같을 때, 행렬 A 를

구하시오

(1) $a_{ij} = i + 2j - 3$

(2) $a_{ij} = i^2 + j^2$

■ [천재(전)] ■

17. 2×2 행렬 A 의 (i, j) 성분 a_{ij} 가

$$a_{ij} = 2i + j - 3$$

일 때, 행렬 A 를 구하시오.

■ [YBM] ■

18. 2×2 행렬 A 의 (i, j) 성분 a_{ij} 가

$$a_{ij} = i + j - ij$$

일 때, 행렬 A 의 모든 성분의 합을 구하시오.

■ [동아출판] ■

19. 2×3 행렬 A 의 (i, j) 성분 a_{ij} 가

$$a_{ij} = i + j$$

일 때, 행렬 A 를 구하시오.

■ [미래엔] ■

20. 2×3 행렬 A 의 (i, j) 성분 a_{ij} 가

$$a_{ij} = i - j + 1$$

일 때, 행렬 A 를 구하시오.

■ [지학사] ■

21. 2×3 행렬 A 의 (i, j) 성분 a_{ij} 가

$$a_{ij} = i + 2j$$

일 때, 행렬 A 를 구하시오.

■ [천재(홍)] ■

22. 3×2 행렬 A 의 (i, j) 성분 a_{ij} 가 다음과 같을 때, 행렬 A 를 구하시오

(1) $a_{ij} = 2i - j$

(2) $a_{ij} = i^2 + j^2$

■ [지학사] ■

23. 3×2 행렬 A 의 (i, j) 성분 a_{ij} 가

$$a_{ij} = i(j + 1)$$

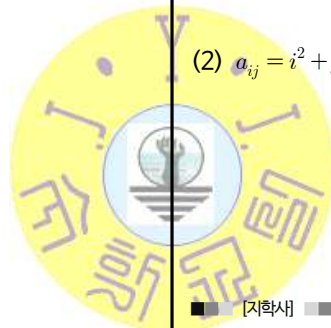
일 때, 행렬 A 를 구하시오.

■ [천재(전)] ■

24. 3×2 행렬 A 의 (i, j) 성분 a_{ij} 가

$$a_{ij} = 3i + 2j - 2$$

일 때, a_{21} 의 값을 구하시오.



■ ■ ■ [YBM] ■ ■ ■

25. 3×2 행렬 A 의 (i, j) 성분 a_{ij} 가

$$a_{ij} = 2i - j + 1$$

일 때, $a_{21} + a_{32}$ 의 값은?

- ① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

■ ■ ■ [동아출판] ■ ■ ■

26. 3×3 행렬 A 의 (i, j) 성분 a_{ij} 가

$$a_{ij} = -a_{ji}$$

일 때, 행렬 A 의 모든 성분의 합을 구하시오.

■ ■ ■ [바상] ■ ■ ■

27. 2×2 행렬 A 의 (i, j) 성분 a_{ij} 가

$$a_{ij} = \begin{cases} i^2 & (i > j) \\ -i + j & (i \leq j) \end{cases}$$

일 때, 행렬 A 를 구하시오.

■ ■ ■ [지학사] ■ ■ ■

28. 2×3 행렬 A 의 (i, j) 성분 a_{ij} 가

$$a_{ij} = \begin{cases} 2i + j - 1 & (i \geq j) \\ ij + 1 & (i < j) \end{cases}$$

일 때, 행렬 A 의 모든 성분의 합을 구하시오.

■ ■ ■ [YBM] ■ ■ ■

29. 3×3 행렬 A 의 (i, j) 성분 a_{ij} 가

$$a_{ij} = \begin{cases} i + j & (i \geq j) \\ ij + 1 & (i < j) \end{cases}$$

일 때, 행렬 A 의 모든 성분의 합을 구하시오.

■ ■ ■ [천재(전)] ■ ■ ■

30. 3×3 행렬 A 의 (i, j) 성분 a_{ij} 가

$$a_{ij} = \begin{cases} 2i & (i \geq j) \\ i + j & (i < j) \end{cases}$$

일 때, 행렬 A 를 구하시오.

■ ■ ■ [YBM] ■ ■ ■

31. 2×2 행렬 A 의 (i, j) 성분 a_{ij} 가 실수 k 에 대하여

$$a_{ij} = ki + 3j$$

이고 행렬 A 의 모든 성분의 합이 30일 때, k 의 값은?

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

■ ■ ■ [천재(홍)] ■ ■ ■

32. 2×2 행렬 A 의 (i, j) 성분 a_{ij} 가

$$a_{ij} = (-1)^i + kj$$

이고, 행렬 A 의 모든 성분의 합이 12일 때, 실수 k 의 값을 구하시오.

■ ■ ■ [바상] ■ ■ ■

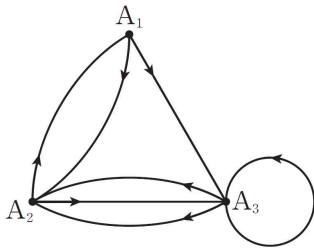
33. 2×3 행렬 A 의 (i, j) 성분 a_{ij} 가

$$a_{ij} = i + j + p$$

일 때, 행렬 A 의 모든 성분의 합이 45이다. 이때 실수 p 의 값을 구하시오.

■ ■ ■ [YBM] ■ ■ ■

34. 다음 그림은 세 지점 A_1, A_2, A_3 을 연결하는 일방통행로를 화살표로 나타낸 것이다.



이때 3×3 행렬 A 의 (i, j) 성분 a_{ij} 를 $a_{ij} = (A_i \text{ 지점에서 } A_j \text{ 지점으로 이동할 수 있는 일방통행로의 개수})$ 라 하자. 예를 들어 $a_{21} = 1$ 이다.
 $p = a_{12} + a_{23} + a_{31}$, $q = a_{21} + a_{32} + a_{13}$ 이라 할 때, $p - q$ 의 값을 구하시오.

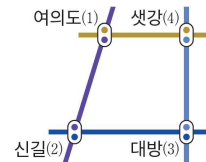
■ ■ ■ [미래엔] ■ ■ ■

35. 그림은 지하철 노선도의 일부를 나타낸 것이다. 이 지하철 노선도를 나타내는 4×4 행렬 A 의 (i, j) 성분 a_{ij} 를 다음과 같이 정하려고 한다.

$$a_{ij} = \begin{cases} 1 & (i \text{에서 한 번에 } j \text{로 이동할 수 있을 때}) \\ 0 & (i \text{에서 한 번에 } j \text{로 이동할 수 없을 때}) \end{cases}$$

행렬 A 의 제2행의 모든 성분의 합을 구하시오.

(단, i 와 j 는 역의 번호를 나타내며, $i = j$ 이면 $a_{ij} = 0$)

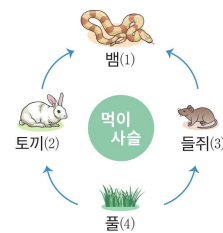


■ ■ ■ [미래엔] ■ ■ ■

36. 그림은 생태계 먹이사슬의 일부를 나타낸 것이다. 이 먹이 사슬을 나타내는 4×4 행렬 A 의 (i, j) 성분 a_{ij} 를 다음과 같이 정하려고 한다.
 (단, i 와 j 는 생물의 번호를 나타낸다.)

$$a_{ij} = \begin{cases} 1 & (i \text{가 } j \text{를 먹이로 삼을 때}) \\ 0 & (i \text{가 } j \text{를 먹이로 삼지 않을 때}) \end{cases}$$

행렬 A 를 구하시오.



핵심정리 03 서로 같은 행렬

(1) 같은 꼴이 행렬

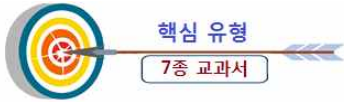
두 행렬 A, B 의 행의 개수와 열의 개수가 각각 같을 때,
두 행렬 A, B 는 같은 꼴인 행렬이라 한다.

(2) 두 행렬이 서로 같은 조건

같은 꼴인 두 행렬 A, B 의 대응하는 성분이 각각 같을 때,
두 행렬 A 와 B 는 서로 같다고 하며, 이것을 기호로 $A = B$ 로 나타낸다.

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{pmatrix} \text{일 때,}$$

$$A = B \Leftrightarrow \begin{cases} a_{11} = b_{11}, & a_{12} = b_{12} \\ a_{21} = b_{21}, & a_{22} = b_{22} \end{cases}$$



■ [지학사] ■

37. 등식 $\begin{pmatrix} 3a & 1 \\ -2 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & 1 \\ -2 & b+2 \end{pmatrix}$ 를 만족시키는 실수 a, b 에

대하여 $a+b$ 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

■ [동아출판] ■

38. 다음 등식을 만족시키는 두 상수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값을

구하시오.

$$\begin{pmatrix} a+2b & 3 \\ 7 & -8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 & 3 \\ 7 & 2a-3b \end{pmatrix}$$

■ [미래엔] ■

39. 등식 $\begin{pmatrix} 2a-1 & 2 \\ -6 & 2b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b+2 & 2 \\ -6 & 5a+2 \end{pmatrix}$ 가 성립할 때, $a+b$ 의 값은?

- ① -25 ② -27 ③ -29 ④ -31 ⑤ -33

■ [동아출판] ■

40. 다음 등식을 만족시키는 두 상수 x, y 에 대하여 $x+y$ 의 값을

구하시오.

$$\begin{pmatrix} 2x & 7 \\ x+3y & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4y & 7 \\ -2 & x-y \end{pmatrix}$$

■ [YBM] ■

41. 등식

$$\begin{pmatrix} 2a+b & -3 \\ 4a-3b & 2c+1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & -3 \\ 5 & -1 \end{pmatrix}$$

이 성립할 때, $a+b+c$ 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

■ [미래엔] ■

42. 두 행렬 $A = \begin{pmatrix} a-b & 0 \\ 6 & 4 \end{pmatrix}$ 와 $B = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 6 & 2ab \end{pmatrix}$ 에 대하여 $A = B$ 일

때, a^2+b^2 의 값을 구하시오.

■ ■ ■ [YBM] ■ ■ ■

43. 다음 등식을 만족시키는 실수 a, b, c, d 에 대하여

$a+b+c+d$ 의 값을 구하시오.

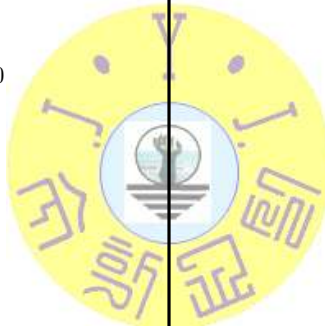
$$\begin{pmatrix} a+b & 1 \\ -2 & 2d-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & a-1 \\ c+d & 5 \end{pmatrix}$$

■ ■ ■ [천재(전)] ■ ■ ■

44. 다음 등식을 만족시키는 양수 x, y 에 대하여 $x+y$ 의 값은?

$$\begin{pmatrix} x^2-2x & 2 \\ 1 & y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & x+1 \end{pmatrix}$$

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10



■ ■ ■ [YBM] ■ ■ ■

45. 두 행렬

$$A = \begin{pmatrix} x^2 & 1 \\ 0 & 3x \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 4x-3 & 1 \\ 0 & x^2 \end{pmatrix}$$

에 대하여 $A=B$ 일 때, x 의 값을 구하시오.

■ ■ ■ [YBM] ■ ■ ■

핵심정리 04 행렬의 덧셈, 뺄셈, 실수배

(1) 행렬의 덧셈, 뺄셈

두 행렬 A, B 가 같은 꼴인 행렬일 때, 두 행렬 A, B 의 덧셈과 뺄셈은 각각 다음과 같이 정의한다.

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{pmatrix} \text{일 때,}$$

$$A \pm B = \begin{pmatrix} a_{11} \pm b_{11} & a_{12} \pm b_{12} \\ a_{21} \pm b_{21} & a_{22} \pm b_{22} \end{pmatrix}$$

(2) 영행렬

모든 성분이 0인 행렬을 영행렬이라 하고, 기호로 O 로 나타낸다. 또, 행렬 A 의 모든 성분의 부호를 바꾸어 놓은 것을 성분으로 하는 행렬을 $-A$ 로 나타낸다.

(3) 행렬의 실수배

행렬 A 의 각 성분에 k 를 곱한 것을 각 성분으로 하는 행렬을 행렬 A 의 k 배라 하고, 기호로 kA 와 같이 나타낸다.

$$\text{행렬 } A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \text{일 때, } kA = \begin{pmatrix} ka_{11} & ka_{12} \\ ka_{21} & ka_{22} \end{pmatrix}$$

(4) 행렬의 덧셈, 실수배에 대한 성질

① 교환법칙 : $A + B = B + A$

② 결합법칙 : $(A + B) + C = A + (B + C),$
 $(kl)A = k(lA) = l(kA)$

③ 분배법칙 : $(k + l)A = kA + lA, k(A + B) = kA + kB$

[보충]

이차정사각행렬 A, B, C 에 대하여 $xA + yB = C$ 를 만족하는 실수 x, y 를 다음 순서로 구한다.

[순서 1] 행렬의 덧셈, 뺄셈, 실수배를 이용하여 식을 정리한다.

[순서 2] 행렬이 서로 같을 조건을 이용하여 실수 x, y 의 값을 구한다.

[참고] 고등학교 과정에서 특별한 언급이 없으면 행렬의 성분을 실수로 생각한다.



■ ■ ■ [지학사] ■ ■ ■

47. 다음을 계산하시오.

(1) $\begin{pmatrix} 3 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 6 & 3 \end{pmatrix}$ (2) $\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \\ -5 \end{pmatrix}$

(3) $\begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 6 & -3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 1 & 7 \end{pmatrix}$ (4) $\begin{pmatrix} 5 & 0 & 8 \\ -2 & -3 & 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 4 & -2 & 7 \\ -3 & 9 & -1 \end{pmatrix}$

■ ■ ■ [동아출판] ■ ■ ■

48. 두 행렬 $A = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$ 에 대하여 다음을

구하시오.

(1) $A + B$

(2) $3A - 2B$

■ ■ ■ [천재(전)] ■ ■ ■

49. 두 행렬 $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ 에 대하여 $3A - 2B$ 를

계산하시오.

■ ■ ■ [비상] ■ ■ ■

50. 두 행렬 $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬 $3A - 2B$ 의

모든 성분의 합을 구하시오.

■ ■ ■ [YBM] ■ ■ ■

51. 두 행렬 $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -2 & 4 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬

$3A + 2B$ 를 계산하시오.

■ ■ ■ [비상] ■ ■ ■

52. 두 행렬 $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & -4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -8 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$ 에 대하여
 $2(A - B) - 3A$ 를 계산하시오.

■ ■ ■ [천재(홍)] ■ ■ ■

53. 두 행렬 $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 & 5 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$ 에 대하여
 $3(A + 2B) + A - 5B$ 를 계산하시오.

■ ■ ■ [미래엔] ■ ■ ■

54. 두 행렬 $A = \begin{pmatrix} -2 & 4 \\ 6 & 0 \end{pmatrix}$ 과 $B = \begin{pmatrix} 1 & -5 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}$ 에 대하여
 $2(A - B) - \frac{1}{2}(A + 2B)$ 를 계산하시오.

■ ■ ■ [동아출판] ■ ■ ■

55. 두 행렬 $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 2 & -1 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 3 & 2 \end{pmatrix}$ 에 대하여
 $-2A + 3B$ 를 구하시오.

■ ■ ■ [지학사] ■ ■ ■

56. 두 행렬 $A = \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ 6 & a \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & b \\ c & 2 \end{pmatrix}$ 에 대하여 $A = 2B$ 일 때,
실수 a, b, c 에 대하여 $a + b + c$ 의 값을 구하시오.

■ ■ ■ [동아출판] ■ ■ ■

57. 다음 등식을 만족시키는 x, y 에 대하여 $x^2 + y^2$ 의 값을 구하시오.

$$\begin{pmatrix} 8 & x \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} xy & y \end{pmatrix}$$

■ ■ ■ [YBM] ■ ■ ■

58. 두 행렬
 $A = \begin{pmatrix} 6 & a+1 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2b-1 & -2 \\ 1 & -2c \end{pmatrix}$
에 대하여 $A + 2B = O$ 일 때, $a + b + c$ 의 값은? (단, O 는 영행렬)
① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

■ ■ ■ [비상] ■ ■ ■

59. 행렬 $A = \begin{pmatrix} 4 & -5 & 1 \\ -2 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ 에 대하여 등식 $2A + X = O$ 를
만족시키는 행렬 X 를 구하시오.

■ ■ ■ [동아출판] ■ ■ ■

60. 등식 $X + \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ 을 만족시키는 행렬 X 를 구하시오.

■ ■ ■ [천재(홍)] ■ ■ ■

61. 등식 $X + \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ -2 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 7 \\ -3 & 5 \end{pmatrix}$ 를 만족시키는 행렬 X 를 구하시오.

■ ■ ■ [지학사] ■ ■ ■

62. 두 행렬 $A = \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ -6 & 8 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 8 \end{pmatrix}$ 에 대하여 $X + A = B$ 를 만족시키는 행렬 X 를 구하시오.

■ ■ ■ [바상] ■ ■ ■

63. 두 행렬 $A = \begin{pmatrix} 6 & 0 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 4 & 7 \\ -3 & 5 \end{pmatrix}$ 에 대하여 다음 등식을 만족시키는 행렬 X 를 구하시오.
(1) $3X + A = 3B$

(2) $-X + 3A = -2(X - B)$

■ ■ ■ [동아출판] ■ ■ ■

64. 등식 $2X + \begin{pmatrix} -5 & 0 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} = 3 \begin{pmatrix} 0 & -4 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$ 를 만족시키는 행렬 X 를 구하시오.

■ ■ ■ [지학사] ■ ■ ■

65. 두 행렬 $A = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ 에 대하여 $2X - A = B$ 를 만족시키는 행렬 X 는?

- ① $\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ ② $\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$ ③ $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$
④ $\begin{pmatrix} 2 & -4 \\ -4 & -2 \end{pmatrix}$ ⑤ $\begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$

■ ■ ■ [YBM] ■ ■ ■

66. 두 행렬 $A = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -5 & -1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$ 에 대하여 $X - 2A = B$ 를 만족시키는 행렬 X 의 모든 성분의 합은?
① 11 ② 13 ③ 15 ④ 17 ⑤ 19

■ ■ ■ [동아출판] ■ ■ ■

67. 두 행렬 $A = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 2 \\ 7 & -1 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 4 & 2 \end{pmatrix}$ 에 대하여 $X + A = 5B$ 를 만족시키는 행렬 X 를 구하시오.

■ ■ ■ [미래엔] ■ ■ ■

68. 세 행렬 $A = \begin{pmatrix} 2a & 1 \\ -7 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -b & 2 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} -8 & -3 \\ ab & -7 \end{pmatrix}$ 에

대하여 $A = 2B + C$ 일 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하시오.

■ ■ ■ [바상] ■ ■ ■

69. 두 행렬 $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 6 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$ 에 대하여 등식

$4A - X = 2(X + B)$ 를 만족시키는 행렬 X 를 구하시오.

■ ■ ■ [바상] ■ ■ ■

70. 세 행렬 $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ a & 5 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 9 & 7 \\ -2 & b \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} -1 & c \\ 4 & 0 \end{pmatrix}$ 에 대하여

등식 $2A - B = 3C$ 를 만족시키는 실수 a , b , c 의 값을 구하시오.

■ ■ ■ [바상] ■ ■ ■

71. 두 행렬 $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ 에 대하여 등식

$2(A + 3X) - B = 5B + 4X$ 를 만족시키는 행렬 X 를 구하시오.

■ ■ ■ [천재(전)] ■ ■ ■

72. 두 행렬 $A = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & -3 \end{pmatrix}$ 에 대하여 등식

$3X = A - 2B$ 를 만족시키는 행렬 X 의 $(2, 1)$ 성분은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

■ ■ ■ [천재(홍)] ■ ■ ■

73. 두 행렬 $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 6 \\ 0 & -4 \end{pmatrix}$ 에 대하여 다음 등식을

만족시키는 행렬 X 를 구하시오.

$$2(X - A) = 4A + 3B$$

■ ■ ■ [미래엔] ■ ■ ■

74. 두 행렬 A 와 B 에 대하여 $B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 5 \end{pmatrix}$ 이고

$A + B = \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$ 일 때, $2A - B$ 를 구하시오.

■ ■ ■ [미래엔] ■ ■ ■

75. 2×3 행렬 A 와 B 에 대하여 A 의 (i, j) 성분은 $2i - j + 1$ 이고

$A + 2B$ 의 (i, j) 성분은 $i + 2j$ 일 때, 행렬 B 를 구하시오.

■ ■ ■ [동아출판] ■ ■ ■

76. 두 행렬 $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ 에 대하여

$aA + bB = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 0 & -7 \end{pmatrix}$ 을 만족시키는 두 실수 a , b 에 대하여 $a - b$ 의 값을 구하시오.

■ ■ ■ [비상] ■ ■ ■

77. 두 행렬 $A = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ -2 & 5 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$ 에 대하여 등식

$\begin{pmatrix} -4 & 5 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} = mA + nB$ 를 만족시키는 실수 m , n 에 대하여 $m - n$ 의 값을 구하시오.

■ ■ ■ [천재(홍)] ■ ■ ■

78. 두 행렬 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬 $C = \begin{pmatrix} 2 & 6 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$ 를

실수 x , y 를 사용하여 $C = xA + yB$ 꼴로 나타낼 때, $x + y$ 의 값을 구하시오.

■ ■ ■ [지학사] ■ ■ ■

79. 두 행렬 $A = \begin{pmatrix} 1 & -5 \\ -4 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 4 & -2 \end{pmatrix}$ 에 대하여

$kA + lB = \begin{pmatrix} -1 & -7 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}$ 이 성립할 때, $k + l$ 의 값을 구하시오.
(단, k , l 은 실수이다.)

■ ■ ■ [미래엔] ■ ■ ■

80. 두 행렬 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}$ 과 $B = \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ 에 대하여

$kA + lB = \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 7 & -4 \end{pmatrix}$ 를 만족시키는 실수 k , l 에 대하여 $k + l$ 의 값을 구하시오.

■ ■ ■ [비상] ■ ■ ■

81. 세 행렬 $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 8 & 16 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$ 에

대하여 등식 $A = xB + yC$ 를 만족시키는 실수 x , y 에 대하여 $x + y$ 의 값을 구하시오.



핵심정리 05 행렬의 연립

행렬 A, B 에 대한 두 등식이 주어진 경우
 $\Rightarrow A, B$ 에 대한 연립일차방정식으로 생각하고
 가감법, 대입법을 이용하여 행렬 A 또는 B 를 소거한다.



■ ■ ■ [비상] ■ ■ ■

82. 두 행렬 A, B 가

$$A+B=\begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, A-B=\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$$

을 만족시킬 때, 행렬 $A+B$ 의 모든 성분의 합을 구하시오.

■ ■ ■ [비상] ■ ■ ■

83. 두 행렬 $A=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -1 \end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix} 7 & 9 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$ 에 대하여 다음을

만족시키는 행렬 $X+Y$ 의 모든 성분의 합을 구하시오.

$$\begin{cases} X+2Y=B & \cdots \cdots \textcircled{1} \\ -2X+Y=A & \cdots \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

84. 두 행렬 $A=\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}$ 에 대하여

$X-Y=A, 2X+Y=B$ 를 만족하는 두 행렬 X, Y 가 있다. 행렬
 $X+2Y$ 의 $(1, 2)$ 성분과 $(2, 1)$ 성분의 차는?

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

85. 두 이차정사각행렬 A, B 가

$$A-4B=\begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}, 3A-2B=\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$$

를 만족시킬 때, 행렬
 $A+B$ 의 모든 성분의 합을 구하시오.

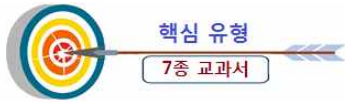
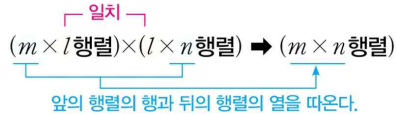
핵심정리 06 행렬의 곱셈이 정의 될 조건

행렬의 곱셈이 정의될 조건

⇒ 두 행렬 A, B 에 대하여 행렬 A 의 열의 개수와 행렬 B 의 행의 개수가 같을 때, 행렬의 곱 AB 가 정의된다.

[참고] 1. 두 행렬 X, Y 에 대하여 XY 가 정의되려면
(X 의 열의 개수) = (Y 의 행의 개수)이어야 한다.

[참고] 2.



■ [비상] ■

86. 세 행렬 $A = \begin{pmatrix} 1 \\ 6 \end{pmatrix}$, $B = (4 \quad -2)$, $C = \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ -1 & 9 \end{pmatrix}$ 에 대하여

다음 중 행렬의 곱셈이 불가능한 것을 모두 고르면?

- ① AB ② AC ③ BC ④ CA ⑤ CB

87. 세 행렬 $A = (3 \quad 5)$, $B = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ 에 대하여 다음 중

그 곱을 정의할 수 없는 것은?

- ① AB ② BA ③ AC ④ CA ⑤ CB

■ [천재(전)] ■

88. 행렬 $\begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 4 & 3 & 2 \end{pmatrix}$ 가 $m \times n$ 행렬일 때, $m - n$ 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

■ [천재(홍)] ■

89. $A = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 3 & 6 \\ -3 & 1 & 2 & 4 \end{pmatrix}$ 가 $m \times n$ 행렬일 때, m, n 의 값을

구하시오.

■ [천재(전)] ■

90. 행과 열의 개수가 각각 2이하인 세 행렬 A, B, C 를 차례로

곱했더니 1×1 행렬이 되었다. 행렬 A, B, C 의 꼴로 가능한 경우의 수를 구하시오.

91. 세 행렬 A, B, C 에 대하여 $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{pmatrix}$ 이고 곱

BAC 가 정의될 때, 다음 <보기>의 설명 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

< 보기 >

- ㄱ. 곱 AB 가 정의되는 행렬 B 가 존재한다.
 ㄴ. 곱 CA 가 정의되는 행렬 C 가 존재한다.
 ㄷ. 곱 BC 가 정의되는 행렬 B, C 가 존재한다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ ④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄱ, ㄷ

핵심정리 07 행렬의 곱셈 기본 계산

행렬 AB

⇒ 행렬 A 의 열의 개수와 행렬 B 의 행의 개수가 같을 때,
행렬 A 의 제 i 행의 성분과 행렬 B 의 제 j 열의 성분을 각각
차례로 곱하여 더한 값을 (i, j) 성분으로 하는 행렬

- ① $(a \ b) \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = (ax + by) = ax + by$
- ② $(a \ b) \begin{pmatrix} x & u \\ y & v \end{pmatrix} = (ax + by \quad au + bv)$
- ③ $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ax + by \\ cx + dy \end{pmatrix}$
- ④ $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x & u \\ y & v \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ax + by & au + bv \\ cx + dy & cu + dv \end{pmatrix}$



■ [지학사] ■

92. 다음을 계산하시오.

(1) $(1 \ 3) \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 5 & 1 \end{pmatrix}$

(2) $\begin{pmatrix} -5 & 1 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \end{pmatrix}$

(3) $\begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$

■ [YBM] ■

93. 등식 $\begin{pmatrix} 2 & a \\ b & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \\ 3 \end{pmatrix}$ 이 성립할 때, $a+b$ 의 값을 구하시오.

■ [동아출판] ■

94. 다음 등식이 성립하도록 하는 두 상수 a, b 에 대하여

$a+b$ 의 값을 구하시오.

$$\begin{pmatrix} 1 & a \\ -1 & b \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a & 1 \\ 2 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & -5 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}$$

■ [지학사] ■

95. 다음 등식을 만족시키는 실수 a, b, c, d 에 대하여

$a+b+c-d$ 의 값을 구하시오.

$$\begin{pmatrix} a & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ b & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ c & d \end{pmatrix}$$

■ [YBM] ■

96. 등식

$$\begin{pmatrix} a & b \\ 2 & a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & -3 \\ c & d \end{pmatrix}$$

가 성립할 때, $a+b+c+d$ 의 값은?

- ① 11 ② 13 ③ 15 ④ 17 ⑤ 19

■ [천재(전)] ■

97. 두 행렬 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -5 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & x \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$ 에 대하여 AB 의 $(1, 2)$

성분이 7일 때, 실수 x 의 값을 구하시오.

■ [비상] ■

98. 다음 등식을 만족시키는 실수 x, y 에 대하여

$x-y$ 의 값을 구하시오. (단, $x > y$)

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ x & y \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x & 2 \\ y & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 4 \\ 6 & 2x \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 4 & 3y \end{pmatrix}$$

■ ■ ■ [지학사] ■ ■ ■

99. 다음 등식을 만족시키는 실수 a 의 값을 구하시오.

(단, x, y 는 실수이다.)

$$\begin{pmatrix} x & y \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x^2 & 1 \\ y^2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & 6 \\ 20 & 2 \end{pmatrix}$$

■ ■ ■ [YBM] ■ ■ ■

100. 세 행렬 $A = \begin{pmatrix} -2 & 2 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -2 & 6 \end{pmatrix}$ 에

대하여 $AB+AC$ 를 계산하시오.

■ ■ ■ [바상] ■ ■ ■

101. 두 행렬 $A = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & -5 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}$ 에 대하여 $AB-BA$ 를

계산하시오.

■ ■ ■ [지학사] ■ ■ ■

102. 두 행렬 $A = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬

$AB-BA$ 의 모든 성분의 합을 구하시오.

■ ■ ■ [바상] ■ ■ ■

103. 두 행렬 $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ k & 3 \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬

$AB-BA$ 의 모든 성분의 합이 2일 때, 실수 k 의 값을 구하시오.

■ ■ ■ [YBM] ■ ■ ■

104. 세 행렬

$$A = \begin{pmatrix} a & b \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 3 & 6 \\ 5 & c \end{pmatrix}$$

에 대하여 $AB=C$ 일 때, $a+b+c$ 의 값을 구하시오.

■ ■ ■ [지학사] ■ ■ ■

105. 세 행렬 $A = \begin{pmatrix} a & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ b & 1 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} c & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ 에 대하여

$AB=C$ 가 성립할 때, 실수 a, b, c 에 대하여 $a+b-c$ 의 값을 구하시오.

■ ■ ■ [천재(전)] ■ ■ ■

106. 세 행렬 $A = \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$ 에 대하여

$AB=A+B+C$ 를 만족시키는 실수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값을 구하시오.

■ ■ ■ [천재(전)] ■ ■ ■

107. 세 행렬 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} c & d \end{pmatrix}$ 에 대하여

$$AB = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}, CA = \begin{pmatrix} 3 & 2 \end{pmatrix}$$

일 때, BC 를 계산하시오.

■ ■ ■ [YBM] ■ ■ ■

108. 두 행렬

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$$

에 대하여 $X + 2A = AB$ 를 만족시키는 행렬 X 는?

- ① $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ ② $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ ③ $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$
 ④ $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}$ ⑤ $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$

■ ■ ■ [천재(전)] ■ ■ ■

109. 두 행렬 $A = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$ 에 대하여 다음을

계산하시오. (단, E 는 단위행렬이다.)

(1) $A(2B)$

(2) $2(AB)$

(3) $A(A + BE)$

■ ■ ■ [천재(전)] ■ ■ ■

110. 두 행렬 $P = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, $Q = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ 가 등식

$aPQ = \begin{pmatrix} -3 & b \end{pmatrix}$ 를 만족시킬 때, 실수 a , b 에 대하여 $a+b$ 의 값을 구하시오.

■ ■ ■ [천재(전)] ■ ■ ■

111. 행렬 $A = \begin{pmatrix} a & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$, $X = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 \\ 7 \end{pmatrix}$ 에 대하여 $AX = B$ 를

만족시키는 실수 x , y 가 존재하지 않을 때, 상수 a 의 값을 구하시오.



핵심정리 08 행렬의 곱셈 : $AB = O$

행렬 $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{pmatrix}$ 일 때, $AB = O$ 이면

$$\Rightarrow AB = \begin{pmatrix} a_{11}b_{11} + a_{12}b_{21} & a_{11}b_{12} + a_{12}b_{22} \\ a_{21}b_{11} + a_{22}b_{21} & a_{21}b_{12} + a_{22}b_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

이므로 두 행렬이 서로 같은 조건을 이용하여 미지수를 구한다.



■ [바상] ■

112. 행렬 $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} a & -1 \\ 2 & b \end{pmatrix}$ 에 대하여 등식 $AB = O$ 를

만족시키는 실수 a, b 에 대하여 $a - 2b$ 의 값을 구하시오
(단, O 는 영행렬이다.)

■ [천재(총)] ■

113. 행렬 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 6 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} x & 2 \\ 3 & y \end{pmatrix}$ 에 대하여 $AB = O$ 가

성립하도록 상수 x, y 에 대하여 $y - x$ 의 값을 구하시오
(단, O 는 영행렬이다.)

■ [지학사] ■

114. 두 행렬 $A = \begin{pmatrix} 2 & a \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} b & 3 \\ 5 & -1 \end{pmatrix}$ 에 대하여 $AB = O$ 가

성립할 때, 실수 a, b 에 대하여 $a + b$ 의 값을 구하시오
(단, O 는 영행렬이다.)

■ [동아출판] ■

115. 두 행렬 $A = \begin{pmatrix} x & 1 \\ 3 & y \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 6 & 2 \\ -3 & -1 \end{pmatrix}$ 에 대하여 $AB = O$ 가

성립하도록 하는 두 상수 x, y 에 대하여 $2x + y$ 의 값을 구하시오
(단, O 는 영행렬이다.)

■ [미래엔] ■

116. 두 행렬 $A = \begin{pmatrix} a & -1 \\ 2 & b \end{pmatrix}$ 와 $B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}$ 에 대하여

$AB = O$ 일 때, 실수 a, b 에 대하여 $b - a$ 의 값을 구하시오
(단, O 는 영행렬이다.)

■ [지학사] ■

117. 두 행렬 $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & a \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 4 & b \\ c & 2 \end{pmatrix}$ 에 대하여 $AB = O$ 가

성립할 때, 실수 a, b, c 에 대하여 $a + b - c$ 의 값을 구하시오
(단, O 는 영행렬이다.)

■ [바상] ■

118. 등식 $\begin{pmatrix} -2 & x \\ y & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & z \end{pmatrix} = O$ 를 만족시키는 실수 x, y, z 에
대하여 $x + y + z$ 의 값을 구하시오 (단, O 는 영행렬이다.)

■ [동아출판] ■

119. 세 행렬 $A = \begin{pmatrix} a & b \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & a \\ -1 & a \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$ 에 대하여

$A(B + C) = O$ 가 성립하도록 하는 두 상수 a, b 에 대하여 $a - b$ 의
값을 각각 구하시오 (단, O 는 영행렬이다.)

핵심정리 09 단위행렬

이차정사각행렬 A 와 단위행렬 E 에 대하여 다음이 성립한다.

$$E = I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \text{이므로}$$

- ① $AE = EA = A$
- ② $E^2 = E, E^3 = E, \dots, E^n = E \ (n=2, 3, 4, \dots)$
 ← 단위행렬 E 의 거듭제곱은 항상 단위행렬 자신이 된다.



■ ■ ■ [YBM] ■ ■ ■

120. 두 행렬 $A = \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$ 에 대하여 다음을

계산하시오. (단, E 는 단위행렬)

(1) $AE + 2E$

(2) $EA - BE$

■ ■ ■ [동아출판] ■ ■ ■

121. 세 행렬 $A = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}, I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, O = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ 에 대하여

다음을 구하시오.

(1) IA

(2) OA

■ ■ ■ [비상] ■ ■ ■

122. 등식 $\begin{pmatrix} x+y & 0 \\ 0 & xy \end{pmatrix} = 6E$ 를 만족시키는 실수 x, y 에 대하여

$x^3 + y^3$ 의 값을 구하시오. (단, E 는 단위행렬이다.)

■ ■ ■ [천재(전)] ■ ■ ■

123. 두 행렬 A, B 에 대하여

$$A + 3E = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, A - B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$$

일 때, $A + 2B$ 를 계산하시오. (단, E 는 단위행렬이다.)

■ ■ ■ [천재(전)] ■ ■ ■

124. 두 행렬 X, Y 에 대하여

$$X + 2E = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}, X - Y = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$$

일 때, 행렬 Y 의 제2행의 모든 성분의 합을 구하시오.
(단, E 는 단위행렬이다.)

■ ■ ■ [천재(전)] ■ ■ ■

125. 실수 a, b 에 대하여 행렬 $A = \begin{pmatrix} a & b \\ a & b \end{pmatrix}$ 이다. 행렬 $A + E$ 의

제1열과 제2열의 성분의 합이 각각 3, 5일 때, 행렬 A 를 구하시오.
(단, E 는 단위행렬이다.)

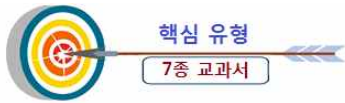
핵심정리 10 행렬의 거듭제곱 : A^2 구하기

(1) 행렬 $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ 이면

$$A^2 = AA = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a^2 + bc & ab + bd \\ ac + dc & cb + d^2 \end{pmatrix}$$

(2) 이차정사각행렬 A, B 에 대하여

$$(A \pm B)^2 = (A \pm B)(A \pm B)$$



■ ■ ■ [동아출판] ■ ■ ■

126. 행렬 $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ 에 대하여 $A^2 + A^3$ 의 모든 성분의 합을 구하시오.

■ ■ ■ [천재(홍)] ■ ■ ■

127. 행렬 $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ 에 대하여 $A^2 + A^3$ 의 모든 성분의 합을 구하시오.

■ ■ ■ [미래엔] ■ ■ ■

128. 행렬 $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & -3 \end{pmatrix}$ 에 대하여 $A^2 - A^3$ 의 모든 성분의 합을 구하시오.

■ ■ ■ [비상] ■ ■ ■

129. 두 행렬 $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬 $A^2 - B^2$ 의 모든 성분의 합을 구하시오.

■ ■ ■ [미래엔] ■ ■ ■

130. 두 행렬 $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & a \end{pmatrix}$ 와 $B = \begin{pmatrix} 0 & b \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ 에 대하여 $(A - B)^2 = \begin{pmatrix} -2 & -9 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ 일 때, ab 의 값을 구하시오.

■ ■ ■ [미래엔] ■ ■ ■

131. 행렬 $A = \begin{pmatrix} k & -1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$ 에 대하여 A^2 의 모든 성분의 합이 0이 되도록 하는 모든 실수 k 의 값의 합을 구하시오.

핵심정리 11 행렬의 곱셈 : 분배법칙

(1) 행렬의 곱셈이 정의될 조건

두 행렬 A, B 의 행렬 A 의 열의 개수와 행렬 B 의 행의 개수가 같을 때, 행렬의 곱 AB 가 정의된다.

(2) 행렬의 곱셈의 성질

합과 곱이 정의되는 세 행렬 A, B, C 에 대하여

① $AB \neq BA$ ← 일반적으로 교환법칙이 성립하지 않는다.

② $(AB)C = A(BC)$ ← 결합법칙

③ $A(B+C) = AB+AC, (A+B)C = AC+BC$

← 분배법칙

④ $k(AB) = (kA)B = A(kB)$ (단, k 는 실수) ← 곱의 실수배

[참고] 곱이 정의되는 세 행렬 A, B, C 와 영행렬 O 에 대하여

① $A \neq O, B \neq O$ 이지만 $AB = O$ 인 행렬 A, B 가 존재할 수 있다.

② $A = O$ 또는 $B = O$ 이면 $AB = O$

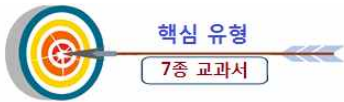
③ $AB = O$ 이라 해서 반드시 $A = O$ 또는 $B = O$ 인 것은 아니다.

134. 세 행렬 A, B, C 에 대하여

$A+B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ 을 만족한다. 행렬 CA 의 (1, 2)

성분이 -2 일 때, CB 의 (1, 2) 성분은?

- ① -5 ② -3 ③ -1 ④ 3 ⑤ 5



■ [천재(전)] ■

132. 두 행렬 $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ 에 대하여

$AB+B^2$ 의 모든 성분의 합은?

- ① -11 ② -10 ③ -9 ④ -8 ⑤ -7

133. 두 행렬 A, B 에 대하여

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}, A+B = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

일 때, 행렬 A^2+AB 의 모든 성분의 합을 구하시오.

핵심정리 12 행렬의 곱셈 : 근과 계수와의 관계

이차방정식의 근과 계수의 관계와 행렬의 곱은 다음 순서로 구한다.

[FIRST] 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 두 근이 α, β 일 때, 근과

계수의 관계에 의하여 $\alpha + \beta = -\frac{b}{a}, \alpha\beta = \frac{c}{a}$ 를 구한다.

[NEXT] 행렬의 곱셈을 한다. 이때 행과 열을 구분하기 위해

$$\left(\begin{array}{c|c} \text{행} & \text{열} \end{array} \right)$$

와 같이 보조선을 긋고 계산하면 편리하다.

[LAST] 두 행렬이 서로 같을 조건에 의하여 구하고자 하는 값을 구한다.



[YBM]

135. 이차방정식 $x^2 - 5x - 2 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, 두

행렬의 곱 $\begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ \beta & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \beta & \alpha \\ \alpha & 0 \end{pmatrix}$ 의 모든 성분의 합은?

- ① 21 ② 23 ③ 25 ④ 27 ⑤ 29

[바상]

136. 이차방정식 $x^2 - 4x - 3 = 0$ 의 두 실근을 α, β 라고 할 때, 행렬

$X = \begin{pmatrix} \alpha & -1 \\ -1 & \beta \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬 X^2 의 모든 성분의 합을 구하시오.

[천재(홍)]

137. 이차방정식 $x^2 - 2x - 4 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, 행렬

$A = \begin{pmatrix} \alpha & 1 \\ 1 & \beta \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬 A^2 의 모든 성분의 합을 구하시오.

[바상]

138. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 두 실근을 α, β 라고 할 때, 등식

$$\alpha \begin{pmatrix} \alpha & 2 \\ 0 & \beta \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} \beta & 2 \\ 0 & \alpha \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 & 4 \\ 0 & 2\alpha\beta \end{pmatrix}$$

를 만족시키는 실수 a, b 에 대하여 $a - b$ 의 값을 구하시오.

핵심정리 13 행렬의 거듭제곱 : 규칙 찾기

(1) A 가 정사각행렬이고 m, n 이 자연수일 때,

- ① $A^2 = AA, A^3 = A^2A, \dots, A^n = A^{n-1}A$ (단, $n \geq 2$)
- ② $A^m A^n = A^{m+n}$
- ③ $(A^m)^n = A^{mn}$
- ④ $(kA)^n = k^n A^n$ (단, k 는 실수)

(2) 행렬의 거듭제곱 A^n (단, n 은 자연수)의 추정

- ① $\begin{pmatrix} 1 & a \\ 0 & 1 \end{pmatrix}^n = \begin{pmatrix} 1 & na \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ b & 1 \end{pmatrix}^n = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ nb & 1 \end{pmatrix}$
- ② $\begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix}^n = \begin{pmatrix} a^n & 0 \\ 0 & b^n \end{pmatrix}$
- ← $\begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}^n = \begin{pmatrix} a^n & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & a \end{pmatrix}^n = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & a^n \end{pmatrix}$

(3) $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ 에 대하여 $ad - bc = 0$ 인 경우

- ① $A^2 = (a+d)A$
- ② $A^{n+1} = (a+d)^n A$ (단, n 은 자연수)

[참고] 행렬의 거듭제곱은 대부분 규칙성을 갖고 있는데, 행렬 그 자체가 규칙을 갖는 경우도 있고 행렬의 각 성분이 규칙을 갖는 경우도 있다. 행렬의 거듭제곱을 할 때에는 세제곱이나 네제곱까지는 해보는 것이 좋다. A 와 A^2 만으로는 오류를 범할 수 있으므로 정확한 규칙을 알아내려면 거듭제곱을 몇 번 더 계산해서 확인하는 과정을 거치도록 한다.



■ ■ ■ [동아출판] ■ ■ ■

139. 행렬 $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ 에 대하여 A^5 을 구하시오.

■ ■ ■ [동아출판] ■ ■ ■

140. 행렬 $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ 에 대하여 A^{10} 의 모든 성분의 합을 구하시오.

■ ■ ■ [비상] ■ ■ ■

141. 행렬 $A = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬 $A^{30} - A^{31}$ 의 $(1, 2)$ 성분은?

- ① -3 ② 0 ③ 3 ④ 3^{20} ⑤ 3^{30}

■ ■ ■ [미래엔] ■ ■ ■

142. 행렬 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ 에 대하여 $A^n = \begin{pmatrix} 1 & 30 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ 을 만족시키는 자연수 n 의 값을 구하시오.

핵심정리 14 행렬의 거듭제곱 : $A^n = kE$ 의 추정

(1) $A^2 = AA$, $A^3 = A^2A$, ...을 차례로 구하여

$A^n = kE$ 를 만족시키는 자연수 n 의 값을 구한다.

(2) $A^n = E \Rightarrow A^{m+n} = A^m A^n = A^n$

[참고] ① $A^2 = kE$ 일 때, $A^{2n} = k^n E$, $A^{2n+1} = k^n A$

[해설] $A^{2n} = (A^2)^n = (kE)^n = k^n E$

$A^{2n+1} = A^{2n} A = (k^n E) A = k^n EA = k^n A$

② $A^n = E$ 일 때,

$A^{n+1} = A^n A = A$, $A^{n+2} = A^n A^2 = A^2$, ..., $A^{2n} = E$

[해설] $A^2, A^3, A^4, \dots$ 을 차례로 구하여 $A^n = E$

또는 $A^n = -E$ 를 만족시키는 자연수 n 의 값을 구한다.



■ ■ ■ [비상] ■ ■ ■

143. 행렬 $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$ 에 대하여 $2A^5 - 4A^2 + A$ 의 모든 성분의

합을 구하시오.

■ ■ ■ [천재(총)] ■ ■ ■

144. 행렬 $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ 에 대하여 $A^n = E$ 를 만족시키는 자연수

n 의 최솟값을 구하시오. (단, E 는 단위행렬이다.)

■ ■ ■ [비상] ■ ■ ■

145. 행렬 $A = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬

$A + A^2 + A^3 + \dots + A^{100}$ 의 모든 성분의 합을 구하시오.

■ ■ ■ [비상] ■ ■ ■

146. 이차정사각행렬 A 의 (i, j) 성분 a_{ij} 가

$$a_{ij} = i - j$$

일 때, 행렬 $A + A^2 + A^3 + \dots + A^{2030}$ 의 모든 성분의 합을 구하시오.

■ ■ ■ [비상] ■ ■ ■

147. 두 행렬 $A = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ 13 & -3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ 에 대하여 등식

$A^n + B^n = O$ 를 만족시키는 가장 작은 자연수 n 의 값을 구하시오.

핵심정리 15 행렬의 곱셈의 분배법칙의 변형

이차정사각행렬 A 에 대하여

(1) 행렬의 곱셈의 분배법칙의 변형

$$① A \begin{pmatrix} a+b \\ c+d \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} a \\ c \end{pmatrix} + A \begin{pmatrix} b \\ d \end{pmatrix}$$

$$② (A \pm B) \begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix} \pm B \begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix}$$

(2) 행렬의 곱셈에서 활용도 높은 공식

$$① A \begin{pmatrix} a \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p \\ r \end{pmatrix}, A \begin{pmatrix} b \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} q \\ s \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow A \begin{pmatrix} a+b \\ c+d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p+q \\ r+s \end{pmatrix}$$

$$② A \begin{pmatrix} a \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p \\ r \end{pmatrix}, A \begin{pmatrix} b \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} q \\ s \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow A \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p & q \\ r & s \end{pmatrix}$$

$$③ A \begin{pmatrix} a \\ c \end{pmatrix}, A \begin{pmatrix} b \\ d \end{pmatrix} \text{가 주어져 있을 때, 행렬 } A \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \text{를 구하려면}$$

$$\begin{pmatrix} a \\ c \end{pmatrix} \text{와 } \begin{pmatrix} b \\ d \end{pmatrix} \text{를 이용하여 } \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \text{를 나타낸다.}$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = p \begin{pmatrix} a \\ c \end{pmatrix} + q \begin{pmatrix} b \\ d \end{pmatrix} \quad (\text{단, } p, q \text{는 임의의 실수이다.})$$



■ ■ ■ [지학사] ■ ■ ■

148. 이차 정사각행렬 A 가

$$A \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}, A \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

을 만족시킬 때, $A \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}$ 을 구하시오.

■ ■ ■ [바상] ■ ■ ■

149. 이차정사각행렬 A 에 대하여

$$A \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}, A \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$$

가 성립할 때, $A \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$ 을 구하시오.

■ ■ ■ [미래엔] ■ ■ ■

150. 이차 정사각행렬 A 에 대하여 $A \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ 이고 $A \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \end{pmatrix}$ 일 때, $A \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$ 을 구하는 풀이 과정과 답을 쓰시오.

■ ■ ■ [바상] ■ ■ ■

151. 이차정사각행렬 A 에 대하여

$$A \begin{pmatrix} p \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ -3 \end{pmatrix}, A \begin{pmatrix} p \\ 2q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \end{pmatrix}$$

가 성립할 때, $A \begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix}$ 를 구하시오. (단, p, q 는 실수)

152. 이차정사각행렬 A 에 대하여 $A \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$, $A \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$ 가 성립한다. $A \begin{pmatrix} 4 \\ 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix}$ 일 때, 두 실수 p, q 에 대하여 $p+q$ 의 값을 구하시오.

153. 이차정사각행렬 A 에 대하여 $A \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix}$, $A^2 \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix}$ 이 성립한다. $A \begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -8 \\ 6 \end{pmatrix}$ 일 때, 두 실수 p, q 에 대하여 $q-p$ 의 값을 구하시오.

핵심정리 16 행렬의 곱셈에 관한 성질

(1) 행렬의 곱셈에서는 일반적으로 교환법칙이 성립하지 않으므로
지수법칙, 곱셈 공식 등이 성립하지 않는다.

- ① $(A+B)^2 = (A+B)(A+B)$
 $= A^2 + AB + BA + B^2$
 $\neq A^2 + 2AB + B^2$
- ② $(A-B)^2 = (A-B)(A-B)$
 $= A^2 - AB - BA + B^2$
 $\neq A^2 - 2AB + B^2$
- ③ $(A+B)(A-B) = A^2 - AB + BA - B^2$
 $\neq A^2 - B^2$
- ④ $(AB)^2 = (AB)(AB) = A(BA)B$
 $\neq A(AB)B = (AA)(BB)$
 $= A^2B^2$

[참고] $AB=BA$ 가 성립한다고 할 때, 수나 식의 연산에서처럼
곱셈 공식이나 지수법칙을 사용할 수 있다.

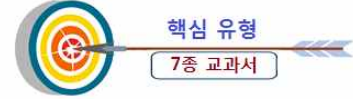
$$(A+B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$$

$$(A-B)^2 = A^2 - 2AB + B^2$$

$$(A+B)(A-B) = A^2 - B^2$$

(2) 행렬의 곱셈에 대한 연산법칙

- ① $(A+B)^2 + (A-B)^2 = 2(A^2 + B^2)$
- ② $(A+B)^2 - (A-B)^2 = 2(AB + BA)$
- [설명] $(A+B)^2 = (A+B)(A+B)$
 $= A^2 + AB + BA + B^2 \dots\dots \textcircled{1}$
- $(A-B)^2 = (A-B)(A-B)$
 $= A^2 - AB - BA + B^2 \dots\dots \textcircled{2}$
- $\textcircled{1} + \textcircled{2}$ 을 하면 $(A+B)^2 + (A-B)^2 = 2(A^2 + B^2)$
- $\textcircled{1} - \textcircled{2}$ 을 하면 $(A+B)^2 - (A-B)^2 = 2(AB + BA)$



■ ■ ■ [비상] ■ ■ ■

154. 두 이차정사각행렬 A, B 에 대하여 다음 중 항상 옳은 것은?

- ① 실수 k 에 대하여 $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$ 이면 $kA = \begin{pmatrix} ka_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$ 이다.
- ② $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{pmatrix}$ 이면 $AB = \begin{pmatrix} a_{11}b_{11} & a_{12}b_{12} \\ a_{21}b_{21} & a_{22}b_{22} \end{pmatrix}$ 이다.
- ③ $AB = BA$ 이다.
- ④ $AB = O$ 이면 $A = O$ 이거나 $B = O$ 이다.
- ⑤ $A - B = O$ 이면 $B - A = O$ 이다.

155. 두 행렬 $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬
 $A^2 + AB + BA + B^2$ 의 모든 성분의 합을 구하시오.

핵심정리 17 행렬의 곱셈 : $AB = BA$ 인 경우

$AB = BA$ 가 성립한다고 할 때, 수나 식의 연산에서처럼 곱셈 공식이나 지수법칙을 사용할 수 있다.

① $(A+B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$ 이면 $AB = BA$ 이다.

② $(A-B)^2 = A^2 - 2AB + B^2$ 이면 $AB = BA$ 이다.

③ $(A+B)(A-B) = A^2 - B^2$ 이면 $AB = BA$ 이다.

[참고] $A+B = kE$ (k 는 실수)라 하면 $\Rightarrow AB = BA$ 가 성립한다.



■ [천재(전)] ■

156. 두 행렬 $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & a \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$ 에 대하여 $AB = BA$ 가 성립하도록 하는 실수 a 의 값을 구하시오.

■ [천재(홍)] ■

157. 두 행렬 $A = \begin{pmatrix} 9 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & a \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ 에 대하여 $AB = BA$ 가 성립하도록 a 의 값을 구하시오.

■ [YBM] ■

158. 두 행렬 $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & x \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & y \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ 에 대하여 $AB = BA$ 일 때, $x+y$ 의 값을 구하시오.

■ [미래엔] ■

159. 두 행렬 $A = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 5 & 8 \end{pmatrix}$ 와 $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ a & b \end{pmatrix}$ 에 대하여 $AB = BA$ 일 때, $a+b$ 의 값은?
① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

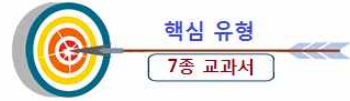
■ [YBM] ■

160. 두 행렬 $A = \begin{pmatrix} a & b \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ 에 대하여 $AB = BA$ 일 때, $a-b$ 의 값을 구하시오.

161. 두 행렬 $A = \begin{pmatrix} 2 & a \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} b & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ 에 대하여 등식 $(A+B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$ 이 성립할 때, 실수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값은?
① 6 ② 7 ③ 8 ④ $\frac{17}{2}$ ⑤ $\frac{19}{2}$

162. 두 행렬 $A = \begin{pmatrix} 2 & a \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 & 4 \\ b & 0 \end{pmatrix}$ 에 대하여 등식 $(A+B)(A-B) = A^2 - B^2$ 이 성립할 때, 실수 a, b 에 대하여 $b-a$ 의 값은?
① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

핵심정리 18 단위행렬 E 를 포함한 식의 전개



■ ■ ■ [미래엔] ■ ■ ■

163. 행렬 $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & -3 \end{pmatrix}$ 에 대하여 다음을 계산하시오.

(단, E 는 이차 단위행렬)

(1) $(A + E)^2$

(2) $(A + E)(A - E)$

■ ■ ■ [YBM] ■ ■ ■

164. 행렬 $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}$ 에 대하여 $A + B = E$ 일 때, 행렬 AB 의

모든 성분의 합을 구하시오. (단, E 는 단위행렬)

■ ■ ■ [미래엔] ■ ■ ■

165. 두 행렬 $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & -4 \\ -4 & 5 \end{pmatrix}$ 에 대하여 등식

$A^2 = pB + qE$ 를 만족시키는 실수 p , q 의 값을 구하시오.

166. 이차정사각행렬 A 가 $(A - 3E)(A - E) = -3A + 2E$ 를 만족시킬

때, 다음 중 A^{100} 과 같은 것은? (단, E 는 단위행렬이다.)

① E ② $-E$ ③ $-A$ ④ $E - A$ ⑤ $A - E$

(1) 이차정사각행렬 A 와 단위행렬 E 에 대하여 다음이 성립한다.

① $AE = EA = A$

② $E^2 = E$, $E^3 = E$, $\dots$, $E^n = E$ ($n = 2, 3, 4, \dots$)

← 단위행렬 E 의 거듭제곱은 항상 단위행렬 자신이 된다.

(2) 두 이차정사각행렬 A , B 에 대하여

① $A + B = O$, $AB = E$ 이면 $A^2 = -E$, $B^2 = -E$ 가 성립한다.

[설명] $A + B = O$ 에서 $B = -A$ 이므로

$$AB = E \text{에 대입하면 } A(-A) = E$$

$$\therefore A^2 = -E$$

또한, $A = -B$ 를 $AB = E$ 에 대입하면

$$(-B)B = E \therefore B^2 = -E$$

② $A^2 + A + E = O$ 이면 $A^3 = E$ 가 성립한다.

[설명] $A^2 + A + E = O$ 의 양변에 $A - E$ 를 곱하면

$$(A - E)(A^2 + A + E) = (A - E)O, A^3 - E^3 = O$$

$$\therefore A^3 = E$$

③ $A^2 - A + E = O$ 이면 $A^3 = -E$ 가 성립한다.

[설명] $A^2 - A + E = O$ 의 양변에 $A + E$ 를 곱하면

$$(A + E)(A^2 - A + E) = (A + E)O, A^3 + E^3 = O$$

$$\therefore A^3 = -E$$

④ $A + B = E$, $AB = E$ 이면 $A^3 = -E$ 또는 $B^3 = -E$ 가 성립한다.

[설명] $A + B = E$ 에서 $B = -A + E$ 이므로

$$AB = E \text{에 대입하면 } A(-A + E) = E$$

$$A^2 - A + E = O \text{이므로 } A^3 = -E$$

또한, $A = -B + E$ 이므로 $AB = E$ 에 대입하면

$$(-B + E)B = E$$

$$B^2 - B + E = O \text{이므로 } B^3 = -E$$

[참고] 정사각행렬 A 와 단위행렬 E 에 대하여

$AE = EA = A$ 이고 $E^n = E$ (n 은 자연수)이므로 수의 연산에서와 마찬가지로 곱셈 공식, 인수분해 공식, 지수법칙 등을 사용할 수 있다.

① $(AE)^2 = A^2 E^2$

② $(A + E)^2 = A^2 + 2A + E$

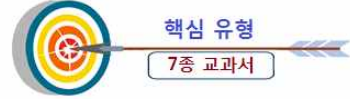
③ $(A - E)^2 = A^2 - 2A + E$

④ $(A + E)(A - E) = A^2 - E$

⑤ $(A - E)(A^2 + A + E) = A^3 - E$

⑥ $(A + E)(A^2 - A + E) = A^3 + E$

핵심정리 19 영인자를 이용한 곱셈 진위판단



영인자(Zero divisor)

행렬 A, B 둘 다 영행렬이 아니면서 곱 AB 가 영행렬이 될 때, 이러한 행렬 A, B 를 영인자라 한다.

즉 $AB=O$ 이지만 $A \neq O$ 이고 $B \neq O$ 인 경우가 있다.

(1) $AB=O$ 이면 $A=O$ 또는 $B=O$ 는 일반적으로 성립하지 않는다.

[예] 영행렬이 아닌 $A=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} 2 & -4 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ 의 곱은

$$AB=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & -4 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}=O \text{인 영행렬이 된다.}$$

즉 $AB=O$ 이지만 $A \neq O$, $B \neq O$ 인 경우가 있다.

← $A=O$ 또는 $B=O$ 이면 $AB=O$ 는 항상 성립한다.

(2) $A \neq O$, $AB=AC$ 이면 $B=C$ 는 일반적으로 성립하지 않는다.

[예] $A=\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$

$$AB=\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$$

$$AC=\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} \text{와 같이}$$

$A \neq O$, $AB=AC$ 이지만 $B \neq C$ 는 성립하지 않는다.

즉 $AB=AC$, $A \neq O$ 이지만 $B \neq C$ 인 경우가 있다.

(3) $A^2=O$ 이지만 $A=O$ 는 일반적으로 성립하지 않는다.

[반례] $A=\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ 일 때,

$$A^2=AA=\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}=O \text{이므로}$$

$A^2=O$ 이지만 $A \neq O$ 이다.

[참고] 합과 곱이 정의되는 두 행렬 A, B 에 대하여 일반적으로 $AB \neq BA$ 이므로

① $(AB)^2 \neq A^2B^2$

② $(A+B)^2 \neq A^2+2AB+B^2$

③ $(A-B)^2 \neq A^2-2AB+B^2$

167. 이차정사각행렬 A, B, C, D, X 와 영행렬 O 에 대하여 다음

중 항상 옳은 것은?

① $A(B+C)=(B+C)A$

② $A \neq O, B \neq O$ 이면 $AB \neq O$

③ $X=A$ 또는 $X=B$ 이면 $(X-A)(X-B)=O$

④ $(X-A)(X-B)=O$ 이면 $X=A$ 또는 $X=B$

⑤ $XA=XB, X \neq O$ 이면 $A=B$

핵심정리 20 행렬의 곱셈과 실생활 활용

주어진 조건에 맞게 식을 세우고 행렬의 곱셈으로 나타내기
 ⇒ 두 행렬 A, B의 곱 AB의 각 성분이 의미하는 것이 무엇인지 알아본다.

[참고] 주어진 표를 이용하여 구한 값을 행렬의 곱으로 표현하기

$$\begin{bmatrix} X & P & Q \\ Y & C & D \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} P & p & q \\ Q & r & s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X & C & D \\ Y & z & w \end{bmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p & q \\ r & s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix}$$



[동아출판]

168. 카페에서 P 음료 1잔을 만드는 데 설탕 10g, 우유 250mL가 필요하고, Q 음료 1잔을 만드는 데 설탕 20g, 우유 200mL가 필요하다고 한다. P 음료 50잔과 Q 음료 40잔을 만드는 데 필요한 설탕과 우유의 양을 각각 구하시오.

단계1 다음 표를 채우시오.

재료 \ 음료	P	Q		잔 수(잔)
설탕(g)			P	
우유(mL)			Q	

단계2 위의 표를 각각 행렬로 나타내시오.

단계3 필요한 설탕과 우유의 양을 나타낸 행렬을 행렬의 곱셈으로 나타내시오.

단계4 필요한 설탕과 우유의 양을 각각 구하시오.

[YBM]

169. 정국아와 다연이가 꽃집에서 구입하려는 장미와 백합의 수는 [표 1]과 같고, 두 꽃집 A, B에서 판매하는 장미와 백합의 한 송이당 가격은 [표 2]와 같다. 물음에 답해 보자.

[표 1] (단위 : 송이)			[표 2] (단위 : 원)		
꽃 \ 사람	장미	백합	꽃집 \ 꽃	A	B
정국	5	6	장미	2000	3000
다연	8	4	백합	3500	2000

(1) 정국아와 다연이가 두 꽃집 A, B에서 장미와 백합을 구입할 때 내야 할 금액을 행렬의 곱셈을 이용하여 구하시오.

(2) 정국아와 다연이는 각각 장미와 백합을 어떤 꽃집에서 구입하는 것이 유리한지 말하시오.

[미래엔]

170. 성훈이와 미주는 두 편의점 P와 Q에서 빵과 우유를 사려고 한다. [표 1]은 두 편의점의 빵과 우유의 가격을 나타낸 것이고, [표 2]는 성훈이와 미주가 사려고 하는 빵과 우유의 개수를 나타낸 것이다. 다음에 답하시오.

[표 1] (단위 : 원)			[표 2] (단위 : 개)		
	빵	우유		성훈	미주
P	3000	1200	빵	3	2
Q	3500	1000	우유	4	5

(1) 성훈이와 미주가 두 편의점 P와 Q에 지불해야 할 금액을 행렬로 나타내시오.

(2) 성훈이와 미주는 두 편의점 P와 Q 중 어디에서 사야 비용이 더 적게 드는지 말하시오.

■ [천재(총)] ■

171. 다음 [표 1]은 어느 가게에서 판매하고 있는 (가), (나) 두 종류의 샌드위치의 판매 가격과 생산 비용을, [표 2]는 1, 2월 판매량을 나타낸 것이다.

	[표 1] (단위: 천 원)			[표 2] (단위: 개)	
	(가)	(나)		1월	2월
판매 가격	2	5	(가)	600	900
생산 비용	1	3	(나)	1000	800

[표 1]과 [표 2]를 각각 행렬 A , B 로 나타낼 때, 두 행렬의 곱 AB 를 행렬 $C = (c_{ij})$ ($i = 1, 2, j = 1, 2$)라고 하자. 상품 한 개를 판매할 때의 순이익을

$$(\text{순이익}) = (\text{판매 가격}) - (\text{생산 비용})$$

으로 정할 때, 다음 물음에 답하시오.

(1) $c_{11} + c_{12}$ 의 값을 구하고, 이 값이 의미하는 것을 말하시오.

(2) $c_{21} + c_{22}$ 의 값을 구하고, 이 값이 의미하는 것을 말하시오.

(3) 1, 2월에 두 종류의 샌드위치를 판매하여 얻은 총 순이익을 구하시오.

■ [지학사] ■

172. 다음 [표 1]은 자동차공장 P, Q에서 하루에 생산하는 소형차와 중형차의 대수이고, [표 2]는 소형차와 중형차를 한 대 생산하는데 필요한 부품 A, B의 개수이다. 자동차 공장 P, Q에서 하루에 필요한 부품 A, B의 개수를 행렬을 이용하여 구하시오.

	[표 1] (단위: 대)			[표 2] (단위: 대)	
	소형차	중형차		A	B
P	500	150	소형차	2	5
Q	200	450	중형차	4	10

■ [동아출판] ■

173. 오른쪽 표는 민준이와 (단위: 점)

	1차	2차
민준	82	90
서현	54	86

서현이의 1차, 2차 수학 시험 성적을 나타낸 것이다. 행렬

$$A = \begin{pmatrix} 82 & 90 \\ 54 & 86 \end{pmatrix}$$

이라고 할 때, 물음에

답하시오.
(1) 두 행렬 $B = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬 AB , CA 가

각각 무엇을 의미하는지 설명 하시오.

(2) 행렬 AD 는 민준이와 서현이의 2차 성적이 1차에 비해 각각 얼마나 높아졌는지 나타낸 행렬이라고 한다. 2×1 행렬 D 를 구하시오.

■ [동아출판] ■

174. 우진이와 수빈이네 가족이 수학 체험관에 갔다. [표 1]은 두 가족의 인원율, [표 2]는 체험 코스별 요금을 나타낸 것이다.

	[표 1] (단위: 명)			[표 2] (단위: 원)	
	우진	수빈		성인	청소년
성인	2	1	A 코스	3000	2000
청소년	3	2	B 코스	4500	3000

[표 1]과 [표 2]를 각각 행렬

$$P = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}, Q = \begin{pmatrix} 3000 & 2000 \\ 4500 & 3000 \end{pmatrix}$$

으로 나타내었을 때, 우진이네 가족이 B 코스를 이용한 금액을 나타낸 것은 행렬 QP 의 어느 성분인지 구하시오.

■ ■ ■ [바상] ■ ■ ■

175. 어느 인터넷 쇼핑몰에서는 두 택배 회사 A, B를 이용하여 옷과 가방을 배송하려고 한다. 다음 [표1]은 배송 유형에 따른 두 회사의 택배 비용이고, [표2]는 주문받은 옷과 가방의 배송 유형별 수량이다. 회사 A를 이용하여 배송하는 경우와 회사 B를 이용하여 배송하는 경우 지불해야 할 택배 비용을 각각 구하시오.

[표1] 택배 비용

(단위: 천 원)

배송유형 회사	일반	당일
A	3	4
B	2	5

[표2] 주문 수량

(단위: 개)

회사 배송유형	옷	가방
일반	35	10
당일	30	5

■ ■ ■ [지학사] ■ ■ ■

176. 다음 표는 체험 학습관에 방문한 1반과 2반에서 주문한 간식의 개수를 표로 나타낸 것이다.

(단위: 개)

	햄버거	샌드위치
1반	20	15
2반	18	17

햄버거 1개의 가격은 4300원, 샌드위치 1개의 가격은 3800원이고,

$$\text{행렬 } A = \begin{pmatrix} 20 & 15 \\ 18 & 17 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 20 & 18 \\ 15 & 17 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 4300 \\ 3800 \end{pmatrix},$$

$D = (4300 \ 3800)$ 일 때, 다음 중 두 반이 지불해야 할 금액을 계산하는 행렬의 곱은?

- ① AC ② BA ③ BC ④ DA ⑤ DC

■ ■ ■ [미래엔] ■ ■ ■

177. 어느 고등학교의 두 학생회장 후보 A와 B에 대하여 투표를 실시한 결과, A 후보는 남학생의 60%와 여학생의 45%가 지지하였고, B 후보는 남학생의 40%와 여학생의 55%가 지지하였다. 남학생이 150명이고 여학생이 100명일 때, 다음 □ 안에 알맞은 수를 써넣고, 당선자가 누구인지 구하시오.

$$\begin{pmatrix} 0.6 & \square \\ \square & 0.55 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 150 \\ 100 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \square \\ \square \end{pmatrix}$$



■ ■ ■ [바상] ■ ■ ■

178. 다음 [표1], [표2]는 두 반도체 회사 A, B에서 1월과 2월에 수출한 메모리 반도체와 시스템 반도체의 수출액을 나타낸 것이다. 두 회사 A, B에서 2개월 동안 수출한 메모리 반도체와 시스템 반도체의 수출액을 행렬을 이용하여 나타내시오.
(단, 수출액의 단위는 억 달러이다.)

[표1] 1월 수출액

종류 회사	메모리 반도체	시스템 반도체
A	30	19
B	34	20

[표2] 2월 수출액

종류 회사	메모리 반도체	시스템 반도체
A	31	20
B	33	21

■ ■ ■ [비상] ■ ■ ■

179. 다음 [표1]은 자유와 서하의 1학년 1학기 두 과목 가, 나에 대한 등급이고, [표2]는 그 두 과목의 학점이다.

[표1] 과목별 등급			[표2] 과목별 학점	
과목	가	나	과목	학점
학생				
자유	2	3	가	4
서하	1	4	나	3

학점이 다른 두 과목의 등급 평균은 다음과 같이 계산한다고 한다.

$$(\text{등급 평균}) = \frac{[(\text{등급}) \times (\text{학점})] \text{의 합}}{(\text{학점의 합})}$$

네 행렬 $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$, $D = (4 \ 3)$ 에 대하여 서하의 두 과목의 등급 평균을 의미하는 것은?

- ① 행렬 $\frac{1}{7}AB$ 의 (2, 2) 성분 ② 행렬 $\frac{1}{7}AC$ 의 (2, 1) 성분
 ③ 행렬 $\frac{1}{7}BC$ 의 (1, 1) 성분 ④ 행렬 $\frac{1}{7}CD$ 의 (2, 1) 성분
 ⑤ 행렬 $\frac{1}{7}DB$ 의 (1, 1) 성분

■ ■ ■ [천재(전)] ■ ■ ■

180. 준수와 유민이는 두 문구점 P, Q에서 샤프와 형광펜을 사려고 한다. 두 문구점의 샤프와 형광펜의 개당 가격은 [표 1]과 같고, 준수와 유민이가 사려고 하는 샤프와 형광펜의 개수는 [표 2]와 같다. 준수가 문구점 P에서 살 때 지불해야 하는 금액이 13100원이고, 이 금액은 유민이가 문구점 P에서 살 때 지불해야 하는 금액보다 1800원이 적다. 유민이가 문구점 Q에서 샤프와 형광펜을 살 때, 지불해야 하는 금액을 구하시오.

(단위: 원)			(단위: 개)		
문구점	품목		사람	품목	
	샤프	형광펜		준수	유민
P	1200	700	샤프	x	$x-2$
Q	1500	650	형광펜	5	y

[표 1]

[표 2]

■ ■ ■ [비상] ■ ■ ■

181. 다음 [표1]은 어느 회사에서 생산하는 두 제품 A, B의 제품 한 개당 제조 원가와 판매가이고, [표2]는 올해 상반기와 하반기의 두 제품 A, B의 판매량이다.

[표1] 제조 원가와 판매가			[표2] 판매량		
(단위: 천 원)			(단위: 만 개)		
제품	A	B	시기	상반기	하반기
가격			제품		
제조 원가	3	1	A	10	12
판매가	4	2	B	8	13

두 행렬 $P = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$, $Q = \begin{pmatrix} 10 & 12 \\ 8 & 13 \end{pmatrix}$ 에 대하여 $PQ = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ 라고 하자.

제품의 판매가에서 제조 원가를 뺀 금액을 제품의 판매 이익금이라고 할 때, 올해 하반기에 판매된 두 제품의 판매 이익금의 합을 나타낸 것은? (단, 판매 이익금의 단위는 천만 원이다.)

- ① $b-a$ ② $c-a$ ③ $d-c$ ④ $d-b$ ⑤ $d-a$



핵심정리 보충 케일라-해밀턴 정리 (교육과정외)

(1) 케일라-해밀턴의 정리

단위행렬 E 와 영행렬 O 가 모두 이차정사각행렬일 때,

$$A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \Rightarrow A^2 - (a+d)A + (ad-bc)E = O$$

[참고] 케일라-해밀턴의 정리의 역은 성립하지 않는다.

(2) 케일라-해밀턴의 정리의 활용

$$A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \text{에 대하여 } A^2 - pA + qE = O \text{ 일 때,}$$

① $A \neq kE$ (k 는 실수)

$\Rightarrow$ 케일라-해밀턴의 정리를 이용하여

$p = a+d$, $q = ad-bc$ 의 값을 구한다.

② $A = kE$ (k 는 실수)

$\Rightarrow A = kE$ 를 $A^2 - pA + qE = O$ 에 대입하여 k 의 값을 구한다.

[참고] ① $A^2 + A + E = O$ 이면 $A^3 = E$ 이 성립한다.

② $A^2 - A + E = O$ 이면 $A^3 = -E$ 또는 $A^6 = E$ 이 성립한다.



182. 행렬 $A = \begin{pmatrix} -4 & 1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$ 에 대하여 $A^2 + kA = E$ 가 성립할 때, 상수

k 의 값을 구하시오. (단, E 는 단위행렬이다.)

183. 행렬 $A = \begin{pmatrix} a & 3 \\ 1 & b \end{pmatrix}$ 가 $A^2 - 3A + E = O$ 를 만족시킬 때, 실수

a, b 에 대하여 $a^2 + b^2$ 의 값은? (단, O 는 영행렬, E 는 단위행렬이다.)

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

[정답 및 해설]

1. **정답** (1) 0 (2) -6

2. **정답** (1) 행 : 2, 열 : 3 (2) (1, 3) 성분 : 3, (2, 2) 성분 : -1

3. **정답** (1) 3 (2) 2 (3) 6

4. **정답** (1) 1 (2) 2행 1열

5. **정답** ④

6. **정답** ②

7. **정답** 7

8. **정답** -8

9. **정답** ②

10. **정답** 1

11. **정답** ⑤

12. **정답** $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$

$a_{11} = 1 + 1 = 2, a_{12} = 1 + 2 = 3$

$a_{21} = 2 + 1 = 3, a_{22} = 2 + 2 = 4$

이므로 행렬 A 는 $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ 이다.

13. **정답** $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$

$a_{ij} = i + j - 2$ 에 $i = 1, 2, j = 1, 2$ 를 차례대로 대입하면

$a_{11} = 1 + 1 - 2 = 0, a_{12} = 1 + 2 - 2 = 1, a_{21} = 2 + 1 - 2 = 1,$

$a_{22} = 2 + 2 - 2 = 2$

따라서 $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$

14. **정답** ③

15. **정답** (1) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$ (2) $\begin{pmatrix} 0 & -3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$

16. **정답** (1) $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ (2) $\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 5 & 8 \end{pmatrix}$

17. **정답** $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$

18. **정답** 3

$a_{11} = 1 + 1 - 1 \times 1 = 1, a_{21} = 1 + 2 - 1 \times 2 = 1$

$a_{21} = 2 + 1 - 2 \times 1 = 1, a_{22} = 2 + 2 - 2 \times 2 = 0$

이므로 행렬 $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$

따라서 행렬 A 의 모든 성분의 합은 3

19. **정답** $\begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$

20. **정답** $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

21. **정답** $\begin{pmatrix} 3 & 5 & 7 \\ 4 & 6 & 8 \end{pmatrix}$

$a_{ij} = i + 2j$ 에 $i = 1, 2, j = 1, 2, 3$ 을 차례대로 대입하면

$a_{11} = 1 + 2 \times 1 = 3, a_{12} = 1 + 2 \times 2 = 5, a_{13} = 1 + 2 \times 3 = 7$

$a_{21} = 2 + 2 \times 1 = 4, a_{22} = 2 + 2 \times 2 = 6, a_{23} = 2 + 2 \times 3 = 8$

따라서 행렬 A 는 $\begin{pmatrix} 3 & 5 & 7 \\ 4 & 6 & 8 \end{pmatrix}$ 이다.

22. **정답** (1) $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 2 \\ 5 & 4 \end{pmatrix}$ (2) $\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 5 & 8 \\ 10 & 13 \end{pmatrix}$

23. **정답** $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 6 \\ 6 & 9 \end{pmatrix}$

24. **정답** 6

25. **정답** ⑤

26. **정답** 0

27. **정답** $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}$

28. **정답** 25

$a_{11} = 2 \times 1 + 1 - 1 = 2, a_{12} = 1 \times 2 + 1 = 3,$

$a_{13} = 1 \times 3 + 1 = 4, a_{21} = 2 \times 2 + 1 - 1 = 4,$

$$a_{22} = 2 \times 2 + 2 - 1 = 5, \quad a_{23} = 2 \times 3 + 1 = 7 \text{이므로}$$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 7 \end{pmatrix} \quad \dots\dots \textcircled{㉗}$$

따라서 행렬 A 의 모든 성분의 합은

$$2 + 3 + 4 + 4 + 5 + 7 = 25 \quad \dots\dots \textcircled{㉘}$$

단계	채점 요소	배점 비율
㉗	2×3 행렬 A 의 (i, j) 성분 a_{ij} 를 구했다.	60%
㉘	행렬 A 의 모든 성분의 합을 구했다.	40%

29. **정답** 38

30. **정답** $\begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 4 & 4 & 5 \\ 6 & 6 & 6 \end{pmatrix}$

31. **정답** ①

32. **정답** 2

33. **정답** 4

34. **정답** -2

행렬 A 를 구하면 다음과 같다.

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{이때 } p = a_{12} + a_{23} + a_{31} = 1 + 1 + 0 = 2,$$

$$q = a_{21} + a_{32} + a_{13} = 1 + 2 + 1 = 4$$

$$\text{따라서 } p - q = -2$$

35. **정답** 2

여의도(1)와 신길(2)은 한 번에 이동할 수 있으므로

$$a_{12} = 1, \quad a_{21} = 1$$

신길(2)과 대방(3)은 한 번에 이동할 수 있으므로

$$a_{23} = 1, \quad a_{32} = 1$$

대방(3)과 셋강(4)은 한 번에 이동할 수 있으므로

$$a_{34} = 1, \quad a_{43} = 1$$

셋강(4)와 여의도(1)은 한 번에 이동할 수 있으므로

$$a_{41} = 1, \quad a_{14} = 1$$

나머지 성분은 모두 0이므로

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

따라서 행렬 A 의 제2행의 모든 성분의 합은 2이다.

36. **정답** $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

뱀(1)이 토끼(2)와 들쥐(3)를, 토끼(2)가 풀(4)을, 들쥐(3)가 풀(4)을 먹이로 삼는다. 따라서 $a_{12} = 1, a_{13} = 1, a_{24} = 1, a_{34} = 1$ 이고 나머지

성분은 모두 0이므로 $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

37. **정답** ④

38. **정답** 6

$$a = 2, \quad b = 4$$

39. **정답** ②

40. **정답** 2

$$x = 4, \quad y = -2$$

41. **정답** ②

42. **정답** 5

43. **정답** 1

$$a = 2, \quad b = 1, \quad c = -5, \quad d = 3$$

44. **정답** ②

45. **정답** 3

$$A = B \text{이므로 } x^2 = 4x - 3, \quad 3x = x^2$$

$$x^2 - 4x + 3 = 0, \quad (x-1)(x-3) = 0$$

$$x = 1 \text{ 또는 } x = 3$$

$$x^2 - 3x = 0, \quad x(x-3) = 0$$

$$x = 0 \text{ 또는 } x = 3$$

$$\text{따라서 } x = 3$$

46. **정답** 12

47. **정답** (1) $\begin{pmatrix} 9 & 5 \end{pmatrix}$ (2) $\begin{pmatrix} 1 \\ 9 \end{pmatrix}$ (3) $\begin{pmatrix} -1 & 7 \\ 7 & 4 \end{pmatrix}$ (4) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -12 \end{pmatrix}$

48. **정답** (1) $\begin{pmatrix} 6 & -3 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$ (2) $\begin{pmatrix} -7 & -9 \\ 10 & -3 \end{pmatrix}$

49. **정답** $\begin{pmatrix} -7 & 3 \\ -2 & 8 \end{pmatrix}$

$$\begin{aligned} 3A - 2B &= 3 \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} - 2 \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} -3 & 3 \\ 0 & 6 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 2 & -2 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} -7 & 3 \\ -2 & 8 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

50. **정답** 3

$$3A - 2B = \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 9 & -4 \end{pmatrix} \text{이므로 모든 성분의 합은 } 3$$

51. **정답** $\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -9 & 4 \end{pmatrix}$

$$\begin{aligned} 3A + 2B &= 3 \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 2 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} -2 & 4 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 3 & -6 \\ -9 & 6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -4 & 8 \\ 0 & -2 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -9 & 4 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

52. **정답** $\begin{pmatrix} 13 & -2 \\ -7 & 6 \end{pmatrix}$

53. **정답** $\begin{pmatrix} 3 & -3 \\ 4 & 14 \end{pmatrix}$

$$\begin{aligned} 3(A + 2B) + A - 5B &= 3A + 6B + A - 5B \\ &= 4A + B \\ &= 4 \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 & 5 \\ 4 & 2 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 4 & -8 \\ 0 & 12 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 & 5 \\ 4 & 2 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 3 & -3 \\ 4 & 14 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

54. **정답** $\begin{pmatrix} -6 & 21 \\ 3 & 12 \end{pmatrix}$

55. **정답** $\begin{pmatrix} 1 & -6 & -7 \\ -4 & 11 & -2 \end{pmatrix}$

56. **정답** 6

$$a = 4, b = -1, c = 3$$

57. **정답** 26

58. **정답** ③

59. **정답** $\begin{pmatrix} -8 & 10 & -2 \\ 4 & -4 & -6 \end{pmatrix}$

60. **정답** $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -2 & -5 \end{pmatrix}$

양변에서 $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ 를 빼면

$$X + \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$$

$$X + O = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -2 & -5 \end{pmatrix} \text{이므로 } X = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -2 & -5 \end{pmatrix}$$

61. **정답** $\begin{pmatrix} -3 & 4 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$

$$X = \begin{pmatrix} 2 & 7 \\ -3 & 5 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ -2 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 & 4 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$$

62. **정답** $\begin{pmatrix} -4 & -1 \\ 6 & 0 \end{pmatrix}$

$X + A = B$ 의 양변에서 A 를 빼면

$$X + A - A = B - A$$

$$X + O = B - A$$

$$\text{이므로 } X = B - A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 8 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -6 & 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & -1 \\ 6 & 0 \end{pmatrix}$$

63. **정답** (1) $\begin{pmatrix} 2 & 7 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$ (2) $\begin{pmatrix} -10 & 14 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$

64. **정답** $\begin{pmatrix} 5 & -6 \\ 2 & 11 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$

65. **정답** ③

66. **정답** ②

67. **정답** $\begin{pmatrix} 4 & 3 & -7 \\ -7 & 21 & 6 \end{pmatrix}$

68. **정답** 22

$$\begin{pmatrix} 2a & 1 \\ -7 & 1 \end{pmatrix} = 2 \begin{pmatrix} -b & 2 \\ -2 & 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -8 & -3 \\ ab & -7 \end{pmatrix} \text{에서}$$

$$\begin{pmatrix} 2a & 1 \\ -7 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2b - 8 & 1 \\ -4 + ab & 1 \end{pmatrix}$$

두 행렬이 서로 같을 조건에 의하여

$$2a = -2b - 8 \quad \dots\dots ①$$

$$-7 = -4 + ab \quad \dots\dots ②$$

$$① \text{에서 } 2a + 2b = -8, a + b = -4$$

②에서 $ab = -3$

$$\begin{aligned} a^2 + b^2 &= (a+b)^2 - 2ab \\ &= (-4)^2 - 2 \times (-3) \\ &= 16 + 6 = 22 \end{aligned}$$

69. **정답** $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 6 & 0 \end{pmatrix}$

$$3X = 4A - 2B = \begin{pmatrix} 6 & 6 \\ 18 & 0 \end{pmatrix} \text{이므로 } X = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 6 & 0 \end{pmatrix}$$

70. **정답** $a = 5, b = 10, c = -3$

71. **정답** $\begin{pmatrix} -5 & 3 \\ 5 & 11 \end{pmatrix}$

$$X = -A + 3B = \begin{pmatrix} -5 & 3 \\ 5 & 11 \end{pmatrix}$$

72. **정답** ①

73. **정답** $\begin{pmatrix} 12 & 6 \\ 6 & 9 \end{pmatrix}$

74. **정답** $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 15 & -15 \end{pmatrix}$

75. **정답** $\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 2 & \frac{7}{2} \\ 0 & \frac{3}{2} & 3 \end{pmatrix}$

76. **정답** 3
 $a = 1, b = -2$

77. **정답** 5
 $\begin{pmatrix} 4 & 5 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m+2n & 4m+n \\ -2m-n & 5m+3n \end{pmatrix} \text{이므로}$
 $m = 2, n = -3$

78. **정답** 3

79. **정답** 5

80. **정답** 1
 $k = 2, l = -1$

81. **정답** 1

$$x = 3, y = -2$$

$$\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 8 & 16 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -x-y & 2x+2y \\ 2x-y & 4x-2y \end{pmatrix} \text{이므로}$$

$$x = 3, y = -2$$

82. **정답** 9

두 등식의 양변을 변끼리 더하면

$$2A = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 0 & 6 \end{pmatrix}, A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$$

두 등식의 양변을 변끼리 빼면

$$2B = \begin{pmatrix} 6 & -2 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \text{에서}$$

$$A + B = \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$$

83. **정답** 14

①-②×2를 하면 $5X = B - 2A$

즉, $5X = \begin{pmatrix} 5 & 5 \\ 10 & 5 \end{pmatrix} \text{이므로 } X = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$

②에서 $Y = A + 2X \text{이므로 } Y = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 5 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$$

모든 성분의 합은 14

84. **정답** ③

$$X - Y = A \quad \dots\dots \textcircled{A}$$

$$2X + Y = B \quad \dots\dots \textcircled{B}$$

①+②를 하면 $3X = A + B \text{이므로}$

$$X = \frac{1}{3}(A + B)$$

$$= \frac{1}{3} \left\{ \begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 2 & -2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 4 & -3 \end{pmatrix} \right\}$$

$$= \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 6 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$$

$2 \times \textcircled{A} - \textcircled{B}$ 를 하면 $-3Y = 2A - B \text{이므로}$

$$Y = -\frac{1}{3}(2A - B)$$

$$= -\frac{1}{3} \left\{ 2 \begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 2 & -2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 4 & -3 \end{pmatrix} \right\}$$

$$= -\frac{1}{3} \begin{pmatrix} -6 & -9 \\ 0 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

따라서 $X + 2Y = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \text{이므로}$

(1, 2) 성분 6과 (2, 1) 성분 2의 차는 $6 - 2 = 4$

85. **정답** 2

$$A - 4B = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} \quad \cdots \cdots \textcircled{7}$$

$$3A - 2B = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} \quad \cdots \cdots \textcircled{8}$$

⑦-⑧×2를 하면

$$-5A = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} - 2 \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -7 & 1 \\ 2 & -8 \end{pmatrix}$$

$$\therefore A = \begin{pmatrix} \frac{7}{5} & -\frac{1}{5} \\ -\frac{2}{5} & \frac{8}{5} \end{pmatrix}$$

이것을 ⑦에 대입하면

$$4B = A - \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{7}{5} & -\frac{1}{5} \\ -\frac{2}{5} & \frac{8}{5} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{12}{5} & -\frac{16}{5} \\ -\frac{12}{5} & \frac{8}{5} \end{pmatrix}$$

$$\therefore B = \begin{pmatrix} \frac{3}{5} & -\frac{4}{5} \\ -\frac{3}{5} & \frac{2}{5} \end{pmatrix}$$

$$A + B = \begin{pmatrix} \frac{7}{5} & -\frac{1}{5} \\ -\frac{2}{5} & \frac{8}{5} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{3}{5} & -\frac{4}{5} \\ -\frac{3}{5} & \frac{2}{5} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$$

따라서 $A+B$ 의 모든 성분의 합은 $2+(-1)+(-1)+2=2$

86. **정답** ②, ⑤

87. **정답** ④

행렬 A 는 1×2 행렬, 행렬 B 는 2×1 행렬, 행렬 C 는 2×2 행렬이다.

① AB : $(1 \times 2\text{행렬}) \times (2 \times 1\text{행렬})$ 이므로
행렬의 곱이 정의되며 그 곱은 1×1 행렬이다.

② BA : $(2 \times 1\text{행렬}) \times (1 \times 2\text{행렬})$ 이므로
행렬의 곱이 정의되며 그 곱은 2×2 행렬이다.

③ AC : $(1 \times 2\text{행렬}) \times (2 \times 2\text{행렬})$ 이므로
행렬의 곱이 정의되며 그 곱은 1×2 행렬이다.

④ CA : $(2 \times 2\text{행렬}) \times (1 \times 2\text{행렬})$ 이므로 행렬의 곱이 정의되지 않는다.

⑤ CB : $(2 \times 2\text{행렬}) \times (2 \times 1\text{행렬})$ 이므로
행렬의 곱이 정의되며 그 곱은 2×1 행렬이다.

따라서 ④번 행렬 CA 는 정의되지 않는다.

88. **정답** ②

89. **정답** $m=2, n=4$

90. **정답** 4

세 행렬 A, B, C 를 차례로 곱한 행렬이 1×1 행렬이므로 행렬 A 의 행의 개수는 1이고, 행렬 C 의 열의 개수는 1이다.

A 는 $1 \times m$ 행렬, C 는 $n \times 1$ 행렬이라고 하면

B 는 $m \times n$ 행렬이다.

(i) $m=1$ 인 경우

$n=1$ 또는 $n=2$ 의 2가지

(ii) $m=2$ 인 경우

$n=1$ 또는 $n=2$ 의 2가지

(i), (ii)에서 구하는 경우의 수는 $2+2=4$

91. **정답** ④

행렬 A 가 2×3 행렬이고 행렬의 곱 BAC 가 정의되어야 하므로

양의 정수 m, n 에 대하여 행렬 B 는 $m \times 2$ 행렬, 행렬 C 는 $3 \times n$ 행렬이다.

ㄱ. 곱 AB 가 정의되려면 $(2 \times 3\text{행렬}) \times (m \times 2\text{행렬})$ 에서 $m=3$ 이어야 하므로 행렬 B 가 존재한다. [참]

ㄴ. 곱 CA 가 정의되려면 $(3 \times n\text{행렬}) \times (2 \times 3\text{행렬})$ 에서 $n=2$ 이어야 하므로 행렬 C 가 존재한다. [참]

ㄷ. 행렬 B 는 $m \times 2$ 행렬, 행렬 C 는 $3 \times n$ 행렬이므로 곱 BC 는 정의되지 않는다. [거짓]
따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ이다.

92. **정답** (1) $\begin{pmatrix} 18 & 1 \end{pmatrix}$ (2) $\begin{pmatrix} 15 \\ 0 \end{pmatrix}$ (3) $\begin{pmatrix} -2 & -13 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$

93. **정답** 2

94. **정답** 1

$$a=2, b=-1$$

95. **정답** 1

$$a=2, b=-2, c=-7, d=-8$$

96. **정답** ⑤

97. **정답** -3

98. **정답** 2

$$x=3, y=1$$

$$\begin{pmatrix} x+y & 5 \\ x^2+y^2 & 2x+3y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 5 \\ 10 & 2x+3y \end{pmatrix} \text{이므로}$$

$$x+y=4, x^2+y^2=10$$

$$\text{이 연립방정식을 풀면 } \begin{cases} x=1 \\ y=3 \end{cases} \text{ 또는 } \begin{cases} x=3 \\ y=1 \end{cases}$$

그런데 $x > y$ 이므로 $x=3, y=1$

$$x-y=2$$

99. **정답** 72

$$\begin{pmatrix} x & y \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x^2 & 1 \\ y^2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x^3+y^3 & x+y \\ x^2+y^2 & 2 \end{pmatrix} \text{이므로}$$

$$\begin{pmatrix} x^3+y^3 & x+y \\ x^2+y^2 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & 6 \\ 20 & 2 \end{pmatrix}$$

이때 두 행렬이 서로 같을 조건에 의하여

$$x^3+y^3=a, \quad x+y=6, \quad x^2+y^2=20$$

한편, $x^2+y^2=(x+y)^2-2xy$ 이므로

$$20=6^2-2xy, \quad xy=8$$

$$\text{따라서 } x^3+y^3=(x+y)^3-3xy(x+y)=6^3-3 \times 8 \times 6=72$$

이므로 두 행렬이 서로 같은 조건에 의하여

$$a=72$$

100. **정답** $\begin{pmatrix} -10 & 4 \\ 5 & -12 \end{pmatrix}$

$$AB = \begin{pmatrix} -2 & 2 \\ 1 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & -2 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$$

$$AC = \begin{pmatrix} -2 & 2 \\ 1 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -2 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 & 6 \\ 7 & -15 \end{pmatrix}$$

이므로

$$AB+AC = \begin{pmatrix} -4 & -2 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -6 & 6 \\ 7 & -15 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -10 & 4 \\ 5 & -12 \end{pmatrix}$$

101. **정답** $\begin{pmatrix} 16 & 4 \\ 20 & -16 \end{pmatrix}$

$$AB = \begin{pmatrix} -5 & 7 \\ 9 & -15 \end{pmatrix}, \quad BA = \begin{pmatrix} -21 & 3 \\ -11 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{따라서 } AB-BA = \begin{pmatrix} 16 & 4 \\ 20 & -16 \end{pmatrix}$$

102. **정답** -5

103. **정답** $k=-1$

$$AB = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4-k & -1 \end{pmatrix}, \quad BA = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ k+6 & -3 \end{pmatrix} \text{이므로}$$

$$AB-BA = \begin{pmatrix} -2 & 2 \\ -2k-2 & 2 \end{pmatrix}$$

행렬 $AB-BA$ 의 모든 성분의 합이 20이므로

$$-2k=2, \quad k=-1$$

104. **정답** -5

105. **정답** 4

$$a=-\frac{3}{2}, \quad b=\frac{1}{2}, \quad c=-5$$

$$AB = \begin{pmatrix} 3a-b & -2a-1 \\ 2b & 2 \end{pmatrix} \text{이므로 } \begin{pmatrix} 3a-b & -2a-1 \\ 2b & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

이때 두 행렬이 서로 같을 조건에 의하여

$$3a-b=c, \quad -2a-1=2, \quad 2b=1$$

$$\text{따라서 } a=-\frac{3}{2}, \quad b=\frac{1}{2}, \quad c=-5 \text{이다.}$$

$$a+b-c=4$$

106. **정답** 5

$$a=2, \quad b=3$$

107. **정답** $\begin{pmatrix} -12 & 8 \\ \frac{15}{2} & -5 \end{pmatrix}$

$$AB = \begin{pmatrix} 1 \times a + 2 \times b \\ 3 \times a + 4 \times b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix} \text{에서}$$

$$a+2b=-1, \quad 3a+4b=2$$

$$\text{이를 연립하여 풀면 } a=4, \quad b=-\frac{5}{2}$$

$$CA = (c \times 1 + d \times 3 \quad c \times 2 + d \times 4) = (3 \quad 2) \text{에서}$$

$$c+3d=3, \quad 2c+4d=2$$

$$\text{이를 연립하여 풀면 } c=-3, \quad d=2$$

$$\text{따라서 } BC = \begin{pmatrix} ac & ad \\ bc & bd \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -12 & 8 \\ \frac{15}{2} & -5 \end{pmatrix}$$

108. **정답** ①

109. **정답** (1) $\begin{pmatrix} 0 & 8 \\ -4 & 4 \end{pmatrix}$ (2) $\begin{pmatrix} 0 & 8 \\ -4 & 4 \end{pmatrix}$ (3) $\begin{pmatrix} 4 & 1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$

110. **정답** 6

111. **정답** $\frac{3}{2}$

① <40%

$$AX=B \text{에서 } \begin{pmatrix} ax+3y \\ x+2y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 7 \end{pmatrix} \text{이므로}$$

$$\text{연립방정식 } \begin{cases} ax+3y=2 \\ x+2y=7 \end{cases} \text{을 연다.}$$

② <40%

이 연립방정식이 해를 갖지 않으려면

$$\frac{a}{1} = \frac{3}{2} \neq \frac{2}{7} \text{ 이어야 하므로 } a = \frac{3}{2}$$

112. **정답** 5

$$AB = \begin{pmatrix} a-4 & -2b-1 \\ 2a-8 & -4b-2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \text{이므로}$$

$$a=4, \quad b=-\frac{1}{2}$$

$$a-2b=5$$

113. **정답** 5

$$x = -6, y = -1$$

114. **정답** -9

$$AB = \begin{pmatrix} 2 & a \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b & 3 \\ 5 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5a+2b & -a+3 \\ b+15 & 0 \end{pmatrix} \dots\dots ㉔$$

$$\text{이때 } \begin{pmatrix} 5a+2b & -a+3 \\ b+15 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \text{이므로 두 행렬이 서로 같을 조건에}$$

의하여

$$5a+2b=0, -a+6=0, b+15=0$$

$$\text{따라서 } a=6, b=-15 \dots\dots ㉕$$

$$\text{이므로 } a+b=-9 \text{이다.} \dots\dots ㉔$$

단계	채점 요소	배점 비율
㉔	AB를 구했다.	40%
㉕	a, b의 값을 구했다.	40%
㉔	a+b의 값을 구했다.	20%

115. **정답** 7

$$x = \frac{1}{2}, y = 6$$

$$2x+y=7$$

116. **정답** 3

$$a=-2, b=1$$

$$b-a=3$$

117. **정답** 9

$$a=2, b=-1, c=-8$$

$$a+b-c=9$$

118. **정답** 9

$$\begin{pmatrix} -2+2x & -2+xz \\ y-6 & y-3z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \text{이므로}$$

$$x=1, y=6, z=2$$

$$x+y+z=9$$

119. **정답** 6

$$a=2, b=-4$$

$$a-b=6$$

120. **정답** (1) $\begin{pmatrix} 7 & 0 \\ 2 & 6 \end{pmatrix}$ (2) $\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$

121. **정답** (1) $\begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$ (2) $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$

예 행렬 A에 대하여 $IA=A, OA=O$ 이다.

122. **정답** 108

$$\begin{pmatrix} x+y & 0 \\ 0 & x+y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & 0 \\ 0 & 6 \end{pmatrix} \text{이므로 } x+y=6, xy=6$$

$$\text{따라서 } x^3+y^3=(x+y)^3-3xy(x+y)=108$$

123. **정답** $\begin{pmatrix} -2 & -6 \\ 9 & -13 \end{pmatrix}$

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}$$

$$B = A - \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 1 & -3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 4 & -5 \end{pmatrix}$$

$$\text{따라서 } A+2B = \begin{pmatrix} -2 & -6 \\ 9 & -13 \end{pmatrix}$$

124. **정답** -10

125. **정답** $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$

126. **정답** 4

$$A^2 = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}, A^3 = \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ -3 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 & 5 \\ -5 & 7 \end{pmatrix}$$

모든 성분의 합은 4

127. **정답** 3

$$A^2 = \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ -3 & 0 \end{pmatrix}, A^3 = \begin{pmatrix} 3 & 6 \\ -6 & -3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 3 & 3 \\ -3 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 & 6 \\ -6 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & 9 \\ -9 & -3 \end{pmatrix}$$

모든 성분의 합은 3

128. **정답** 6

$$A^2 = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ 0 & 9 \end{pmatrix}, A^3 = \begin{pmatrix} 8 & 7 \\ 0 & -27 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 4 & -1 \\ 0 & 9 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 8 & 7 \\ 0 & -27 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & -8 \\ 0 & 18 \end{pmatrix}$$

모든 성분의 합은 6

129. **정답** 4

$$A^2 - B^2 = \begin{pmatrix} 1 & -5 \\ 0 & 16 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -5 \\ -3 & 12 \end{pmatrix}$$

따라서 행렬 $A^2 - B^2$ 의 모든 성분의 합은 4

130. **정답** 6

131. **정답** 3

$$A^2 = \begin{pmatrix} k & -1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} k & -1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \\ = \begin{pmatrix} k^2 + 2 & -k - 1 \\ -2k - 2 & 3 \end{pmatrix}$$

A^2 의 모든 성분의 합이 0이어야 하므로

$$k^2 + 2 + (-k - 1) + (-2k - 2) + 3 = 0,$$

$$k^2 - 3k + 2 = 0, (k - 1)(k - 2) = 0$$

$$k = 1 \text{ 또는 } k = 2$$

따라서 모든 실수 k 의 값의 합은

$$1 + 2 = 3$$

132. **정답** ④

133. **정답** 12

$$A^2 + AB = A(A + B) \\ = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \\ = \begin{pmatrix} 9 & 2 \\ 4 & -3 \end{pmatrix}$$

따라서 $A^2 + AB$ 의 모든 성분의 합은 $9 + 2 + 4 + (-3) = 12$

134. **정답** ⑤

$$A + B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \text{에서}$$

$$C(A + B) = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$$

$$C(A + B) = CA + CB \text{이므로}$$

행렬 $C(A + B)$ 의 (1, 2) 성분은

행렬 CA 의 (1, 2) 성분과 행렬 CB 의 (1, 2)의 성분의 합과 같다.

따라서 행렬 CB 의 (1, 2) 성분을 x 라 하면 $3 = -2 + x$ 에서 $x = 5$

135. **정답** ②

136. **정답** 16

$$X^2 = \begin{pmatrix} \alpha^2 + 1 & -\alpha - \beta \\ -\alpha - \beta & \beta^2 + 1 \end{pmatrix}$$

이차방정식 $x^2 - 4x - 3 = 0$ 의 두 실근이 α, β 이므로

$$\alpha + \beta = 4, \alpha\beta = -3$$

따라서 행렬 X^2 의 모든 성분의 합은

$$\alpha^2 + \beta^2 - 2(\alpha + \beta) + 2$$

$$= (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta - 2(\alpha + \beta) + 2$$

$$= 16$$

137. **정답** 18

$$A^2 = \begin{pmatrix} \alpha & 1 \\ 1 & \beta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha & 1 \\ 1 & \beta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha^2 + 1 & \alpha + \beta \\ \alpha + \beta & 1 + \beta^2 \end{pmatrix} \dots\dots ①$$

이차방정식 $x^2 - 2x - 4 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 하면 근과 계수의 관계에서

$$\alpha + \beta = 2, \alpha\beta = -4 \dots\dots ②$$

따라서 행렬 A^2 의 모든 성분의 합은

$$\alpha^2 + \beta^2 + 2(\alpha + \beta) + 2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta + 2(\alpha + \beta) + 2$$

$$= 2^2 - 2 \times (-4) + 2 \times 2 + 2$$

$$= 18 \dots\dots ③$$

채점 기준	배점 비율
① 행렬 A^2 계산하기	30%
② $\alpha + \beta, \alpha\beta$ 의 값 구하기	30%
③ 행렬 A^2 의 모든 성분의 합 구하기	40%

138. **정답** 1

$$a = -2, b = -3$$

$$\begin{pmatrix} \alpha^2 + \beta^2 & 2(\alpha + \beta) \\ 0 & 2\alpha\beta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 & 4 \\ 0 & -12 \end{pmatrix}$$

이때 $\alpha^2 + \beta^2 = 10, \alpha + \beta = 2$ 이므로 $\alpha\beta = -3$

이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 두 실근이 α, β 이므로

$$a = -(\alpha + \beta) = -2, b = \alpha\beta = -3$$

$$a - b = 1$$

139. **정답** $\begin{pmatrix} 32 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$

140. **정답** 12

$$A^2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, A^3 = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \dots \text{이므로 } A^{10} = \begin{pmatrix} 1 & 10 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

따라서 행렬 A^{10} 의 모든 성분의 합은 $1 + 10 + 1 = 12$

141. **정답** ③

$$A^2 = \begin{pmatrix} 1 & (-3) \times 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, A^3 = \begin{pmatrix} 1 & (-3) \times 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \dots \text{이므로}$$

$$A^{30} - A^{31} = \begin{pmatrix} 1 & -90 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & -93 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

따라서 이 행렬의 (1, 2) 성분은 3이므로 ③이다.

142. **정답** 15

$$A^2 = AA = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$A^3 = A^2 A = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$A^4 = A^3 A = \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 8 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

⋮

$$\text{즉, } A^n = \begin{pmatrix} 1 & 2n \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \text{이므로}$$

$$A^{15} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \times 15 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 30 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

따라서 구하는 자연수 n 의 값은 15이다.

143. **정답** 7

$$A^2 = \begin{pmatrix} -2 & -3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, A^3 = E \text{이므로}$$

$$2A^5 - 4A^2 + A = -2A^2 + A = \begin{pmatrix} 5 & 9 \\ -3 & -4 \end{pmatrix}$$

모든 성분의 합은 7

144. **정답** 4

145. **정답** 0

$$A^2 = E, A^3 = A, A^4 = E, \dots \text{이므로}$$

$$A + A^2 + A^3 + A^4 + \dots + A^{99} + A^{100}$$

$$= A + E + A + E + \dots + A + E$$

$$= 50(A + E)$$

$$= 50 \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -2 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -100 & 100 \end{pmatrix}$$

따라서 구하는 행렬의 모든 성분의 합은 0

146. **정답** -2

$$\text{행렬 } A \text{를 구하면 } A = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$A^2 = -E, A^3 = -A, A^4 = -A^2 = E, \dots \text{이므로}$$

$$A + A^2 + A^3 + \dots + A^{2030}$$

$$= A - E - A + E + \dots + A - E$$

$$= A - E = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$$

따라서 구하는 행렬의 모든 성분의 합은 -2

147. **정답** 6

$$A^2 = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 13 & -4 \end{pmatrix}, A^3 = -E, A^4 = -A,$$

$$A^5 = -A^2, A^6 = -A^3 = E, \dots$$

$$B^2 = -E, B^3 = -B, B^4 = -B^2 = E,$$

$$B^5 = B, B^6 = B^2 = -E, \dots$$

따라서 등식 $A^n + B^n = O$ 를 만족시키는 가장 작은 자연수 n 의 값은 6

$$148. \text{정답} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -3 & 5 \end{pmatrix}$$

행렬 $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ 라고 하자.

$$A \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} \text{에서 } \begin{pmatrix} a \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

이때 두 행렬이 서로 같을 조건에 의하여 $a = 1, c = 2$

$$\text{또, } A \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} \text{에서 } \begin{pmatrix} b \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

이때 두 행렬이 서로 같을 조건에 의하여 $b = 3, d = 1$

$$\text{따라서 } A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \text{이므로}$$

$$A \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -3 & 5 \end{pmatrix}$$

$$149. \text{정답} \begin{pmatrix} -5 \\ 8 \end{pmatrix}$$

$A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ (a, b, c, d 는 실수)라고 하면

$$A \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}, A \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$$

$$\text{즉, } A = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 3 & -2 \end{pmatrix} \text{이므로 } A \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 \\ 8 \end{pmatrix}$$

$$150. \text{정답} \begin{pmatrix} 0 \\ 10 \end{pmatrix}$$

$A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ 라 하면 $A \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ 에서

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} a \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

두 행렬이 서로 같을 조건에 의하여

$$a = 1, c = 2$$

$$A \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \end{pmatrix} \text{에서}$$

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} b \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \end{pmatrix}$$

두 행렬이 서로 같을 조건에 의하여

$$b = -3, d = 4$$

$$\text{따라서 } A = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \text{이므로}$$

$$A \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 10 \end{pmatrix}$$

$$151. \text{정답} \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ (a, b, c, d 는 실수)라고 하면

$$A \begin{pmatrix} p \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ap \\ cp \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix}, A \begin{pmatrix} p \\ 2q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ap + 2bq \\ cp + 2dq \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \end{pmatrix}$$

$$\text{즉, } ap = 2, cp = -3, bq = 1, dq = 4$$

$$\text{따라서 } A \begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ap + bq \\ cp + dq \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

152. [정답] 20

실수 a, b 에 대하여 $\begin{pmatrix} 4 \\ 6 \end{pmatrix} = a \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ 이 성립한다고 하면

$$\begin{pmatrix} 4 \\ 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3a-b \\ 2a+b \end{pmatrix}$$

두 행렬이 서로 같을 조건에 의하여

$$3a-b=4, \quad 2a+b=6$$

이므로 연립하여 풀면 $a=2, b=2$

$$\text{즉 } \begin{pmatrix} 4 \\ 6 \end{pmatrix} = 2 \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \dots\dots \textcircled{7}$$

⑦의 양변의 왼쪽에 행렬 A 를 곱하면

$$\begin{aligned} A \begin{pmatrix} 4 \\ 6 \end{pmatrix} &= 2A \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} + 2A \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} \\ &= 2 \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 \\ 10 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

따라서 $p+q=10+10=20$

153. [정답] 5

$$A^2 \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix} \text{에서 } AA \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix} \text{이므로}$$

$$A \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

실수 a, b 에 대하여 $\begin{pmatrix} -8 \\ 6 \end{pmatrix} = a \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix}$ 이 성립한다고 하면

$$\begin{pmatrix} -8 \\ 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2b \\ 2a+3b \end{pmatrix}$$

두 행렬이 서로 같을 조건에 의하여 $-8=-2b, 6=2a+3b$ 이므로

연립하여 풀면 $a=-3, b=4$

$$\text{즉 } \begin{pmatrix} -8 \\ 6 \end{pmatrix} = -3 \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix} + 4 \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix} \quad \dots\dots \textcircled{7}$$

$\begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix}$ 를 ⑦에 대입하여 정리하면

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} -8 \\ 6 \end{pmatrix} &= -3 \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix} + 4 \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix} \\ &= -3A \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} + 4A \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix} \\ &= A \left\{ -3 \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} + 4 \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix} \right\} = A \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

$$\therefore A \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -8 \\ 6 \end{pmatrix}$$

따라서 $p=-3, q=2$ 이므로 $q-p=2-(-3)=5$

다른 풀이

$$A \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix} \text{에서 } A^2 \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

실수 a, b 에 대하여 $\begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix} = a \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix}$ 가 성립한다고 하면

$$\begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ 2a+2b \end{pmatrix}$$

두 행렬이 서로 같을 조건에 의하여 $a=p, 2a+2b=q$ 이므로

연립하여 풀면 $a=p, b=\frac{q}{2}-p$

$$\text{즉 } \begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix} = p \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} + \left(\frac{q}{2} - p \right) \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \dots\dots \textcircled{7}$$

⑦의 양변의 왼쪽에 행렬 A 를 곱하면

$$\begin{aligned} A \begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix} &= pA \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} + \left(\frac{q}{2} - p \right) A \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix} \\ &= p \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix} + \left(\frac{q}{2} - p \right) \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 2p-q \\ -p+\frac{3}{2}q \end{pmatrix} \end{aligned}$$

$$\text{즉 } \begin{pmatrix} 2p-q \\ -p+\frac{3}{2}q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -8 \\ 6 \end{pmatrix}$$

두 행렬이 서로 같을 조건에 의하여 $2p-q=-8, -p+\frac{3}{2}q=6$

이므로

연립하여 풀면 $p=-3, q=2$

따라서 $q-p=2-(-3)=5$

154. [정답] ⑤

$A-B=O$ 이면 $A=B$ 이므로 $B-A=O$

따라서 ⑤이다.

155. [정답] 18

$$\begin{aligned} A^2 + AB + BA + B^2 &= A(A+B) + B(A+B) \\ &= (A+B)(A+B) \\ &= (A+B)^2 \end{aligned}$$

$$A+B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} (A+B)^2 &= (A+B)(A+B) \\ &= \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 6 & 6 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

따라서 행렬 $A^2 + AB + BA + B^2$ 의 모든 성분이 합은

$$3+3+6+6=18$$

156. [정답] 1

157. [정답] $-\frac{1}{2}$

$$\begin{aligned} AB &= \begin{pmatrix} 9 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & a \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 17 & 9a+1 \\ 7 & 2a-3 \end{pmatrix} \quad \dots\dots \textcircled{1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} BA &= \begin{pmatrix} 2 & a \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 9 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 18+2a & -2+3a \\ 7 & -4 \end{pmatrix} \quad \dots\dots \textcircled{2} \end{aligned}$$

$AB=BA$ 가 성립하려면

$$17=18+2a \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

$$9a + 1 = -2 + 3a \quad \dots\dots ②$$

$$2a - 3 = -4 \quad \dots\dots ③$$

①, ②, ③에서 $a = -\frac{1}{2}$ ③

채점 기준	배점 비율
① 행렬의 곱 AB 계산하기 30%	30%
② 행렬의 곱 BA 계산하기 30%	30%
③ 두 행렬이 서로 같을 조건을 이용하여 a 의 값 구하기	40%

158. **정답** 4

159. **정답** ③

160. **정답** -4

$$AB = \begin{pmatrix} a & b \\ 3 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b & a \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$$

$$BA = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a & b \\ 3 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ a & b \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} b & a \\ -1 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ a & b \end{pmatrix} \text{에서 } a = -1, b = 3 \text{이므로}$$

$$a - b = -4$$

161. **정답** ④

$$(A+B)^2 = (A+B)(A+B) = A^2 + AB + BA + B^2 = A^2 + 2AB + B^2$$

이므로 $AB = BA$ 가 성립한다.

즉 $AB = BA$ 에서

$$\begin{pmatrix} 2 & a \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & a \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 2a+2b & 3a-2 \\ b-2 & -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2b-1 & ab+1 \\ 7 & 2a-3 \end{pmatrix}$$

두 행렬이 서로 같을 조건에 의하여 $b-2=7, -4=2a-3$

$$\therefore a = -\frac{1}{2}, b = 9$$

$$\text{따라서 } a+b = -\frac{1}{2} + 9 = \frac{17}{2}$$

162. **정답** ②

$$(A+B)(A-B) = A^2 - AB + BA - B^2 = A^2 - B^2 \text{이므로 } AB = BA \text{가 성립한다.}$$

즉 $AB = BA$ 에서

$$\begin{pmatrix} 2 & a \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 4 \\ b & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 4 \\ b & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & a \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} ab-2 & 8 \\ b+1 & -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 & -a+4 \\ 2b & ab \end{pmatrix}$$

두 행렬이 서로 같을 조건에 의하여 $-a+4=8, b+1=2b$

$$\therefore a = -4, b = 1$$

$$\text{따라서 } b-a = 1 - (-4) = 5$$

163. **정답** (1) $\begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$ (2) $\begin{pmatrix} 0 & -4 \\ 0 & 8 \end{pmatrix}$

164. **정답** -12

$$B = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \text{라 하면 } A+B = \begin{pmatrix} 2+a & 4+b \\ 1+c & -3+d \end{pmatrix}$$

$A+B = E$ 이므로

$$\begin{pmatrix} 2+a & 4+b \\ 1+c & -3+d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$2+a=1, 4+b=0, 1+c=0, -3+d=1 \text{에서}$$

$$a=-1, b=-4, c=-1, d=4 \text{이므로}$$

$$B = \begin{pmatrix} -1 & -4 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$$

$$AB = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & -4 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 & 8 \\ 2 & -16 \end{pmatrix}$$

따라서 행렬 AB 의 모든 성분의 합은 -12

165. **정답** $p=2, q=3$

$$A^2 = pB + qE \text{에서}$$

$$\begin{pmatrix} 5 & -8 \\ -8 & 13 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p+q & -4p \\ -4p & 5p+q \end{pmatrix}$$

$$\text{따라서 } p=2, q=3$$

166. **정답** ③

$$(A-3E)(A-E) = -3A + 2E \text{에서 } A^2 - 4A + 3E = -3A + 2E$$

$$\therefore A^2 - A + E = O$$

양변에 $A+E$ 를 곱하면

$$(A+E)(A^2 - A + E) = (A+E)O, A^3 + E = O$$

$$\therefore A^3 = -E$$

$$\text{따라서 } A^3 = -E \text{이므로 } A^{100} = (A^3)^{33} A = (-E)^{33} A = -A$$

167. **정답** ③

$$① A(B+C) = AB+AC, (B+C)A = BA+CA$$

행렬의 곱셈에서는 일반적으로 교환법칙이 성립하지 않으므로

$$A(B+C) \neq (B+C)A \text{ [거짓]}$$

② (반례) $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ 이면

$$AB = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

즉 $A \neq O, B \neq O$ 이지만 $AB = O$ 인 행렬 A, B 가 존재한다. [거짓]

③ $X=A$ 이면 $X-A=O, X=B$ 이면 $X-B=O$ 이고

$$AO = OA = O \text{이므로 } X=A \text{ 또는 } X=B \text{이면}$$

$$(X-A)(X-B) = O \text{ [참]}$$

④ (반례) $X = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 5 & 1 \end{pmatrix}$, $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 9 & -1 \end{pmatrix}$ 이면

$$X - A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 5 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 6 & 3 \end{pmatrix}$$

$$X - B = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 5 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 9 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -4 & 2 \end{pmatrix} \text{이므로}$$

$$(X - A)(X - B) = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 6 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -4 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

즉 $(X - A)(X - B) = O$ 이지만

$X \neq A$, $X \neq B$ 인 행렬 X , A , B 가 존재한다. [거짓]

⑤ (반례) $X = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ 이면

$$XA = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$XB = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

즉 $XA = XB$, $X \neq O$ 이지만 $A \neq B$ 인 행렬 A , B 가 존재한다.

[거짓]

따라서 옳은 것은 ③이다.

168. [정답] 단계 1 ~ 단계 3 풀이 참조

단계 4 설탕 : 1300g, 우유 : 20500mL

재료 \ 음료	P	Q		잔 수(잔)
설탕(g)	10	20	P	50
우유(mL)	250	200	Q	40

단계 2 예 $\begin{pmatrix} 10 & 20 \\ 250 & 200 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 50 \\ 40 \end{pmatrix}$

단계 3 (필요한 재료의 양)

$$= (\text{P 음료에 필요한 재료의 양}) \times (\text{P 음료 주문량}) \\ + (\text{Q 음료에 필요한 재료의 양}) \times (\text{Q 음료 주문량})$$

이므로 필요한 설탕과 우유의 양을 나타낸 행렬은

$$\begin{pmatrix} 10 & 20 \\ 250 & 200 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 50 \\ 40 \end{pmatrix} \text{과 같이 행렬의 곱셈으로 나타낼 수 있다.}$$

단계 4 예 $\begin{pmatrix} 10 & 20 \\ 250 & 200 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 50 \\ 40 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1300 \\ 20500 \end{pmatrix}$

따라서 필요한 설탕의 양은 1300g, 우유의 양은 20500mL이다.

169. [정답] (1) 풀이 참조 (2) A

(1) 정국아와 다연이가 구입하려는 장미와 백합의 수를 행렬로

나타내면 $\begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 8 & 4 \end{pmatrix}$ 이고, 두 꽃집 A, B에서 판매하는 장미와 백합의

한 송이당 가격을 행렬로 나타내면 $\begin{pmatrix} 2000 & 3000 \\ 3500 & 2000 \end{pmatrix}$ 이다.

두 행렬을 곱하면 $\begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 8 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2000 & 3000 \\ 3500 & 2000 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 31000 & 27000 \\ 30000 & 32000 \end{pmatrix}$ 이다.

정국아가 두 꽃집 A, B에서 장미와 백합을 구입할 때 내야 할 금액은 각각 31000원, 27000원이고, 다연이가 두 꽃집 A, B에서 장미와 백합을 구입할 때 내야 할 금액은 각각 30000원, 32000원이다.

(2) 정국아는 꽃집 B에서 구입하는 것이 유리하고, 다연이는 꽃집 A에서 구입하는 것이 유리하다.

170. [정답] 풀이 참조

(1) [표1]과 [표2]를 각각 행렬 A와 B로 나타내면

$$A = \begin{pmatrix} 3000 & 1200 \\ 3500 & 1000 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$$

성훈아와 미주가 두 편의점 P와 Q에 지불해야 할 금액을 행렬로 나타내면

$$AB = \begin{pmatrix} 3000 & 1200 \\ 3500 & 1000 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 5 \end{pmatrix} \\ = \begin{pmatrix} 13800 & 12000 \\ 14500 & 12000 \end{pmatrix}$$

(2) 성훈이는 P 편의점에서 구입해야 비용이 더 적게 들고, 미주는 두 편의점 P와 Q에서 구입하는 비용이 같다.

171. [정답] 풀이 참조

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 600 & 900 \\ 1000 & 800 \end{pmatrix} \text{이므로}$$

$$C = AB = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 600 & 900 \\ 1000 & 800 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6200 & 5800 \\ 3600 & 3300 \end{pmatrix}$$

(판매 수익) = (판매 가격) × (판매량)이라고 하자.

(1) $c_{11} + c_{12} = 6200 + 5800 = 12000$

c_{11} 은 두 종류의 샌드위치를 판매하여 얻은 1월의 판매 수익, c_{12} 는 2월의 판매 수익을 의미한다.

따라서 $c_{11} + c_{12}$ 는 이 가게에서 1, 2월에 두 종류의 샌드위치를 판매하여 얻은 판매 수익이 1200만 원임을 의미한다.

(2) $c_{21} + c_{22} = 3600 + 3300 = 6900$

c_{21} 은 두 종류의 샌드위치를 만드는 데 들어간 1월의 생산 비용, c_{22} 는 2월의 생산 비용을 의미한다.

따라서 $c_{21} + c_{22}$ 는 이 가게에서 1, 2월에 두 종류의 샌드위치를 만드는 데 들어간 생산 비용이 690만 원임을 의미한다.

(3) (순이익) = (판매 가격) - (생산 비용)이므로

$$(\text{총순이익}) = (\text{총판매 수익}) - (\text{총생산 비용})$$

따라서 (1), (2)로부터 이 가게에서 1, 2월에 두 종류의 샌드위치를 판매하여 얻은 총순이익은

$$(c_{11} + c_{12}) - (c_{21} + c_{22}) = 12000 - 6900 = 5100$$

이므로 510만 원이다.

172. [정답] 공장 P : 부품 A의 개수 1600개, 부품 B의 개수 4000개, 공장 Q : 부품 A의 개수 2200개, 부품 B의 개수 5500개

$$\begin{pmatrix} 500 & 150 \\ 200 & 450 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 4 & 10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1600 & 4000 \\ 2200 & 5500 \end{pmatrix} \text{이므로}$$

자동차 공장 P에서 하루에 필요한 부품 A의 개수는 1600개,

자동차 공장 P에서 하루에 필요한 부품 B의 개수는 4000개,

자동차 공장 Q에서 하루에 필요한 부품 A의 개수는 2200개,

자동차 공장 Q에서 하루에 필요한 부품 B의 개수는 5500개이다.

173. **정답** (1) 풀이 참조 (2) $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$

(1) **예** $AB = \begin{pmatrix} 82 & 90 \\ 54 & 86 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{82+90}{2} \\ \frac{54+86}{2} \end{pmatrix}$ 이므로 민준이의 1차, 2차

성적의 평균 점수와 서현이의 1차, 2차 성적의 평균 점수를 나타낸 행렬이다. ①

$CA = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 82 & 90 \\ 54 & 86 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{82+54}{2} & \frac{90+86}{2} \end{pmatrix}$ 이므로 민준이와

서현이의 1차 성적의 평균 점수와 민준이와 서현이의 2차 성적의 평균 점수를 나타낸 행렬이다. ②

(2) (성적의 변화)

= (2차 수학 시험 성적) - (1차 수학 시험 성적)

= - (1차 수학 시험 성적) + (2차 수학 시험 성적)

이므로 $\begin{pmatrix} 82 & 90 \\ 54 & 86 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -82+90 \\ -54+86 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ 32 \end{pmatrix}$

따라서 $D = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ ③

단계	채점 기준	비율
①	행렬 AB의 의미 설명하기	30%
②	행렬 CA의 의미 설명하기	30%
③	행렬 D구하기	40%

174. **정답** (2, 1) 성분

(우진이네 가족이 B 코스를 이용한 금액)

= (B 코스 성인 요금) × (우진이네 성인 인원수)

+ (B 코스 청소년 요금) × (우진이네 청소년 인원수)

= $4500 \times 2 + 3000 \times 3$

따라서 행렬 $QP = \begin{pmatrix} 3000 & 2000 \\ 4500 & 3000 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ 의 (2, 1) 성분이다.

175. **정답** 275000(원), 265000(원)

두 회사 A, B의 택배 비용과 주문 수량을 각각 행렬 X, Y로 나타내면

$X = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}, Y = \begin{pmatrix} 35 & 10 \\ 30 & 5 \end{pmatrix}$

두 회사에 지불해야 할 택배 비용을 행렬로 나타내면

$XY = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 35 & 10 \\ 30 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 225 & 50 \\ 220 & 45 \end{pmatrix}$

따라서 회사 A를 이용하여 배송하는 경우 지불해야 할 택배 비용은 $225000 + 50000 = 275000$ (원)이고, 회사 B를 이용하여 배송하는 경우 지불해야 할 택배 비용은 $220000 + 45000 = 265000$ (원)이다.

176. **정답** ①

177. **정답** 풀이 참조

남학생 150명의 60%, 여학생 100명의 45%가 A후보에게

투표하였으므로 A후보의 득표수는

$0.6 \times 150 + 0.45 \times 100 = 135$

또, 남학생 150명의 40%, 여학생 100명의 55%가 B후보에게

투표하였으므로 B후보의 득표수는

$0.4 \times 150 + 0.55 \times 100 = 115$

즉,

$\begin{pmatrix} 0.6 & 0.45 \\ 0.4 & 0.55 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 150 \\ 100 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 135 \\ 115 \end{pmatrix}$

이고 당선자는 A후보이다.

178. **정답** $\begin{pmatrix} 61 & 39 \\ 67 & 41 \end{pmatrix}$

179. **정답** ②

두 행렬의 곱 AC는 두 학생의 (등급) × (학점)의 합이고, 학점의 합은 7이다. 따라서 사하의 두 과목의 등급 평균은 행렬 $\frac{1}{7}AC$ 의 (2, 1)

성분이므로 ②이다.

180. **정답** 16150원

① 40%

[표 1]과 [표 2]를 각각 행렬 A, B로 나타내면

$A = \begin{pmatrix} 1200 & 700 \\ 1500 & 650 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} x & x-2 \\ 5 & y \end{pmatrix}$

$AB = \begin{pmatrix} 1200x + 700 \times 5 & 1200(x-2) + 700y \\ 1500x + 650 \times 5 & 1500(x-2) + 650y \end{pmatrix}$

이므로

$1200x + 700 \times 5 = 13100$ 에서

$1200x = 9600, x = 8$

② 40%

$1200(x-2) + 700y = 13100 + 1800$ 에

$x = 8$ 을 대입하면

$700y = 7700, y = 11$

③ 20%

따라서 유민이가 문구점 Q에서 샤프와 형광펜을 살 때 지불해야 하는 금액은

$1500 \times (8-2) + 650 \times 11 = 16150$ (원)

181. **정답** ④

두 제품 A, B의 올해 하반기 제조 원가의 합은 행렬 PQ의 (1, 2)

성분 b이고, 두 제품 A, B의 올해 하반기 판매가의 합은 행렬 PQ의 (2, 2) 성분 d이다. 따라서 $d-b$ 이므로 ④이다.

182. **정답** 3

$A = \begin{pmatrix} -4 & 1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$ 이므로 케일리-해밀턴 정리에 의하여

$$A^2 - \{(-4) + 1\}A + \{(-4) \times 1 - 1 \times (-3)\}E = O$$

$$\text{즉 } A^2 + 3A - E = O$$

$$\text{따라서 } A^2 + 3A = E \text{이므로 } k = 3$$

183. 정답 ④

$A = \begin{pmatrix} a & 3 \\ 1 & b \end{pmatrix} \neq kE$ (k 는 실수)이므로 케일리-해밀턴의 정리에 의하여

$$A^2 - (a+b)A + (ab-3)E = O$$

이 식이 $A^2 - 3A + E = O$ 와 일치해야 하므로 $a+b=3$, $ab-3=1$

$$\text{즉 } ab = 4$$

$$\text{따라서 } a^2 + b^2 = (a+b)^2 - 2ab = 3^2 - 2 \times 4 = 1$$

