

2023학년도 10월 고3 전국연합학력평가 문제지

수학 영역

성명	
----	--

수험번호						3			
------	--	--	--	--	--	---	--	--	--

- 문제지의 해당란에 성명과 수험 번호를 정확히 쓰시오.
- 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하십시오.

사과알은 햇살에 불이 붙어지고

- 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호와 답을 정확히 표시하십시오.
- 단답형 답의 숫자에 '0' 이 포함되면 그 '0' 도 답란에 반드시 표시하십시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하십시오.
배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하십시오.

※ 공통과목 및 자신이 선택한 과목의 문제지를 확인하고, 답을 정확히 표시하십시오.

- 공통과목 1 ~ 8 쪽
- 선택과목
 - 확률과 통계 9 ~ 12 쪽
 - 미적분 13 ~ 16 쪽
 - 기하 17 ~ 20 쪽

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.

제 2 교시

수학 영역

5 지 선 다 형

1. $2^{\sqrt{2}} \times \left(\frac{1}{2}\right)^{\sqrt{2}-1}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ 2 ④ $2\sqrt{2}$ ⑤ 4

2. 함수 $f(x) = 2x^3 + 3x$ 에 대하여 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2h) - f(0)}{h}$ 의 값은? [2점]

- ① 0 ② 2 ③ 4 ④ 6 ⑤ 8

3. 공차가 3인 등차수열 $\{a_n\}$ 과 공비가 2인 등비수열 $\{b_n\}$ 이

$a_2 = b_2, a_4 = b_4$

를 만족시킬 때, $a_1 + b_1$ 의 값은? [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

4. 두 자연수 m, n 에 대하여 함수 $f(x) = x(x-m)(x-n)$ 이

$f(1)f(3) < 0, f(3)f(5) < 0$

을 만족시킬 때, $f(6)$ 의 값은? [3점]

- ① 30 ② 36 ③ 42 ④ 48 ⑤ 54

5. $\pi < \theta < \frac{3}{2}\pi$ 인 θ 에 대하여

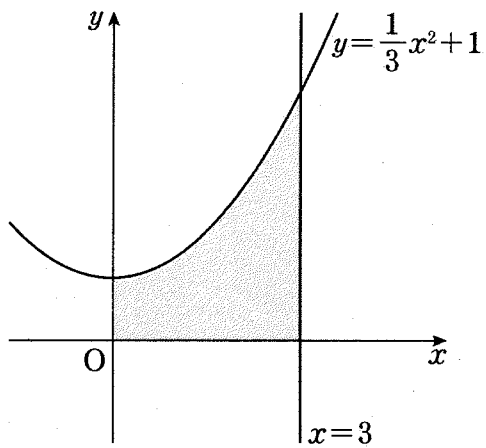
$$\frac{1}{1-\cos\theta} + \frac{1}{1+\cos\theta} = 18$$

일 때, $\sin\theta$ 의 값은? [3점]

- ① $-\frac{2}{3}$ ② $-\frac{1}{3}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{2}{3}$

6. 곡선 $y = \frac{1}{3}x^2 + 1$ 과 x 축, y 축 및 직선 $x=3$ 으로 둘러싸인
부분의 넓이는? [3점]

- ① 6 ② $\frac{20}{3}$ ③ $\frac{22}{3}$ ④ 8 ⑤ $\frac{26}{3}$



7. 등차수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라
할 때,

$$S_7 - S_4 = 0, S_6 = 30$$

이다. a_2 의 값은? [3점]

- ① 6 ② 8 ③ 10 ④ 12 ⑤ 14

8. 두 함수

$$f(x) = -x^4 - x^3 + 2x^2, \quad g(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + a$$

가 있다. 모든 실수 x 에 대하여 부등식

$$f(x) \leq g(x)$$

가 성립할 때, 실수 a 의 최솟값은? [3점]

- ① 8 ② $\frac{26}{3}$ ③ $\frac{28}{3}$ ④ 10 ⑤ $\frac{32}{3}$

9. 자연수 $n(n \geq 2)$ 에 대하여 $n^2 - 16n + 48$ 의 n 제곱근 중

실수인 것의 개수를 $f(n)$ 이라 할 때, $\sum_{n=2}^{10} f(n)$ 의 값은? [4점]

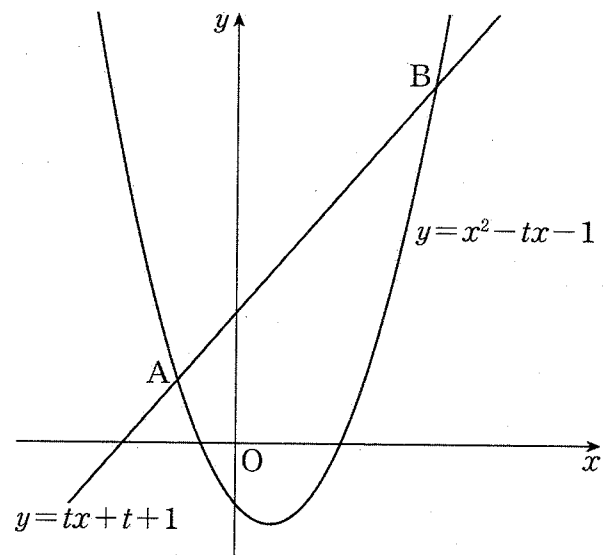
- ① 7 ② 9 ③ 11 ④ 13 ⑤ 15

10. 실수 $t(t > 0)$ 에 대하여 직선 $y = tx + t + 1$ 과

곡선 $y = x^2 - tx - 1$ 이 만나는 두 점을 A, B라 할 때,

$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{\overline{AB}}{t^2}$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ② 1 ③ $\sqrt{2}$ ④ 2 ⑤ $2\sqrt{2}$

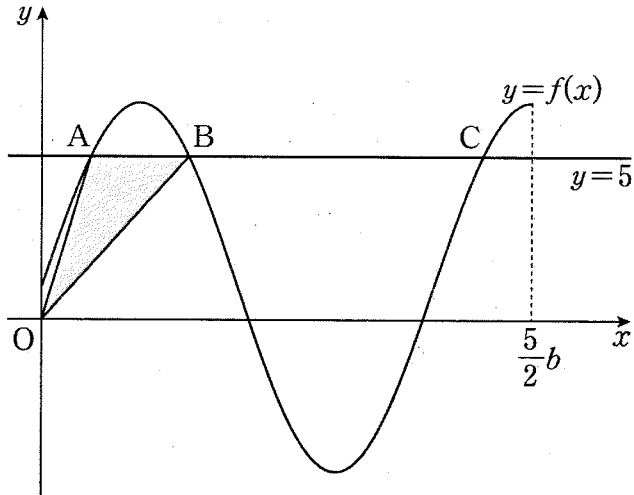


11. 그림과 같이 두 상수 a, b 에 대하여 함수

$$f(x) = a \sin \frac{\pi x}{b} + 1 \left(0 \leq x \leq \frac{5}{2}b \right)$$

의 그래프와 직선 $y=5$ 가 만나는 점을 x 좌표가 작은 것부터 차례로 A, B, C라 하자.

$\overline{BC} = \overline{AB} + 6$ 이고 삼각형 AOB의 넓이가 $\frac{15}{2}$ 일 때, $a^2 + b^2$ 의 값은? (단, $a > 4$, $b > 0$ 이고, O는 원점이다.) [4점]



- ① 68 ② 70 ③ 72 ④ 74 ⑤ 76

12. 양수 k 에 대하여 함수 $f(x)$ 를

$$f(x) = |x^3 - 12x + k|$$

라 하자. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프와 직선 $y=a$ ($a \geq 0$)이 만나는 서로 다른 점의 개수가 홀수가 되도록 하는 실수 a 의 값이 오직 하나일 때, k 의 값은? [4점]

- ① 8 ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 16

13. 그림과 같이 두 상수 $a(a>1)$, k 에 대하여 두 함수

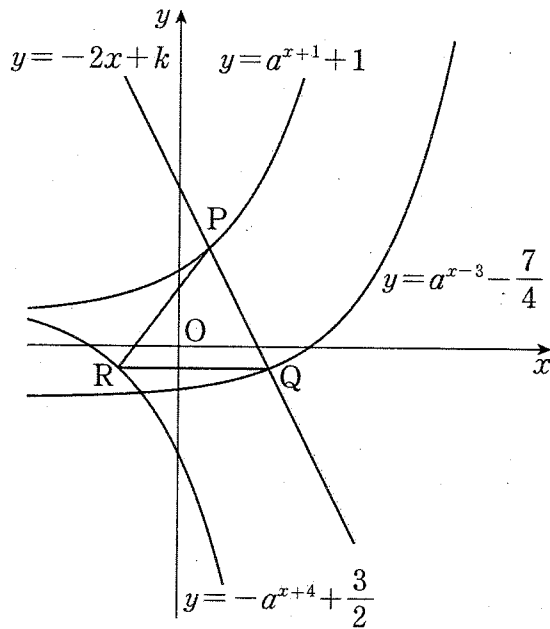
$$y=a^{x+1}+1, y=a^{x-3}-\frac{7}{4}$$

의 그래프와 직선 $y=-2x+k$ 가 만나는 점을 각각 P, Q라 하자.

점 Q를 지나고 x 축에 평행한 직선이 함수 $y=-a^{x+4}+\frac{3}{2}$ 의

그래프와 점 R에서 만나고 $\overline{PR}=\overline{QR}=5$ 일 때, $a+k$ 의 값은?

[4점]



- ① $\frac{13}{2}$ ② $\frac{27}{4}$ ③ 7 ④ $\frac{29}{4}$ ⑤ $\frac{15}{2}$

14. 최고차항의 계수가 1이고 $f'(2)=0$ 인 이차함수 $f(x)$ 가 모든 자연수 n 에 대하여

$$\int_4^n f(x)dx \geq 0$$

을 만족시킬 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

< 보 기 >

ㄱ. $f(2) < 0$

ㄴ. $\int_4^3 f(x)dx > \int_4^2 f(x)dx$

ㄷ. $6 \leq \int_4^6 f(x)dx \leq 14$

① ㄱ

② ㄱ, ㄴ

③ ㄱ, ㄷ

④ ㄴ, ㄷ

⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

15. 모든 항이 자연수인 수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} \frac{1}{2}a_n + 2n & (a_n \text{이 } 4 \text{의 배수인 경우}) \\ a_n + 2n & (a_n \text{이 } 4 \text{의 배수가 아닌 경우}) \end{cases}$$

이다.

(나) $a_3 > a_5$

$50 < a_4 + a_5 < 60$ 이 되도록 하는 a_1 의 최댓값과 최솟값을 각각 M, m 이라 할 때, $M+m$ 의 값은? [4점]

- ① 224 ② 228 ③ 232 ④ 236 ⑤ 240

단 답 형

16. 방정식

$$\log_2(x-2) = 1 + \log_4(x+6)$$

을 만족시키는 실수 x 의 값을 구하시오. [3점]

17. 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = (x+2)f(x)$$

라 하자. 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(3, 2)$ 에서의 접선의 기울기가 4일 때, $g'(3)$ 의 값을 구하시오. [3점]

18. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^{10} (a_k - b_k + 2) = 50, \quad \sum_{k=1}^{10} (a_k - 2b_k) = -10$$

일 때, $\sum_{k=1}^{10} (a_k + b_k)$ 의 값을 구하시오. [3점]

20. 다항함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$2x^2 f(x) = 3 \int_0^x (x-t) \{f(x) + f(t)\} dt$$

를 만족시킨다. $f'(2) = 4$ 일 때, $f(6)$ 의 값을 구하시오. [4점]

19. 시각 $t=0$ 일 때 동시에 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시각 $t(t \geq 0)$ 에서의 속도가 각각

$$v_1(t) = 12t - 12, \quad v_2(t) = 3t^2 + 2t - 12$$

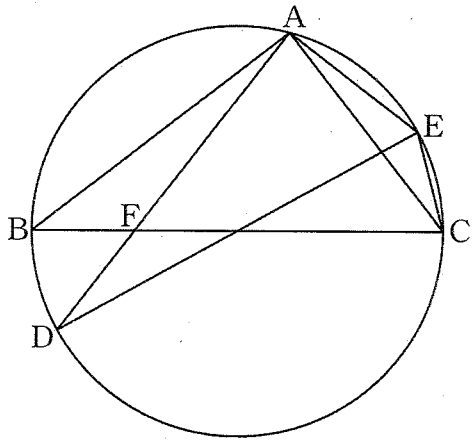
이다. 시각 $t=k(k>0)$ 에서 두 점 P, Q의 위치가 같을 때, 시각 $t=0$ 에서 $t=k$ 까지 점 P가 움직인 거리를 구하시오.

[3점]

21. 그림과 같이 선분 BC를 지름으로 하는 원에 두 삼각형 ABC와 ADE가 모두 내접한다. 두 선분 AD와 BC가 점 F에서 만나고

$$\overline{BC} = \overline{DE} = 4, \overline{BF} = \overline{CE}, \sin(\angle CAE) = \frac{1}{4}$$

이다. $\overline{AF} = k$ 일 때, k^2 의 값을 구하시오. [4점]



22. 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 구간 $(0, \infty)$ 에서 정의된 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \begin{cases} x^3 - 8x^2 + 16x & (0 < x \leq 4) \\ f(x) & (x > 4) \end{cases}$$

라 하자. 함수 $g(x)$ 가 구간 $(0, \infty)$ 에서 미분가능하고 다음 조건을 만족시킬 때, $g(10) = \frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

(가) $g\left(\frac{21}{2}\right) = 0$

(나) 점 $(-2, 0)$ 에서 곡선 $y = g(x)$ 에 그은, 기울기가 0이 아닌 접선이 오직 하나 존재한다.

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(확률과 통계)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(확률과 통계)

5 지 선 다 형

23. 확률변수 X 가 이항분포 $B(45, p)$ 를 따르고 $E(X)=15$ 일 때, p 의 값은? [2점]

- ① $\frac{4}{15}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{2}{5}$ ④ $\frac{7}{15}$ ⑤ $\frac{8}{15}$

24. 두 사건 A, B 가 서로 배반사건이고

$$P(A \cup B) = \frac{5}{6}, P(A^C) = \frac{3}{4}$$

일 때, $P(B)$ 의 값은? (단, A^C 은 A 의 여사건이다.) [3점]

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{5}{12}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{7}{12}$ ⑤ $\frac{2}{3}$

25. 숫자 0, 1, 2 중에서 중복을 허락하여 4개를 택해 일렬로 나열하여 만들 수 있는 네 자리의 자연수 중 각 자리의 수의 합이 7 이하인 자연수의 개수는? [3점]

- ① 45 ② 47 ③ 49 ④ 51 ⑤ 53

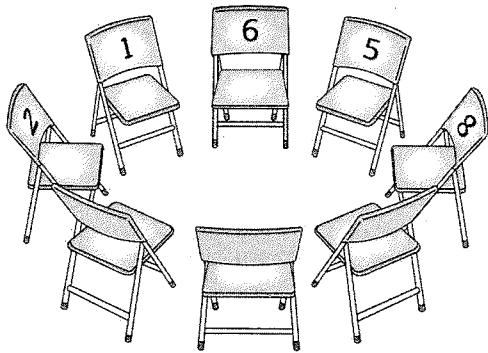
26. 어느 지역에서 수확하는 양파의 무게는 평균이 m , 표준편차가 16인 정규분포를 따른다고 한다. 이 지역에서 수확한 양파 64개를 임의추출하여 얻은 양파의 무게의 표본평균이 $\bar{x}$ 일 때, 모평균 m 에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간이 $240.12 \leq m \leq a$ 이다. $\bar{x}+a$ 의 값은?
(단, 무게의 단위는 g이고, Z 가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $P(|Z| \leq 1.96) = 0.95$ 로 계산한다.) [3점]

- ① 486 ② 489 ③ 492 ④ 495 ⑤ 498

27. 1부터 8까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 8개의 의자가 있다. 이 8개의 의자를 일정한 간격을 두고 원형으로 배열할 때, 서로 이웃한 2개의 의자에 적혀 있는 두 수가 서로소가 되도록 배열하는 경우의 수는?

(단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [3점]

- ① 72 ② 78 ③ 84 ④ 90 ⑤ 96



28. 정규분포를 따르는 두 확률변수 X, Y 의 확률밀도함수는 각각 $f(x), g(x)$ 이다. $V(X) = V(Y)$ 이고, 양수 a 에 대하여

$$f(a) = f(3a) = g(2a),$$

$$P(Y \leq 2a) = 0.6915$$

일 때, $P(0 \leq X \leq 3a)$ 의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [4점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

- ① 0.5328 ② 0.6247 ③ 0.6687
④ 0.7745 ⑤ 0.8185

단답형

29. 다음 조건을 만족시키는 자연수 a, b, c 의 모든 순서쌍 (a, b, c) 의 개수를 구하시오. [4점]

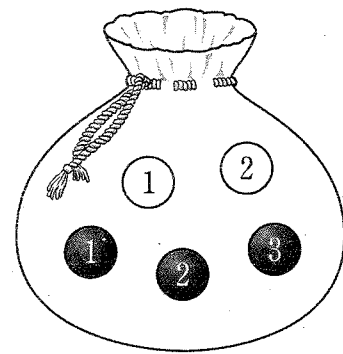
- (가) $a \leq b \leq c \leq 8$
 (나) $(a-b)(b-c)=0$

30. 주머니에 숫자 1, 2가 하나씩 적혀 있는 흰 공 2개와 숫자 1, 2, 3이 하나씩 적혀 있는 검은 공 3개가 들어 있다. 이 주머니를 사용하여 다음 시행을 한다.

주머니에서 임의로 2개의 공을 동시에 꺼내어
 꺼낸 공이 서로 같은 색이면 꺼낸 공 중 임의로 1개의 공을 주머니에 다시 넣고,
 꺼낸 공이 서로 다른 색이면 꺼낸 공을 주머니에 다시 넣지 않는다.

이 시행을 한 번 한 후 주머니에 들어 있는 모든 공에 적힌 수의 합이 3의 배수일 때, 주머니에서 꺼낸 2개의 공이 서로 다른 색일 확률은 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(미적분)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(미적분)

5 지 선 다 형

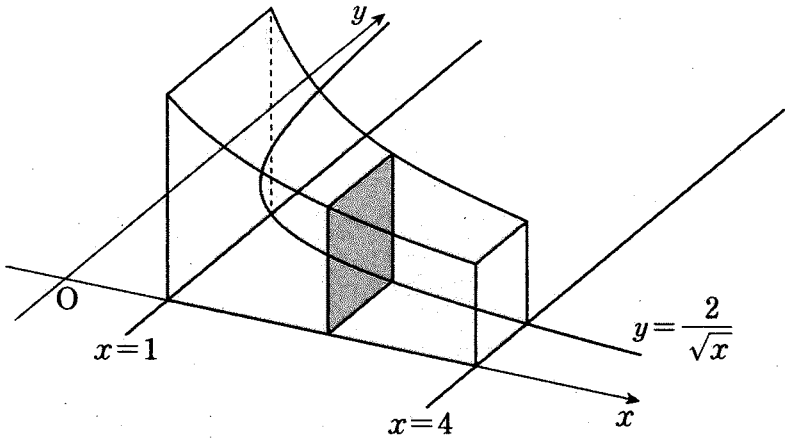
23. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 + 3n - 5}{n^2 + 1}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

24. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2\pi}{n} \sum_{k=1}^n \sin \frac{\pi k}{3n}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{5}{2}$ ② 3 ③ $\frac{7}{2}$ ④ 4 ⑤ $\frac{9}{2}$

25. 그림과 같이 곡선 $y = \frac{2}{\sqrt{x}}$ 와 x 축 및 두 직선 $x=1$, $x=4$ 로 둘러싸인 부분을 밑면으로 하고 x 축에 수직인 평면으로 자른 단면이 모두 정사각형인 입체도형의 부피는? [3점]



- ① $6\ln 2$ ② $7\ln 2$ ③ $8\ln 2$ ④ $9\ln 2$ ⑤ $10\ln 2$

26. 함수 $f(x) = e^{2x} + e^x - 1$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 할 때, 함수 $g(5f(x))$ 의 $x=0$ 에서의 미분계수는? [3점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{3}{4}$ ③ 1 ④ $\frac{5}{4}$ ⑤ $\frac{3}{2}$

27. 모든 항이 자연수인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{3^n} = 4$$

이고 급수 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{a_{2n}}$ 이 실수 S 에 수렴할 때, S 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

28. 함수

$$f(x) = \sin x \cos x \times e^{a \sin x + b \cos x}$$

이 다음 조건을 만족시키도록 하는 서로 다른 두 실수 a, b 의 순서쌍 (a, b) 에 대하여 $a-b$ 의 최솟값은? [4점]

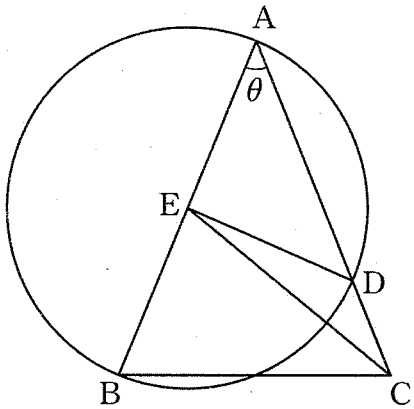
(가) $ab=0$

$$(나) \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx = \frac{1}{a^2+b^2} - 2e^{a+b}$$

- ① $-\frac{5}{2}$ ② -2 ③ $-\frac{3}{2}$ ④ -1 ⑤ $-\frac{1}{2}$

단답형

29. 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\overline{BC} = 2$ 인 삼각형 ABC에 대하여 선분 AB를 지름으로 하는 원이 선분 AC와 만나는 점 중 A가 아닌 점을 D라 하고, 선분 AB의 중점을 E라 하자. $\angle BAC = \theta$ 일 때, 삼각형 CDE의 넓이를 $S(\theta)$ 라 하자. $60 \times \lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{S(\theta)}{\theta}$ 의 값을 구하시오. (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$) [4점]



30. 두 정수 a, b 에 대하여 함수

$$f(x) = (x^2 + ax + b)e^{-x}$$

이 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 함수 $f(x)$ 는 극값을 갖는다.
 (나) 함수 $|f(x)|$ 가 $x = k$ 에서 극대 또는 극소인 모든 k 의 값의 합은 3이다.

$f(10) = pe^{-10}$ 일 때, p 의 값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(기하)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(기하)

5 지 선 다 형

23. 좌표공간의 두 점 $A(a, 0, 1)$, $B(2, -3, 0)$ 에 대하여 선분 AB 를 3:2로 외분하는 점이 yz 평면 위에 있을 때, a 의 값은?
[2점]

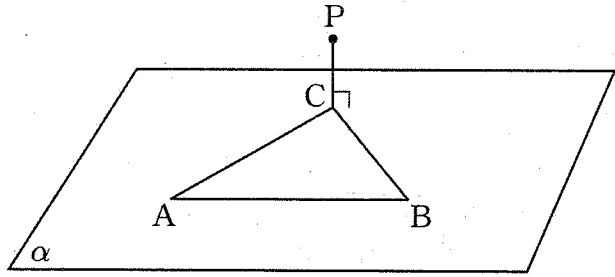
① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

24. 쌍곡선 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{27} = 1$ 의 한 점근선의 방정식이 $y = 3x$ 일 때, 이 쌍곡선의 주축의 길이는? (단, a 는 양수이다.) [3점]

① $\frac{2}{3}$ ② $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ ③ 2 ④ $2\sqrt{3}$ ⑤ 6

25. 평면 α 위에 $\overline{AB}=6$ 이고 넓이가 12인 삼각형 ABC가 있다. 평면 α 위에 있지 않은 점 P에서 평면 α 에 내린 수선의 발이 점 C와 일치한다. $\overline{PC}=2$ 일 때, 점 P와 직선 AB 사이의 거리는? [3점]

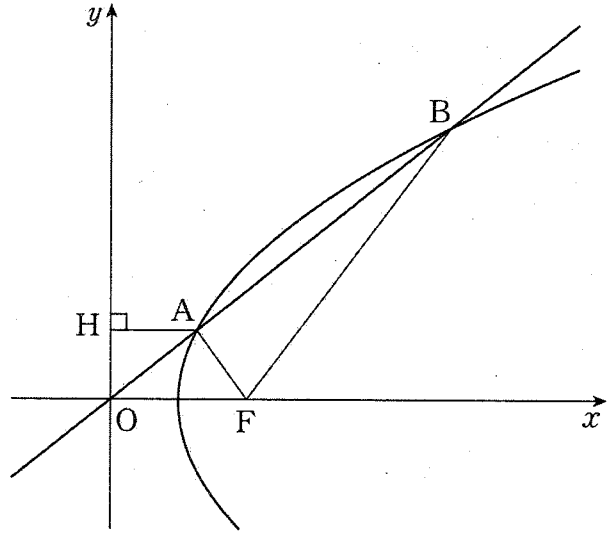
- ① $3\sqrt{2}$ ② $2\sqrt{5}$ ③ $\sqrt{22}$ ④ $2\sqrt{6}$ ⑤ $\sqrt{26}$



26. 그림과 같이 초점이 $F(2, 0)$ 이고 x 축을 축으로 하는 포물선이 원점 O 를 지나는 직선과 제1사분면 위의 두 점 A, B에서 만난다. 점 A에서 y 축에 내린 수선의 발을 H라 하자.

$$\overline{AF} = \overline{AH}, \overline{AF} : \overline{BF} = 1 : 4$$

일 때, 선분 AF의 길이는? [3점]



- ① $\frac{13}{12}$ ② $\frac{7}{6}$ ③ $\frac{5}{4}$ ④ $\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{17}{12}$

27. 사각형 ABCD가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 두 벡터 $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{BC}$ 는 서로 평행하다.
 (나) $t\overrightarrow{AC} = 3\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AD}$ 를 만족시키는 실수 t 가 존재한다.

삼각형 ABD의 넓이가 12일 때, 사각형 ABCD의 넓이는?

[3점]

- ① 16 ② 17 ③ 18 ④ 19 ⑤ 20

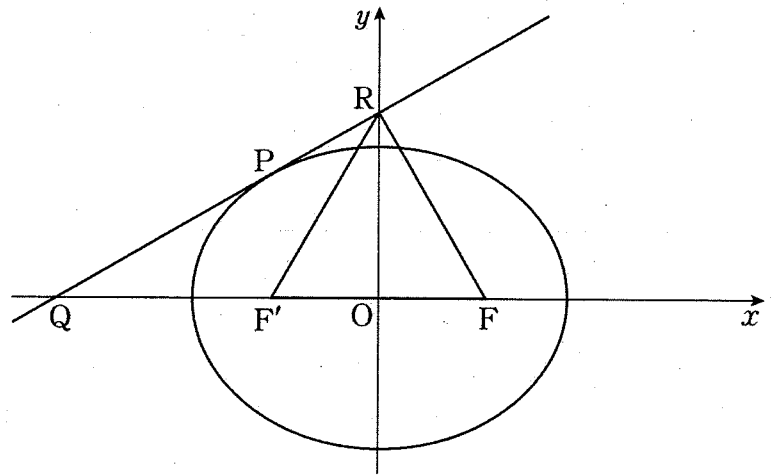
28. 그림과 같이 두 초점이 $F(c, 0)$, $F'(-c, 0)$ ($c > 0$)인 타원

$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{18} = 1$ 이 있다. 타원 위의 점 중 제2사분면에 있는 점

P에서의 접선이 x 축, y 축과 만나는 점을 각각 Q, R이라 하자.

삼각형 $RF'F$ 가 정삼각형이고 점 F' 은 선분 QF 의 중점일 때,

c^2 의 값은? (단, a 는 양수이다.) [4점]



- ① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

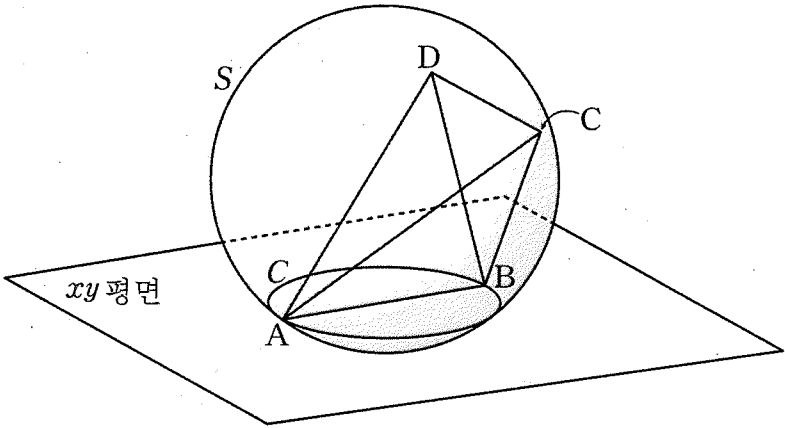
단답형

29. 좌표평면 위의 점 $A(5, 0)$ 에 대하여 제1사분면 위의 점 P 가
 $|\overrightarrow{OP}|=2, \overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{AP}=0$
 을 만족시키고, 제1사분면 위의 점 Q 가
 $|\overrightarrow{AQ}|=1, \overrightarrow{OQ} \cdot \overrightarrow{AQ}=0$
 을 만족시킬 때, $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{PQ}$ 의 값을 구하시오.
 (단, O 는 원점이다.) [4점]

30. 좌표공간에 구 $S: x^2+y^2+(z-\sqrt{5})^2=9$ 가 xy 평면과 만나서
 생기는 원을 C 라 하자. 구 S 위의 네 점 A, B, C, D 가 다음
 조건을 만족시킨다.

- (가) 선분 AB 는 원 C 의 지름이다.
 (나) 직선 AB 는 평면 BCD 에 수직이다.
 (다) $\overline{BC}=\overline{BD}=\sqrt{15}$

삼각형 ABC 의 평면 ABD 위로의 정사영의 넓이를 k 라 할 때,
 k^2 의 값을 구하시오. [4점]



* 확인 사항
 ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.