01 순열과 조합

순열 (STEP1)

1. 흰 공, 노란 공, 파란 공이 각각 1개씩 있을 때, 서로 다른 4개의 주머니에 넣는 경우의 수는? (단, 공이 들어 있지 않은 주머니가 있을 수도 있다.) [4.7점]

① 20 ② 27 ③ 46
④ 64 ⑤ 81

2. 클라리넷 5중주는 클라리넷, 제 1 바이올린, 제 2 바이올린, 비올라, 첼로로 구성된 연주 형태이다. 클라리넷 5중주 공연 연습을 하기 위하여 연주자 5명이 원형으로 앉을 때, 바이올린 연주자 2명이 이웃하게 앉는 경우의 수는? (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.)[4.7점]

① 6 ② 12 ③ 24
④ 48 ⑤ 120

순열 (STEP2)

3. 중복을 허용하여 6개의 숫자 0, 1, 2, 3, 4, 5로 만든 자연수를 크기가 작은 수부터 차례로 나열할 때, 10021은 몇 번째 수인가?

① 1297 ② 1303 ③ 1309
④ 1313 ⑤ 1317

4. i, c, e, c, r, e, a, m의 8개의 문자를 일렬로 나열할 때, c끼리 또는 e끼리 이웃하게 되는 모든 경우의 수는? [4.8점]

① 1260 ② 2160 ③ 2520
④ 4320 ⑤ 5040

5. 자연수 n을 순서를 고려하여 3이하의 자연수의 합으로 나타내는 경우의 수를 $N(n)$이라고 하자. 예를 들어

$4=1+1+1+1$
$=2+1+1=1+2+1=1+1+2$
$=2+2$
$=3+1=1+3$

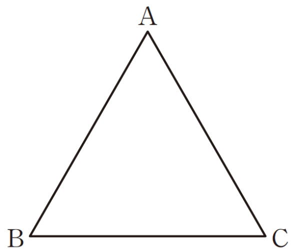
이므로 $N(4)=7$이다. 이때 $N(7)$의 값을 구하시오. [6점]

순열 (STEP3)

6. 한 개의 주사위를 던져 다음 규칙대로 한 변의 길이가 1인 정삼각형 ABC의 변을 따라 시계 방향 또는 시계 반대 방향으로 이동하는 점 P가 있다.

(가) 짝수의 눈이 나오면 눈의 수의 길이만큼 시계 방향
 으로 이동한다.
(나) 홀수의 눈이 나오면 눈의 수의 길이만큼 시계 반대
 방향으로 이동한다.

한 개의 주사위를 8회 던져 꼭짓점 A의 위치에 있는 점 P가 꼭짓점 C까지 이동하는 경우의 수를 $2^a \times 3^b$이라 할 때, 두 자연수 a, b의 합 $a+b$의 값은? (단, 눈의 수의 길이만큼 이동하는 과정에서 지나는 꼭짓점의 순서가 다르면 다른 경우로 본다.) [5.3점]



① 13 ② 15 ③ 17
④ 19 ⑤ 21

7. 숫자 1,2,3,4,8,16이 하나씩 적혀 있는 6장의 카드가 있다. 이 6장의 카드를 일렬로 나열할 때, 이웃한 두 카드에 적혀 있는 수의 곱이 모두 8의 배수가 되도록 나열하는 경우의 수는? [4.7점]

① 6 ② 12 ③ 18
④ 24 ⑤ 36

8. 주머니 속에 네 개의 숫자 1, 2, 3, 6이 각각 하나씩 적혀있는 공 4개가 들어 있다. 이 주머니에서 1개의 공을 꺼내어 공에 적혀 있는 수를 확인한 후 다시 넣는다. 이 과정을 3번 반복할 때, 꺼낸 공에 적혀 있는 수를 차례로 a, b, c라 하자. $\frac{bc}{2a}$가 정수가 되도록 하는 모든 순서쌍 $(a,\ b,\ c)$의 개수는?
[5.7점]

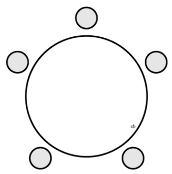
① 27 ② 28 ③ 29
④ 30 ⑤ 31

원순열 (STEP1)

9. 남학생 3명과 여학생 3명이 원탁에 둘러앉을 때, 남학생과 여학생이 교대로 앉는 경우의 수는? (단, 회전하여 일치하는 것은 같은것으로 본다.)

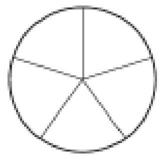
① 12 ② 36 ③ 81
④ 102 ⑤ 120

10. 그림과 같이 원형 탁자에 5개의 의자가 일정한 간격으로 놓여 있다. 1학년 학생 2명, 2학년 학생 2명, 3학년 학생 1명이 모두 이 5개의 의자에 앉으려고 할 때, 2학년 학생 2명이 서로 이웃하도록 앉는 경우의 수는? (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.)



① 12 ② 14 ③ 16
④ 18 ⑤ 20

11. 그림과 같이 크기와 모양이 같은 5개로 나뉜 원형 모양의 그릇에 사과, 딸기, 참외, 키위, 망고를 담으려고 한다. 딸기와 망고를 이웃하게 담는 경우의 수는?



① 6 ② 12 ③ 18
④ 24 ⑤ 30

12. 4쌍의 부부가 원형의 탁자에 둘러앉을 때, 부부끼리 이웃하게 앉는 경우의 수는? (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [3.4점]

① 4 ② 88 ③ 92
④ 96 ⑤ 100

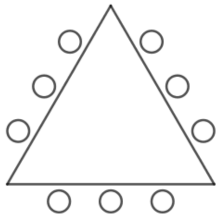
13. 원에 내접하는 정사각형을 4등분한 도형의 각 영역을 서로 다른 8개의 색을 모두 사용하여 칠하는 경우의 수는? (단, 한 영역에는 한 가지만 칠하고 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [3.4점]

① $8!$ ② $\frac{8!}{2}$ ③ $\frac{8!}{3}$
④ $\frac{8!}{4}$ ⑤ $\frac{8!}{5}$

14. 세 쌍의 부부가 원탁에 둘러앉을 때, 부부끼리 이웃하여 앉는 모든 경우의 수는? [4.1점]

① 2 ② 8 ③ 16
④ 48 ⑤ 120

15. 다음은 9명이 아래 그림과 같은 정삼각형 모양의 탁자에 둘러앉는 방법의 수를 구하는 과정이다. (가), (나)에 알맞은 수를 각각 a, b라 할 때, ab의 값은? (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.)
[4.3점]



> 9명이 원 모양의 탁자에 둘러앉는 방법의 수는 $\boxed{(가)}$!
> 이때 정삼각형 모양의 탁자에서는 각 경우에 대하여 서로 다른 경우가 $\boxed{(나)}$가지씩 존재한다.
> 따라서 구하는 방법의 수는 $\boxed{(가)}! \times \boxed{(나)}$ 이다.

① 24 ② 27 ③ 30
④ 33 ⑤ 36

16. 부모를 포함한 6명의 가족이 원탁에 둘러앉을 때, 부모가 마주보고 앉는 모든 경우의 수는? [3.6점]

① 12 ② 24 ③ 60
④ 120 ⑤ 720

17. 서로 다른 파란 공 4개와 서로 다른 빨간 공 4개를 일정한 간격을 두고 원형으로 나열할 때, 파란 공과 빨간 공을 교대로 나열하는 경우의 수는? (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.)[3.8점]

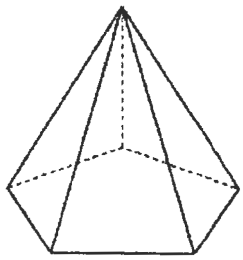
① 24 ② 36 ③ 72
④ 144 ⑤ 576

18. 2명의 주연 배우를 포함하여 한 영화에 출연한 6명의 배우가 시상식에 참석해 원탁에 둘러앉을 때, 2명의 주연배우가 이웃하게 앉는 경우의 수를 구하고 그 과정을 논술하시오. (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [4.0점]

19. 할머니, 할아버지를 포함한 6명의 가족이 원형 식탁에 일정한 간격으로 둘러앉아 식사를 할 때, 할머니와 할아버지가 서로 마주 보고 앉는 경우의 수는? (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [4.1점]

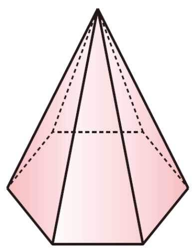
① 24 ② 48 ③ 96
④ 120 ⑤ 240

20. 밑면은 정오각형이고 옆면은 이등변삼각형인 오각뿔의 각 면을 서로 다른 6가지 색을 모두 이용하여 칠하는 경우의 수는? (단, 한 영역에는 한 가지만 칠하고 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [3.4점]



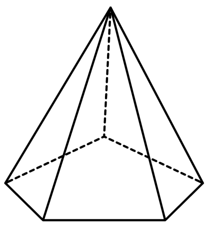
① 128 ② 136 ③ 144
④ 152 ⑤ 160

21. 그림과 같이 밑면이 정육각형이고 옆면이 모두 합동인 육각뿔의 7개의 면에 서로 다른 7개의 색을 모두 사용하여 칠하는 경우의 수는? (단, 한 면에는 한 가지 색만 칠하고, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [4.1점]



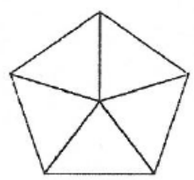
① 360 ② 480 ③ 600
④ 720 ⑤ 840

22. 아래의 그림과 같이 밑면이 정오각형이고 옆면이 모두 이등변삼각형인 오각뿔이 있다. 이 정오각뿔의 각 면을 서로 다른 6가지 색을 모두 사용하여 칠하는 경우의 수는? (단, 한 면에 한 가지의 색을 칠하고, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [3.7점]



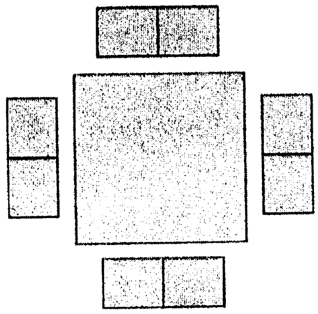
① 120 ② 144 ③ 240
④ 360 ⑤ 720

23. 그림과 같이 정오각형을 5등분한 영역에 빨강, 파랑을 포함한 서로 다른 5가지의 색을 모두 이용하여 칠하려고 한다. 빨강과 파랑을 이웃하도록 칠하는 경우의 수는? (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 한다.) [3.3점]



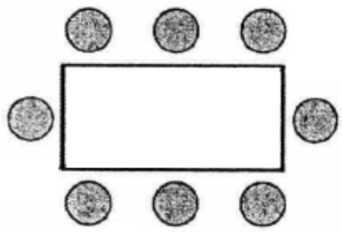
① 10 ② 12 ③ 18
④ 24 ⑤ 30

24. 그림과 같은 정사각형 모양의 탁자에 4개의 학급의 대표 2명씩 총 8명이 둘러앉아 토론을 할 때, 같은 반끼리 한 모서리에 앉는 경우의 수는? (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.)[4.1점]



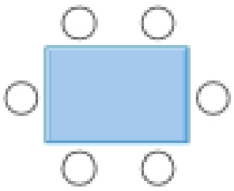
① 90 ② 93 ③ 96
④ 99 ⑤ 102

25. 그림과 같은 직사각형 모양의 탁자에 8명이 둘러앉는 경우의 수는? (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [4.7점]



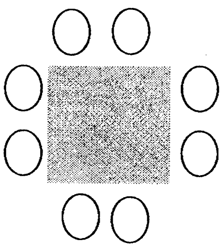
① $7!$ ② $7!\times2$ ③ $7!\times4$
④ $7!\times6$ ⑤ $8!$

26. 6명의 학생이 그림과 같이 직사각형 모양의 탁자에 둘러앉는 경우의 수는? (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.)



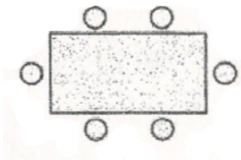
① 120 ② 240 ③ 360
④ 480 ⑤ 600

27. 8명의 사람이 그림과 같이 정사각형 모양의 탁자에 둘러앉는 경우의 수는? (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [4.2점]



① $6!\times2$ ② $7!\times2$ ③ $7!\times4$
④ $8!\times2$ ⑤ $8!\times4$

28. 아래 그림과 같은 직사각형 모양의 식탁에 6명이 둘러앉는 경우의 수는? (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [4.2점]



① 120 ② 240 ③ 360
④ 540 ⑤ 720

29. 6명의 학생 A, B, C, D, E, F가 부채춤을 추기 위하여 원형으로 둘러설 때, A와 B가 서로 이웃하게 서는 경우의 수는? [4.1점]

① 36 ② 42 ③ 48
④ 54 ⑤ 60

원순열 (STEP2)

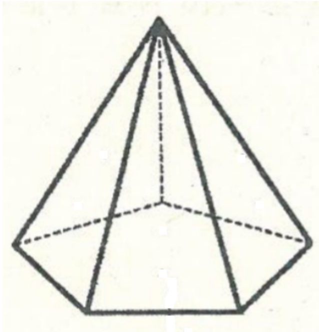
30. 여학생 3명과 남학생 6명이 원탁에 같은 간격으로 둘러 앉으려고 한다. 각각의 여학생 사이에는 1명 이상의 남학생이 앉고 각각의 여학생 사이에 앉는 남학생의 수는 모두 다르다. 9명의 학생이 모두 앉는 경우의 수가 $n \times 6!$일 때, 자연수 n의 값은? (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [5.0점]

① 12 ② 14 ③ 16
④ 18 ⑤ 20

31. 남학생 대표 1명과 여학생 대표 1명을 포함하여 남학생 3명과 여학생 3명이 원탁에 둘러 앉을 때, 남학생 대표와 여학생 대표가 마주 보고 앉는 경우의 수는? (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [4.5점]

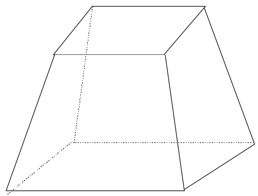
① $4!$ ② $4! \times 2$ ③ $5!$
④ $5! \times 2$ ⑤ $6!$

32. 그림과 같이 밑면이 정오각형이고 옆면이 모두 합동인 정오각뿔에서 6개의 면을 서로 다른 6가지 색을 한 번씩 사용하여 칠하는 경우의 수는? (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [4.6점]



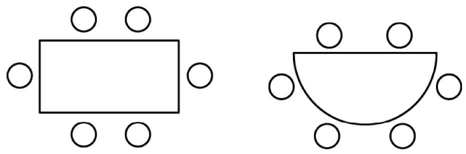
① 144 ② 288 ③ 360
④ 540 ⑤ 720

33. 그림과 같이 밑면과 윗면이 정사각형이고 옆면이 모두 합동인 사각뿔대의 6개의 면에 서로 다른 6개의 색을 모두 사용하여 칠하는 경우의 수는? (단, 한 면에는 한 가지 색만 칠하고, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.)[4.0점]



① 180 ② 216 ③ 360
④ 540 ⑤ 720

34. 6명의 학생이 그림과 같은 직사각형 모양, 반원 모양의 탁자에 각각 둘러앉는 모든 경우의 수를 p, q라 할 때, $\frac{p}{q}$의 값은? (단, 회전하여 일치하는 경우는 모두 같은 것으로 본다.



① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1
④ 2 ⑤ 4

35. 부모와 아들 1명, 딸 3명이 원탁에 둘러앉을 때, 아들 양옆에 부모가 앉는 모든 방법의 수는? [3.8점]

① 6 ② 12 ③ 36
④ 48 ⑤ 120

36. 원형 탁자에 7개의 의자가 일정한 간격으로 놓여 있다. 이매고등학교의 1학년 학생 4명, 2학년 학생 3명이 모두 이 7개의 의자에 앉으려고 할 때, 다음 물음에 답하시오. (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [총 6.0점]

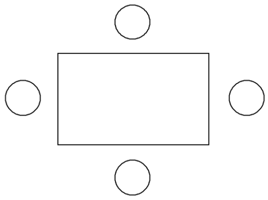
(1) 7명이 원형 탁자에 앉는 경우의 수를 구하고, 그 과정을 논술하시오. [2.0점]

(2) 2학년 학생이 서로 이웃하게 원형 탁자에 앉는 경우를 구하고, 그 과정을 논술하시오. [2.0점]

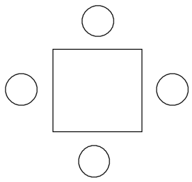
(3) 2학년 학생끼리는 서로 이웃하지 않게 원형 탁자에 앉는 경우의 수를 구하고, 그 과정을 논술하시오. [2.0점]

37. 4명의 학생이 탁자에 둘러앉으려 한다. 다음 물음에 답하시오. (단, 회전하여 일치하는 경우는 모두 같은 것으로 본다.) (총 5.0점)

(1) 4명의 학생이 그림과 같은 직사각형 모양의 탁자에 둘러앉는 경우의 수를 구하시오. [1.5점]

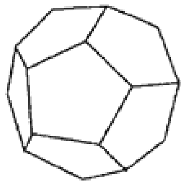


(2) 4명의 학생이 그림과 같은 정사각형 모양의 탁자에 둘러앉는 경우의 수를 구하시오. [1.5점]



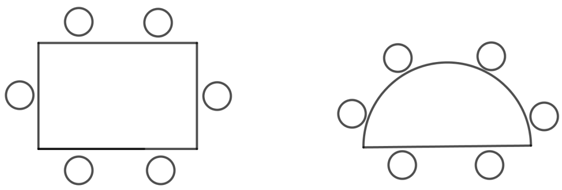
(3) 위의 두 경우의 수가 다른 이유를 설명하시오. [2.0점]

38. 각 면에 1 부터 12까지의 자연수를 하나씩 적어 정십이면체를 만들 때, 마주보는 면에 적힌 수의 차가 6인 서로 다른 정십이면체의 개수는? [4.0점]



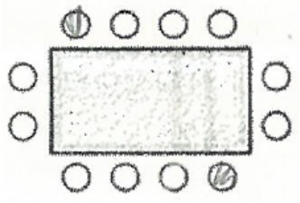
① 668 ② 693 ③ 718
④ 743 ⑤ 768

39. 6명의 학생이 그림과 같이 직사각형 모양의 탁자에 둘러앉는 경우의 수를 a, 반원 모양의 탁자에 둘러앉는 경우의 수를 b라 할 때, $\frac{a}{b}$의 값은? (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [4.5점]



① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1
④ 2 ⑤ 3

40. 그림과 같은 직사각형 모양의 탁자에 12명이 둘러앉는 경우의 수는? (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [3.8점]

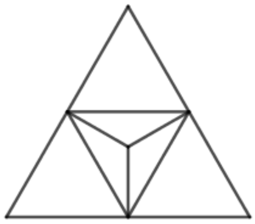


① $11!\times 2$　② $11!\times 4$　③ $11!\times 6$
④ $12!\times 4$　⑤ $12!\times 6$

41. 여학생 2명과 남학생 6명이 원 모양의 탁자에 같은 간격으로 둘러앉을 때, 여학생 2명이 서로 마주 보도록 앉는 방법의 수는? (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [4.6점]

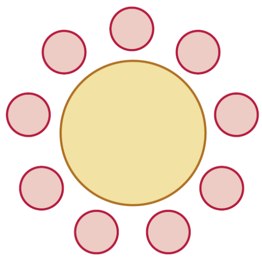
① 90　② 180　③ 360
④ 720　⑤ 1440

42. 그림과 같이 정삼각형을 4등분하고 가운데 작은 정삼각형을 3등분한 도형이 있다. 6개의 영역에 서로 다른 6가지 색을 모두 사용하여 칠하려고 한다. 한 영역에 한 가지 색만을 칠할 때, 색칠한 결과로 나올 수 있는 경우의 수는? (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [4.7점]



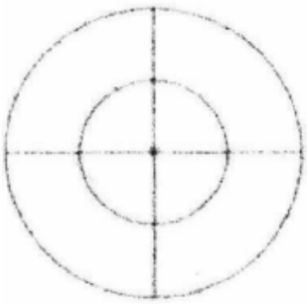
① 200　② 210　③ 220
④ 230　⑤ 240

43. 여학생 3명과 남학생 6명이 원탁에 같은 간격으로 둘러앉으려고 한다. 각각의 여학생 사이에는 1명 이상의 남학생이 앉고, 각각의 여학생 사이에 앉은 남학생의 수는 모두 다르다. 9명의 학생이 모두 앉는 경우의 수가 $n\times 6!$일 때, 자연수 n의 값은? (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [4.7점]



① 6　② 8　③ 0
④ 12　⑤ 14

44. 그림과 같이 두 동심원을 각각 4등분하여 만든 8개의 영역을 서로 다른 9가지 색 중에서 8가지 색을 택하여 칠하는 모든 방법의 수는? (단, 1개의 영역에는 1가지 색을 칠할 수 있고, 같은 색을 두 번 칠하지 않으며, 회전하여 일치하는 경우는 모두 같은 것으로 본다.) [4.3점]



① $\frac{8!}{3}$ ② $\frac{8!}{4}$ ③ $\frac{9!}{3}$
④ $\frac{9!}{4}$ ⑤ $\frac{10!}{3}$

45. 남학생 대표 1명과 여학생 대표 1명을 포함하여 남학생 3명, 여학생 4명이 원탁에 둘러앉으려고 한다. 다음을 만족하도록 원탁에 둘러앉는 경우의 수는?
[4.9점]

(가) 남, 여학생 대표는 이웃하여 앉는다.
(나) 남학생끼리는 이웃하여 앉지 않는다.

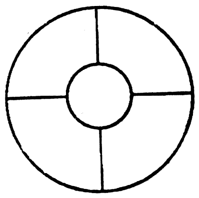
① 32 ② 52 ③ 72
④ 92 ⑤ 112

46. 다음 조건 (가), (나)에 따라 의사 3명과 간호사 5명이 원형 탁자에 둘러앉는 방법의 수를 구하시오.

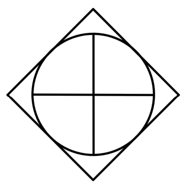
(가) 의사 3명은 이웃하여 앉는다.
(나) 특정한 간호사 2명은 이웃하여 앉지 않는다.

원순열 (STEP3)

47. 그림은 중심이 같은 두 원 사이를 4등분한 도형이다. 서로 다른 5가지 색을 사용하여 이 도형의 각 영역을 칠하려고 한다. 5가지 이하의 색을 이용하여 이웃하는 영역이 구분되도록 칠할 때, 5개의 각 영역을 빠짐없이 칠하는 모든 경우의 수를 구하고, 그 과정을 서술하시오. (단, 한 영역에는 한 가지 색을 이용하고, 회전하여 일치하는 경우는 같은 것으로 본다.)



48. 오른쪽 그림은 정사각형에 내접하는 원을 4등분 한 도형이다. 이 도형을 6가지 색을 사용하여 칠하는데 원을 4등분 한 4개의 도형은 2가지 색으로, 나머지 도형은 4가지 색을 모두 사용하여 칠하려고 한다. 한 영역에 한 가지 색만을 칠할 때, 이 도형을 칠하는 경우의 수는? (단, 이웃한 영역에는 서로 다른 색을 칠하고 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [5.1점]

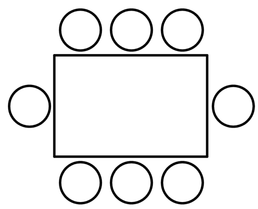


① 180 ② 360 ③ 450 ④ 540 ⑤ 720

49. 선생님 4명과 학생 10명이 원 모양의 탁자에 같은 간격으로 둘러앉으려고 한다. 각각의 선생님 사이에는 1명 이상의 학생이 앉고 각각의 선생님 사이에 앉은 학생의 수는 모두 다르다. 선생님과 학생 14명 모두 둘러앉는 경우의 수가 $n \times 10!$일 때, 자연수 n의 값은? (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [5.5점]

① 18 ② 36 ③ 72 ④ 144 ⑤ 288

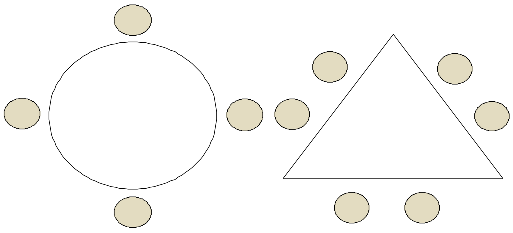
50. 그림과 같이 의자가 배열된 직사각형 모양의 탁자에 a, b, c, d를 포함한 8명이 둘러앉아 식사를 하려고 한다.
(단, 같은 변에 있지 않아도 옆에 있는 경우 이웃한 것으로 보며, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [6점]



1) a와 b가 서로 이웃하게 앉는 경우의 수는 $m \times 5!$일 때 자연수 m의 값을 구하시오. [3점]

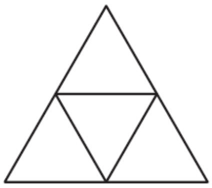
2) a와 b는 서로 이웃하게 앉고, c와 d는 서로 이웃하지 않도록 앉는 경우의 수는 $n \times 5!$일 때 자연수 n의 값을 구하시오. [3점]

51. 여학생 5 명, 남학생 5 명 총 10명의 학생이 있다. 그림과 같은 원탁과 정삼각형 모양의 탁자에 동시에 앉을 때, 남녀가 교대로 앉는 경우의 수는?[4.0점]

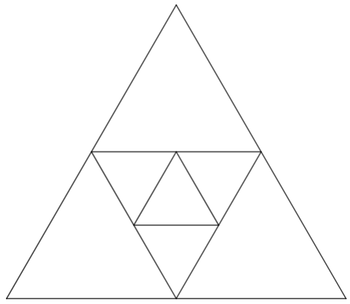


① 2400 ② 4800 ③ 5000
④ 7500 ⑤ 9600

52. 그림과 같이 크기가 같은 정삼각형으로 이루어진 4개 영역을 빨강, 주황, 노랑, 초록 4가지 색을 사용하여 칠한다. 색깔은 중복해서 선택할 수 있으며 이웃한 영역은 서로 다른 색을 칠할 때, 모든 경우의 수를 구하고 그 풀이 과정을 서술하시오. (단, 한 영역에는 한 가지의 색만 칠하고 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.)[7.0점]



53. 그림과 같이 정삼각형으로 이루어진 7개의 영역을 빨간색과 주황색을 포함한 서로 다른 7가지의 색을 모두 사용하여 1개의 영역에 1가지 색을 칠할 때, 색을 칠하는 경우의 수는 $k\times5!$이다. 상수 k의 값은? (단, 빨간색과 주황색이 칠해진 두 정삼각형은 서로 꼭짓점을 공유하지 않으며, 회전하여 일치하는 경우는 모두 같은 것으로 본다.)
[5.8점]



① 2 ② 3 ③ 4
④ 6 ⑤ 12

54. 서로 다른 꽃병 3개와 서로 다른 접시 9개를 일정한 간격의 원형 탁자에 놓으려고 한다. 각각의 꽃병 사이에는 2개 이상의 접시를 놓고 각각의 꽃병 사이에 놓인 접시의 수는 모두 다르다. 꽃병과 접시 총 12개를 남김없이 늘어놓는 경우의 수를 <조건>에 맞게 구하는 풀이 과정을 서술하시오

*답안은 $a\times9!$의 형태로 구하시오.(단, a는 자연수이다.) *회전하여 일치하는 것들은 같은 것으로 본다.

중복순열 (STEP1)

55. ${}_{3}\Pi_{2}$의 값은? [3.0점]

① 6 ② 7 ③ 8
④ 9 ⑤ 10

56. 네 개의 숫자 0, 1, 2, 3에서 중복을 허용하여 만들 수 있는 모든 세 자리 자연수의 개수는?[3.9점]

① 18 ② 24 ③ 36
④ 48 ⑤ 64

57. 전체집합 $U=\{1, 2, 3, \cdots, 21\}$의 두 부분집합 A, B가 $A \subset B$를 만족시키도록 두 집합 A, B를 정하는 모든 경우의 수는?

① 2^{21} ② 3^{20} ③ 3^{21}
④ 5^{20} ⑤ 5^{21}

58. 서로 다른 4개에서 3개를 택하는 중복순열의 수는?

① 12 ② 24 ③ 48
④ 64 ⑤ 81

59. 학생 한 명이 한 개의 동아리에 반드시 가입할 때, 5명의 학생이 두 동아리 A, B에 가입하는 모든 방법의 수는? [3.6점]

① 11 ② 18 ③ 25
④ 32 ⑤ 39

60. 각 자리가 'a'와 'b'로만 이루어진 9자리의 문자열을 만들려고 한다. 9자리 문자열에 'b'의 개수가 4개이거나 문자열의 처음 4자리가 '$aabb$'인 서로 다른 문자열의 총 개수는?

① 31 ② 125 ③ 148
④ 152 ⑤ 158

61. 4명의 학생에게 각각 검은색 또는 파란색 볼펜 중 하나를 나누어 주려고 한다. 각 색깔의 볼펜이 충분히 있다고 할 때, 볼펜을 나누어주는 경우의 수는? [4.3점]

① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

62. 5명의 학생이 두 과목 A, B중에서 수강할 과목을 각각 하나씩 택하는 모든 경우의 수는? [3.8점]

① 10 ② 25 ③ 32 ④ 48 ⑤ 60

63. A,B,C,D 네 명의 학생이 체험 활동으로 뮤지컬관람, 연극관람, 영화관람 중에서 반드시 한 개를 선택하는 경우의 수는? (단, 한 개도 선택되지 않은 체험 활동이 있을 수 있다.) [3.7점]

① 64 ② 81 ③ 100 ④ 121 ⑤ 144

64. 세 문자 a, b, c중에서 중복을 허락하여 5개를 택해 일렬로 나열할 때, 문자 a가 두 번 이상 나오는 경우의 수는? [3.5점]

① 126 ② 131 ③ 136 ④ 141 ⑤ 146

65. 두 집합 $A=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7\}$, $B=\{a,\ b,\ c,\ d\}$에 대하여 A에서 B로의 함수 f가 있다. A의 원소 중 소수들은 모두 다른 함수 값을 가진다고 할 때, 함수 f의 개수는? [3.6점]

① 1436 ② 1536 ③ 1636 ④ 1736 ⑤ 1836

66. 6개의 숫자 1, 2, 3, 4, 5, 6에서 중복을 허용하여 네 자리 자연수를 만들 때, 백의 자리 숫자와 일의 자리의 숫자의 곱이 홀수인 자연수의 개수는? [3.6점]

① 324 ② 334 ③ 344 ④ 354 ⑤ 364

67. 3명의 학생이 방과 후 체육 활동으로 농구, 야구, 축구 중에서 한 가지를 택하는 경우의 수는? [4.2점]

① 25 ② 27 ③ 29
④ 31 ⑤ 33

68. 3명의 학생 A, B, C가 방과 후 학습으로 국어, 영어, 수학, 과학 중에서 한 가지를 택하는 경우의 수는? [4.0점]

① 27 ② 64 ③ 81
④ 124 ⑤ 125

69. 5개의 숫자 1, 2, 3, 4, 5 중에서 중복을 허락하여 3개를 택해 일렬로 나열하여 세 자리의 자연수를 만들 때, 3의 배수의 개수는? [4.6점]

① 37 ② 39 ③ 41
④ 43 ⑤ 45

70. 두 집합 $X=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5\}$, $Y=\{1,\ 2,\ 3\}$에 대하여 X에서 Y로의 함수 f중에서 $f(3)+f(5)=4$를 만족시키는 함수의 개수는?
[4.3점]

① 81 ② 84 ③ 87
④ 90 ⑤ 93

71. 두 집합 $A=\{a,\ b,\ c,\ d,\ e\}$, $B=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6\}$에 대하여 A에서 B로의 함수 f 중에서 다음 조건을 만족시키는 함수 f 의 개수는? [3.6점]

∘ $f(a)\neq 1$, $f(a)\neq 6$
∘ $f(b)=f(c)$

① 756 ② 792 ③ 828
④ 864 ⑤ 900

중복순열 (STEP2)

72. 두 집합 A, B가 $A=\{x|x$는 10 이하의 자연수$\}$, $B=\{x|x$는 1000 이하의 자연수$\}$일 때, $C \subset B$이고 A와 C는 서로소가 되도록 하는 집합 C의 원소의 개수의 최댓값을 구하고, 그 과정을 서술하시오. (단, 집합 C의 원소의 각 자리의 숫자는 1 또는 2로만 이루어져 있다.) [6.0점]

73. 숫자 0, 1, 2, 3, 4중에서 중복을 허용하여 네 개를 일렬로 나열하여 만든 네 자리의 자연수가 5의 배수인 경우의 수는? [4.3점]

① 100 ② 105 ③ 110
④ 115 ⑤ 125

74. 세 문자 X, Y, Z에서 중복을 허용하여 5개를 택하여 일렬로 나열하는 경우의 수는? (단, 각 문자는 적어도 1개를 택해야 한다.) [3.5점]

① 110 ② 120 ③ 130
④ 140 ⑤ 150

75. 초콜릿, 사탕, 젤리 세 종류의 간식이 각각 3개씩 있다. 이 9개의 간식 중 5개를 선택하여 2명의 학생에게 남김없이 나누어 주는 경우의 수는? (단, 같은 종류의 간식은 서로 구별하지 않고, 간식을 한 개도 받지 못하는 학생은 없다.) [4.5점]

① 110 ② 120 ③ 130
④ 140 ⑤ 150

76. 0, 1, 2, 3의 4개의 숫자를 중복 사용하여 만들 수 있는 다섯 자리의 자연수 중 각 자리에 있는 다섯 개의 숫자의 합이 6인 자연수의 개수는? [4.9점]

① 75 ② 85 ③ 91
④ 105 ⑤ 115

77. 네 숫자 1, 2, 3, 4를 중복 사용하여 다섯 자리 자연수를 만들 때, 1과 3이 모두 포함되어 있는 자연수의 개수는? [4.8점]

① 530 ② 540 ③ 550
④ 560 ⑤ 570

78. 원소가 5개인 전체집합 U가 있다. 두 부분집합 A, B에 대하여 $n(A\cap B)=2$를 만족시키는 두 집합 A, B를 정하는 경우의 수는? [4.9점]

① 27 ② 81 ③ 165
④ 270 ⑤ 298

79. 세 개의 숫자 2, 3, 4을 중복 사용하여 네 자리의 자연수를 만들 때, 만들 수 있는 모든 자연수의 총합은?

① 101×3^4 ② 110×3^5 ③ 101×3^5
④ 1011×3^4 ⑤ 1111×3^5

80. 전체집합 $U=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5\}$의 두 부분집합 A, B에 대하여 $A\cup B=U$, $A\cap B=\varnothing$이 성립하도록 하는 A, B의 순서쌍 $(A,\ B)$의 개수는?

① 10 ② 16 ③ 20
④ 25 ⑤ 32

81. 네 숫자 1, 2, 3, 4 중에서 중복을 허락하여 만든 네 자리 자연수를 크기가 작은 것부터 순서대로 나열할 때, 150번째의 네 자리 자연수는?

① 3214 ② 3221 ③ 3222
④ 3223 ⑤ 3224

82. 1000이하의 자연수 중 13, 233과 같이 각 자리의 수 중 적어도 하나의 수는 3인 자연수의 개수는?
[4.5점]

① 265 ② 267 ③ 269
④ 271 ⑤ 273

83. 서로 다른 6개의 연필을 2명에게 남김없이 나누어 주는 경우의 수와 서로 다른 2개의 지우개를 n명에게 남김없이 나누어 주는 경우의 수가 같을 때, n의 값은? (단, 연필이나 지우개를 받지 못한 사람이 있을 수도 있다.) [5.1점]

① 2 ② 4 ③ 6
④ 8 ⑤ 10

84. 집합 $X=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7\}$에서 X로의 함수 f중에서 집합 X의 모든 원소 x에 대하여 $x^2+xf(x)$의 값이 짝수인 함수 f의 개수를 m, $xf(x)$의 값이 짝수인 함수 f의 개수를 n이라 할 때, $\frac{n}{m}$의 값을 구하고 그 과정을 자세히 서술하시오. [6.0점]

85. 중복을 허용하여 6개의 숫자 0, 1, 2, 3, 4, 5로 만든 홀수를 크기가 작은 수부터 차례로 나열할 때, 2001은 몇 번째 수인가? [5.0점]

① 216 ② 217 ③ 218
④ 219 ⑤ 220

86. 다섯 개의 숫자 1,2,3,4,5에서 중복을 허락하여 3개를 택해 세 자리 자연수를 만들 때, 250보다 큰 자연수를 만드는 경우의 수는?

① 65 ② 70 ③ 75
④ 80 ⑤ 85

87. 여섯 개의 숫자 0, 1, 2, 3, 4, 5에서 중복을 허용하여 만든 자연수를 크기가 작은 것부터 순서대로 나열할 때, 3000은 몇 번째 수인가? [4.1점]

① 646 ② 647 ③ 648
④ 649 ⑤ 650

88. 다섯 개의 숫자 0, 1, 2, 3, 4 중에서 중복을 허용하여 만들 수 있는 네 자리의 자연수 중에서 짝수의 개수는? [4.4점]

① 100 ② 125 ③ 200
④ 300 ⑤ 375

89. 다섯 개의 숫자 0,1,2,3,4중에서 중복을 허용하여 만든 자연수를 크기가 작은 것부터 차례대로 나열할 때, 3000은 몇 번째 수인가? [4.0점]

① 373번째 ② 374번째 ③ 375번째
④ 376번째 ⑤ 377번째

90. 0, 1, 2, 3, 4, 5의 여섯 개의 숫자 중에서 중복을 허락하여 네 자리 자연수를 만들 때, 반드시 2를 포함하고 짝수가 되는 것의 개수는? [4.7점]

① 180 ② 260 ③ 340
④ 362 ⑤ 440

91. 전체집합 $U=\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ 의 두 부분집합 A, B에 대하여 $A \cup B = U$, $A \cap B = \{4\}$ 가 성립하도록 하는 A, B의 순서쌍 (A, B)의 개수는?[3.7점]

① 16 ② 32 ③ 64
④ 128 ⑤ 256

92. 세 자연수 2, 3, 7에서 중복을 허용하여 9개를 택한 후 모두 곱할 때, 만들 수 있는 서로 다른 자연수의 개수는?

① 45 ② 52 ③ 55
④ 63 ⑤ 84

93. 집합 $A=\{1, 2, 3, 4\}$, $B=\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$에 대하여 A에서 B로의 함수 f중에서 $f(1)\times f(2)=12$ 를 만족시키는 함수의 개수는?[3.9점]

① 64 ② 72 ③ 108
④ 144 ⑤ 180

94. 여섯 명의 학생 A, B, C, D, E, F 에게 학교 급식 만족도를 조사하려고 한다. 만족은 O, 보통은 △, 불만족은 X 로 나타낼 때, △가 두 번만 나오는 경우의 수는? (단, 기권이나 무효는 없고 모든 학생은 셋 중 하나에만 응답한다.) [4.1점]

① 200 ② 210 ③ 220
④ 230 ⑤ 240

95. 집합 $X=\{1, 2, 3, 4, 5\}$에 대하여 X에서 X로의 함수 f중에서 다음 조건을 모두 만족시키는 함수의 개수는? [5.5점]

(가) $f(4)$의 값은 홀수이다.
(나) $x<4$이면 $f(x) \geq f(4)$이다.
(다) $x>4$이면 $f(x) \leq f(4)$이다.

① 81 ② 125 ③ 160
④ 185 ⑤ 211

96. 전체집합 $U=\{x \mid x$는 10 이하의 자연수$\}$의 세 부분집합 S_1, S_2, S_3이 $n(S_1) \geq 3$, $S_1 \subset S_2 \subset S_3$을 만족시킨다. 다음은 집합 S_1, S_2, S_3의 모든 순서쌍 $(S_1,\ S_2,\ S_3)$의 개수를 구하는 과정이다.

> $n(S_1)=k$ $(3 \leq k \leq 10,\ k$는 자연수$)$인 집합 S_1의 개수는 전체집합 U의 원소 10개 중 서로 다른 k를 선택하는 조합의 수와 같으므로 ${}_{10}\mathrm{C}_k$이다.
> 또한 $S_1 \subset S_2 \subset S_3$이므로 집합 S_1에 속하지 않는 원소는 세 집합 S_2-S_1, S_3-S_2, $U-S_3$중 어느 한 집합에 속해야 한다.
> 집합 S_1에 속하지 않는 $(10-k)$개의 원소가 세 집합 S_2-S_1, S_3-S_2, $U-S_3$ 중 어느 한 집합의 원소가 되도록 정하는 경우의 수는 서로 다른 세 개에서 중복을 허락하여 $(10-k)$개를 선택하는 중복순열의 수
> ${}_3\Pi_{10-k}=$ $\boxed{\text{(가)}}$와 같다.
> 그러므로 $n(S_1)=k$일 때 집합 S_1, S_2, S_3의 순서쌍 $(S_1,\ S_2,\ S_3)$의 개수는 ${}_{10}\mathrm{C}_k \times$ $\boxed{\text{(가)}}$이다.
> 따라서 $n(S_1) \geq 3$, $S_1 \subset S_2 \subset S_3$을 만족시키는 순서쌍 $(S_1,\ S_2,\ S_3)$의 개수는 이항정리에 의하여
> ${}_{10}\mathrm{C}_3 \times 3^{10-3}+{}_{10}\mathrm{C}_4 \times 3^{10-4}+{}_{10}\mathrm{C}_5 \times 3^{10-5}+{}_{10}\mathrm{C}_6 \times 3^{10-6}$
> $+{}_{10}\mathrm{C}_7 \times 3^{10-7}+{}_{10}\mathrm{C}_8 \times 3^{10-8}+{}_{10}\mathrm{C}_9 \times 3^{10-9}+{}_{10}\mathrm{C}_{10} \times 3^{10-}$
> $=4^{10}-$ $\boxed{\text{(나)}}$ $\times 3^8$

위의 (가)에 알맞은 식을 $f(k)$, (나)에 알맞은 수를 a라 할 때, $a+f(9)$의 값은? [5.2점]

① 75 ② 79 ③ 83
④ 87 ⑤ 91

중복순열 (STEP3)

97. 0, 1, 2, 3의 네 개의 숫자 중에서 중복을 허용하여 만들 수 있는 세 자리의 비밀번호의 개수는? (단, 0과 1이 동시에 비밀번호에 포함되어 있을 경우, 0과 1은 이웃하지 않도록 비밀번호를 만든다.)[5.4점]

① 39 ② 41 ③ 42
④ 48 ⑤ 50

98. 숫자 1, 2와 문자 a, b에서 중복을 허용하여 다섯 자리의 비밀번호를 만들려고 한다. 다음 규칙에 따라 만들 수 있는 비밀번호의 개수는? [5.0점]

> (가) 맨 앞과 맨 뒤에는 숫자가 와야 한다.
> (나) 문자 a는 적어도 한 번 사용해야 한다.

① 74 ② 128 ③ 148
④ 192 ⑤ 243

99. 2, 4, 6, 8 에서 중복을 허용하여 3개를 뽑아 만들 수 있는 모든 세 자리 자연수의 합을 S 라 하고, 중복을 허용하지 않고 3개를 뽑아 만들 수 있는 모든 세 자리 자연수의 합을 T 라 하자. $S-T$ 의 값을 구하고 그 풀이과정을 서술하시오. [8.0점]

100. 서로 다른 볼펜 4개를 남김없이 서로 다른 필통 4개에 나누어 넣으려고 할 때, 넣은 볼펜의 개수가 1인 필통이 있도록 넣는 경우의 수를 구하시오. (단, 볼펜을 하나도 넣지 않은 필통이 있을 수 있다.) [10.0점]

101. 집합 $A=\{1,\ 2,\ 4,\ 5,\ 6\}$에 대하여 다음 조건을 만족시키는 함수 $f:A\rightarrow A$의 개수는? [5.0점]

> (가) $f(1)=4$
> (나) 치역의 모든 원소의 합은 10이다.

① 62 ② 63 ③ 64
④ 65 ⑤ 66

102. 세 숫자 1, 2, 3만을 사용하여 다섯 자리의 자연수를 만들 때, 세 숫자 1, 2, 3을 모두 한 번 이상씩 사용하고 숫자 2는 반드시 짝수 번 째 자리에만 오도록 놓는 경우의 수는? [4.6점]

① 28 ② 30 ③ 32
④ 34 ⑤ 36

103. 네 개의 숫자 1, 2, 3, 4 중에서 숫자 1과 3은 중복을 허락하지 않고 숫자 2와 4는 중복을 허락하여 택한 숫자로 만들 수 있는 네 자리의 자연수의 개수를 구하고, 그 과정을 자세히 서술하시오. [6.0점]

104. 집합 $X=\{1,2,3,4\}$에서
집합 $Y=\{1,2,3,4,5\}$로의 함수 중에서
$f(1)+f(2)+f(3)-f(4)=4m$ (m은 정수)를 만족시키는 함수 f의 개수는?

① 139 ② 156 ③ 185
④ 209 ⑤ 232

105. 집합 $X=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5\}$에 대하여 함수 $f:X\to X$의 치역을 A라 할 때, 다음 조건을 모두 만족시키는 함수 f의 개수는? [5.3점]

> (가) $n(A)=3$
> (나) 집합 A의 모든 원소의 합은 짝수이다.

① 600 ② 722 ③ 835
④ 882 ⑤ 900

106. 집합 $X=\{1,\ 2,\ 3,\ 4\}$에서 집합 $Y=\{0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4\}$로의 함수 f중 다음 조건을 만족시키는 함수의 개수를 구하시오. [6점]

> ○ $f(1)+f(2)=4$
> ○ 치역의 모든 원소의 곱은 짝수이다.
> ○ 함수 f는 상수함수가 아니다.

같은 것을 포함한 순열 (STEP1)

107. $1,\ 2,\ 2,\ 2,\ 3.\ 3$에 있는 6개의 숫자를 일렬로 나열하는 경우의 수는?

① 30 ② 60 ③ 90
④ 120 ⑤ 150

108. 5개의 숫자 $0,\ 0,\ 1,\ 1,\ 2$를 일렬로 배열하여 만들 수 있는 다섯 자리의 자연수의 개수는? [4.7점]

① 6 ② 9 ③ 12
④ 15 ⑤ 18

109. 분식집에 가서 라면, 쫄면, 김밥, 만두 중 중복을 허락하여 5개를 주문하려고 한다. 주문 가능한 서로 다른 주문서의 경우의 수는?

① 28 ② 35 ③ 49
④ 56 ⑤ 63

110. 그림과 같이 직사각형 모양으로 연결된 도로망이 있다. 이 도로망을 따라 A 지점에서 B 지점까지 최단거리로 가는 경우의 수는?

① 209 ② 300 ③ 389
④ 478 ⑤ 561

111. 6개의 숫자 $1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6$을 일렬로 나열하려고 한다. 124356, 214365와 같이 짝수는 그 크기가 작은 것부터 순서대로 나열하는 경우의 수는? [4.5점]

① 20 ② 30 ③ 60
④ 90 ⑤ 120

112. 9개의 문자 D, o, n, g, K, w, a, n, g을 모두 사용하여 일렬로 나열하는 경우의 수가 $n\times7!$일 때, n의 값은? [3.7점]

① 18 ② 24 ③ 30
④ 36 ⑤ 42

113. a, a, b, b, b, b, c의 7개의 문자를 일렬로 나열하는 경우의 수는? [4.4점]

① 105 ② 180 ③ 210
④ 240 ⑤ 300

114. 다섯 개의 숫자 1, 2, 3, 4, 5에서 중복을 허용하여 3개를 택해 일렬로 나열하여 만들 수 있는 세 자리 자연수 중 홀수의 개수는?
[4.1점]

① 55 ② 60 ③ 65
④ 70 ⑤ 75

115. 7개의 계단을 한번에 한 계단 또는 두 계단씩 올라가는 경우의 수는? [4.4점]

① 20 ② 21 ③ 22
④ 23 ⑤ 24

116. '$football$'에 있는 8개의 문자를 모두 일렬로 배열할 때, 맨 앞에는 알파벳 a가 오고 맨 끝에는 알파벳 b가 오도록 배열하는 방법의 수는?
[3.7점]

① 120 ② 150 ③ 180
④ 210 ⑤ 240

117. 7개의 문자 T, O, M, T, O, O, M을 일렬로 나열할 때, 2개의 T사이에 1개 이상의 문자가 놓이는 경우의 수는? [3.8점]

① 150 ② 160 ③ 170
④ 180 ⑤ 190

118. 영어 단어 $success$에 있는 7개의 문자를 일렬로 나열할 때, 3개의 s가 모두 이웃하도록 나열하는 경우의 수는? [4.5점]

① 35 ② 60 ③ 90
④ 120 ⑤ 210

119. 6개의 문자 a, a, a, a, b, b를 일렬로 나열하는 모든 경우의 수는? [3.6점]

① 15 ② 24 ③ 60
④ 120 ⑤ 720

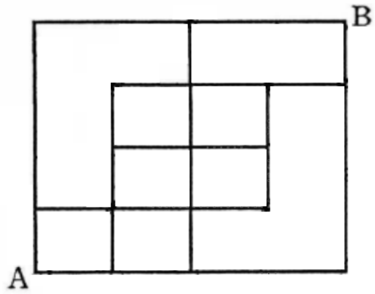
120. 여섯 개의 숫자 0, 1, 1, 2, 2, 3을 모두 사용하여 만들 수 있는 여섯 자리 자연수 중에서 짝수의 개수는? [4.8점]

① 74 ② 78 ③ 82
④ 86 ⑤ 90

121. 영어 단어 succuss에 있는 7개의 문자를 일렬로 나열하는 경우의 수는? [4.0점]

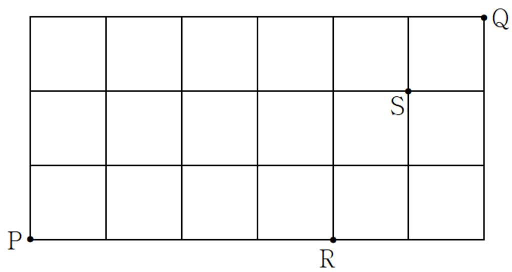
① 120 ② 210 ③ 420
④ 840 ⑤ 1260

122. 그림과 같은 도로망이 있다. A지점에서 B지점까지 최단 거리로 가는 경우의 수는? [5.2점]



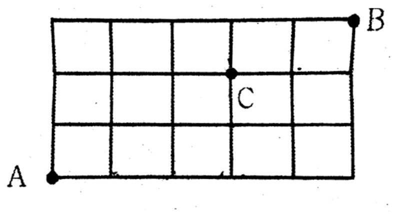
① 21 ② 22 ③ 23
④ 24 ⑤ 25

123. 그림과 같은 도로망이 있다. 지점 P에서 지점 Q까지 최단 경로로 이동하려 할 때, 지점 R은 반드시 지나고 지점 S는 지나지 않도록 가는 최단 경로의 수는? [4.8점]



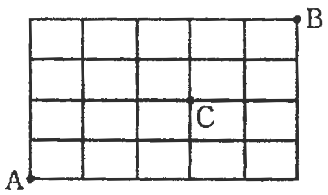
① 4 ② 6 ③ 10
④ 38 ⑤ 84

124. 그림과 같은 도로망에서 A지점에서 C지점을 거쳐 B지점까지 최단거리로 가는 경우의 수는?



① 8 ② 13 ③ 18
④ 24 ⑤ 30

125. 그림과 같은 도로망에서 A지점에서 B지점까지 최단거리로 가는 경우의 수를 m, A지점에서 C지점을 거쳐 B지점까지 최단거리로 가는 경우의 수를 n이라 하자. $m-n$의 값은? [3.8점]



① 60 ② 66 ③ 72
④ 78 ⑤ 84

같은 것을 포함한 순열 (STEP2)

126. 여섯 개의 문자 S, C, H, O, O, L을 일렬로 배열할 때, 문자 S가 오른쪽에서부터 홀수 번째에 오는 모든 경우의 수는?

① 3 ② 20 ③ 45
④ 60 ⑤ 180

127. x,x,y,y,z,w 의 6개의 문자를 일렬로 나열할 때, 같은 문자끼리는 이웃하지 않는 경우의 수는? [3.8점]

① 44 ② 54 ③ 64
④ 74 ⑤ 84

128. 1부터 6까지의 자연수가 하나씩 적혀있는 6장의 카드가 있다. 이 카드를 모두 한 번씩 사용하여 일렬로 나열할 때, 1이 적혀있는 카드는 3이 적혀있는 카드보다 왼쪽에 나열하고 짝수가 적혀있는 카드는 작은 수부터 크기 순서로 왼쪽부터 나열하는 경우의 수는? [4.6점]

① 56 ② 60 ③ 64
④ 68 ⑤ 72

129. 다섯 개의 숫자 0, 2, 2, 1, 3을 모두 사용하여 만들 수 있는 다섯 자리 자연수 중 짝수의 개수는? [4.7점]

① 30 ② 35 ③ 40
④ 45 ⑤ 50

130. $accurate$에 있는 8개의 문자를 모두 사용하여 일렬로 나열할 때, 자음은 자음끼리, 모음은 모음끼리 이웃하게 나열하는 경우의 수는?

① 144 ② 288 ③ 326
④ 432 ⑤ 540

131. 일곱 개의 문자 a, b, c, d, e, f, g를 일렬로 나열할 때, a가 b, d, g보다 앞에 오도록 나열하는 경우의 수는? [5.0점]

① 1220 ② 1230 ③ 1240
④ 1250 ⑤ 1260

132. 10개의 숫자 1, 1, 1, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 중에서 3개의 숫자를 뽑아 일렬로 배열하여 만들 수 있는 모든 세 자리 자연수의 개수를 구하시오.[5.0점]

133. infinite에 있는 8개의 문자를 일렬로 나열할 때, n 또는 t가 첫 번째에 오도록 나열하는 경우의 수는? [4.1점]

① 420 ② 630 ③ 840
④ 1050 ⑤ 1260

134. 1개의 본점과 6개의 지점으로 이루어진 어느 음식점의 본점으로부터 각 지점까지의 거리가 표와 같다.

지점	가	나	다	라	마	바
거리(km)	60	60	80	100	150	200

본점에서 각 지점에 A, B, C, D, E, F를 지점장으로 각각 발령할 때, C보다 D가 본점으로부터 거리가 먼 지점의 지점장이 되도록 6명을 발령하는 경우의 수는? [5.8점]

① 334 ② 335 ③ 336
④ 337 ⑤ 338

135. 두 집합 $A=\{2,\ 4,\ 6,\ 8,\ 10\}$, $B=\{0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4\}$에 대하여 A에서 B로의 함수 f 중에서 $f(8)+f(10)=4$를 만족시키는 함수의 개수를 구하고 그 과정을 논술하시오. [5.0점]

136. 학생 A는 국어, 수학, 영어, 한국사를 공부하기 위하여 기출 문제를 준비하였다. 각 과목의 기출 문제는 1단계 1묶음과 2단계 1묶음으로 구성되어 있다. 반드시 1단계 문제를 끝내야 2단계 문제를 풀 수 있고 1시간에 1묶음씩, 8시간 동안 공부할 때, 준비한 8묶음의 기출 문제를 모두 공부할 수 있는 경우의 수는?

① 2250 ② 2340 ③ 2430
④ 2520 ⑤ 2610

137. 서로 다른 종류의 사탕 4개와 같은 종류의 구슬 7개를 같은 종류의 주머니 4개에 남김없이 나누어 넣으려고 한다. 각 주머니에 사탕과 구슬이 각각 1개 이상씩 들어가도록 나누어 넣는 경우의 수는?

① 16 ② 20 ③ 24
④ 28 ⑤ 32

138. 1부터 7까지의 자연수가 하나씩 적혀있는 7장의 카드가 있다. 이 카드를 모두 한 번씩 사용하여 일렬로 나열할 때, 4가 적혀 있는 카드는 6이 적혀있는 카드보다 왼쪽에 나열하고, 홀수가 적혀있는 카드는 작은 수부터 크기 순서로 왼쪽부터 나열하는 경우의 수는? [3.8점]

① 105 ② 110 ③ 115
④ 120 ⑤ 125

139. $sickness$에 포함된 문자를 모두 사용하여 일렬로 배열하려고 한다.
이 때 모음끼리 모두 이웃하는 경우의 수는?

① 840 ② 1680 ③ 2520
④ 3360 ⑤ 4200

140. 5개의 정수 $2, 3, 5, 7, 11$이 있다. 중복을 허락하여 6개를 택한 후 모두 곱하였을 때, 나올 수 있는 서로 다른 정수의 개수는?

① 70 ② 165 ③ 210
④ 315 ⑤ 420

141. 세 개의 숫자 $1,\ 2,\ 3$을 중복 사용하여 다섯 자리의 자연수를 만들 때, 만들 수 있는 모든 자연수의 개수는 p이고, 이 p개의 모든 자연수의 총합은 q이다. $\frac{q}{2p}$의 값은? [5.7점]

① 11111 ② 22222 ③ 33333
④ 44444 ⑤ 55555

142. 빨간색, 주황색, 노란색, 초록색의 깃발이 각각 1개씩 있다. 이 4가지 색의 깃발을 3번 사용하여 신호를 보내려고 한다. 빨간색과 주황색을 모두 사용하는 신호의 개수를 a, 빨간색과 주황색을 모두 사용하지 않는 신호의 개수를 b라 할 때, $a+b$의 값을 구하고, 그 과정을 서술하시오.

143. $a,\ a,\ b,\ b,\ c$ 의 5개의 문자를 일렬로 배열할 때, a끼리 이웃하지 않게 배열하는 경우의 수는?[3.6점]

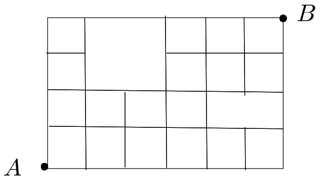
① 9 ② 12 ③ 18
④ 30 ⑤ 36

144. 8단으로 된 계단을 한 걸음에 1단 또는 2단씩 올라 맨 위의 단까지 가는 경우의 수를 구하는 과정이다. 물음에 답하시오. [총 8.0점]

(1) 1단 올라가는 횟수를 a, 2단을 올라가는 횟수를 b라 할 때, 순서쌍 $(a,\ b)$를 모두 쓰시오. [2.0점]

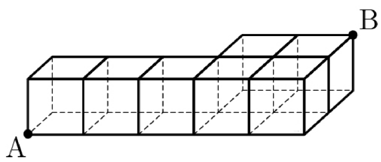
(2) 한 걸음에 1단 또는 2단씩 올라 맨 위의 단까지 가는 경우의 수를 구하는 풀이과정과 답을 (1)에서 구한 순서쌍의 경우로 나누어 서술하시오. [6.0점]

145. 그림과 같은 도로망이 있다. A지점에서 출발하여 B지점까지 최단 거리로 가는 경우의 수는?[3.8점]



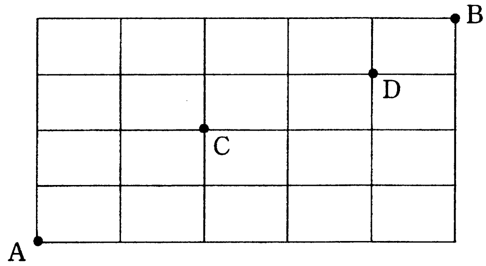
① 102 ② 142 ③ 160
④ 192 ⑤ 210

146. 그림과 같이 크기가 같은 정육면체 7개를 면끼리 완전히 포개지도록 이어 붙였다. 꼭짓점 A에서 꼭짓점 B까지 가는 최단 경로의 수는?



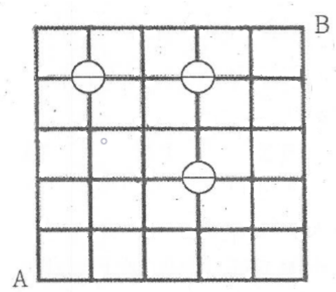
① 27 ② 98 ③ 108
④ 120 ⑤ 150

147. 다음 그림과 같은 도로망이 있다. 이 도로망을 따라 A지점에서 B지점까지 최단 거리로 갈 때, C지점을 지나고 D지점을 지나지 않는 방법의 수는? [4.8점]



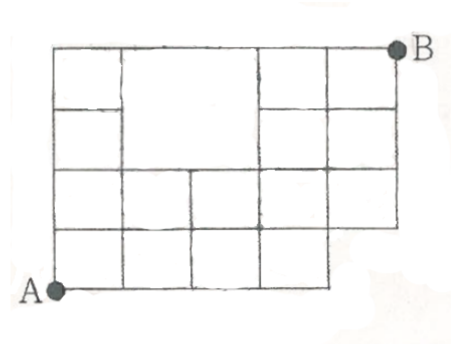
① 24 ② 36 ③ 48
④ 60 ⑤ 72

148. 그림과 같이 직사각형 모양으로 연결된 도로망에서 ⊖으로 표시된 세 지점은 장애물로 인하여 지나갈 수 없다. 이 도로망을 따라 A지점에서 출발하여 B지점까지 최단 거리로 가는 경우의 수는? [5.4점]



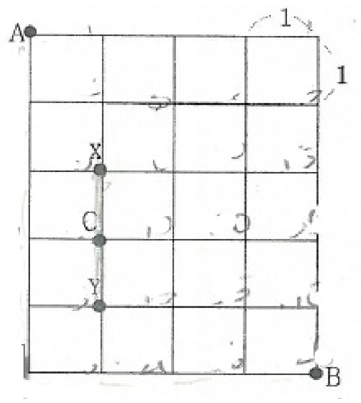
① 61 ② 63 ③ 65
④ 67 ⑤ 69

149. 그림과 같은 도로망에서 A지점에서 B지점까지 최단거리로 가는 경우의 수는? [4.7점]



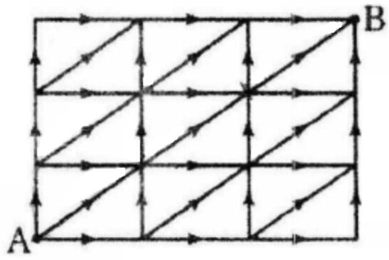
① 65 ② 70 ③ 75
④ 80 ⑤ 85

150. 그림과 같은 한변의 길이가 1인 정사각형 모양으로 연결된 도로망이 있다. A 지점에 있는 점 P는 최단 거리로 B지점을 향해 매초 1의 일정한 속력으로 도로를 따라 움직인다. C지점에 있는 점 Q는 매초 1의 일정한 속력으로 $C-X-C-Y-C-X-C-Y-C-\cdots\cdots$의 순서로 도로를 따라 움직인다. A지점에 있는 점 P와 C지점에 있는 점 Q가 동시에 출발하여 움직일 때, 점 P가 점 Q와 만나지 않고 B지점에 도착하는 경우의 수는? [4.1점]



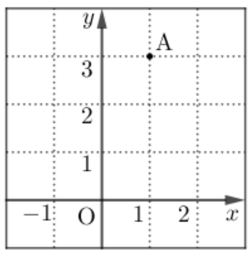
① 86 ② 90 ③ 94
④ 98 ⑤ 102

151. 그림과 같은 도로망에서 화살표 방향을 따라 지점 A에서 지점 B까지 갈 때, 대각선 (↗) 도로를 한 번 또는 두 번 이용하는 경로의 수는? [4.3점]



① 33 ② 42 ③ 53
④ 62 ⑤ 63

152. 좌표평면 위에서 상, 하, 좌, 우 네 방향 중 한 방향으로 한 번에 1만큼씩 움직이는 점 P가 있다. 이 때 원점 O에서 출발한 점 P가 8번 움직여서 최종 위치가 점 A(1, 3)이 되는 경우의 수를 구하시오.
[7점]



153. 매주 월요일부터 수요일까지 총 4주에 걸쳐 국어, 영어, 수학을 반드시 하루에 한 과목씩 아래 규칙에 따라 학습계획표를 만들려고 한다.

학습계획표			
	월요일	화요일	수요일
첫째 주			
둘째 주			
셋째 주			
넷째 주			

◦ 국어, 영어, 수학을 각각 3회, 3회, 6회 적는다.
◦ 첫째 주에는 국어, 영어, 수학을 모두 적는다.
◦ 같은 요일에는 두 과목 이상을 적는다.

학습계획표를 작성하는 모든 경우의 수를 구하는 풀이과정과 정답을 서술하시오. [10.0점]

154. 크기와 모양이 동일한 사탕 16개가 들어있는 주머니를 각각 가지고 있는 철수와 영희가 다음과 같은 게임을 하려고 한다.

(가) 게임에 참가한 한 사람의 입장에서 한 번의 게임의
결과는 승리, 무승부, 패배의 3가지가 있다.
(나) 승리한 사람은 상대방의 사탕 2개를 가져온다.
(다) 무승부의 결과가 나오면 사탕 16개가 들어있는 주머니에서 두 사람이 모두 1개씩 꺼내 갖는다.

철수와 영희가 이 게임을 8번 할 때, 8번의 게임을 마친 후 철수가 24개의 사탕을 가지고 있을 경우의 수는? [5.0점]

① 305 ② 306 ③ 307
④ 308 ⑤ 309

155. 어느 학교에 안내문을 1개씩 부착할 수 있는 게시판이 6곳이 있다. 이 학교의 수학동아리에서 X, Y, Z 세 종류의 홍보 안내문을 X는 4개, Y는 2개, Z는 2개 만들었다. 다음 조건을 만족시키도록 홍보 안내문 6개를 택하여 6곳에 부착할 때, 그 결과로 나타날 수 있는 모든 경우의 수는? (단, 같은 종류의 안내문끼리는 구별하지 않는다.) [4.0점]

(가) 세 종류의 안내문은 각각 1개 이상 반드시 부착한다.
(나) X는 2곳 이상에 부착한다.

① 60 ② 120 ③ 240
④ 360 ⑤ 450

156. 1부터 7까지의 자연수가 각각 하나씩 적혀 있는 7장의 카드가 있다. 이 카드를 모두 한 번씩 사용하여 일렬로 배열할 때, 다음 두 조건을 모두 만족시키는 경우의 수는? [4.6점]

(가) 5는 3보다 왼쪽에 배열한다.
(나) 짝수는 왼쪽에서 큰 수부터 순서대로 배열한다.

① 50 ② 105 ③ 210
④ 420 ⑤ 840

157. 6개의 숫자 1, 2, 2, 3, 4, 5를 일렬로 나열할 때, 다음을 만족하도록 나열하는 경우의 수는?
[4.6점]

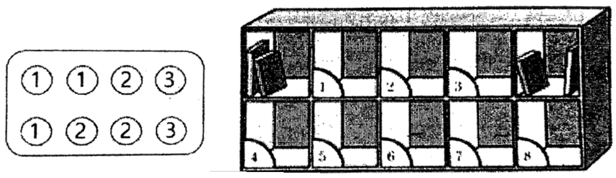
(가) 숫자 2는 서로 이웃하지 않는다.
(나) 숫자 1은 두 숫자 3, 4보다 왼쪽에 있다.

① 77 ② 80 ③ 83
④ 86 ⑤ 89

같은 것을 포함한 순열 (STEP3)

158. 여섯 개의 숫자 0,0,3,5,5,6을 모두 한 번씩 사용해 일렬로 나열하여 만든 여섯 자리의 자연수 중 천의 자리에서 반올림하면 500000보다 큰 자연수의 개수를 구하는 풀이과정과 답을 서술하시오.

159. 그림과 같이 숫자 1이 적힌 공이 3개, 숫자 2가 적힌 공이 3개, 숫자 3이 적힌 공이 2개가 있고, 비어있는 8개의 칸에 1부터 8까지의 자연수가 하나씩 적혀있는 책장이 있다. 숫자가 적힌 8개의 칸에 공을 한 칸에 한 개씩 모두 넣을 때, 숫자 1, 2, 3이 적힌 칸에 넣는 세 개의 공에 적힌 수의 합이 5가 되도록 넣는 경우의 수를 구하고 그 과정을 서술하시오. (단, 모든 공은 크기와 모양이 같다.)



160. 0을 한 개 이하 사용하여 만든 n자리 자연수 중에서 각 자리의 수의 합이 n인 자연수의 개수를 $f(n)$이라 할 때, $f(10)$의 값은?

① 82 ② 83 ③ 84
④ 85 ⑤ 86

161. $hollywood$ 에 있는 9개의 문자 중에서 4개의 문자를 뽑아 일렬로 나열하는 경우의 수를 구하고 그 풀이 과정을 서술하시오.[8.0점]

162. 네 명의 학생 A, B, C, D의 학교 급식 만족도를 조사하려고 한다. 만족은 O, 보통은 △, 불만족은 X로 나타낼 때, △가 두 번 나오는 경우의 수는? [5.0점]

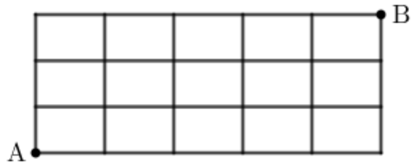
① 8 ② 12 ③ 16
④ 20 ⑤ 24

163. 7개의 숫자 1, 1, 2, 2, 2, 3, 3에서 5개를 택하여 다섯 자리의 수를 만들 때, 6의 배수의 개수는? [5.3점]

① 12 ② 18 ③ 24
④ 30 ⑤ 36

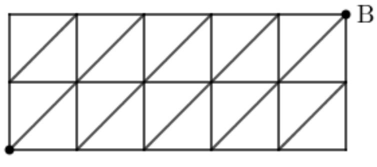
164. 세 문자 a, b, c 중에서 중복을 허락하여 4개를 택해 일렬로 나열할 때, 이웃하는 b와 c가 존재하도록 나열하는 경우의 수를 구하고, 그 과정을 서술하시오. [10.0점]

165. 그림과 같이 직사각형 모양으로 연결된 도로망이 있다. 이 도로망을 따라갈 때 가로로는 연속하여 최대 두 칸까지만 갈 수 있다면 A지점에서 출발하여 B지점까지 최단 거리로 가는 경우의 수는? (단, 도로망에서 작은 직사각형 모양의 가로, 세로를 각각 한 칸이라 한다.)
[4.6점]



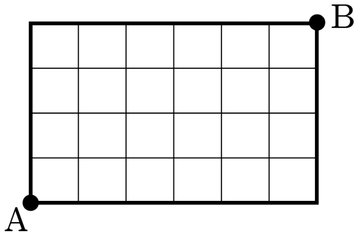
① 8 ② 10 ③ 12
④ 14 ⑤ 16

166. 그림과 같이 직각이등변삼각형 모양으로 연결된 도로망에서 각 도로가 만나는 지점을 교차점이라 하자. 이 도로망을 따라 A지점에서 출발하여 A지점과 B지점 사이에 5개의 교차점을 지나면서 B지점까지 최단 거리로 가는 경우의 수는?
[5.3점]



① 30 ② 32 ③ 34
④ 36 ⑤ 38

167. 그림과 같은 도로망이 있다. A지점에서 B지점까지 굵은 선을 3칸만 지나 최단 거리로 가는 경우의 수는? (단, 가장 작은 정사각형의 한 변을 1칸으로 한다.) [4.2점]



① 30 ② 36 ③ 44
④ 52 ⑤ 60

168. 집합 $X=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5\}$에 대하여 함수 $f: X \rightarrow X$의 치역을 A, 합성함수 $f \circ f$의 치역을 B라 할 때, 두 집합 A, B가 다음 조건을 만족시키는 함수 f의 개수는? [5.2점]

> (가) $n(A) \geq 3$
> (나) 집합 A의 모든 원소의 합이 3의 배수이다.
> (다) $n(A) > n(B)$

① 528 ② 530 ③ 532
④ 534 ⑤ 536

169. A와 B는 가위. 바위. 보 게임을 하여 다음과 같은 규칙으로 계단 오르기 게임을 하였다.

> (가) 이긴 사람은 계단을 한 칸 오른다.
> (나) 진 사람은 그 자리에 그대로 있는다.
> (다) 서로 비긴 경우에는 둘 다 그 자리에 그대로 있는다.

6회의 가위. 바위. 보 게임을 한 결과 A가 B보다 한 계단 위에 올라가 있었다. A가 자신의 가위, 바위, 보 결과를 그림과 같은 기록지에 '승', '무', '패'로 기록한다고 할 때, 나올 수 있는 서로 다른 기록지의 종류가 몇 가지인지를 구하고 그 과정을 논술하시오. (단, 게임을 위한 계단의 수는 6칸 이상이다.)
[7.0점]

1회	2회	3회	4회	5회	6회

170. 다음 조건을 만족시키는 자연수 a, b, c, d, e의 모든 순서쌍 $(a,\ b,\ c,\ d,\ e)$의 개수를 구하고, 그 과정을 서술하시오. [7점]

(가) $ab(c+d+e)=12$ (나) a, b, c, d, e중에서 적어도 2개는 짝수이다.

171. 1부터 6까지의 자연수가 하나씩 적혀있는 6장의 카드가 있다. 이 카드를 모두 한 번씩 사용하여 다음 조건을 만족시키도록 일렬로 나열하는 경우의 수는?

(가) 짝수가 적혀있는 카드는 작은 수부터 크기 순서로 왼쪽부터 나열한다. (나) 3과 5가 적혀있는 카드는 이웃하지 않는다.

① 40 ② 50 ③ 60
④ 70 ⑤ 80

조합(STEP1)

172. ${}_{10}C_4+{}_{10}C_5$의 값은? [4.1점]

① ${}_{10}C_7$ ② ${}_{11}C_3$ ③ ${}_{10}C_6$
④ ${}_{11}C_4$ ⑤ ${}_{11}C_5$

173. 8명의 학생을 두 팀으로 나누는 경우의 수는? [4.7점]

① 124 ② 125 ③ 126
④ 127 ⑤ 128

174. 6명의 학생이 떡볶이, 김밥, 라면 중에서 각자 한 가지씩 주문할 때, 적어도 두 명은 김밥을 주문하는 경우의 수는?
[4.4점]

① 467 ② 470 ③ 473
④ 476 ⑤ 479

175. 서로 다른 n개의 커피와 서로 다른 4개의 케이크를 판매하는 카페에서 A가 먼저 커피와 케이크를 각각 두 개씩 주문하고, B는 A와 다른 커피와 케이크를 각각 하나씩 주문하는 경우의 수는 360이다. 자연수 n의 값은? (단, $n \geq 3$이고, 주문하는 순서는 고려하지 않는다.)
[4.0점]

① 4 ② 5 ③ 6
④ 7 ⑤ 8

176. 전체집합 $U=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5\}$에 대하여 $A\subset U$이고 $B\subset U$이다. $n(A\cup B)=3$을 만족시키는 집합 A, B의 모든 순서쌍 $(A,\ B)$의 개수는?
[4.4점]

① 270 ② 272 ③ 274
④ 276 ⑤ 278

177. 어느 음식점의 메뉴에 피자 4종류, 스파게티 6종류의 총 10가지의 음식이 있다. 이 음식점에서 서로 다른 5가지 음식을 주문할 때, 적어도 피자 한 종류와 스파게티 두 종류는 포함되도록 주문하는 경우의 수는?
[4.3점]

① 60 ② 120 ③ 180
④ 240 ⑤ 246

조합(STEP2)

178. 어떤 카페에서는 서로 다른 2가지 음료와 서로 다른 3가지 빵을 판매하고 있다..4명이 이 카페에서 각자 음료 한 잔과 빵 한 개씩을 택하는 경우의 수는?

① 324 ② 432 ③ 648
④ 1024 ⑤ 1296

179. 두 집합 A, B가
$A=\{1,\ 2,\ 3,\ \cdots,\ 10\}$, $B=\{1,\ 2,\ \cdots,\ 6\}$일 때,
$C\subset A$, $B\cap C\neq\phi$을 만족시키는 집합 C의 개수는? [4.5점]

① 1007 ② 1008 ③ 1009
④ 1010 ⑤ 1011

조합(STEP3)

180. 같은 종류의 사탕 9개와 서로 다른 종류의 초콜릿 8개 중에서 10개를 택할 때, 택한 초콜릿의 개수가 짝수인 경우의 수는? [5.3점]

① 64 ② 127 ③ 128
④ 255 ⑤ 256

181. 서로 다른 6개의 스티커를 3명의 학생 A, B, C에게 남김없이 나누어 주려고 한다. 모든 학생이 적어도 하나의 스티커는 받도록 나누어 주는 경우의 수를 구하고, 그 과정을 서술하시오.
[6점]

중복조합(STEP1)

182. ${}_{5}\mathrm{H}_{3}={}_{n}\mathrm{C}_{3}$을 만족하는 n의 값은? [4.0점]

① 5 ② 6 ③ 7
④ 8 ⑤ 9

183. ${}_{n}\Pi_{2}+{}_{2}\mathrm{H}_{n}=57$을 만족시키는 자연수 n의 값은? [4.4점]

① 5 ② 6 ③ 7
④ 8 ⑤ 9

184. 자연수 k에 대하여 ${}_{8}\mathrm{H}_{3}={}_{k}\mathrm{C}_{3}$일 때, k의 값은?

① 8 ② 9 ③ 10
④ 11 ⑤ 12

185. x, y, z, w가 모두 음이 아닌 정수일 때, 방정식 $x+y+z+w=10$의 해의 개수는? [4.4점]

① 210 ② 286 ③ 326
④ 384 ⑤ 520

186. b세 문자 a, b, c 중에서 중복을 허락하여 4개를 택해 일렬로 나열할 때, 문자 a가 두 번 이상 나오는 경우의 수는?

① 27 ② 30 ③ 33
④ 35 ⑤ 39

187. 노란 공 8개와 파란 공 4개를 서로 다른 3개의 주머니에 넣는 경우의 수는? (단, 같은 색의 공은 서로 구분하지 않고, 공이 들어 있지 않은 주머니가 있을 수도 있다.) [5.1점]

① 600 ② 665 ③ 670
④ 675 ⑤ 680

188. 식당에서 후식으로 떡, 과일, 음료수, 아이스크림 중에서 중복을 허용하여 2개를 고르는 경우의 수는? [3.0점]

① 8 ② 10 ③ 12
④ 14 ⑤ 16

189. 똑같은 사탕 6개와 똑같은 초콜릿 5개를 A, B, C 3명에게 나누어 줄 때, 3명 모두 적어도 한 개의 사탕을 받도록 나누어 주는 경우의 수는? [3.7점]

① 210 ② 220 ③ 230
④ 240 ⑤ 250

190. 빨강, 파랑, 검정 싸인펜이 각각 9개씩 있을 때, 9개의 싸인펜을 선택하는 경우의 수는? (단, 같은 색의 싸인펜은 서로 구별하지 않는다.) [4.3점]

① 28 ② 36 ③ 45
④ 55 ⑤ 66

191. 4명에게 같은 종류의 볼펜 9개를 남김없이 모두 나누어주는 경우의 수는? (단, 볼펜을 못 받은 사람이 있을 수 있다.) [4.5점]

① 55 ② 84 ③ 126
④ 195 ⑤ 220

192. 3개의 문자 x, y, z를 이용하여 만들 수 있는 단항식 중 서로 다른 사차식의 개수는? [4.4점]

① 5 ② 10 ③ 15
④ 20 ⑤ 25

193. 같은 종류의 연필 5자루와 같은 종류의 볼펜 3자루를 서로 다른 세 필통 A, B, C에 빈 필통이 없도록 남김없이 나누어 넣을 때, 그 결과가 서로 다른 경우의 수는? [4.7점]

① 137 ② 138 ③ 139
④ 140 ⑤ 141

194. 다음 물음에 답하시오. [총 8.0점]

(1−1) 똑같은 5개의 사탕을 서로 다른 3개의 접시에 담는 방법의 수를 구하는 풀이과정과 정답을 서술하시오. (단, 빈 접시가 있을 수 있다.) [4.0점]

(1−2) 서로 다른 5개의 사탕을 서로 다른 3개의 접시에 담는 방법의 수를 구하는 풀이과정과 정답을 서술하시오. (단, 빈 접시가 있을 수 있다.) [4.0점]

195. 주사위 한 개를 네 번 던져 나온 눈의 수를 차례대로 a, b, c, d라고 할 때, $a \le b \le c \le d$인 경우의 수는? [4.6점]

① 15 ② 36 ③ 60
④ 126 ⑤ 360

196. <조건>을 만족시키는 네 자연수 a, b, c, d로 이루어진 모든 순서쌍 (a, b, c, d)의 개수는?

- $a+b+c+d=7$
- $a \times b \times c \times d$는 4의 배수이다.

① 6 ② 8 ③ 10
④ 12 ⑤ 14

197. 방정식 $a+b+c=10$를 만족시키는 양의 정수 a, b, c의 모든 순서쌍 (a, b, c)의 개수는?

① 28 ② 36 ③ 45
④ 55 ⑤ 66

198. 방정식 $x+y+z=10$을 만족시키는 자연수 x, y, z의 모든 순서쌍 $(x,\ y,\ z)$의 개수는? [4.1점]

① 26 ② 36 ③ 46
④ 56 ⑤ 66

199. 다항식 $(a+b+c)^6$의 전개식에서 서로 다른 항의 개수는?[3.9점]

① 28 ② 29 ③ 30
④ 31 ⑤ 32

200. $(a+b)^4(x+y+z)^3$의 전개식에서 서로 다른 항의 개수는? [4.0점]

① 10 ② 15 ③ 25
④ 50 ⑤ 75

201. 다항식 $(a+b+c+d)^5$의 전개식에서 서로 다른 항의 개수는?[4.1점]

① 56 ② 63 ③ 70
④ 77 ⑤ 84

202. $(a+b+c)^7$을 전개할 때 생기는 서로 다른 항의 개수는? [3.8점]

① 36 ② 40 ③ 44
④ 48 ⑤ 52

203. $(x+y+z)^n$의 전개식에서 서로 다른 항의 개수가 15가 되도록 하는 자연수 n의 값은? [4.0점]

① 3 ② 4 ③ 5
④ 6 ⑤ 7

중복조합(STEP2)

204. 회원이 8명인 어느 동아리에서 A, B, C 세 곳 중 한 곳으로 수련회를 가기로 하고, 투표용지에 각자 가고 싶은 곳을 무기명으로 기표하기로 했다. 각 회원이 2곳에 기표할 때, 나올 수 있는 경우의 수는? (단, 기권 또는 무효표는 없다.) [4.8점]

① ${}_3H_8$ ② ${}_3H_{16}$ ③ ${}_6H_8$
④ ${}_3\Pi_8$ ⑤ ${}_3\Pi_{16}$

205. 집합 $X=\{1,\ 2,\ 3\}$에서 $Y=\{3,\ 4,\ 5,\ 6\}$으로의 함수 $f:X\to Y$중에서 $f(1)\le f(2)$를 만족시키는 f의 개수는? [4.9점]

① 40 ② 45 ③ 50
④ 55 ⑤ 60

206. 딸기 사탕 5개, 포도 사탕 9개, 초콜릿 사탕 9개가 들어있을 때, 상자에서 9개의 사탕을 선택하는 경우의 수는? (단, 같은 종류의 사탕은 서로 구별하지 않는다.)

① 43 ② 45 ③ 48
④ 52 ⑤ 55

207. 어떤 학교의 한 층에는 9개의 교실이 일렬로 배치되어 있다. 같은 종류의 손소독기 3대를 3개의 교실에 1대씩 배치하되, 손소독기를 배치한 어느 두 교실도 인접하지 않도록 손소독기 3대를 배치하는 모든 방법의 수는?[4.6점]

① 10 ② 20 ③ 35
④ 56 ⑤ 84

208. 주사위 한 개를 세 번 던져 나온 눈의 수를 차례대로 $a,\,b,\,c$ 라고 할 때, $a\le b\le c$ 인 경우의 수를 구하고 그 풀이과정을 서술하시오.[6.0점]

209. 한 개의 주사위를 4번 던져서 나온 눈의 수를 차례로 a,b,c,d라 하자. 방정식 $a+b+c+d=7$을 만족시키는 모든 순서쌍 (a,b,c,d)의 개수는?

① 4 ② 6 ③ 10
④ 15 ⑤ 20

210. 빨간 공, 노란 공, 파란 공이 각각 10개씩 들어있는 주머니에서 12개의 공을 꺼낼 때, 각 색깔의 공이 적어도 2개씩은 포함되는 경우의 수는? (단, 같은 색의 공은 서로 구분하지 않고, 공을 꺼내는 순서는 무시한다.) [5.3점]

① 14 ② 28 ③ 56 ④ 84 ⑤ 98

211. 어느 아이스크림 가게에서 바닐라, 딸기, 초콜릿, 녹차 4가지 맛 아이스크림을 판매하고 있다. 이 아이스크림 가게에서 아이스크림 7개를 구매하는 경우의 수는?[3.5점]

① 24 ② 28 ③ 120 ④ 180 ⑤ 210

212. 빨간 공 8개, 노란 공 10개, 파란 공 10개 중에서 10개의 공을 택하는 경우의 수는? (단, 같은 색의 공은 서로 구별하지 않는다.) [4.8점]

① 62 ② 63 ③ 64 ④ 65 ⑤ 66

213. 세 문자 a, b, c중에서 중복을 허락하여 3개를 택해 일렬로 나열할 때, 이웃하는 a와 b가 존재하도록 나열하는 경우의 수는?[4.8점]

① 7 ② 10 ③ 13 ④ 16 ⑤ 19

214. 흰 공, 노란 공, 파란 공이 각각 6개씩 들어 있는 주머니에서 8개의 공을 꺼낼 때, 각 색깔의 공이 적어도 한 개씩은 포함되는 경우의 수는? (단, 같은 색의 공은 서로 구분하지 않고, 공을 꺼내는 순서는 무시한다.) [4.0점]

① 19 ② 21 ③ 23 ④ 25 ⑤ 27

215. 2이상의 자연수 a,b,c에 대하여 $abc=3^n$을 만족시키는 a,b,c순서쌍 (a,b,c)의 개수가 36일 때, 자연수 n의 값은? [4.0점]

① 11 ② 10 ③ 9 ④ 8 ⑤ 7

216. $2^x \times 2^y \times 2^z = 1024$를 만족시키는 자연수 x, y, z의 순서쌍 $(x,\ y,\ z)$의 개수를 구하는 풀이과정과 답을 서술하시오. [5.0점]

217. 방정식 $x+y+z=15$를 만족시키는 x, y, z가 모두 홀수인 자연수해 순서쌍 $(x,\ y,\ z)$의 개수는? [4.8점]

① 14 ② 18 ③ 28
④ 36 ⑤ 56

218. $x \ge 0,\ y \ge 1,\ z \ge 2$ 일 때, 방정식 $x+y+z=n$ 을 만족시키는 정수 x, y, z 의 모든 순서쌍 $(x,\ y,\ z)$ 의 개수가 15이다. 자연수 n의 값은?[4.1점]

① 7 ② 8 ③ 9
④ 10 ⑤ 11

219. $1 \le |a| \le b \le |c| \le 7$을 만족시키는 세 정수 a, b, c의 순서쌍 $(a,\ b,\ c)$의 개수는? [4.6점]

① 84 ② 140 ③ 168
④ 336 ⑤ 672

220. 필통에 같은 종류의 지우개 6개, 같은 종류의 색연필 6개, 같은 종류의 싸인펜 6개가 들어있다. 이 필통에서 8개를 동시에 꺼내는 경우의 수는? (단, 같은 종류끼리는 서로 구별하지 않는다.) [4.1점]

① 12 ② 24 ③ 36
④ 48 ⑤ 60

221. 한 개의 주사위를 6번 던져서 나온 눈의 수를 차례로 a,b,c,d,e,f라고 하자. 이 때 $a \leqq b \leqq c \leqq d \leqq e \leqq f$인 경우의 수는?

① 254 ② 382 ③ 462
④ 524 ⑤ 618

222. 네 종류의 과일 딸기, 사과, 배, 복숭아가 각각 16개 이상씩 있을 때, 이 네 종류의 과일 중에서 16개를 동시에 구입하려고 한다. 이때, 딸기는 3개 이하, 사과는 4개 이상, 배는 1개 이상, 복숭아는 2개 이상을 구입하는 경우의 수는? (단, 하나도 구입하지 않은 과일이 있을 수 있고, 같은 종류의 과일은 서로 구분하지 않는다.)[5.8점]

① 28 ② 84 ③ 109
④ 164 ⑤ 220

223. 회원이 9명인 어느 동아리에서 A, B, C 세 곳 중 한 곳으로 수련회를 가기로 하고, 무기명으로 기표하기로 했다. 각 회원이 서로 다른 2곳에 기표할 때, 나올 수 있는 모든 경우의 수는? (단, 기권 또는 무효표는 없다.) [4.2점]

① 22 ② 33 ③ 44
④ 55 ⑤ 66

224. 집합 A, B는 집합 $U=\{a \mid 1 \le a \le 10$인 자연수$\}$의 부분집합이고, $A \cap B=\{1,\ 2\}$, $(A \cup B)^C=\{3\}$을 만족한다. 이 때, 두 집합 A, B의 순서쌍 $(A,\ B)$의 개수는? [4.9점]

① 81 ② 128 ③ 243
④ 256 ⑤ 512

225. 자연수 n에 대하여 $abcd=3^n$을 만족시키는 1보다 큰 자연수 a, b, c, d의 순서쌍 $(a,\ b,\ c,\ d)$의 개수가 20이다. n의 값을 구하고, 그 풀이 과정을 쓰시오. [7점]

226. 방정식 $x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 6$을 만족시키는 x_1, x_2, x_3, x_4에서 대하여 $x_1 \ge 2$, $x_2 \le 1$, $x_3 \ge 1$, $x_4 \le 3$인 정수해의 개수는? [4.7점]

① 35 ② 70 ③ 120
④ 135 ⑤ 150

227. 같은 종류의 연필 n자루를 서로 다른 3개의 필통에 넣으려고 한다. 빈 필통이 없도록 연필을 넣는 경우의 수가 55일 때, n의 값은? [4.6점]

① 11 ② 12 ③ 13
④ 14 ⑤ 15

228. 장미, 국화, 카네이션으로 꽃바구니를 만들려고 한다. 장미는 적어도 2송이, 국화는 적어도 3송이를 넣어 10송이의 꽃이 들어있는 꽃바구니를 만드는 경우의 수는? (단, 장미, 국화, 카네이션은 충분히 많이 있다.) [4.2점]

① 21 ② 27 ③ 30
④ 35 ⑤ 42

229. $x \ge 1,\ y \ge 2,\ z \ge 3$인 세 정수 $x,\ y,\ z$에 대하여 방정식

$$x+y+z=16$$

을 만족시키는 $x,\ y,\ z$의 순서쌍 $(x,\ y,\ z)$의 개수는? [4.0점]

① 44 ② 55 ③ 66
④ 77 ⑤ 88

230. 0부터 99999까지의 정수 중에서 각 자리의 숫자의 합이 9가 되는 정수의 개수는? [4.9점]

① 625 ② 670 ③ 715
④ 760 ⑤ 805

231. 같은 종류의 공 20개를 4개의 상자 A, B, C, D에 나누어 담으려고 한다. A상자에는 2개 이상, B상자에는 3개 이상, C상자에는 4개 이상의 공을 담는 경우의 수는? (단, D 상자에는 공을 담지 않을 수 있다.)
[5.1점]

① 182 ② 364 ③ 546
④ 728 ⑤ 910

232. 집합 $X=\{1,\ 2,\ 3,\ 4\}$에서 집합 $Y=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6\}$로의 함수 f에 대하여 일대일함수의 개수를 a, $f(1)\le f(2)\le f(3)\le f(4)$인 함수의 개수를 b, $f(1)=2,\ f(2)\ne 4$를 만족시키는 함수의 개수를 c라고 할 때, $a+b+c$의 값은? [4.0점]

① 321 ② 555 ③ 611
④ 624 ⑤ 666

233. 유민, 형민, 아린, 연서 4명의 아이에게 같은 종류의 초콜릿 6개를 적어도 한 개씩 남김없이 나누어주고, 서로 다른 종류의 음료수 4개를 각각의 아이에게 1개씩 나누어주는 방법의 수는?
[4.8점]

① 60 ② 120 ③ 240
④ 720 ⑤ 1024

234. 학생회 임원 5명을 대상으로 학교 급식 만족도 조사를 무기명으로 실시하려고 한다. 만족, 불만족, 보통 중에서 하나만 선택할 수 있다고 할 때, 나올 수 있는 모든 경우의 수는? (단, 기권이나 무효표는 없다.) [4.8점]

급식 만족도 조사

만족	
보통	
불만족	

① 21 ② 35 ③ 81
④ 125 ⑤ 243

235. 네 개의 비어 있는 상자 A, B, C, D가 있다. 각각의 상자에 최대 5개의 공을 넣을 수 있을 때, 네 상자 A, B, C, D에 $n(1 \le n \le 20)$개의 공을 남김없이 나누어 넣는 경우의 수를 $f(n)$이라 하자. 다음은 $f(13)+f(14)+f(15)$의 값을 구하는 과정이다.

> 네 상자 A, B, C, D에 n개의 공을 남김없이 나누어 넣는 경우의 수는 공이 5개씩 모두 20개가 들어 있는 네 상자 A, B, C, D에서 총 $20-n$개의 공을 꺼내는 경우의 수와 같다.
> (ⅰ) $n=13$인 경우
> 공이 5개씩 모두 20개가 들어 있는 네 상자 A, B, C, D에서 총 7개의 공을 꺼내는 경우의 수와 같으므로
> $f(13)=$ (가)
>
> (ⅱ) $n=14$인 경우
> 공이 5개씩 모두 20개가 들어있는 네 상자 A, B, C, D에서 총 6개의 공을 꺼내는 경우의 수와 같으므로
> $f(14)=$ (나)
> (ⅲ) $n=15$인 경우
> 공이 5개씩 모두 20개가 들어있는 네 상자 A, B, C, D에서 총 5개의 공을 꺼내는 경우의 수와 같으므로
> $f(15)=$ (다)
> (ⅰ), (ⅱ), (ⅲ)에 의해
> $f(13)+f(14)+f(15)=$ (가) $+$ (나) $+$ (다) 이다.

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각 a, b, c라 할 때, $a+b+c$의 값은? (단, 공은 구별하지 않고, 공을 하나도 넣지 않은 상자가 있을 수 있다.) [5.2점]

① 224 ② 228 ③ 232
④ 236 ⑤ 240

236. 네 정수 a, b, c, d에 대하여 $1 \le |a| \le |b| \le |c| \le |d| \le 5$를 만족시키는 모든 순서쌍 (a, b, c, d)의 개수는?

① 960 ② 1000 ③ 1040
④ 1080 ⑤ 1120

237. 연립방정식 $\begin{cases} x+y+3z+w=15 \\ x+y+z+w=11 \end{cases}$을 만족시키는 음이 아닌 정수 x, y, z, w의 모든 순서쌍 (x, y, z, w)의 개수는?

① 40 ② 45 ③ 50
④ 55 ⑤ 60

238. 부등식 $x+y+z+w \le 3$를 만족시키는 음이 아닌 정수 x, y, z, w를 택하는 경우의 수는? [4.8점]

① 20 ② 25 ③ 30
④ 35 ⑤ 40

239. 방정식 $x+y+2z=7$을 만족시키는 음이 아닌 정수 x, y, z의 모든 순서쌍 (x, y, z)의 개수는? [4.5점]

① 18 ② 20 ③ 22
④ 24 ⑤ 26

240. 방정식 $x+y+z=7$에 대하여 x, y, z가 모두 음이 아닌 정수인 해의 개수를 A, x, y, z가 모두 자연수인 해의 개수를 B라 할 때, $A+B$의 값은? [4.5점]

① 36 ② 41 ③ 45
④ 51 ⑤ 56

241. 서로 다른 모양의 공 4개와 같은 모양의 공 4개를 서로 다른 상자 A, B에 모두 넣는 경우의 수는? (단, 어떤 상자에 공이 하나도 없을 수 있고, 같은 모양의 공은 구분하지 않는다.)[3.8점]

① 16 ② 32 ③ 48
④ 64 ⑤ 80

242. 자연수 n에 대하여 $a+2b+c+2d=2n$을 만족시키는 음이 아닌 정수 a, b, c, d의 모든 순서쌍 (a, b, c, d)의 개수를 a_n이라 할 때, $a_{19}-a_{18}$의 값을 구하고, 그 과정을 서술하시오.

243. 같은 종류의 쿠키 6개를 3개의 접시에 나누어 담는 경우의 수를 구하려고 한다. 접시가 같은 종류일 때의 경우의 수를 a, 접시가 다른 종류일 때의 경우의 수를 b라 할 때, $a+b$의 값은? (단, 빈 접시가 있을 수 있다.)
[5점]

① 29 ② 31 ③ 33
④ 35 ⑤ 37

244. 다음 조건을 만족시키는 정수 a, b, c, d의 모든 순서쌍 (a, b, c, d)의 개수는? [4.2점]

- $a+b+c+4d=10$
- $a \geq 0,\ b \geq 2,\ c \geq -2,\ d \geq 0$

① 80 ② 90 ③ 100
④ 110 ⑤ 120

245. 다음 조건 (가), (나)를 만족시키는 자연수 s, t, u, v의 모든 순서쌍 (s, t, u, v)의 개수는?

(가) $s \leq t \leq 10 \leq u < v < 20$
(나) $s \times t \times u \times v$는 홀수이다.

① 100 ② 130 ③ 150
④ 180 ⑤ 200

246. 다음 조건을 만족시키는 정수 x, y, z의 모든 순서쌍 (x, y, z)의 개수는? [4.2점]

- $1 \leq |x| \leq y \leq |z| \leq 8$
- $xyz < 0$

① 160 ② 180 ③ 200
④ 220 ⑤ 240

247. 집합 $X=\{1, 2, 3, 4, 5\}$에 대하여 함수 $f: X \to X$의 치역을 A, 합성함수 $f \circ f$의 치역을 B라 할 때, 다음 [조건]을 만족시키는 두 집합 A, B에 대하여 함수 f의 개수는? [5.0점]

[조 건]
(가) $n(A)=3$
(나) $n(A)>n(B)>0$

① 96 ② 100 ③ 144
④ 900 ⑤ 960

248. 어느 학교 도서관에서 철학, 사회과학, 자연과학, 문학, 역사 분야에 해당하는 책을 각 분야별로 10권씩 총 50권을 준비하였다. 한 학급에서 이 50권의 책 중 24권의 책을 선택하려고 할 때, 다음 조건 (가), (나)를 만족시키도록 선택하는 경우의 수는? (단, 같은 분야에 해당하는 책은 서로 구별하지 않는다.)

> (가) 철학, 사회과학, 자연과학의 세 분야를 반드시 포함하여 선택된 분야는 4가지가 되도록 한다.
> (나) 각 분야의 책은 4권 이상씩 선택한다.

① 290 ② 298 ③ 306
④ 322 ⑤ 330

249. 집합 $X=\{1,2,3,4,5,6,7,8\}$에 대하여 다음 조건을 만족시키는 함수 $f:X\to X$의 개수를 k개라고 할 때, $\frac{k}{49}$의 값은? [4.3점]

> (가) 함수 f의 치역의 원소의 개수는 3이다.
> (나) 집합 X의 임의의 두 원소 x_1, x_2에 대하여 $x_1 < x_2$이면 $f(x_1) \le f(x_2)$이다.

① 3 ② 8 ③ 12
④ 16 ⑤ 24

250. 다음 조건을 모두 만족시키는 세 자연수 x, y, z의 모든 순서쌍 $(x,\ y,\ z)$의 개수는? [5.4점]

> (가) 세 수 x, y, z의 합은 짝수이다.
> (나) $x \le y \le z \le 12$

① 178 ② 180 ③ 182
④ 184 ⑤ 186

251. 다음 조건을 만족시키는 자연수 x, y, z, w의 모든 순서쌍 $(x,\ y,\ z,\ w)$의 개수는? [5.1점]

> (가) $x+y+z+w=21$
> (나) x, y, z, w 중에서 2개는 3으로 나눈 나머지가 1이고, 2개는 3으로 나눈 나머지가 2이다.

① 56 ② 112 ③ 168
④ 252 ⑤ 336

252. 다음 조건을 만족시키는 음이 아닌 정수 a, b, c의 모든 순서쌍 $(a,\ b,\ c)$의 개수는?
[4.9점]

(가) $a+b+c=9$ (나) $2^a \times 3^b$은 6의 배수이다.

① 36 ② 40 ③ 44
④ 48 ⑤ 52

253. 두 집합 $X=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6\}$,
$Y=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7,\ 8\}$에 대하여 함수 $f : X \to Y$가 다음 조건을 만족시킬 때, 함수 f의 개수를 구하고, 그 과정을 보이시오. [10.0점]

(가) $f(3)$는 3의 배수이다. (나) 집합 X의 임의의 두 원소 x_1, x_2에 대하여 $x_1 < x_2$이면 $f(x_1) \le f(x_2)$이다.

254. 집합 $X=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6\}$에 대하여 함수 $f : X \to X$중에서 다음 조건을 모두 만족시키는 함수 f의 개수를 구하고 그 과정을 논술하시오. [6.0점]

(가) $f(1)f(6)=12$ (나) $f(1) \le f(2) \le f(3) < 6$ (다) $1 < f(4) < f(5) < f(6)$

중복조합(STEP3)

255. 방정식 $x_1+x_2+x_3-x_4=6$을 만족시키는 x_1, x_2, x_3, x_4에 대하여 $x_1 \geq 0$, $x_2 \geq 1$, $x_3 \geq 3$, $x_4 \leq 2$인 정수해의 개수는? [5.2점]

① 20 ② 28 ③ 35
④ 42 ⑤ 56

256. $xyz=2^n$을 만족시키는 3보다 큰 자연수 x, y, z의 순서쌍 (x, y, z)의 개수가 28일 때, n의 값을 구하시오. (단, n은 자연수이다.)

257. 집합 $A=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6\}$에 대하여 다음 두 조건을 만족하는 함수 $f: A \to A$의 개수는?
[5.3점]

(가) $f(1)=4$
(나) 치역의 모든 원소의 합은 9이다.

① 171 ② 181 ③ 191
④ 201 ⑤ 211

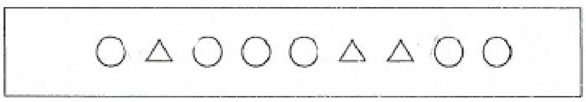
258. 사과, 배, 복숭아를 한 상자에 담으려고 한다. 한 상자에 사과는 적어도 한 개, 배는 적어도 두 개, 복숭아는 적어도 세 개를 넣어서 모두 9개 이하가 들어 있도록 담는 방법의 수는? (단, 사과, 배, 복숭아는 각각 9개 이상씩 있다.)
[5.3점]

① 15 ② 20 ③ 25
④ 30 ⑤ 35

259. 사과 8개와 배 3개를 세 사람에게 남김없이 나누어 줄 때, 과일을 한 개도 받지 못하는 사람이 생기지 않도록 나누어주는 경우의 수는? (단, 같은 종류의 과일은 서로 구별하지 않는다.)
[5.7점]

① 237 ② 273 ③ 309
④ 345 ⑤ 381

260. 같은 종류의 삼각형 3개, 같은 종류의 원 6개를 모두 사용하여 일렬로 나열하려고 한다. 모양의 변화가 홀수 번 일어나도록 나열하는 경우의 수는? (다음 그림과 같이 나열하면 모양의 변화가 4번 일어난 것이다.) [4.3점]



① 32 ② 36 ③ 38
④ 40 ⑤ 42

261. 같은 종류의 샌드위치 6개를 학생 A, B, C, D에게 나누어줄 때, 한 개도 받지 못하는 사람이 생기는 경우의 수는? [5.1점]

① 70 ② 72 ③ 74 ④ 76 ⑤ 78

262. 빨간 공 4개, 노란 공 6개, 파란 공 6개의 공이 들어있는 주머니에서 8개의 공을 동시에 꺼낼 때, 세 색깔의 공이 적어도 1개씩 포함되도록 하는 경우의 수는? (단, 같은 색의 공은 서로 구별하지 않는다.)[4.2점]

① 17 ② 18 ③ 19 ④ 20 ⑤ 21

263. 빨간색, 파란색, 검정색 깃발이 있다. 각 색의 깃발을 적어도 하나씩 포함하여 10개 이하의 깃발을 선택하는 방법의 수를 구하고 그 과정을 논술하시오. (단, 각 색의 깃발은 10개 이상씩 있고, 같은 색의 깃발은 서로 구별이 되지 않는다.) [7.0점]

264. 네 자리의 자연수 중에서 각 자리의 수의 합이 7인 홀수의 개수는?
[5.2점]

① 26 ② 28 ③ 30 ④ 32 ⑤ 34

265. 검은 바둑돌 7개와 흰 바둑돌 8개를 일렬로 나열할 때 바둑돌의 색이 6번 바뀌는 경우의 수는? (단, 같은 색의 바둑돌은 서로 구별하지 않는다.) [5.4점]

① 525 ② 640 ③ 840 ④ 945 ⑤ 999

266. 두 집합 $X=\{0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4\}$, $Y=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6\}$에 대하여 함수 $f:X \to Y$중에서 다음 조건을 모두 만족시키는 함수 f의 개수는? [5.3점]

(가) $f(0)+f(3)=6$
(나) $3<f(3)<f(4)$
(다) $f(0) \le f(1) \le f(2) \le 4$

① 13 ② 22 ③ 27 ④ 30 ⑤ 33

267. 크기와 모양이 같은 흰 공 3개와 검은 공 5개를 서로 다른 3개의 상자 A, B, C에 남김없이 넣으려고 할 때, 다음 조건을 만족시키도록 넣는 경우의 수는?

> (가) 상자 A에는 흰 공을 1개 이상 넣는다.
> (나) 흰 공만 들어있는 상자는 없도록 넣는다.

① 41　② 53　③ 58　④ 61　⑤ 72

268. n명의 사람이 각자 세 상자 A, B, C 중 2개의 상자를 선택하여 각 상자에 공을 하나씩 넣을 때, 세 상자에 서로 다른 개수의 공이 들어가는 경우의 수를 구하시오. (단, n은 6의 배수인 자연수이고 공은 구별하지 않는다.)

269. 세 명의 학생 A, B, C에게 같은 종류의 사탕 6개와 다른 종류의 초콜릿 5개를 다음 규칙에 따라 남김없이 나누어 주는 경우의 수는? (단, 사탕이나 초콜릿을 못 받는 사람이 있을 수 있다.) [5.0점]

> ◦ 학생 A가 받는 사탕의 개수는 1이상이다.
> ◦ 학생 B가 받는 사탕의 개수와 초콜릿의 개수의 합은 1이상이다.

① 4608　② 4709　③ 4810　④ 4911　⑤ 5012

270. 자연수 n에 대하여 $3a+3b+c+d=3n$을 만족시키는 음이 아닌 정수 a, b, c, d의 모든 순서쌍 (a, b, c, d)의 개수를 $f(n)$이라 하자. 다음은 $f(n)$을 구하는 과정이다.

> 음이 아닌 정수 a, b, c, d가 $3a+3b+c+d=3n$을 만족시키려면 음이 아닌 정수 k에 대하여 $c+d=3k$이어야 한다.
> $c+d=3k$인 경우는 음이 아닌 정수 k_1, k_2에 대하여 $c=3k_1$, $d=3k_2$인 경우이거나 음이 아닌 정수 k_3, k_4에 대하여 $c=3k_3+1$, $d=3k_4+2$인 경우이거나 음이 아닌 정수 k_5, k_6에 대하여 $c=3k_5+2$, $d=3k_6+1$인 경우이다.
> (1) $c=3k_1$, $d=3k_2$인 경우
> $3a+3b+c+d=3n$을 만족시키는 음이 아닌 정수 a, b, c, d의 모든 순서쌍 (a, b, c, d)의 개수는 $\boxed{(가)}$이다.
> (2) $c=3k_3+1$, $d=3k_4+2$인 경우
> $3a+3b+c+d=3n$을 만족시키는 음이 아닌 정수 a, b, c, d의 모든 순서쌍 (a, b, c, d)의 개수는 $\boxed{(나)}$이다.
> (3) $c=3k_5+2$, $d=3k_6+1$인 경우
> $3a+3b+c+d=3n$을 만족시키는 음이 아닌 정수 a, b, c, d의 모든 순서쌍 (a, b, c, d)의 개수는 $\boxed{(나)}$이다.
> (1), (2), (3)에 의하여 $3a+3b+c+d=3n$을 만족시키는 음이 아닌 정수 a, b, c, d의 모든 순서쌍 (a, b, c, d)의 개수 $f(n)$은
> $f(n)=\boxed{(가)}+2\times\boxed{(나)}$ 이다.

위의 (나)에 알맞은 식을 $g(n)$이라 할 때, $f(6)+g(3)$의 값은? [5.5점]

① 176　② 186　③ 196　④ 206　⑤ 216

271. 네 명의 학생 A, B, C, D에게 같은 종류의 초콜릿 9개를 다음 규칙에 따라 남김없이 나누어 주는 경우의 수는? [5.0점]

> (가) 각 학생은 적어도 1개의 초콜릿을 받는다.
> (나) 학생 A는 학생 B보다 더 많은 초콜릿을 받는다.

① 18 ② 19 ③ 20
④ 21 ⑤ 22

연필 8자루와 볼펜 5자루를 다음 조건을 만족시키도록 여학생 3명과 남학생 2명에게 남김없이 나누어 주는 경우의 수는? (단, 연필끼리는 서로 구별하지 않고, 볼펜끼리도 서로 구별하지 않는다.)

> (가) 여학생이 각각 받는 연필의 개수는 서로 같고, 남학생이 각각 받는 볼펜의 개수도 서로 같다.
> (나) 여학생은 연필을 1자루 이상 받고, 볼펜을 받지 못하는 여학생이 있을 수 있다.
> (다) 남학생은 볼펜을 1자루 이상 받고, 연필을 받지 못하는 남학생이 있을 수 있다.

① 105 ② 111 ③ 117
④ 123 ⑤ 129

272. 다음 조건을 만족시키는 음이 아닌 정수 x, y, z, p, q의 모든 순서쌍 $(x,\ y,\ z,\ p,\ q)$의 개수는? [4.3점]

> (가) $x+y+z+p+q=8$
> (나) $x=z\neq p$

① 95 ② 94 ③ 88
④ 77 ⑤ 70

273. 다음 조건을 만족시키는 자연수 a, b, c, d, e의 모든 순서쌍 $(a,\ b,\ c,\ d,\ e)$의 개수를 구하고 풀이과정을 서술하시오. [4.0점]

> (가) $a+b+c+d=7$
> (나) $d+e=3$

274. 다음 조건을 만족시키는 음이 아닌 정수 a, b, c, d, e의 모든 순서쌍 $(a,\ b,\ c,\ d,\ e)$의 개수는? [5.5점]

(가) $c+d>2$
(나) $a\times b\times(c+d)\times e=15$

① 30 ② 42 ③ 46
④ 51 ⑤ 57

275. 다음 조건을 만족시키는 음이 아닌 정수 x_1, x_2, x_3의 모든 순서쌍 $(x_1,\ x_2,\ x_3)$의 개수는? [5.5점]

(가) $n=1,\ 2$일 때, $x_{n+1}-x_n\ge 2$이다.
(나) $x_3\le 8$

① 30 ② 35 ③ 40
④ 45 ⑤ 50

276. 다음 조건을 만족시키는 2 이상의 자연수 a, b, c, d의 모든 순서쌍 $(a,\ b,\ c,\ d)$의 개수를 구하고, 그 과정을 자세히 서술하시오. [7.0점]

(가) $a+b+c+d=30$
(나) a, b, c는 모두 d의 배수이다.

277. 다음 조건을 모두 만족시키는 세 자연수 a, b, c의 모든 순서쌍 $(a,\ b,\ c)$의 개수는? [5.9점]

(가) $abc=700$
(나) $(a-b)(b-c)(c-a)\neq 0$

① 92 ② 96 ③ 100
④ 104 ⑤ 108

278. 집합 $X=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6\}$에 대하여 X에서 X로의 함수 f 중에서 다음 조건을 만족시키는 함수의 개수를 구하고, 그 과정을 서술하시오. [8.0점]

(가) $f(4)$는 짝수이다.
(나) 집합 X의 임의의 두 원소 x_1, x_2에 대하여 $x_1<x_2$이면 $f(x_1)\le f(x_2)$이다.

279. 집합 $X=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7,\ 8\}$에 대하여 다음 조건을 만족시키는 함수 $f:X\to X$의 개수는?

(가) 함수 f의 치역을 A라 할 때, $n(A)=4$이다.
(나) 치역의 모든 원소의 합은 짝수이다.
(다) 집합 X의 임의의 두 원소 x_1, x_2에 대하여 $x_1<x_2$이면 $f(x_1)\ge f(x_2)$

① 1260 ② 1295 ③ 1330
④ 1380 ⑤ 1430

280. 같은 종류의 사탕 4개와 같은 종류의 초콜릿 4개를 세 명의 학생 A, B, C에게 다음 규칙에 따라 남김없이 나누어 주는 경우의 수는?

(가) 각 학생은 적어도 한 개는 받는다. (나) 학생 A가 사탕을 받는다면, 초콜릿도 반드시 받는다.

① 108 ② 109 ③ 110
④ 111 ⑤ 112

281. 흰 공 3개, 검은 공 4개를 A, B, C 세 상자에 다음과 같은 규칙으로 넣는다.

(가) 모든 상자에는 적어도 한 개의 공을 넣는다. (나) 상자 A에 흰 공이 들어간다면, 검은 공도 반드시 들어가야 한다.

공은 오직 색깔로만 구분된다고 할 때, 가능한 모든 경우의 수는? [5.7점]

① 61 ② 63 ③ 65
④ 67 ⑤ 69

282. 크기와 모양이 같은 8개의 공을 세 개의 주머니 A, B, C에 넣을 때, 다음 (가), (나), (다) 세 조건을 만족시키는 방법의 수를 각각 p, q, r이라 하자. 이 때 $p-q+r$의 값을 구하시오. [7점]

(가) 모든 주머니에는 각각 적어도 한 개의 공이 들어 있다. (나) 공이 들어 있지 않는 주머니가 존재한다. (다) 두 개의 공이 들어 있는 주머니가 존재한다.

283. 집합 $X=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6\}$에 대하여 다음 조건을 만족시키는 함수 $f: X \to X$의 개수는? [5.1점]

(가) 집합 X의 임의의 두 원소 x_1, x_2에 대하여 $x_1 < x_2$이면 $f(x_1) \le f(x_2)$이다. (나) 함수 f의 치역의 원소의 개수는 3이하이다.

① 263 ② 269 ③ 275
④ 281 ⑤ 287

284. 다음 조건을 만족시키는 음이 아닌 정수 a, b, c, d, e의 모든 순서쌍 $(a,\ b,\ c,\ d,\ e)$의 개수는? [5.4점]

(가) $a+b+c-d-e=13$ (나) $d \le 3$, $e \le 2$이고 $b \ge d$, $c \ge e$이다.

① 315 ② 420 ③ 630
④ 840 ⑤ 1260

이항정리 (STEP1)

285. $(a-2b)^5$ 을 바르게 전개한 것은?[3.6점]

① $a^5-5a^4b+10a^3b^2-10a^2b^3+5ab^4-b^5$
② $a^5-2a^4b+4a^3b^2-8a^2b^3+16ab^4-32b^5$
③ $a^5+2a^4b+4a^3b^2+8a^2b^3+16ab^4+32b^5$
④ $a^5-10a^4b+40a^3b^2-80a^2b^3+80ab^4-32b^5$
⑤ $a^5+10a^4b+40a^3b^2+80a^2b^3+80ab^4+32b^5$

286. $(x-3y)^5$의 전개식에서 x^3y^2의 계수는? [3.3점]

① 90 ② 98 ③ 102
④ 110 ⑤ 125

287. 다항식 $(2x-a)^5$의 전개식에서 x^2의 계수와 x의 계수의 합이 0일 때, 양수 a의 값은? [5.1점]

① 2 ② 3 ③ 4
④ 5 ⑤ 6

288. 다항식 $(1+x)^7$의 전개식에서 x^3의 계수는? [4.4점]

① 42 ② 35 ③ 28
④ 21 ⑤ 14

289. 다항식 $(x+2)^6$의 전개식에서 x^4의 계수는?
[4.3점]

① 36 ② 42 ③ 48
④ 54 ⑤ 60

290. 다항식 $(x+a)^7$의 전개식에서 x^2의 계수와 x^3의 계수가 같을 때, a의 값은? (단, a는 양수)
[4.3점]

① 1 ② $\frac{4}{3}$ ③ $\frac{5}{3}$
④ 2 ⑤ $\frac{7}{3}$

291. $(3a-b)^5$의 전개식에서 ab^4의 계수는? [3.7점]

① -90 ② -1 ③ 15
④ 243 ⑤ 270

292. $(a+b)^6$의 전개식에서 a^3b^3의 계수는? [4.5점]

① 6 ② 8 ③ 15
④ 18 ⑤ 20

293. $(x^2-2x)^4$의 전개식에서 x^4의 계수는? [4.5점]

① -6 ② -4 ③ 2
④ 4 ⑤ 16

294. 다항식 $(1+ax)(1+x)^6$의 전개식에서 x^4의 계수가 45일 때, 상수 a의 값은? [3.7점]

① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$
④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

295. $\left(x^2+\frac{a}{x}\right)^6$의 전개식에서 x^3의 계수가 -160일 때, x^6의 계수를 구하고 그 과정을 서술하시오. (단, a는 실수이다.) [7.0점]

296. $\left(x^2+\frac{a}{x}\right)^4$의 전개식에서 x^5의 계수가 12일 때, x^2의 계수는? (단, a는 상수이다.) [5.3점]

① 12 ② 24 ③ 30
④ 42 ⑤ 54

297. 8 이하의 자연수 n에 대하여

$\left(1-\frac{3}{2}x^2\right)^n(1+x)^{8-n}$의 전개식에서 x^2의 계수가 음수가 되는 모든 n의 값들의 합은?

① 6 ② 10 ③ 18
④ 26 ⑤ 30

298. $(2x-a)^4$의 전개식에서 x^3의 계수와 x^2의 계수의 합이 0일 때, 양수 a의 값을 구하려고 한다. 다음 물음에 답하시오. [총 9.0점]

(2−1) x^3의 계수를 구하는 풀이과정과 정답을 서술하시오. [3.0점]

(2−2) x^2의 계수를 구하는 풀이과정과 정답을 서술하시오. [3.0점]

(2−3) 위 (2−1), (2−2)의 결과를 이용하여 양수 a의 값을 구하는 풀이과정과 정답을 서술하시오. [3.0점]

299. 집합 $A=\{x \mid x$는 23이하의 자연수$\}$의 부분집합 중 두 원소 2, 4을 모두 포함하고 원소의 개수가 홀수인 부분집합의 개수를 구하는 풀이과정과 정답을 서술하시오. [9.0점]

300. 1보다 큰 자연수 n에 대하여 다항식 $(3x+1)^n$의 전개식에서 x^2의 계수를 $f(n)$이라 하자. 서로 다른 두 다항식 A, $B(AB\neq 0)$에 대하여 $\frac{1}{AB}=\frac{1}{B-A}\left(\frac{1}{A}-\frac{1}{B}\right)$임을 이용하여 $\frac{90}{f(2)}+\frac{90}{f(3)}+\frac{90}{f(4)}+\cdots+\frac{90}{f(10)}$의 값은? [4.7점]

① 12 ② 14 ③ 16
④ 18 ⑤ 20

301. 41^{15}를 160으로 나눈 나머지는? [4.6점]

① 81 ② 91 ③ 101
④ 111 ⑤ 121

302. ${}_4C_1+{}_5C_2+{}_6C_3$의 값은?

① 34 ② 35 ③ 36
④ 37 ⑤ 38

303. ${}_{51}\mathrm{C}_0+{}_{51}\mathrm{C}_1+{}_{51}\mathrm{C}_2+\cdots+{}_{51}\mathrm{C}_{25}$의 값은? [4.5점]

① 2^{47} ② 2^{48} ③ 2^{49}
④ 2^{50} ⑤ 2^{51}

304. 부등식

$$200<{}_n\mathrm{C}_1+{}_n\mathrm{C}_2+{}_n\mathrm{C}_3+\cdots+{}_n\mathrm{C}_n<1000$$

을 만족시키는 자연수 n의 값을 모두 구하시오.
[6점]

305. ${}_5C_0+{}_5C_1+{}_5C_2+{}_5C_3+{}_5C_4+{}_5C_5$의 값은? [4.5점]

① 8 ② 16 ③ 32
④ 64 ⑤ 128

306. $-{}_{11}\mathrm{C}_1+{}_{11}\mathrm{C}_2-\cdots+(-1)^r{}_{11}\mathrm{C}_r+\cdots+{}_{11}\mathrm{C}_{10}$의 값은? [3.4점]

① -2 ② -1 ③ 0
④ 1 ⑤ 2

307. ${}_5C_0+{}_5C_1+{}_5C_2+{}_5C_3+{}_5C_4+{}_5C_5$의 값은?[3.6점]

① 8 ② 16 ③ 32
④ 64 ⑤ 128

308. ${}_{3}C_{3}+{}_{4}C_{1}+{}_{5}C_{2}+{}_{6}C_{3}+{}_{7}C_{4}$의 값은? [4.6점]

① 68 ② 69 ③ 70
④ 71 ⑤ 72

309. ${}_{2}\mathrm{C}_{0}+{}_{3}\mathrm{C}_{1}+{}_{4}\mathrm{C}_{2}+{}_{5}\mathrm{C}_{3}+{}_{6}\mathrm{C}_{4}+{}_{7}\mathrm{C}_{5}={}_{n}\mathrm{C}_{3}$을 만족하는 n의 값은? [4.5점]

① 4 ② 5 ③ 6
④ 7 ⑤ 8

310. ${}_{10}\mathrm{C}_{0}+{}_{10}\mathrm{C}_{1}8+{}_{10}\mathrm{C}_{2}8^{2}+\cdots+{}_{10}\mathrm{C}_{9}8^{9}+{}_{10}\mathrm{C}_{10}8^{10}$의 값은? [4.5점]

① 3^{10} ② 3^{12} ③ 3^{15}
④ 3^{18} ⑤ 3^{20}

311. ${}_{2020}\mathrm{C}_{25}+{}_{2019}\mathrm{C}_{24}+{}_{2018}\mathrm{C}_{23}+{}_{2017}\mathrm{C}_{22}+{}_{2016}\mathrm{C}_{21}+{}_{2016}\mathrm{C}_{20}$을 계산한 것과 같은 것은? [4.9점]

① ${}_{2020}\mathrm{C}_{26}$ ② ${}_{2020}\mathrm{C}_{27}$ ③ ${}_{2021}\mathrm{C}_{25}$
④ ${}_{2021}\mathrm{C}_{26}$ ⑤ ${}_{2021}\mathrm{C}_{27}$

312. $\log_{2}({}_{11}\mathrm{C}_{1}+{}_{11}\mathrm{C}_{3}+{}_{11}\mathrm{C}_{5}+{}_{11}\mathrm{C}_{7}+{}_{11}\mathrm{C}_{9}+{}_{11}\mathrm{C}_{11})$의 값은? [4.4점]

① 8 ② 9 ③ 10
④ 11 ⑤ 12

이항정리 (STEP2)

313. $(x+2)^n$의 전개식에서 x^3, x^4, x^5의 계수가 이 순서대로 등차수열을 이룬다. x^6의 계수를 a, x^7의 계수를 b라 할 때, $a+b$의 값은? (단, n은 6 이상이고 10 이하인 자연수이다.)

① 16 ② 96 ③ 112
④ 128 ⑤ 240

314. 다항식 $(x+2)^{19}$의 전개식에서 x^{k+1}의 계수가 x^k의 계수보다 작게 되는 자연수 k의 최솟값은? [5.0점]

① 4 ② 5 ③ 6
④ 7 ⑤ 8

315. $(x-ky)^6$ 전개식에서 x^2y^4의 계수가 240 일 때, k를 구하고 그 풀이과정을 서술하시오.(단, $k>0$)[6.0점]

316. $(\sqrt{3}+\sqrt{2}x)^6$의 전개식에서 계수가 유리수인 모든 항의 계수의 합은? [3.6점]

① 404 ② 431 ③ 458
④ 485 ⑤ 512

317. $(1-x)^4(1+x^2)^n$의 전개식에서 x^2의 계수가 10일 때, 자연수 n의 값은?[5.7점]

① 2 ② 3 ③ 4
④ 5 ⑤ 6

318. $(a+b+c)^3(x^2+x+1)^3$의 전개식에서 서로 다른 항의 개수는? [4.7점]

① 64 ② 66 ③ 68
④ 70 ⑤ 72

319. $(x+1)^2(x+a)^4$의 전개식에서 x^4의 계수가 9일 때, 양의 상수 a의 값은? [3.7점]

① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ 1
④ $\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{5}{3}$

320. 다항식 $(1+x)^4(1+x^2+x^4)$의 전개식에서 x^4의 계수는?

① 8 ② 9 ③ 10
④ 11 ⑤ 12

321. 다항식 $(2+x)^5(1-x)^2$의 전개식에서 x^3의 계수는? [4.6점]

① -80 ② -40 ③ 0
④ 40 ⑤ 80

322. $(1+x)+(1+x)^2+(1+x)^3+\cdots+(1+x)^8+(1+x)^9$의 전개식에서 x^3의 계수와 x^4의 계수의 합은? [4.7점]

① 210 ② 250 ③ 410
④ 440 ⑤ 462

323. 다항식 $(1+x)+(1+x)^2+(1+x)^3+\cdots+(1+x)^{12}$의 전개식에서 x^2의 계수는?

① 286 ② 290 ③ 304
④ 318 ⑤ 332

324. $\left(x^2+\frac{1}{2x}\right)^2(x-2)^6$ 의 전개식에서 x^2의 계수는? [4.5점]

① -216 ② -208 ③ -197
④ -186 ⑤ -177

325. $(x+1)^2(x+a)^4$의 전개식에서 x^4의 계수가 7일 때, 모든 상수 a의 곱은? [4.2점]

① -3 ② -1 ③ 1
④ 3 ⑤ 5

326. $(1+x)^4(1+x^2)^n$의 전개식에서 x^3의 계수가 24일 때, n의 값은? [4.5점]

① 5 ② 6 ③ 7
④ 9 ⑤ 10

327. $(1+x^2)^4(a+x^4)^3$의 전개식에서 x^{12}의 계수가 82일 때, 양수 a의 값은? [4.6점]

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

328. $(2x+1)^3(x+a)^4$의 전개식에서 x^5의 계수가 294일 때, 상수 a의 값은? (단, a는 음이 아닌 정수이다.) [5.2점]

① 2 ② 3 ③ 4
④ 5 ⑤ 6

329. $(x^2+1)^4(x^2+ax+1)$의 전개식에서 x^5의 계수가 30일 때, x^6의 계수를 b라 할 때, 상수 a와 b의 값을 구하시오. [6점]

1) $a=$ …[3점]

2) $b=$ …[3점]

330. $(1+x^2)+(1+x^2)^2+(1+x^2)^3+\cdots+(1+x^2)^{10}$의 전개식에서 x^4의 계수와 같은 것은? [4.0점]

① ${}_{10}C_3$ ② ${}_{10}C_4$ ③ ${}_{11}C_3$
④ ${}_{11}C_4$ ⑤ ${}_{12}C_3$

331. 다항식
$(1+3x^3)+(1+3x^3)^2+(1+3x^3)^3+\cdots+(1+3x^3)^{10}$ 의
전개식에서 x^3의 계수는? [5.0점]

① 165 ② 170 ③ 175
④ 180 ⑤ 185

332. $\left(x+\frac{1}{2}\right)^{99}$의 전개식에서 항의 차수가 홀수인 모든 항의 계수들의 합을 A, 항의 차수가 짝수인 모든 항의 계수들의 합을 B, 상수항을 C라 하자. (단, 상수항의 차수는 짝수도 홀수도 아니다.) [6점]
1) $A+B+C$의 값을 구하시오. [3점]

2) $(B+C)^2-A^2$의 값을 구하시오. [3점]

333. $\left(ax^2+\frac{3}{x^3}\right)^5$의 전개식에서 x^5의 계수가 240일 때, 양수 a의 값을 구하고, 그 풀이 과정을 쓰시오. [6점]

334. 다항식 $\left(x+\frac{1}{ax}\right)^4$의 전개식에서 상수항이 54일 때, 양수 a의 값은?

① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{2}{3}$
④ 1 ⑤ $\frac{4}{3}$

335. $\left(x+\frac{a}{x}\right)^8$의 전개식에서 상수항이 1120일 때, 양수 a의 값은? [4.6점]

① 2 ② 3 ③ 4
④ 5 ⑤ 6

336. $\left(x-\frac{1}{2x}\right)^5$ 의 전개식에서 x의 계수는?[3.7점]

① 2 ② $\frac{5}{2}$ ③ 3
④ $\frac{7}{2}$ ⑤ 4

337. $\left(2x^2+\frac{1}{x^2}\right)^6$의 전개식에서 x^4의 계수의 값은? [3.4점]

① 200 ② 210 ③ 220
④ 230 ⑤ 240

338. 자연수 n과 소수 p에 대하여 $\left(x^3-\frac{p}{x^2}\right)^n$의 전개식에서 상수항이 -1250일 때, x^{10}의 계수는? [5.0점]

① -25 ② -10 ③ 56
④ 125 ⑤ 1250

339. 다항식 $\left(x^2+\frac{2k}{x}\right)^5$은 전개식에서 x^4의 계수가 90일 때, x^7의 계수는? (단, k는 양수이다.)

① 9 ② 11 ③ 13
④ 15 ⑤ 17

340. 50이하의 자연수 n에 대하여 $\left(x^2+\frac{5}{x}\right)^n$의 전개식에서 x^3의 계수가 0이 되지 않는 n의 개수는? [5점]

① 14 ② 15 ③ 16
④ 17 ⑤ 18

341. $\left(x^2-\frac{1}{x}\right)\left(x+\frac{a}{x^2}\right)^4$의 전개식에서 x^3의 계수가 3일 때, 상수 a의 값을 구하는 과정이다. 물음에 답하시오. [총 7.0점]

(1) $\left(x+\frac{a}{x^2}\right)^4$의 전개식에서 일반항을 서술하시오. [1.0점]

(2) (1)의 일반항을 이용하여 x^3의 계수가 3일 때, 상수 a의 값을 구하는 풀이과정과 답을 서술하시오. [6.0점]

342. 오늘이 수요일일 때, 오늘로부터 22^9일 후는 무슨 요일인지를 구하고 그 과정을 논술하시오. [5.0점]

343. 오늘이 화요일일 때, 오늘로부터 16^7일 후는 무슨 요일인지 구하면? [4.4점]

① 화요일 ② 수요일 ③ 목요일
④ 금요일 ⑤ 토요일

344. $5^{20}+9^{20}$을 16으로 나눈 나머지는? [3.9점]

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

345. 19^{11}을 400으로 나눈 나머지는? [5.2점]

① 19 ② 119 ③ 121
④ 219 ⑤ 221

346. 이항정리를 이용하여 11^{10}을 100으로 나눈 나머지를 구한 것은? [4.8점]

① 1 ② 10 ③ 11
④ 19 ⑤ 21

347. 14^n을 169로 나눈 나머지가 53이 되도록 하는 두 자리 자연수 n의 개수는? [5.3점]

① 7 ② 8 ③ 9
④ 10 ⑤ 11

348. 다음 중 옳은 것은? [4.3점]

① ${}_7C_0+{}_7C_1+{}_7C_2+\cdots+{}_7C_7=3$
② ${}_nC_0-{}_nC_1+{}_nC_2-\cdots+(-1)^n{}_nC_n=-2^n$
③ n이 짝수일 때, ${}_nC_0+{}_nC_2+{}_nC_4+\cdots+{}_nC_{n-1}=2^{n-1}$
④ n이 홀수일 때, ${}_nC_1+{}_nC_3+{}_nC_5+\cdots+{}_nC_{n-1}=2^{n-1}$
⑤ $n\ge 2$일 때,
${}_nC_1+2\times{}_nC_2+3\times{}_nC_3+\cdots+n\times{}_nC_n=n\times 2^{n-1}$

349. 집합 $A=\{x\,|\,x$는 11 이하의 자연수$\}$의 부분집합 중에서 원소의 개수가 홀수인 부분집합의 개수는? [4.8점]

① 256 ② 511 ③ 512
④ 1021 ⑤ 1024

350. 집합 $A=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7,\ 8,\ 9,\ 10\}$의 부분집합 중에서 원소의 개수가 짝수인 것의 개수는? (단, 공집합은 제외) [3.9점]

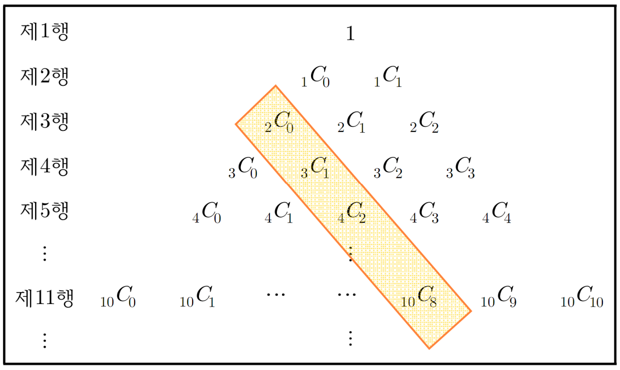
① 511 ② 512 ③ 513
④ 514 ⑤ 515

351. 다음은 파스칼의 삼각형의 일부분이다. 이를 이용할 때, $\sum_{k=1}^{10}({}_kC_{k-1}+{}_kC_k)$의 값은? [4.8점]

$$
\begin{array}{ccccccccccc}
 & & & & & 1 & & & & & \\
 & & & & {}_1C_0 & & {}_1C_1 & & & & \\
 & & & {}_2C_0 & & {}_2C_1 & & {}_2C_2 & & & \\
 & & {}_3C_0 & & {}_3C_1 & & {}_3C_2 & & {}_3C_3 & & \\
 & \iddots & & & & \vdots & & & & \ddots & \\
{}_{10}C_0 & & {}_{10}C_1 & & {}_{10}C_2 & \cdots & {}_{10}C_8 & & {}_{10}C_9 & & {}_{10}C_{10}
\end{array}
$$

① 35 ② 45 ③ 55
④ 65 ⑤ 75

352. 다음과 같이 파스칼의 삼각형에서 첫 번째 가로줄을 제1행, 두 번째 가로줄을 제2행, $\cdots$, n번째 가로줄을 제n행이라 하자. 제3행부터 제11행까지 어두운 부분의 모든 수의 합이 a라 할 때, 제b행의 왼쪽에서 c번째의 수가 a이다. 이 때 $a+b+c$의 최솟값을 구하고 그 과정을 서술하시오. [8.0점]



353. ${}_4C_2+{}_5C_3+{}_6C_4+{}_7C_5+{}_8C_6+{}_9C_7$의 값은? [3.7점]

① 116 ② 120 ③ 124
④ 130 ⑤ 134

354. 자연수 n에 대하여
$f(n)={}_{2n}C_0+{}_{2n}C_2+{}_{2n}C_4+\cdots+{}_{2n}C_{2n}$ 일 때, 부등식
$10\le\log_{16}f(n)\le15$ 을 만족시키는 모든 자연수 n의 값의 합은? [4.0점]

① 225 ② 235 ③ 245
④ 255 ⑤ 265

355. 다음 물음에 답하시오.

(1) ${}_n\mathrm{C}_0+\frac{1}{3}\times{}_n\mathrm{C}_1+\frac{1}{9}\times{}_n\mathrm{C}_2+\cdots+\frac{1}{3^n}\times{}_n\mathrm{C}_n$의 값을 구하시오.

(2) ${}_n\mathrm{C}_0-\frac{1}{5}\times{}_n\mathrm{C}_1+\frac{1}{25}\times{}_n\mathrm{C}_2-\cdots+\frac{1}{(-5)^n}\times{}_n\mathrm{C}_n$의 값을 구하시오.

356.

${}_{15}\mathrm{C}_0+{}_{15}\mathrm{C}_1\times7+{}_{15}\mathrm{C}_2\times7^2+{}_{15}\mathrm{C}_3\times7^3+\cdots+{}_{15}\mathrm{C}_{15}\times7^{15}=m^n$일 때, $m+n$의 값은? (단, m는 소수, n은 자연수이다.) [4.3점]

① 23 ② 29 ③ 35
④ 41 ⑤ 47

357. <보기>에서 항상 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

[보기]

ㄱ. ${}_8\mathrm{C}_0-{}_8\mathrm{C}_1+{}_8\mathrm{C}_2-{}_8\mathrm{C}_3+\cdots+{}_8\mathrm{C}_8=1$

ㄴ. ${}_{10}\mathrm{C}_1+{}_{10}\mathrm{C}_2+{}_{10}\mathrm{C}_3+{}_{10}\mathrm{C}_4+\cdots+{}_{10}\mathrm{C}_{10}=2^{10}-1$

ㄷ. ${}_{13}\mathrm{C}_1+{}_{13}\mathrm{C}_3+{}_{13}\mathrm{C}_5+{}_{13}\mathrm{C}_7+\cdots+{}_{13}\mathrm{C}_{13}$
$={}_{13}\mathrm{C}_7+{}_{13}\mathrm{C}_8+{}_{13}\mathrm{C}_9+{}_{13}\mathrm{C}_{10}+\cdots+{}_{13}\mathrm{C}_{13}$

① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

358. 다음 부등식을 만족시키는 모든 자연수 n의 값의 합은? [3.8점]

$10<{}_n\mathrm{C}_0+{}_n\mathrm{C}_1\times2+{}_n\mathrm{C}_2\times2^2+\cdots+{}_n\mathrm{C}_n\times2^n<1000$

① 15 ② 16 ③ 17
④ 18 ⑤ 19

359. ${}_8C_0 2^8 + {}_8C_2 2^6 + {}_8C_4 2^4 + {}_8C_6 2^2$의 값은? [4.4점]

① $\frac{3^8-1}{2}$ ② $\frac{3^8+1}{2}$ ③ $\frac{3^8+3}{2}$
④ $\frac{3^8+5}{2}$ ⑤ $\frac{3^8+7}{2}$

360. $\log_3({}_{10}C_0 + 2{}_{10}C_1 + 4{}_{10}C_2 + 8{}_{10}C_3 + \cdots + 1024{}_{10}C_{10})$의 값을 구하는 풀이과정과 답을 서술하시오.

361. ${}_9C_1 + 2{}_9C_2 + 3{}_9C_3 + \cdots + 9{}_9C_9 = k \times 2^{k-1}$에서 자연수 k의 값은?

① 7 ② 8 ③ 9
④ 10 ⑤ 11

362. ${}_2C_0 + {}_3C_1 + {}_4C_2 + {}_5C_2 + {}_6C_2$ 의 값은?[3.7점]

① ${}_6C_1$ ② ${}_6C_2$ ③ ${}_6C_3$
④ ${}_7C_2$ ⑤ ${}_7C_3$

363. 363.
$({}_2C_1 + {}_3C_1 + {}_4C_1 + \cdots + {}_9C_1 + {}_{10}C_1) + ({}_2C_2 + {}_3C_2 + {}_4C_2 + \cdots + {}_9C_2 + {}_{10}C_2)$
의 값은? [4.9점]

① 216 ② 217 ③ 218
④ 219 ⑤ 220

364. 자연수 n에 대하여 $h(n)$을

$h(n) = {}_{2n+1}C_0 + {}_{2n+1}C_1 + {}_{2n+1}C_2 + \cdots + {}_{2n+1}C_n$

이라 할 때, $h(m) = 256$을 만족시키는 자연수 m의 값은? [4.8점]

① 4 ② 5 ③ 6
④ 7 ⑤ 8

365. ${}_{5}C_{0}+{}_{5}C_{1}\times 8+{}_{5}C_{2}\times 8^{2}+{}_{5}C_{3}\times 8^{3}+\cdots+{}_{5}C_{5}\times 8^{5}=p^{q}$일 때, pq의 값은? (단, p는 소수, q는 자연수이다.) [3.7점]

① 30 ② 35 ③ 40
④ 45 ⑤ 50

366. 366.

${}_{16}C_{0}-{}_{16}C_{1}10+{}_{16}C_{2}10^{2}-{}_{16}C_{3}10^{3}+\cdots-{}_{16}C_{15}10^{15}+{}_{16}C_{16}10^{16}$의 값은? [4.5점]

① -3^{32} ② -11^{16} ③ 3^{10}
④ 11^{16} ⑤ 3^{32}

367. 집합 $\{1,\ 2,\ 3,\ \cdots,\ n\}$의 부분집합 중에서 원소의 개수가 2 또는 4인 부분집합의 개수를 a_n이라 하자. $a_4+a_5+a_6+a_7+a_8+a_9+a_{10}$의 값은? [4.4점]

① 503 ② 533 ③ 563
④ 593 ⑤ 623

368. 집합 $X=\{1,2,3,4,5,6,7,8\}$ 의 부분집합 중에서 원소의 개수가 짝수인 부분집합의 개수는?(단, 부분집합에 $\varnothing$은 제외한다.)
[3.8점]

① 32 ② 63 ③ 64
④ 127 ⑤ 128

369. 자연수 n에 대하여
$f(n)={}_{4n}C_{0}+{}_{4n}C_{2}+{}_{4n}C_{4}+\cdots+{}_{4n}C_{4n}$일 때,
$f(10)\times f(20)=4^{k}$이다. 자연수 k의 값은? [4.0점]

① 55 ② 56 ③ 57
④ 58 ⑤ 59

370. ${}_{8}C_{0}\left(\frac{7}{9}\right)^{0}\left(\frac{11}{9}\right)^{8}+{}_{8}C_{1}\left(\frac{7}{9}\right)^{1}\left(\frac{11}{9}\right)^{7}+{}_{8}C_{2}\left(\frac{7}{9}\right)^{2}\left(\frac{11}{9}\right)^{6}+\cdots$
$+{}_{8}C_{7}\left(\frac{7}{9}\right)^{7}\left(\frac{11}{9}\right)^{1}+{}_{8}C_{8}\left(\frac{7}{9}\right)^{8}\left(\frac{11}{9}\right)^{0}$의 값은? [4.4점]

① 64 ② 127 ③ 128
④ 255 ⑤ 256

371. 이항정리를 이용하여 물음에 답하시오. [총 10.0점]

(1) $(1+x)^9(1+x)^9$의 전개식에서 x^9의 계수가 $({}_9\mathrm{C}_0)^2+({}_9\mathrm{C}_1)^2+({}_9\mathrm{C}_2)^2+\cdots+({}_9\mathrm{C}_9)^2$임을 보이고, 그 과정을 서술하시오. [6.0점]

(2) $({}_9\mathrm{C}_0)^2+({}_9\mathrm{C}_1)^2+({}_9\mathrm{C}_2)^2+\cdots+({}_9\mathrm{C}_9)^2$의 값을 ${}_n\mathrm{C}_r$의 꼴로 나타내고, 그 과정을 서술하시오. [4.0점]

372. 다음은 $(\sqrt{3}+x^2)^{10}$의 전개식에서 계수가 자연수인 항들의 모든 계수의 합을 구하는
과정이다.

> $(\sqrt{3}+x^2)^{10}$의 전개식의 일반항 ${}_{10}\mathrm{C}_r\times\boxed{(가)}^{5-\frac{r}{2}}\times x^{2r}$에서
>
> x^{2r}의 계수, 즉 ${}_{10}\mathrm{C}_r\times\boxed{(가)}^{5-\frac{r}{2}}$ 이 자연수이어야 하므로 $\frac{r}{2}$는 5이하의 음이 아닌 정수이다.
>
> 즉, $r=\boxed{(나)}$ $(k=0,1,2,\cdots,5)$
>
> 그러므로 계수가 자연수인 항들의 계수의 합은
>
> ${}_{10}\mathrm{C}_0 3^5+{}_{10}\mathrm{C}_2 3^4+{}_{10}\mathrm{C}_4 3^3+{}_{10}\mathrm{C}_6 3^2+{}_{10}\mathrm{C}_8 3^1+{}_{10}\mathrm{C}_{10} 3^0$
>
> $={}_{10}\mathrm{C}_0 3^0+{}_{10}\mathrm{C}_2 3^1+{}_{10}\mathrm{C}_4 3^2+{}_{10}\mathrm{C}_6 3^3+{}_{10}\mathrm{C}_8 3^4+{}_{10}\mathrm{C}_{10} 3^5$
>
> $(1+x)^{10}={}_{10}\mathrm{C}_0+{}_{10}\mathrm{C}_1x+{}_{10}\mathrm{C}_2x^2+{}_{10}\mathrm{C}_3x^3+\cdots+{}_{10}\mathrm{C}_9x^9+{}_{10}\mathrm{C}_{10}x^{10}$
>
> 에서
>
> $(\boxed{(다)})^{10}={}_{10}\mathrm{C}_0+{}_{10}\mathrm{C}_1\sqrt{3}+{}_{10}\mathrm{C}_2(\sqrt{3})^2+{}_{10}\mathrm{C}_3(\sqrt{3})^3$
> $\quad+\cdots+{}_{10}\mathrm{C}_9(\sqrt{3})^9+{}_{10}\mathrm{C}_{10}(\sqrt{3})^{10}$ ……㉠
>
> $(\boxed{(라)})^{10}={}_{10}\mathrm{C}_0-{}_{10}\mathrm{C}_1\sqrt{3}+{}_{10}\mathrm{C}_2(\sqrt{3})^2-{}_{10}\mathrm{C}_3(\sqrt{3})^3$
> $\quad+\cdots-{}_{10}\mathrm{C}_9(\sqrt{3})^9+{}_{10}\mathrm{C}_{10}(\sqrt{3})^{10}$ ……㉡
>
> ㉠ + ㉡을 하여 정리하면
>
> ${}_{10}\mathrm{C}_0 3^0+{}_{10}\mathrm{C}_2 3^1+{}_{10}\mathrm{C}_4 3^2+{}_{10}\mathrm{C}_6 3^3+{}_{10}\mathrm{C}_8 3^4+{}_{10}\mathrm{C}_{10} 3^5$

위의 (가), (다), (라)에 알맞은 수를 각각 a, b, c라 하고 (나)에 알맞은 식을 $f(k)$라 할 때, $f(a+b+c)$의 값은? [4.6점]

① 8 ② 10 ③ 12
④ 14 ⑤ 16

373. 다음은 부등식 $\sum_{k=1}^{n}\left\{2k\times({}_{n}\mathrm{C}_{k})^{2}\right\}\geq 10\times{}_{2n}\mathrm{C}_{n+1}$을 만족시키는 자연수 n의 최솟값을 구하는 과정이다.

> $(1+x)^{2n}$의 전개식에서 x^{n}의 계수는 $\boxed{(가)}$ 이다.
> $(1+x)^{n}(1+x)^{n}$의 전개식에서 x^{n}의 계수는
> $\sum_{k=0}^{n}({}_{n}\mathrm{C}_{k}\times{}_{n}\mathrm{C}_{n-k})=\sum_{k=0}^{n}({}_{n}\mathrm{C}_{k})^{2}$이다.
> 그러므로
> $\sum_{k=1}^{n}\left\{2k\times({}_{n}\mathrm{C}_{k})^{2}\right\}$
> $=\sum_{k=1}^{n}\left\{k\times({}_{n}\mathrm{C}_{k})^{2}\right\}+\sum_{k=1}^{n}\left\{k\times({}_{n}\mathrm{C}_{n-k})^{2}\right\}$
> $=\left\{({}_{n}\mathrm{C}_{1})^{2}+2\times({}_{n}\mathrm{C}_{2})^{2}+\cdots+n\times({}_{n}\mathrm{C}_{n})^{2}\right\}$
> $\quad+\left\{({}_{n}\mathrm{C}_{n-1})^{2}+2\times({}_{n}\mathrm{C}_{n-2})^{2}+\cdots+n\times({}_{n}\mathrm{C}_{0})^{2}\right\}$
> $=\boxed{(나)}\times\left\{({}_{n}\mathrm{C}_{0})^{2}+({}_{n}\mathrm{C}_{1})^{2}+\cdots+({}_{n}\mathrm{C}_{n})^{2}\right\}$
> $=\boxed{(나)}\times\boxed{(가)}$
> 이다.
> 따라서 부등식 $\sum_{k=1}^{n}\left\{2k\times({}_{n}\mathrm{C}_{k})^{2}\right\}\geq 10\times{}_{2n}\mathrm{C}_{n+1}$을
> 만족시키는 자연수 n의 최솟값은 $\boxed{(다)}$ 이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(n)$, $g(n)$이라 하고, (다)에 알맞은 수를 p라 할 때, 물음에 답하시오. [총 10.0점]

2-1. (가)에 알맞은 식 $f(n)$을 구하시오. [2.0점]

2-2. (나)에 알맞은 식 $g(n)$을 구하시오. [2.0점]

2-3. (다)에 알맞은 수 p를 구하시오. [2.0점]

2-4. $\dfrac{f(3)}{g(2)}+p$의 값을 구하시오. [2.0점]

374. 자연수 n에 대하여 아래의 등식이 성립함을 증명하시오. [10점]

$({}_{n}\mathrm{C}_{0})^{2}+({}_{n}\mathrm{C}_{1})^{2}+({}_{n}\mathrm{C}_{2})^{2}+\cdots+({}_{n}\mathrm{C}_{n})^{2}={}_{2n}\mathrm{C}_{n}$

375. 집합 A가 다음 조건을 만족시킬 때, 집합 A의 부분집합 중 원소의 개수가 8인 집합의 개수는? [5.6점]

> 집합 A의 공집합이 아닌 부분집합 중에서 원소의 개수가 짝수인 부분집합의 개수는 2047이다.

① 495 ② 496 ③ 497
④ 498 ⑤ 499

376. 다항식 $(1+x)^{16}$의 전개식에서 구한 x^8의 계수와 같은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4.4점]

[보기]

ㄱ. ${}_{16}C_8$

ㄴ. $({}_8C_4)^2$

ㄷ. $({}_8C_0)^2+({}_8C_1)^2+\cdots+({}_8C_8)^2$

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ,ㄴ
④ ㄱ,ㄷ ⑤ ㄱ,ㄴ,ㄷ

377. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4.3점]

[보 기]

ㄱ. ${}_{10}\mathrm{C}_1-{}_{10}\mathrm{C}_2+{}_{10}\mathrm{C}_3-\cdots+{}_{10}\mathrm{C}_9=2$

ㄴ. ${}_{10}\mathrm{C}_0+{}_{10}\mathrm{C}_1\times3+{}_{10}\mathrm{C}_2\times3^2+\cdots+{}_{10}\mathrm{C}_{10}\times3^{10}=2^{20}$

ㄷ. $({}_{10}\mathrm{C}_0)^2+({}_{10}\mathrm{C}_1)^2+({}_{10}\mathrm{C}_2)^2+\cdots+({}_{10}\mathrm{C}_{10})^2={}_{20}\mathrm{C}_{10}$

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

이항정리 (STEP3)

378. 다항식 $(x+2)^{20}$의 전개식에서 x^k의 계수가 x^{k+1}의 계수보다 크게 되는 자연수 k의 최솟값을 구하시오.

379. $(x+\sqrt{3})^2(1+\sqrt{2}x)^6$ 의 전개식에서 계수가 유리수인 모든 항의 계수의 합은?[4.1점]

① 98 ② 99 ③ 196
④ 392 ⑤ 396

380. $(1+x)^5(1+x^3)^n$의 전개식에서 x^4의 계수가 35일 때, 자연수 n의 값을 구하고, 그 과정을 서술하시오. [6.0점]

381. 다항식 $(x+3)^{16}$의 전개식에서 x^k의 계수가 x^{k+1}의 계수보다 크게 되는 자연수 k의 최솟값은? [4.1점]

① 3 ② 4 ③ 5
④ 6 ⑤ 7

382. $\left(x-\frac{1}{x}\right)+\left(x-\frac{1}{x}\right)^2+\left(x-\frac{1}{x}\right)^3+\cdots+\left(x-\frac{1}{x}\right)^9$의 전개식에서 x의 계수는? [5.5점]

① 99 ② 118 ③ 137
④ 156 ⑤ 175

383. $30n-4<{}_4C_2+{}_5C_3+{}_6C_4\cdots+{}_nC_{n-2}<60n-4$를 만족시키는 자연수 n의 최댓값은? [5.7점]

① 18 ② 19 ③ 20
④ 21 ⑤ 22

384. ${}_{20}C_0-{}_{20}C_1\cdot 7+{}_{20}C_2\cdot 7^2-{}_{20}C_3\cdot 7^3+\cdots+{}_{20}C_{20}\cdot 7^{20}$ 을 5로 나눈 나머지는?[3.9점]

① 0 ② 1 ③ 2
④ 3 ⑤ 4

385. $\dfrac{{}_{16}C_1\times 3^2+{}_{16}C_3\times 3^6+{}_{16}C_5\times 3^{10}+\cdots+{}_{16}C_{15}\times 3^{30}}{2^m}$의 값이 자연수가 되도록 하는 m의 최댓값은? (단, m은 자연수) [5.6점]

① 11 ② 12 ③ 13
④ 14 ⑤ 15

386. $2\le n\le 10$인 자연수 n에 대하여 함수 $f(n)$을 $f(n)=\dfrac{x^{11-n}\times(x+3)^{n-1}}{243}$이라 할 때, x에 대한 다항식 $f(2)+f(3)+f(4)+\cdots+f(10)$의 전개식에서 x^5의 계수는? [4.9점]

① 190 ② 200 ③ 210
④ 220 ⑤ 230

387. 집합 $X=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7,\ 8,\ 9,\ 10\}$에 대하여 $A\subset B\subset X$인 두 집합 A, B를 만드는 방법의 수는 a^b이다. 두 자연수 a $(a<9)$와 b의 값을 구하고 그 과정을 서술하시오. [6.0점]

388. 자연수 n에 대하여 $\left(x^n+\frac{3}{x^2}\right)^n$의 전개식에서 $\frac{1}{x^{2n}}$의 계수를 $g(n)$이라 할 때, k에 대한 방정식 $g(k-1)\times g(k+1)=3^{10}$을 만족시키는 자연수 k의 값은? [4.7점]

① 5 ② 6 ③ 7
④ 8 ⑤ 9

389. 다항식 $\left(1+\frac{2}{x}\right)^2(1-x)^5$의 전개식에서 x^3의 계수는? [4.9점]

① -14 ② -10 ③ 6
④ 10 ⑤ 20

390. x에 대한 다항식 $(a+2x)^{11}$의 전개식에서 항의 차수가 짝수인 모든 항의 계수들의 합을 A, 항의 차수가 홀수인 모든 항의 계수들의 합을 B, 상수항을 C라 할 때, $(A+C)^2-B^2=5^{11}$을 만족시키는 자연수 a의 값을 구하고, 그 과정을 논술하시오. (단, 상수항의 차수는 짝수도 홀수도 아니다.) [7.0점]

391. 다음은 x에 대한 다항식 $2(x+m)^n$과 $(x-1)(x+m)^n$의 전개식에서 x^{n-1}의 계수가 같게 되는 두 자연수 m, n $(n>5)$의 값을 구하는 과정의 일부이다.

[증 명]

$2(x+m)^n$의 전개식에서 x^{n-1}의 계수는 $2mn$이다.
$(x-1)(x+m)^n=x(x+m)^n-(x+m)^n$에서
$x(x+m)^n$을 전개하면 x^{n-1}의 계수는 $\boxed{(가)}\times m^2$이고
$(x+m)^n$을 전개하면 x^{n-1}의 계수는 mn이다.
따라서 $(x-1)(x+m)^n$의 전개식에서 x^{n-1}의 계수는
$\boxed{(가)}\times m^2-mn$이다. 그러므로

$$2mn=\boxed{(가)}\times m^2-mn$$

이고, 이 식을 정리하여 m을 n에 관한 식으로 나타내면

$$m=\frac{6}{\boxed{(나)}}$$

이다. 여기서 m은 자연수이고 n은 5보다 큰 자연수이므로

$$m=\boxed{(다)},\quad n=\boxed{(라)}$$

이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(n)$, $g(n)$이라 하고, (다)에 알맞은 수를 k, (라)에 알맞은 수를 l이라 할 때, $f(k+l)+g(k+l)$의 값은? [5.8점]

① 33 ② 34 ③ 35
④ 36 ⑤ 37

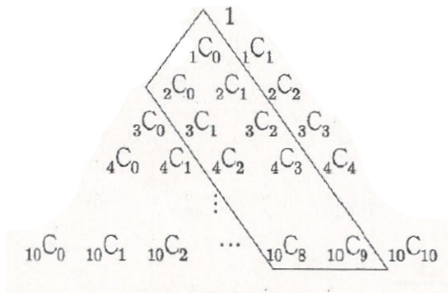
392. 다음은 x에 대한 다항식 $(x+a^2)^n$ 과 $(x^2-2a)(x+a)^n$의 전개식에서 x^{n-1}의 계수가 같게 되는 두 자연수 a와 n의 값을 구하는 과정의 일부이다. (단, $n \geq 4$)

> $(x+a^2)^n$의 전개식에서 x^{n-1}의 계수는 a^2n이다.
> $(x^2-2a)(x+a)^n = x^2(x+a)^n - 2a(x+a)^n$에서 $x^2(x+a)^n$을 전개하면 x^{n-1}의 계수는 $\boxed{(가)}\times a^3$이고,
> $2a(x+a)^n$을 전개하면 x^{n-1}의 계수는 $2a^2n$이다.
> 따라서 $(x^2-2a)(x+a)^n$의 전개식에서 x^{n-1}의 계수는 $\boxed{(가)}\times a^3 - 2a^2n$이다.
> 그러므로 $a^2n = \boxed{(가)}\times a^3 - 2a^2n$이고 $a = \boxed{(나)}$이다.
> a는 자연수이고 n은 4이상의 자연수이므로
> $n = \boxed{(다)}$이다.

위의 증명에서 (가), (나), (다) 에 알맞은 것은? [4.4점]

	(가)	(나)	(다)
①	${}_nC_{n-3}$	$\dfrac{9}{(n-1)(n-2)}$	4
②	${}_nC_{n-3}$	$\dfrac{18}{(n-1)(n-2)}$	4
③	${}_nC_{n-1}$	$\dfrac{9}{(n-1)(n-2)}$	4
④	${}_nC_{n-1}$	$\dfrac{18}{(n-1)(n-2)}$	5
⑤	${}_nC_{n-1}$	$\dfrac{9}{(n-1)(n-2)}$	5

393. 그림과 같은 파스칼의 삼각형에서 사각형 내부에 있는 모든 수의 합은? [5.1점]



① 165　② 180　③ 200
④ 220　⑤ 240

394. 자연수 N이 다음과 같이 주어질 때, N의 각 자리의 숫자의 합은? [4.7점]

$$N = {}_{10}C_1 \times 9^2 + {}_{10}C_2 \times 9^3 + {}_{10}C_3 \times 9^4 + \cdots + {}_{10}C_{10} \times 9^{11}$$

① 90　② 91　③ 92
④ 99　⑤ 101

395. x에 대한 다항식 $2(x+a)^n$과 $(x-1)(x+a)^n$의 전개식에서 x^{n-1}의 계수가 같게 되는 두 자연수 a와 n에 대하여 an의 최댓값을 구하고, 그 풀이 과정을 서술하시오.

396. 11^{11}을 100으로 나누었을 때의 나머지를 구하는 풀이과정과 답을 서술하시오.

397. 12^{10}을 200으로 나눈 나머지의 값을 구하는 풀이과정과 답을 쓰시오. [10점]

398. 19^{22}을 800으로 나눈 나머지는? [5.0점]

① 41 ② 440 ③ 441
④ 560 ⑤ 761

399. n이 자연수 일 때, [보기]에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [5.2점]

[보 기]

ㄱ. ${}_nC_1+{}_nC_2+{}_nC_3+\cdots+{}_nC_n=2^n$

ㄴ. ${}_7C_1-{}_7C_2+{}_7C_3-{}_7C_4+{}_7C_5-{}_7C_6+{}_7C_7=1$

ㄷ. ${}_{2020}C_0+{}_{2020}C_2+{}_{2020}C_4+\cdots+{}_{2020}C_{2018}+{}_{2020}C_{2020}$
$={}_{2020}C_1+{}_{2020}C_3+{}_{2020}C_5+\cdots+{}_{2020}C_{2017}+{}_{2020}C_{2019}$

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

400. 자연수 n에 대하여 < 보기 >에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [5.3점]

[보 기]

ㄱ. $(1+x)^{2n}$의 전개식에서 x^n의 계수는 ${}_{2n}C_n$이다.

ㄴ. $({}_nC_0)^2+({}_nC_1)^2+({}_nC_2)^2+\cdots+({}_nC_n)^2={}_{2n}C_n$

ㄷ. $\sum_{k=1}^{n}\{2k\times({}_nC_k)^2\}\geq 10\times{}_{2n}C_{n+1}$을 만족시키는 자연수 n의 최솟값은 9이다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

401. 이항계수의 성질에 대한 등식 중 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4.5점]

[보기]

ㄱ. ${}_{11}C_0-{}_{11}C_1+{}_{11}C_2-\cdots\cdots-{}_{11}C_{11}=0$

ㄴ. ${}_{19}C_1+{}_{19}C_3+{}_{19}C_5+\cdots\cdots{}_{19}C_{17}=2^{18}$

ㄷ. ${}_{2n}C_0+{}_{2n}C_1+{}_{2n}C_2+\cdots\cdots+{}_{2n}C_{2n}=4^n$

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ,ㄴ
④ ㄱ,ㄷ ⑤ ㄱ,ㄴ,ㄷ

402. [보기]에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [5.3점]

[보 기]

ㄱ. ${}_{30}C_0+{}_{30}C_2+{}_{30}C_4+{}_{30}C_6+\cdots+{}_{30}C_{28}+{}_{30}C_{30}=2^{15}$

ㄴ. ${}_{30}C_0-{}_{30}C_1+{}_{30}C_2-{}_{30}C_3+\cdots-{}_{30}C_{29}+{}_{30}C_{30}=0$

ㄷ. ${}_{30}C_0-9\times{}_{30}C_1+9^2\times{}_{30}C_2-9^3\times{}_{30}C_3+\cdots-9^{29}\times{}_{30}C_{29}+9^{30}=2^{90}$

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

한눈에 보는 정답

1. 정답 ④
2. 정답 ②
3. 정답 ③
4. 정답 ④
5. 정답 $N(7)=44$
6. 정답 ②
7. 정답 ④
8. 정답 ②
9. 정답 ①
10. 정답 ①
11. 정답 ②
12. 정답 ④
13. 정답 ④
14. 정답 ③
15. 정답 ①
16. 정답 ②
17. 정답 ④
18. 정답 48
19. 정답 ①
20. 정답 ③
21. 정답 ⑤
22. 정답 ②
23. 정답 ②
24. 정답 ③
25. 정답 ③
26. 정답 ③
27. 정답 ②
28. 정답 ③
29. 정답 ③
30. 정답 ①
31. 정답 ①
32. 정답 ①
33. 정답 ①
34. 정답 ②
35. 정답 ②
36. 정답 (1) 720 (2) 144 (3) 144
37. 정답 (1) 12 (2) 6 (3) (3) 직사각형의 경우 긴 변에 누가 앉느냐에 따라 경우가 달라지는데 정사각형의 경우 변의 길이가 동일하므로 어느 변에 앉든 구별되지 않는다.
38. 정답 ⑤
39. 정답 ②
40. 정답 ③
41. 정답 ④
42. 정답 ⑤
43. 정답 ④
44. 정답 ④
45. 정답 ③
46. 정답 432
47. 정답 120
48. 정답 ①
49. 정답 ④
50. 정답 (1) $m=48$ (2) $n=32$
51. 정답 ②
52. 정답 44
53. 정답 ③
54. 정답 $6\times9!$
55. 정답 ④
56. 정답 ④
57. 정답 ③
58. 정답 ④
59. 정답 ④
60. 정답 ③
61. 정답 ③
62. 정답 ③
63. 정답 ②
64. 정답 ②
65. 정답 ②
66. 정답 ①
67. 정답 ②
68. 정답 ②
69. 정답 ③
70. 정답 ①
71. 정답 ④
72. 정답 12
73. 정답 ①
74. 정답 ⑤
75. 정답 ⑤
76. 정답 ③
77. 정답 ⑤
78. 정답 ④
79. 정답 ⑤
80. 정답 ⑤
81. 정답 ③
82. 정답 ④
83. 정답 ④
84. 정답 $\frac{81}{256}$
85. 정답 ②
86. 정답 ④
87. 정답 ③
88. 정답 ④
89. 정답 ③
90. 정답 ③
91. 정답 ③
92. 정답 ③
93. 정답 ④

94. 정답 ⑤
95. 정답 ⑤
96. 정답 ④
97. 정답 ⑤
98. 정답 ③
99. 정답 22200
100. 정답 216
101. 정답 ④
102. 정답 ④
103. 정답 128
104. 정답 ②
105. 정답 ⑤
106. 정답 1167가지
107. 정답 ②
108. 정답 ⑤
109. 정답 ④
110. 정답 ⑤
111. 정답 ⑤
112. 정답 ①
113. 정답 ①
114. 정답 ⑤
115. 정답 ②
116. 정답 ③
117. 정답 ①
118. 정답 ②
119. 정답 ①
120. 정답 ②
121. 정답 ②
122. 정답 ④
123. 정답 ①
124. 정답 ⑤
125. 정답 ②
126. 정답 ⑤
127. 정답 ⑤
128. 정답 ②
129. 정답 ①
130. 정답 ②
131. 정답 ⑤
132. 정답 229
133. 정답 ⑤
134. 정답 ③
135. 정답 625
136. 정답 ④
137. 정답 ②
138. 정답 ①
139. 정답 ②
140. 정답 ③
141. 정답 ②
142. 정답 26
143. 정답 ③
144. 정답 (1) (0, 4), (2, 3), (4, 2), (6, 1), (8, 0) (2) 34
145. 정답 ②
146. 정답 ④
147. 정답 ①
148. 정답 ④
149. 정답 ⑤
150. 정답 ①
151. 정답 ②
152. 정답 1568
153. 정답 3996
154. 정답 ⑤
155. 정답 ③
156. 정답 ④
157. 정답 ②
158. 정답 90
159. 정답 150
160. 정답 ①
161. 정답 626
162. 정답 ⑤
163. 정답 ②
164. 정답 40
165. 정답 ⑤
166. 정답 ①
167. 정답 ⑤
168. 정답 ①
169. 정답 126
170. 정답 31
171. 정답 ⑤
172. 정답 ⑤
173. 정답 ④
174. 정답 ③
175. 정답 ②
176. 정답 ①
177. 정답 ④
178. 정답 ⑤
179. 정답 ②
180. 정답 ②
181. 정답 540
182. 정답 ③
183. 정답 ③
184. 정답 ③
185. 정답 ②
186. 정답 ③
187. 정답 ④
188. 정답 ②
189. 정답 ①
190. 정답 ④
191. 정답 ⑤

192. 정답 ③
193. 정답 ⑤
194. 정답 (1) 21 (2) 243
195. 정답 ④
196. 정답 ②
197. 정답 ②
198. 정답 ②
199. 정답 ①
200. 정답 ④
201. 정답 ①
202. 정답 ①
203. 정답 ②
204. 정답 ①
205. 정답 ①
206. 정답 ②
207. 정답 ③
208. 정답 56
209. 정답 ⑤
210. 정답 ②
211. 정답 ③
212. 정답 ②
213. 정답 ②
214. 정답 ②
215. 정답 ②
216. 정답 36
217. 정답 ③
218. 정답 ①
219. 정답 ④
220. 정답 ③
221. 정답 ③
222. 정답 ④
223. 정답 ④
224. 정답 ②
225. 정답 7
226. 정답 ③
227. 정답 ②
228. 정답 ①
229. 정답 ③
230. 정답 ③
231. 정답 ②
232. 정답 ⑤
233. 정답 ③
234. 정답 ①
235. 정답 ⑤
236. 정답 ⑤
237. 정답 ④
238. 정답 ④
239. 정답 ②
240. 정답 ④
241. 정답 ⑤
242. 정답 400
243. 정답 ④
244. 정답 ③
245. 정답 ③
246. 정답 ⑤
247. 정답 ⑤
248. 정답 ⑤
249. 정답 ⑤
250. 정답 ③
251. 정답 ⑤
252. 정답 ①
253. 정답 546
254. 정답 66
255. 정답 ③
256. 정답 12
257. 정답 ⑤
258. 정답 ②
259. 정답 ④
260. 정답 ⑤
261. 정답 ③
262. 정답 ②
263. 정답 120
264. 정답 ⑤
265. 정답 ④
266. 정답 ②
267. 정답 ④
268. 정답 ③
269. 정답 ④
270. 정답 ④
271. 정답 ⑤
272. 정답 ④
273. 정답 16
274. 정답 ③
275. 정답 ②
276. 정답 115
277. 정답 ②
278. 정답 236
279. 정답 ③
280. 정답 ④
281. 정답 ⑤
282. 정답 15
283. 정답 ④
284. 정답 ⑤
285. 정답 ④
286. 정답 ①
287. 정답 ③
288. 정답 ②
289. 정답 ⑤

290. 정답 ③
291. 정답 ③
292. 정답 ⑤
293. 정답 ⑤
294. 정답 ③
295. 정답 60
296. 정답 ⑤
297. 정답 ④
298. 정답 (1) $-32a$ (2) $24a^2$ (3) $\frac{4}{3}$
299. 정답 2^{20}
300. 정답 ④
301. 정답 ⑤
302. 정답 ①
303. 정답 ④
304. 정답 8 또는 9
305. 정답 ③
306. 정답 ③
307. 정답 ③
308. 정답 ③
309. 정답 ⑤
310. 정답 ⑤
311. 정답 ③
312. 정답 ③
313. 정답 ④
314. 정답 ③
315. 정답 2
316. 정답 ④
317. 정답 ③
318. 정답 ④
319. 정답 ②
320. 정답 ①
321. 정답 ②
322. 정답 ⑤
323. 정답 ①
324. 정답 ⑤
325. 정답 ②
326. 정답 ①
327. 정답 ③
328. 정답 ①
329. 정답 (1) $a=5$ (2) $b=10$
330. 정답 ③
331. 정답 ①
332. 정답 (1) $\left(\frac{3}{2}\right)^{99}$ (2) $\left(-\frac{3}{4}\right)^{99}$
333. 정답 2
334. 정답 ①
335. 정답 ①
336. 정답 ②
337. 정답 ⑤
338. 정답 ①
339. 정답 ④
340. 정답 ③
341. 정답 (1) ${}_4\mathrm{C}_r\, a^r x^{4-3r}$ 또는 ${}_4\mathrm{C}_r\, a^{4-r} x^{3r-8}$
342. 정답 목요일
343. 정답 ③
344. 정답 ②
345. 정답 ④
346. 정답 ①
347. 정답 ①
348. 정답 ⑤
349. 정답 ⑤
350. 정답 ①
351. 정답 ④
352. 정답 181
353. 정답 ①
354. 정답 ④
355. 정답 (1) $\left(\frac{4}{3}\right)^n$ (2) $\left(\frac{4}{5}\right)^n$
356. 정답 ⑤
357. 정답 ⑤
358. 정답 ④
359. 정답 ①
360. 정답 10
361. 정답 ③
362. 정답 ⑤
363. 정답 ④
364. 정답 ①
365. 정답 ①
366. 정답 ⑤
367. 정답 ⑤
368. 정답 ④
369. 정답 ⑤
370. 정답 ⑤
371. 정답 (1) $(1+x)^{2n}=(1+x)^n(1+x)^n$ 이므로

$(1+x)^{2n}$의 전개식에서 x^n의 계수는

${}_n\mathrm{C}_0\cdot{}_n\mathrm{C}_n+{}_n\mathrm{C}_1\cdot{}_n\mathrm{C}_{n-1}+{}_n\mathrm{C}_2\cdot{}_n\mathrm{C}_{n-2}+\cdots+{}_n\mathrm{C}_n\cdot{}_n\mathrm{C}_0$

$=\sum_{k=0}^{n}{}_n\mathrm{C}_k\cdot{}_n\mathrm{C}_{n-k}$

이때 ${}_n\mathrm{C}_r={}_n\mathrm{C}_{n-r}$ 이므로

${}_n\mathrm{C}_0\cdot{}_n\mathrm{C}_n+{}_n\mathrm{C}_1\cdot{}_n\mathrm{C}_{n-1}+{}_n\mathrm{C}_2\cdot{}_n\mathrm{C}_{n-2}+\cdots+{}_n\mathrm{C}_n\cdot{}_n\mathrm{C}_0$

$={}_n\mathrm{C}_0\cdot{}_n\mathrm{C}_0+{}_n\mathrm{C}_1\cdot{}_n\mathrm{C}_1+{}_n\mathrm{C}_2\cdot{}_n\mathrm{C}_2+\cdots+{}_n\mathrm{C}_n\cdot{}_n\mathrm{C}_n$

$=\sum_{k=0}^{n}\left({}_n\mathrm{C}_k\right)^2$

(2) ${}_{18}\mathrm{C}_9$

372. 정답 ②
373. 정답 (2-1) ${}_{2n}\mathrm{C}_n$ (2-2) n (2-3) $p=9$ (2-4) 19

374. 정답 $(1+x)^n \times (1+x)^n = (1+x)^{2n}$에서 x^n의 계수이다.
375. 정답 ①
376. 정답 ④
377. 정답 ⑤
378. 정답 7
379. 정답 ⑤
380. 정답 6
381. 정답 ②
382. 정답 ①
383. 정답 ①
384. 정답 ②
385. 정답 ⑤
386. 정답 ③
387. 정답 $a=3,\ b=10$
388. 정답 ①
389. 정답 ③
390. 정답 3
391. 정답 ③
392. 정답 ②
393. 정답 ④
394. 정답 ①
395. 정답 12
396. 정답 11
397. 정답 24
398. 정답 ⑤
399. 정답 ⑤
400. 정답 ⑤
401. 정답 ④
402. 정답 ④

정답과 풀이

1. 정답 ④
흰 공, 노란 공, 파란 공을 넣을 주머니를 각각 선택하는 경우로
$4\times4\times4=64$

2. 정답 ②
바이올린 연주자 2명을 한 묶음 취급하여 원형으로 나열하는 방법 3!
바이올린 연주자 2명을 나열하는 방법 2!
$3!\times2!=12$가지

3. 정답 ③
0시작 6^4가지
1000 로시작 6가지
1001 로시작 6가지
10020 1가지
10021 1가지

4. 정답 ④
(i) c끼리 이웃한 경우
2개의 c를 한 묶음으로 생각하면 c 한 묶음과 남은 문자 6개를 나열하는 경우의 동일 $\frac{7!}{2!}$
(ii) e끼리 이웃한 경우
2개의 e를 한 묶음으로 생각하면 e 한 묶음과 남은 문자 6개를 나열하는 경우와 동일 $\frac{7!}{2!}$
(iii) c, e 모두 이웃한 경우
2개의 c와 e를 각각 한 묶음과 나머지 4개의 문자를 나열하는 경우와 동일6!
$\therefore \frac{7!}{2!}\times2-6!=6\times6!=6\times720=4320$

5. 정답 $N(7)=44$
7인 수를 3이하의 자연수의 합으로 표현하면
(3, 3, 1): $\frac{3!}{2!}=3$
(3, 2, 2): $\frac{3!}{2!}=3$
(3, 2, 1, 1): $\frac{4!}{2!}=12$
(3, 1, 1, 1, 1): $\frac{5!}{4!}=5$
(2, 2, 2, 1): $\frac{4!}{3!}=4$
(2, 2, 1, 1, 1): $\frac{5!}{2!3!}=10$
(2, 1, 1, 1, 1, 1): $\frac{6!}{5!}=6$
(1, 1, 1, 1, 1, 1, 1): 1
$\therefore 3+3+12+5+4+10+6+1=44$

6. 정답 ②
주사위의 눈의 수가 1인 경우 시계 반대 방향으로 1만큼 이동한다.
주사위의 눈의 수가 2인 경우 시계 방향으로 2만큼 이동한다.
즉, 점 P는 시계 반대 방향으로 1만큼 이동한 점으로 온다.
주사위의 눈의 수가 3인 경우 시계 반대 방향으로 3만큼 이동한다.
즉, 점 P는 출발한 점으로 돌아온다.
주사위의 눈의 수가 4인 경우 시계 방향으로 4만큼 이동한다.
즉, 점 P는 시계 반대 방향으로 2만큼 이동한 점으로 온다.
주사위의 눈의 수가 5인 경우 시계 반대 방향으로 5만큼 이동한다.
즉, 점 P는 시계 반대 방향으로 2만큼 이동한 점으로 온다.
주사위의 눈의 수가 6인 경우 시계 방향으로 6만큼 이동한다.
즉, 점 P는 출발한 점으로 돌아온다.
정리하면 주사위의 눈의 수가 1 또는 2가 나오면 점 P는 시계 반대 방으로 1만큼, 3 또는 6이 나오면 그대로, 4 또는 5가 나오면 시계 반대방향으로 2만큼 이동하는 것과 같은 결과이다.
즉, 주사위를 던졌을 때, 모든 꼭짓점에서 모든 꼭짓점으로 이동 가능하므로 주사위를 7회 던져 나오는 모든 경우 각각에 대하여 주사위를 8번째 던지는 시행에서 점 P가 점 C로 오는 경우만 고려하면 된다.
한편, 각 꼭짓점에서 꼭짓점 C로 이동하는 방법은 각각 2가지로 같으므로 구하는 경우의 수는 $6^7\times2=2^8\times3^7$이다.
따라서 $a=8$, $b=7$이므로 $a+b=8+7=15$이다.

[검수자 다른 풀이]
시계 방향을 (+)방향으로 하고, 시계 반대 방향을 (−)방향으로 하면

주사위 눈	1	2	3	4	5	6
이동	-1	$+2$	-3	$+4$	-5	$+6$
위치	(-1)		(0)	$(+1)$		(0)

주사위를 1회 던져 A에 있는 점 P가 C까지 이동하는 경우 : 1×2^1
주사위를 2회 던져 A에 있는 점 P가 C까지 이동하는 경우 : 3×2^2
주사위를 3회 던져 A에 있는 점 P가 C까지 이동하는 경우 : 9×2^3
⋮
주사위를 n회 던져 A에 있는 점 P가 C까지 이동하는 경우: $3^{n-1}\times2^n$
따라서 $n=8$일 때 경우의 수 $=3^7\times2^8$

1회	위치
(−1)	B
(0)	A
(+1)	C

수형도를 그려보면 →

1회	2회	위치
(−1)	(−1)	C
	(0)	B
	(+1)	A
(0)	(−1)	B
	(0)	A
	(+1)	C
(+1)	(−1)	A
	(0)	C
	(+1)	B

7.정답 ④
1,3이 나열될 수 있는 자리를 ○, 8,16이 나열될 수 있는 자리를 △, 2,4가 나열될 수 있는 자리를 ▽라 할 때, 이웃하는 두 수의 곱이 모두 8의 배수가 되어야 하므로 1,3이 나열될 수 있는 경우는 다음과 같다.
(1)○△▽▽△○
$2!\times2!\times2!=8$
(2)○△○△▽▽
$2!\times2!\times2!=8$
(3)▽▽△○△○
$2!\times2!\times2!=8$

8.정답 ②
1) $a=1$인 경우, bc는 2의 배수
$4\times4-2\times2=12$, 12쌍
2) $a=2$인 경우, bc는 4의 배수
$2\times2=4$, 4쌍
3) $a=3$인 경우, bc는 6의 배수
(1, 6)
(2, 3), (2, 6)
(3, 2), (3, 6)
(6, 1), (6, 2), (6, 3), (6, 6)
9쌍
4) $a=6$인 경우, bc는 12의 배수
(2, 6), (6, 2), (6, 6)
3쌍
따라서 28쌍

9.정답 ①
남학생 3명을 원탁에 먼저 앉힐 경우의 수는 $(3-1)!$이고 남학생 사이에 여학생을 앉힐 경우의 수는 3!이므로 전체 경우의 수는 $2!\times3!=12$

10.정답 ①
$3!\times2=12$

11.정답 ②
$3!\times2=12$

12.정답 ④
4쌍의 부부를 4명의 사람으로 생각하자.
원형의 탁자에 4명이 앉는 경우의 수는 $\frac{4!}{4}=3!=6$
이 각각의 경우에 대하여 한 쌍의 부부가 서로 자리를 바꾸는 경우는 2이므로 4쌍의 부부가 자리를 바꾸는 경우의 수는 $2^4=16$
따라서 $6\times16=96$

13.정답 ④
8가지 색을 8개의 영역에 칠하는 경우의 수는 8!이고,
이때 회전하면 4개씩 같은 모양이 되므로 $\frac{8!}{4}$이다.

14.정답 ③
각 부부를 A, B, C라 하자.
A, B, C를 원형으로 나열하는 경우의 수는 $\frac{3!}{3}=2$가지이다.
이때 각 부부마다 남자와 여자의 순서를 정해주는 방법이 2가지씩 있으므로 $2\times2^3=16$가지이다.

15.정답 ①
9명이 원탁에 앉는 방법의 수는 8! 따라서 $a=8$
9명이 원탁에 앉는 방법의 수×3 따라서 $b=3$
$\therefore ab=24$

16.정답 ②
부, 모 중 한 사람이 자리에 앉으면 다른사람은 그 반대쪽에 앉는다.
$(5-1)!=24$

17.정답 ④
$(4-1)!\times4!=144$

18.정답 48
$(5-1)!\times2!=48$
주연배우 두명을 묶어서 원탁에 배열 후 주연배우가 자리를 바꾸는 방법

19.정답 ①
할머니, 할아버지가 마주보고 앉는 경우의 수는
$6\times\frac{1}{6}\times1=1$가지.
나머지 4명이 앉는 경우는 4!
$\therefore\ 1\times4!=24$

20.정답 ③
밑면에 칠할 색을 선택하는 경우의 수 ${}_6C_1=6$

옆면은 위에서 보면 원순열이므로 $\frac{5!}{5}=4!=24$

따라서 $6\times24=144$

21.정답 ⑤
밑면에 색을 칠하는 방법의 수는 ${}_7C_1=7$
6개의 옆면에 6가지 색을 칠하는 방법의 수는 밑면에 칠한 색을 제외한 6가지 색을 원형으로 배열하는 원순열의 수와 같으므로
$(6-1)!=5!=120$
따라서 구하는 경우의 수는 $7\times120=840$ (가지)

22.정답 ②
${}_6C_1\times\frac{5!}{5}=144$

23.정답 ②
빨강과 파랑을 한가지 색으로 생각하여 4가지 색을 칠하는 원순열 이므로 3!이고, 빨강과 파랑이 자리를 바꾸는 경우의 수는 2!
$3!\times2!=12$

24.정답 ③
4개의 반이 탁자의 모서리를 선택하는 경우의 수
$(4-1)!=6$
각 모서리의 자리를 배열하는 경우
$2^4=16$

$\therefore\ 6\times16=96$

25.정답 ③
$(8-1)!\times4$ (서로다른 것의 개수)

26.정답 ③
$\frac{6!}{2}=360$

27.정답 ②
$7!\times2$

28.정답 ③
6명을 나열하는 경우는 6!에서 회전시켰을 때 같은 위치가 2군데. 그러므로 $6!\times\frac{1}{2}=360$

29.정답 ③
$(5-1)!\times2=48$

30.정답 ①
먼저 여학생 3명이 원탁에 앉는 방법의 수는 $2!=2$
이때 6명의 남학생이 여학생 사이에 앉아야 하고 세 곳에 앉는 남학생 수는 모두 달라야하므로 여학생 사이의 남학생 수는 각각 1명, 2명, 3명이다.
따라서 여학생 사이에 앉는 남학생 수를 정하는 경우의 수는 3!
마지막으로 남학생 6명을 6자리에 배열하는 경우의 수는 6!
구하는 경우의 수는 $2!\times3!\times6!=12\times6!$이므로 $n=12$이다.

31.정답 ①
남학생 대표, 여학생 대표 사이 4개 자리에 남은 학생들을 순서대로 나열하는 것이므로
${}_4P_4=4!$

32.정답 ①
$\frac{6!}{5}=144$

33.정답 ①
윗면과 밑면의 색을 선택하여 칠하는 경우의 수는 ${}_6P_2=30$
나머지 4개의 색으로 옆면을 칠하는 경우의 수는 $3!=6$ 이므로
$30\times6=180$

34.정답 ②
$p=\frac{6!}{2}$ 이고 $q=6!$ 이다.
$\rightarrow\frac{p}{q}=\frac{1}{2}$
*회전해서 일치하는 것만 중복을 고려한다.
뒤집어서 일치하면 중복을 고려하지 않는다.

35.정답 ②
부모와 아들을 한 묶음으로 보고 원탁에 배열 후, 부모의 자리를 배정하면 $(4-1)!\times2!=12$이다.

36.정답 (1) 720 (2) 144 (3) 144
(1) $(7-1)!=720$
(2) 2학년을 하나로 묶어서 5명을 원탁에 앉히면 되므로 $(5-1)!=24$에서 2학년 3명이 자리 바꾸는 3!을 곱하여 계산하면 $24\times3!=144$
(3) 이웃해도 되는 1학년을 먼저 나열하면 $(4-1)!=6$에서 1학년 사이의 네 자리에 2학년 3명을 나열하면 되므로
$6\times{}_4P_3=144$

37.정답 (1) 12 (2) 6 (3) 직사각형의 경우 긴 변에 누가 앉느냐에 따라 경우가 달라지는데 정사각형의 경우 변의 길이가 동일하므로 어느 변에 앉든 구별되지 않는다.
(1) 180도 회전하면 일치하는 경우가 나오므로 $\frac{4!}{2}=12$
(2) 90도 회전하면 일치하는 경우가 나오므로 $\frac{4!}{4}=6$
(3) 직사각형의 경우 긴 변에 누가 앉느냐에 따라 경우가 달라지는데 정사각형의 경우 변의 길이가 동일하므로 어느 변에 앉든 구별되지 않는다.

38.정답 ⑤
차이가 6이 되는 경우는
(1, 7), (2, 8), (3, 9), (4, 10), (5, 11), (6, 12)

한 쌍을 골라 마주보게 적는 경우는 구별이 없으므로 1가지

나머지 5쌍을 원순열로 배열 하는 경우의 수는 $\frac{5!}{5}=4!$

(예를 들어 1을 적은 면 주위로 5개의 오각형이 원순열로 배열한다.)

각 쌍의 숫자가 바뀔 수 있으므로 $2^5=32$

따라서 구하는 경우의 수는 $1\times4!\times2^5=768$가지이다.

39.정답 ②

직사각형 모양의 탁자에 6명이 앉는 방법의 수 a를 구하면

$a=5!\times3=360$

반원 모양의 탁자에 6명이 앉는 방법의 수 b를 구하면

$b=6!=720$

$\therefore \frac{a}{b}=\frac{360}{720}=\frac{1}{2}$

40.정답 ③

원탁에 둘러앉는 경우로 11!

이 때, 서로 다른 경우가 6가지 존재하므로 $11!\times6$

41.정답 ④

여학생 한 명을 고정시키고 남학생을 일렬로 배열하는 경우의 수와 같으므로 $6!=720$이다.

42.정답 ⑤

회전에 의하여 같은 경우가 3번나온다. 따라서

$$\frac{6!}{3}=240$$

43.정답 ④

여학생 3명이 원탁에 둘러앉는 경우의 수는

$(3-1)!=2!$

각 경우에 대하여 여학생과 여학생 사이인 세 곳에 앉는 남학생의 수는 모두 달라야 하므로 각각 1명, 2명, 3명이고 이를 정하는 경우의 수는 3!

남학생을 일렬로 나열하는 경우의 수는 6!

그러므로 구하는 경우의 수는

$2!\times3!\times6!=12\times6!$

따라서 $n=12$

[다른 풀이]

여학생 3명이 원탁에 둘러앉는 경우의 수는

$(3-1)!=2!$

각 경우에 대하여 여학생과 여학생 사이 세 곳에 앉는 남학생의 수는 모두 다르므로 남학생 6명이 3명, 2명, 1명의 세 조로 나뉘어 여학생과 여학생 사이에 앉아야 한다.

이와 같이 남학생을 세 조로 나누는 경우의 수는

${}_6C_3\times{}_3C_2\times{}_1C_1=\frac{6!}{3!2!}$

각 경우에 대하여 세 조를 여학생과 여학생 사이의 세 곳에 배열하는 경우의 수는 3!

각 경우에 대하여 남학생끼리 자리를 바꾸는 경우의 수는

$3!\times2!\times1!$

이므로 구하는 경우의 수는

$2!\times\frac{6!}{3!2!}\times3!\times3!\times2!\times1!=12\times6!$

따라서 $n=12$

44.정답 ④

${}_9C_4$: 안쪽 원에 칠할 4가지 색 선택

$(4-1)!$: 안쪽 원에 나열

${}_5P_4$: 바깥 쪽 원에 나열

${}_9C_4\times3!\times{}_5P_4=\frac{9!}{4}$

45.정답 ③

여학생 4명을 원탁에 둘러앉는 경우의 수는

$$\frac{4!}{4}=6$$

이다. 남학생 대표를 포함하여 3명의 학생을 여학생 사이에 앉도록 하면 된다. 또한 남학생 대표는 여학생 대표 옆자리에 앉도록 배열하는 경우의 수는

$$6\times2\times3\times2=72$$

46.정답 432

$\frac{4!}{4}\times3!\times{}_4P_2=6\times6\times12=432$

47.정답 120

색깔 3가지 사용 할 때 : $3\times{}_5C_3=30$가지

색깔 4가지 사용 할 때 : ${}_5C_4\times4\times{}_3C_1=60$가지

색깔 5가지 사용 할 때 : $5\times3!=30$

$\therefore 30+60+30=120$

48.정답 ①

안쪽에 칠할 2가지 색을 선택: ${}_6C_2$

안쪽에 색 칠하는 방법: 2가지

바깥쪽에 색 칠하는 방법: $(4-1)!$가지

$\therefore {}_6C_2\times2\times(4-1)!=180$

49.정답 ④

선생님 4명을 원탁에 배열하는 경우의 수 3!

학생을 1명, 2명, 3명, 4명으로 조 편성 하는 경우의 수

$\frac{10!}{1!2!3!4!}$

조 편성한 학생들이 위치하는 경우의 수 1!2!3!4!

선생님 사이사이에 조 편성 한 학생을 배치하는 경우의 수 4!

따라서 전체 경우의 수는

$$3!\times4!\times10!=144\times10!$$

$$\therefore n=144$$

50.정답 (1) $m=48$ (2) $n=32$

(1) a자리 선택: 4

b자리 선택: 2

$4\times2\times6!=48\times5!$

$\therefore\ m=48$

(2) a자리 선택: 4

b자리 선택: 2

c, d를 제외한 4명 나열: 4!

빈 자리에 c, d 자리 선택: ${}_5\mathrm{P}_2$

$4\times2\times4!\times{}_5\mathrm{P}_2=32\times5!$

$\therefore\ n=32$

51. 정답 ②

남녀가 교대로 앉으려면 원탁에 남자 2명, 여자 2명 정삼각형 탁자에 남자 3명, 여자 3명이 앉는다.

원탁에 앉는 남자 2명, 여자 2명을 뽑는 경우의 수는

${}_5C_2\times{}_5C_2=100$

그리고 선택된 사람을 원탁에 교대로 앉히는 방법은 $2!=2$,

정삼각형 탁자에 앉히는 방법은 $2\times2!\times3!=24$

따라서 $100\times2\times24=4800$

52. 정답 44

색을 고른 후 가운데 색을 정하여 바깥쪽은 원순열로 칠한다.

i) 2가지 색을 칠할 때

${}_4C_2\times{}_2C_1\times1=12$

ii) 3가지 색을 칠할 때

${}_4C_3\times{}_3C_1\times{}_2C_1\times1=24$

iii) 4가지 색을 칠할 때

${}_4C_4\times{}_4C_1\times2!=8$

i), ii), iii) 에 의해 $12+24+8=44$ 이다.

53. 정답 ③

가운데 빨간색(또는 주황색)을 칠하는 경우 주황색(또는 빨간색)은 바깥의 정삼각형 중 한 곳에 칠해야 한다. 따라서 이 경우 색을 칠하는 경우의 수는 $2\times5!$이다.

가운데에 빨간색과 주황색을 칠하지 않는 경우 바깥의 정삼각형 중 한 곳과 그 정삼각형과 반대편에 있는 작은 정삼각형에 빨간색과 주황색을 칠해야 한다. 따라서 이 경우 색을 칠하는 경우의 수는 $2\times5!$이다.

문제에서 구하는 전체 경우의 수는 $4\times5!$이다.

54. 정답 $6\times9!$

접시를 배열: 8! 그 후에 사이헤 꽃병하나를 놓는다 : 9

꽃병하나를 기준으로 양쪽 접시의 간격을

2,3,4로 배열한다.: $3\times2=6$

모두 곱하면 $6\times9!$이다.

55. 정답 ④

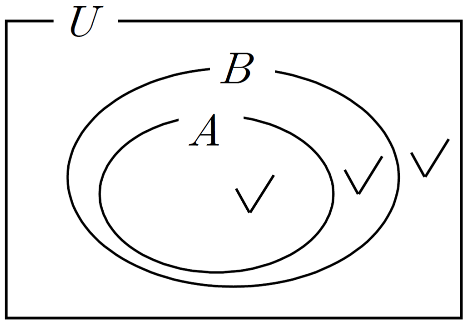
${}_3\Pi_2=3^2=9$

56. 정답 ④

백의 자리 3가지, 십의 자리 4가지, 일의 자리 4가지

$3\times4\times4=48$가지

57. 정답 ③



U의 모든 원소를 위 벤다이어그램의 체크된 세 영역중 하나씩 선택하여 배열하면 $A\subset B$ 를 만족한다.

$\therefore 3^{21}$

58. 정답 ④

$4\times4\times4=64$

59. 정답 ④

${}_2\Pi_5=2^5=32$

60. 정답 ③

① $aaaaabbbb$배열 : $\dfrac{9!}{5!4!}=126$

② $aabb$로 시작하는 문자열 배열 : $2^5=32$

③ ①과②를 동시에 만족하는 문자열의 배열은 뒤에 5자리를 $aaabb$로 배열 : $\dfrac{5!}{3!2!}=10$

$\therefore 126+32-10=148$

61. 정답 ③

$2^4=16$

62. 정답 ③

${}_2\Pi_5=2^5$

63. 정답 ②

${}_3\Pi_4=3^4$

64. 정답 ②

3^5-2^5(a가 안나오는 경우)$-{}_5C_1\times2^4$ (a가 한번 나오는 경우)$=131$

65. 정답 ②

소수 2, 3, 5, 7이 a, b, c, d에 일대일 대응 $4!=24$

나머지 원소 1, 4, 6이 a, b, c, d에 대응 ${}_4\Pi_3$이므로,

$\therefore\ 24\times{}_4\Pi_3=24\times4^3=1536$

66. 정답 ①

백의 자리와 일의 자리에는 홀수가 와야 하므로 $3^2=9$가지

나머지 천의 자리와 십의 자리에는 6개의 숫자를 중복을 허용하여 배열하면 되므로 $6^2=36$

따라서 $9\times36=324$

67.정답 ②
${}_{3}\Pi_{3}=27$

68.정답 ②
${}_{4}\Pi_{3}=4^3=64$

69.정답 ③
$3n:3$
$3n+1:1,\ 4$
$3n+2:2,\ 5$
3의 배수가 될 수 있는 경우의 수는 $(3n,\ 3n,\ 3n)$인 경우 1가지
$(3n+1,\ 3n+1,\ 3n+1)$인 경우 $2^3=8$가지
$(3n+2,\ 3n+2,\ 3n+2)$인 경우 $2^3=8$가지
$(3n,\ 3n+1,\ 3n+2)$인 경우 $3!\times1\times2\times2=24$
$\therefore 1+8+8+24=41$

70.정답 ①
$(f(3),\ f(5))$의 순서쌍은 $(1,\ 3),\ (2,\ 2),\ (3,\ 1)$ 3개이다.
따라서 함수 f의 개수는 $3\times3^3=81$이다.

71.정답 ④
$f(a)$가 될 수 있는 경우의 수는 1, 6을 제외한 4가지
$f(b)=f(c)$가 될 수 있는 경우의 수는 6가지
$f(d),\ f(e)$도 각각 6가지가 가능하므로
$\therefore\ 4\times6\times6^2=864$

72.정답 12
1 또는 2로만 이루어진 두 자리 자연수의 개수는 $2^2=4$,
1 또는 2로만 이루어진 세 자리 자연수의 개수는 $2^3=8$
따라서 집합 C의 원소의 개수의 최댓값은 $4+8=12$이다.

73.정답 ①
5의 배수는 맨 뒤가 0인 경우 밖에 없으므로 나머지 3자리를 나열하면 된다. 전체 나열하는 방법은 ${}_{5}\Pi_{3}=125$에서 맨 앞에 0이 오는 경우인 ${}_{5}\Pi_{2}=25$를 제외하면 100가지이다.

74.정답 ⑤
각 문자는 적어도 1개를 택해야 하므로 전체에서 2개를 택하여 칠한 경우와 1개를 택하여 칠한 경우를 제외하면 된다.
전체를 중복하여 5개를 택하여 일렬로 나열하는 경우 ${}_{3}\Pi_{5}=243$
2개를 택하여 칠하는 경우 ${}_{3}C_{2}\times({}_{2}\Pi_{5}-2)=90$
1개를 택하여 칠하는 경우 3
$243-90-3=150$

75.정답 ⑤
3, 1, 1 인 경우: 3개 선택되는 간식 종류: 3
$3\times({}_{2}H_{3}\times{}_{2}H_{1}\times{}_{2}H_{1}-2)$
3, 2인 인 경우: 3개, 2개 선택되는 간식 종류: 6
$6\times({}_{2}H_{3}\times{}_{2}H_{2}-2)$
2, 2, 1인 경우: 1개 선택되는 간식 종류: 3
$3\times({}_{2}H_{2}\times{}_{2}H_{2}\times{}_{2}H_{1}-2)$
$\therefore 48+60+42=150$

76.정답 ③
(3, 3, 0, 0, 0): 4가지
(3, 2, 1, 0, 0): $3\times\frac{4!}{2!}=36$가지
(3, 1, 1, 1, 0): $\frac{4!}{3!}+\frac{4!}{2!}=4+12=16$가지
(2, 2, 2, 0, 0): $\frac{4!}{2!2!}=6$가지
(2, 2, 1, 1, 0): $\frac{4!}{2!}+\frac{4!}{2!}=24$가지
(2, 1, 1, 1, 1): $\frac{5!}{4!}=5$가지
$\therefore 4+36+16+6+24+5=91$

77.정답 ⑤
전체 경우의 수는 4^5
1이 없는 자연수의 개수는 3^5
3이 없는 자연수의 개수는 3^5
1과 3이 모두 없는 자연수의 개수는 2^5
따라서 $4^5-(3^5+3^5-2^5)=570$

78.정답 ④
서로 다른 원소 5개 중에서 중복없이 2개를 택하여 $A\cap B$을 결정하는 경우의 수는 ${}_{5}C_{2}=10$
나머지 원소 3개는 각각 $A-B,\ B-A,\ (A\cup B)^c$ 의 원소가 될 수 있으므로 $3\times3\times3=27$
따라서 두 집합 $A,\ B$를 정하는 경우의 수는
$10\times27=270$

79.정답 ⑤
$(2+3+4)\times10^3\times3^3+(2+3+4)\times10^2\times3^3$
$=(2+3+4)(10^0+10^1+10^2+10^3)\times3^3=1111\times3^5$

80.정답 ⑤
문제 조건에 맞는 집합을 표현하면 전제 집합의 원소가 들어갈 수 있는 자리는 모두 2자리이다. 그러므로 $(A,\ B)$ 순서쌍의 경우의 수는 $2\times2\times2\times2\times2=32$가지이다.

81.정답 ③
네 자리의 자연수를 작은 순서로 나열을 하면
천의 자리가 1인 경우 : $4\times4\times4=64$
천의 자리가 2인 경우 : $4\times4\times4=64$
천의 자리가 3, 백의 자리가 1인 경우 : $4\times4=16$
천의 자리가 3, 백의 자리가 2, 십의 자리가 1인 경우 : 4
149번째의 수는 3221이므로 150번째의 수는 3222이다.

82.정답 ④
1에서 999까지의 수들 중에서 3을 포함하지 않는 자연수의 개수를 구해보자.
(ⅰ) 한 자리 수 8개

(ii) 두 자리 수 $8\times9=72$개
(iii) 세 자리 수 $8\times9\times9=648$
따라서 구하는 자연수의 개수는
$$999-(8+72+648)=271$$

83.정답 ④
서로 다른 6개의 연필을 2명에게 나눠주는 방법은 ${}_2\Pi_6=64$
서로 다른 2개의 지우개를 n명에게 나눠주는 방법은 ${}_n\Pi_2=n^2$
$64=n^2 \quad \therefore\ n=8$

84.정답 $\frac{81}{256}$
$x^2+xf(x)$의 값이 짝수가 되기 위해서는
i) x가 홀수이면 $f(x)$도 홀수
ii) x가 짝수이면 $f(x)$는 모든 값이 가능
$\therefore\ m=4^4\times7^3$
$xf(x)$의 값이 짝수가 되기 위해서는
i) x가 홀수이면 $f(x)$는 짝수
ii) x가 짝수이면 $f(x)$는 모든 값이 가능
$\therefore\ n=3^4\times7^3$
$\frac{n}{m}=\frac{3^4\times7^3}{4^4\times7^3}=\frac{81}{256}$

85.정답 ②
한 자리 홀수는 3개, 두 자리 홀수는 $5\times3=15$개, 세 자리 홀수는 $5\times6\times3=90$개, 1로 시작하는 네 자리 홀수는 $6\times6\times3=108$개다. 2001은 2로 시작하는 가장 작은 홀수이므로 $3+15+90+108+1=217$번째 홀수이다.

86.정답 ④
백의 자리가 2일 때와 3,4,5일 때로 나누어서 풀면
$5+3\times5\times5=80$

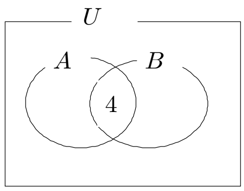
87.정답 ③
한 자리 수는 5개
두 자리 수는 $5\times6=30$개
세 자리 수는 $5\times6^2=180$개
1로 시작하는 네 자리 수는 $6^3=216$개
2로 시작하는 네 자리 수는 $6^3=216$개
지금까지 647개이다.
따라서 3000은 648번째 수이다.

88.정답 ④
네자리 짝수는 일의 자리가 $0, 2, 4$인 세 가지 경우가 있다.
그리고
첫째 자리수는 0을 제외한 4가지가 가능하고
둘째, 셋째 자리수는 중복을 허용하여 5가지 중 2개 선택한다.
$\therefore\ 3\times(4\times{}_5\Pi_2)=300$

89.정답 ③
한자리수는 4가지
두자리수는 $4\times5=20$
세자리수는 $4\times{}_5\Pi_2=100$
네자리수 중에 천의 자리가 1인 경우의 수는 ${}_5\Pi_3=125$
네자리수 중에 천의 자리가 2인 경우의 수는 ${}_5\Pi_3=125$
그러므로 3000은 $4+20+100+125+125+1$번째 수이다.

90.정답 ③
(i) 짝수가 되는 경우
천의 자리에는 0이 올 수 없으므로 5가지, 짝수가 되어야 하므로 일의 자리에 올 수 있는 수는 0, 2, 4 3가지이다.
즉, $5\times6\times6\times3=540$

(ii) 2를 포함하지 않고 짝수가 되는 경우
천의 자리에는 2와 0을 제외한 4가지, 백의 자리와 십의 자리에는 2를 제외한 5가지, 일의 자리에는 2를 제외한 짝수가 와야 하므로 0, 4 2가지이다.
즉, $4\times5\times5\times2=200$
$\therefore 540-200=340$

91.정답 ③


벤 다이어그램에서 $(A\cup B)^c=\varnothing$ 이므로 $1, 2, 3, 5, 6, 7$은 $A-B$와 $B-A$를 중복하여 선택하면 된다.
따라서 ${}_2\Pi_6=2^6=64$

92.정답 ③
2의 개수를 a 3의 개수를 b 7의 개수를 c라 하면
$a+b+c=9$중복조합이다. ${}_3H_9={}_{11}C_9$

93.정답 ④
i) $f(1)=2$이고 $f(2)=6$ 일 때 ${}_6\Pi_2=6^2=36$
ii) $f(1)=6$이고 $f(2)=2$ 일 때 ${}_6\Pi_2=6^2=36$
iii) $f(1)=3$이고 $f(2)=4$ 일 때 ${}_6\Pi_2=6^2=36$
iv) $f(1)=4$이고 $f(2)=3$ 일 때 ${}_6\Pi_2=6^2=36$
따라서 $36\times4=144$

94.정답 ⑤
6명의 학생 중에서 2명이 보통을 택하는 경우의 수는
${}_6C_2=\frac{6\times5}{2\times1}=15$
그 각각에 대하여 만족과 불만족 중에서 중복을 허용하여 나머지 4명의 학생이 택하는 경우의 수는
${}_2\Pi_4=2^4=16$
따라서 구하는 경우의 수는
$15\times16=240$

95. 정답 ⑤
1) $f(4)=1$이면 $f(1),\ f(2),\ f(3)\geq 1$이다: 5^3가지
$f(5)\leq 1$이다: 1가지
2) $f(4)=3$이면 $f(1),\ f(2),\ f(3)\geq 3$: 3^3가지
$f(5)\leq 3$: 3가지
3) $f(4)=5$이면 $f(1),\ f(2),\ f(3)\geq 5$: 1가지
$f(5)\leq 5$: 5가지
1)+2)+3)$=5^3\times 1+3^3\times 3+1\times 5=211$

96. 정답 ④
(가) $f(k)=3^{10-k}$
${}_{10}C_0 3^{10}+{}_{10}C_1 3^9+{}_{10}C_2 3^8=(9+30+45)\times 3^8$이므로
(나) $a=9+30+45=84$
$\therefore\ a+f(9)=84+3=87$

97. 정답 ⑤
0, 1, 2, 3의 네 개의 숫자 중에서 중복을 허용하여 만들 수 있는 모든 세 자리 번호의 개수에서 0과 1이 적어도 1번 이웃하는 세 자리 번호의 개수를 빼면 된다.
0과 1이 적어도 1번 이웃하는 세 자리 번호는
001, 010, 011, 012, 013, 100, 101, 102, 103, 110, 201, 210, 301, 310
의 14개이므로 구하는 값은 $4^3-14=50$이다.

98. 정답 ③
맨 앞과 맨 뒤는 숫자가 와야 하므로 $2^2=4$
가운데 세 숫자는 1, 2, a, b의 중복을 허락하여 나열하는 것이므로 ${}_4\Pi_3=64$에서 a가 적어도 한번은 나와야 하기 때문에 a가 없는 ${}_3\Pi_3=27$을 빼면 37가지이다.
그러므로 $4\times 37=148$

99. 정답 22200
중복을 허용하여 3개를 뽑아 만들 수 있는 세 자리 자연수는 222, 224, 226, $\cdots$, 884, 886, 888 인데 양 끝의 수의 합이 $222+888=224+886=226+884=\cdots=1110$으로 일정하다.
따라서 $S=1110\times{}_4\Pi_3\times\dfrac{1}{2}=1110\times 32$ 이다.
또한 중복을 허용하지 않고 3개를 뽑아 만들 수 있는 세 자리 자연수는 246, 248, 268, $\cdots$, 842, 862, 864 인데 양 끝의 수의 합이
$246+864=248+862=268+842=\cdots=1110$으로 일정하다.
따라서 $T=1110\times{}_4P_3\times\dfrac{1}{2}=1110\times 12$ 이다.
그러므로 $S-T=1110\times(32-12)=22200$ 이다.

100. 정답 216
전체 경우의 수는 $4^4=256$
이때 넣은 볼펜의 개수가 1인 필통이 없는 경우의 수는 다음과 같다.
(i) 4, 0, 0, 0개로 나누어 넣는 경우는
$1\times 4=4$가지
(ii) 2, 2, 0, 0개로 나누어 넣는 경우는
볼펜을 2개, 2개로 나누는 경우 ${}_4C_2\times{}_2C_2\times\dfrac{1}{2!}=3$
이것을 필통 4개에 넣는 경우의 수는
${}_4P_2=4\times 3=12$
따라서 $3\times 12=36$가지
(i),(ii)에서 $4+36=40$가지
따라서 구하는 경우의 수는 $256-40=216$가지

101. 정답 ④
두 조건 (가) (나)에서 치역은 $\{4, 6\}$, $\{1, 4, 5\}$
(1) 치역 $\{4, 6\}$인 경우
$f(1)=4$이므로 정의역의 나머지 원소 $2, 4, 5, 6$은 치역의 원소 $4, 6$에 대응해야 한다.
이때 모두 4에 대응하는 경우는 제외
${}_2\Pi_4-1=15$
(2) 치역 $\{1, 4, 5\}$인 경우
$f(1)=4$이므로 정의역의 나머지 원소 $2, 4, 5, 6$은 치역의 원소 1,4,5에 대응해야 한다.
이때 모두 하나의 원소에 대응하거나 두 원소(1,4 또는 4,5)만 대응하는 경우는 제외
${}_3\Pi_4-3-2({}_2\Pi_4-2)=50$
(1),(2)에 의하여 $15+50=65$가지

102. 정답 ④
다섯 자리의 수를 만들 때, 짝수 번째 자리는 두 군데이므로 숫자 2는 많아야 두 번 사용할 수 있다.
❶ 숫자 2를 1번 사용하는 경우
2를 십의 자리에 오도록 놓으면 조건을 만족시키도록 만들 수 있는
자연수는 나머지 자리에 1, 1, 1, 3 또는 1, 1, 3, 3 또는 1, 3, 3, 3을 나열한 것이므로 그 경우의 수는
$\dfrac{4!}{3!}+\dfrac{4!}{2!2!}+\dfrac{4!}{3!}=4+6+4=14$이다.
이때, 2를 짝수 번째 자리에 한 번 오도록 놓는 경우의 수는 두 군
데 중 한 군데를 선택하는 경우의 수와 같으므로 ${}_2C_1=2$이다.
따라서 숫자 2를 한 번 사용했을 때 다섯 자리의 자연수를 만들 수
있는 경우의 수는 $14\times 2=28$
❷ 숫자 2를 두 번 사용하는 경우
2를 모두 짝수 번째 자리에 오도록 놓으면 나머지 자리에는 1, 1, 3 또는 1, 3, 3을 나열하면 된다.
따라서 숫자 2를 두 번 사용했을 때 다섯 자리의 수를 만들 수 있는 경우의 수는 $\dfrac{3!}{2!}+\dfrac{3!}{2!}=3+3=6$
따라서 ❶, ❷에 의하여 조건을 만족시키는 다섯 자리의 수를 만드는
경우의 수는 $28+6=34$

[검수자 다른 풀이]

숫자 2를 한 번만 사용하는 경우 : ${}_2C_1\times(2^4-2)=28$

숫자 2를 두 번 사용하는 경우 : $2^3-2=6$

$\therefore$ $28+6=34$

103. 정답 128

❶ 1과 3을 모두 포함하는 경우

2, 4 중에서 중복을 허락하여 2개를 택하여 일렬로 배열하는 경우의 수는 ${}_2\Pi_2=2^2=4$

∨□∨□∨

∨로 표시된 3곳 중에서 2곳을 택하여 1과 2를 배열하는 경우의
수는 ${}_3P_2=3\times2=6$

∨로 표시된 3곳 중에서 1곳을 택하여 1과 2를 이웃하여 배열한
후 서로 자리를 바꾸는 경우의 수는

$3\times2=6$

따라서 이 경우의 자연수의 개수는

$4\times(6+6)=4\times12=48$

❷ 1과 3 중에서 1개만 포함하는 경우

2, 4 중에서 중복을 허락하여 3개를 택하여 일렬로 배열하는 경우의 수는

${}_2\Pi_3=2^3=8$

∨□∨□∨□∨

∨로 표시된 4곳 중에서 1곳을 택하여 1 또는 2를 배열하는 경우의 수는 $4\times2=8$

따라서 이 경우의 자연수의 개수는

$8\times8=64$

❸ 1과 3 모두 포함하지 않는 경우

이 경우의 자연수의 개수는 2, 4 중에서 중복을 허락하여 4개를
택하여 일렬로 배열하는 경우의 수와 같으므로

${}_2\Pi_4=2^4=16$

❶, ❷, ❸에서 구하는 자연수의 개수는

$48+64+16=128$

[검수자 다른 풀이]

숫자 1과 3을 모두 포함하는 경우 : ${}_4P_2\times2^2=48$

숫자 1과 3 중 1개만 포함하는 경우 : $2\times({}_4P_1\times2^3)=64$

숫자 1과 3을 모두 포함하지 않는 경우 : $2^4=16$

$\therefore$ $48+64+16=128$

104. 정답 ②

$f(1)+f(2)+f(3)$과 $f(4)$는 4로 나눈 나머지가 같아야 한다.

$3\le f(1)+f(2)+f(3)\le 15$이므로

4로 나눈 나머지가 같은 값끼리 묶으면

나머지가 1일 때, 1, 5, 9, 13

나머지가 2일 때, 2, 6, 10, 14

나머지가 3일 때, 3, 7, 11, 15

나머지가 0일 때, 4, 8, 12

이 때, $f(1)+f(2)+f(3)$의 값이

3이 되는 경우 1가지

7이 되는 경우 15가지

11이 되는 경우 15가지

15가 되는 경우 1가지 가 되고 이 때, $f(4)=3$이 되어야 하므로

조건을 만족하는 경우의 수는 32가지

같은 방법으로 4로 나눈 나머지가 같은 것끼리 묶어서 경우의 수를 찾으면 된다.

105. 정답 ⑤

치역 A의 원소의 합이 짝수이므로 짝짝짝, 혹은 홀홀짝 으로 나뉘는데 짝수가 2개 뿐 이므로 만족하는 경우는 홀홀짝 이다.

치역을 결정하는 경우의 수는 ${}_3C_2\times{}_2C_1=6$이고, X가 치역의 원소 3개로 대응되는 경우는 전체 ${}_3\Pi_5=243$에서 치역의 원소가 2개가 되는 ${}_3C_2\times({}_2\Pi_5-2)=90$과 치역의 원소가 1개로 대응되는 3가지를 빼면 $243-90-3=150$이다.

그러므로 $6\times150=900$

106. 정답 116가지

(i) $(f(1),\ f(2))=(0,\ 4),(4,\ 0)$인 경우

$(5\times5)\times2=50$

(ii) $(f(1),\ f(2))=(1,\ 3),\ (3,\ 1)$인 경우

$f(3),\ f(4)$ 모두 홀수인 경우 제외

$(5\times5-2\times2)\times2=42$

(iii) $(f(1),\ f(2))=(2,\ 2)$인 경우

$f(3),\ f(4)$ 모두 2인 경우 제외

$5\times5-1=24$

$\therefore 50+42+24=116$

107. 정답 ②

$\dfrac{6!}{3!2!}=60$

108. 정답 ⑤

맨 앞자리가 1인 경우 0, 0, 1, 2를 뒤에 나열하면 된다. 이 경우의 수는 $\dfrac{4!}{2!}=12$

맨 앞자리가 2인 경우 0, 0, 1, 1을 뒤에 나열하는 된다. 이 경우의 수는 $\dfrac{4!}{2!2!}=6$

$\therefore 12+6=18$

109. 정답 ④

${}_4H_5={}_8C_5$

110. 정답 ⑤

경유지점을 분류해서 정리한다

$\left(\frac{5!}{3!2!}-1\right)\frac{7!}{3!4!}+\frac{5!}{3!2!}\times\frac{7!}{5!2!}+5\times7+1$

111. 정답 ⑤
짝수 2, 4, 6을 같은 문자 □로 보고 배열한 후 □에 순서대로 놓는다.
$\therefore \frac{6!}{3!}=120$

112. 정답 ①
$\frac{9!}{2!\times2!}=9\times2\times7!=18\times7!$이므로 $n=18$이다.

113. 정답 ①
같은 것이 있는 순열이므로
$\frac{7!}{2!4!}=105$

114. 정답 ⑤
$5\times5\times3=75$

115. 정답 ②
한 계단과 두 계단을 오르는 경우를 각각 a, b라 하면
$abbb$ 배열하면 $\frac{4!}{3!}$
$aaabb$ 배열하면 $\frac{5!}{3!2!}$
$aaaaab$ 배열하면 $\frac{6!}{5!}$
$aaaaaaa$ 배열하면 1
따라서 21

116. 정답 ③
$\frac{6!}{2!2!}=180$

117. 정답 ①
전체 경우의 수는 $\frac{7!}{3!2!2!}=210$
2개의 T가 이웃하여 놓이는 경우의 수는 $\frac{6!}{3!2!}=60$이므로
$\therefore 210-60=150$

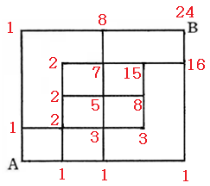
[검수자 다른 풀이]
먼저 O, M, O, O, M을 일렬로 나열한 후 사이사이의 6개의 자리 중 2개의 T가 들어갈 자리를 선택한다. $\frac{5!}{3!2!}\times{}_6\mathrm{C}_2=150$

118. 정답 ②
3개의 s를 하나의 문자로 보고 배열하면 된다. $(sss),u,c,c,e$
$\therefore \frac{5!}{2!}=60$

119. 정답 ①
$\frac{6!}{4!2!}$

120. 정답 ②
1) 끝자리에 0이 오는 경우: $\frac{5!}{2!2!}$
2) 끝자리에 2가 오는 경우: $\frac{5!}{2!}-\frac{4!}{2!}$ (0이 맨앞에 오는 경우)

121. 정답 ②
같은 문자가 3개, 2개, 2개 이므로 $\frac{7!}{3!\times2!\times2!}=210$

122. 정답 ④


123. 정답 ①
P에서 R까지 가는 경로는 1가지 뿐이므로 R에서 Q까지 가는 경로 중에서 S를 지나는 경로를 제외하면 된다.
R에서 Q까지 가는 전체 경로의 수는 $\frac{5!}{2!3!}=10$가지이고
R에서 S를 지나 Q까지 가는 경로의 수는 $\frac{3!}{2!}\times2=6$가지이므로
$10-6=4$가지이다.

124. 정답 ⑤
$A\to C$까지 가는 경우의 수는 $\frac{5!}{3!2!}=10$가지 이고
$C\to B$ 까지 가는 경우의 수는 $\frac{3!}{2!}=3$가지 이므로
$A\to C\to B$ 까지 가는 경우의 수는 $10\times3=30$가지 이다.

125. 정답 ②
A에서 B지점까지 최단 거리로 가는 경우의 수는
$\frac{9!}{5!4!}=126$ $\therefore m=126$
A에서 C지점을 거쳐 B지점까지 최단 거리로 가는 경우의 수는
$\frac{5!}{3!2!}\times\frac{4!}{2!2!}=60$ $\therefore n=60$
따라서 $m-n=66$이다.

126. 정답 ⑤
$\frac{5!}{2!}\times3=180$

127. 정답 ⑤
전체 나열하는 경우의 수는 $\frac{6!}{2!\times2!}=180$

(x,x)를 이웃하게 나열하는 경우의 수는 $\frac{5!}{2!}=60$

(y,y)를 이웃하게 나열하는 경우의 수는 $\frac{5!}{2!}=60$

(x,x), (y,y)를 이웃하게 나열하는 경우의 수는 $4!=24$

$180-(60+60-24)=84$

128. 정답 ②

순서가 정해진 1과 3은 같은 모양 △로 두고
또 다른 순서가 정해진 2, 4, 6도 같은 모양 ○으로 두면
△○△○5○의 형태이다.

여기서 나열하는 방법은 $\frac{6!}{2!\times 3!}=60$

129. 정답 ①

0, 2, 2, 1, 3에서 짝수가 되려면 맨 뒤 숫자가 0 아니면 2이다.

_ _ _ _ 0 : $\frac{4!}{2!}=12$

_ _ _ 2 : $4!-3!=18$

그러므로 모든 짝수의 개수는 $12+18=30$

130. 정답 ②

모음은 모음끼리 자음은 자음끼리 조를 구성하면 총 2개의 그룹이 지어지고 각각의 그룹을 배열하는 가지수는
$2!=2$가지이고

모음의 그룹에서 a, a, u, e모음을 배열하는 가지수는
$\frac{4!}{2!}=12$가지

자음의 그룹에서 c, c, r, t자음을 배열하는 가지수는
$\frac{4!}{2!}=12$이므로

전체 경우의 수는 $2\times 12\times 12=288$가지이다.

131. 정답 ⑤

a, b, d, g를 같은 문자로 본다 $\frac{7!}{4!}\times 3!$ (맨앞은 a이고, b, d, g를 나열한다.)

132. 정답 229

1을 제외한 나머지 숫자를 A, B, C 라고 표기하면

(1, 1, 1) 를 뽑아서 나열하는 방법 1가지

(1, 1, A)를 뽑아서 나열하는 방법 $6\times\frac{3!}{2!}=18$가지

(1, A, B)를 뽑아서 나열하는 방법 ${}_6C_2\times 3!=90$가지

(A, B, C)를 뽑아서 나열하는 방법 $6\times 5\times 4=120$가지

모든 경우의 수는 $1+18+90+120=229$가지

133. 정답 ⑤

❶ 첫 번째 문자가 n인 경우

7개의 문자 i, n, f, i, i, t, e를 일렬로 배열하는 경우의 수와

같으므로 $\frac{7!}{3!}=7\times 6\times 5\times 4=840$

❷ 첫 번째 문자가 t인 경우

7개의 문자 i, n, f, i, n, i, e를 일렬로 배열하는 경우의 수와

같으므로 $\frac{7!}{3!2!}=\frac{7\times 6\times 5\times 4}{2}=420$

❶, ❷에 의하여 구하는 경우의 수는 $840+420=1260$

134. 정답 ③

${}_6C_2-1=14$ (6개 지점 중 2지점을 뽑고, 가,나가 뽑힌 경우를 제외)

$14\times 4!$ (나머지 나열하는 경우)

135. 정답 625

$(f(8),\ f(10))=(0,\ 4),\ (4,\ 0),\ (1,\ 3),\ (3,\ 1),\ (2,\ 2)$인 경우 $f(2),\ f(4),\ f(6)$은 $5\times 5\times 5$이다.

$5^3\times 5=625$

136. 정답 ④

순서가 정해진 경우 같은 문자취급해서 구한다.

$\frac{8!}{2!2!2!2!}=2520$

137. 정답 ②

사탕을 먼저 하나씩 넣고 그 후에 구슬을 넣는다.
그러면 사탕을 넣는 경우의 수는 1가지고 구슬은 ${}_4H_3$이 된다.

138. 정답 ①

순서가 정해져 있는 것의 배열은 같은 것이 있는 순열로 풀 수 있다.

카드 4와 6을 ☆, 홀수 1, 3, 5, 7을 □라 하면

☆☆□□□□2를 배열하는 경우의 수와 같다.

$\therefore\ \frac{7!}{2!4!}=105$

139. 정답 ②

$\frac{7!\times 2}{3!}$

140. 정답 ③

${}_5H_6={}_{10}C_6$

141. 정답 ②

$p={}_3\Pi_5=3^5,\ q=66666\times 3^4$

ex) 1____은 3^4개, 10000이 3^4개 있다.

142. 정답 26

빨간색, 주황색, 노란색, 초록색의 깃발을 R, O, Y, G라 하면

a의 경우는 R,R,O, R,O,O, R,O,Y, R,O,G를 배열하는

방법의 수이므로 $\frac{3!}{2!}\times 2+3!\times 2=18$

b의 경우는 Y, G만 가지고 중복을 허용하여 배열하는 방법의

수이므로 ${}_2\Pi_3 = 2^3 = 8$이다.

$\therefore a+b=26$

143. 정답 ③

$a,\ a,\ b,\ b,\ c$ 5개의 문자를 일렬로 배열하는 경우의 수에서 a끼리 이웃하는 경우의 수를 제외한다.

$$\frac{5!}{2!2!}-\frac{4!}{2!}=30-12=18$$

144. 정답 (1) (0, 4), (2, 3), (4, 2), (6, 1), (8, 0) (2) 34

(1) 1단 올라가는 횟수 a, 2단 올라가는 횟수 b라 하므로

$$a+2b=8$$

따라서 순서쌍 $(a,\ b)$는 (0, 4), (2, 3), (4, 2), (6, 1), (8, 0)

(2) (0, 4) 일 때 b,b,b,b를 일렬로 배열 : $\frac{4!}{4!}=1$

(2, 3) 일 때 a,a,b,b,b를 일렬로 배열 : $\frac{5!}{2!3!}=10$

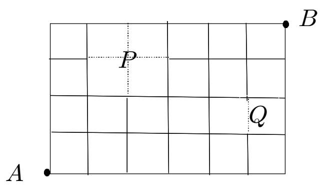
(4, 2) 일 때 a,a,a,a,b,b를 일렬로 배열 : $\frac{6!}{4!2!}=15$

(6, 1) 일 때 a,a,a,a,a,a,b를 일렬로 배열 : $\frac{7!}{6!}=7$

(8, 0) 일 때 a,a,a,a,a,a,a,a를 일렬로 배열: $\frac{8!}{8!}=1$

따라서 모든 경우의 수는 34가지이다.

145. 정답 ②



A에서 B까지의 최단거리에서 P지점을 지나는 경우와 Q 길을 지나는 방법을 제외한다.

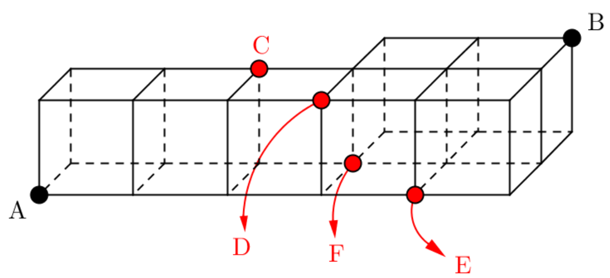
i) A에서 B까지의 최단거리 : $\frac{10!}{6!4!}=210$

ii) A에서 P지점을 지나 B까지의 최단거리 : $\frac{5!}{2!3!}\times\frac{5!}{4!}=50$

iii) A에서 Q 길을 지나 B까지의 최단거리 : $\frac{6!}{5!}\times\frac{3!}{2!}=18$

따라서 $210-50-18=142$

146. 정답 ④



A에서 B로 갈 때 C,D,E,F중 하나만 거쳐서 이동한다.($\because$ 배반사건)

① $A\to C\to B$

$$\frac{4!}{2!}\times\frac{3!}{2!}=36$$

② $A\to D\to B$

$$\frac{4!}{3!}\times\frac{4!}{2!2!}=24$$

③ $A\to E\to B$

$$1\times\frac{4!}{2!}=12$$

④ $A\to F\to B$

$$\frac{4!}{3!}\times\frac{4!}{2!}=48$$

$\therefore 36+24+12+48=120$

147. 정답 ①

구하는 경우의 수는

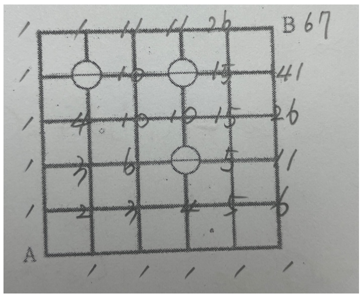
경로 A → C → B 중에서

경로 A → C → D → B를 제외하면 된다.

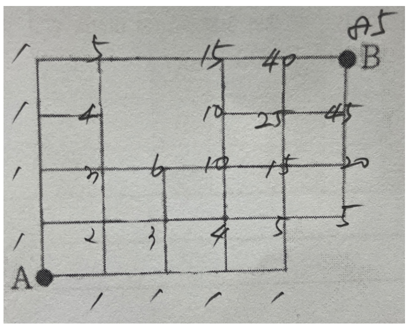
따라서

$$\frac{4!}{2!2!}\times\frac{5!}{3!2!}-\frac{4!}{2!2!}\times\frac{3!}{2!1!}\times\frac{2!}{1!1!}=24$$

148. 정답 ④



149. 정답 ⑤



150. 정답 ①

점 Q가 X에 있는 시간은 1초,5초,9초....

점 Q가 C에 있는 시간은 2초,4초,6초....

점 Q가 Y에 있는 시간은 3초,7초,11초....이다.

점 P가 X에 도착하는 시간은 3초, C에 도착하는 시간은 4초, Y에 도착하는 시간은 5초 이므로 C지점만 지나지 않는다면 두 점은 만나지 않는다.

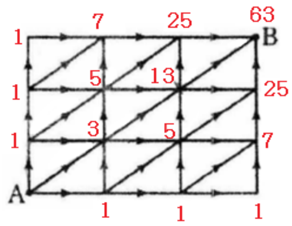
점 P가 A에서 B까지 가는 최단경로는 $\dfrac{9!}{4!\times5!}=126$

점 P가 C를 지나서 가는 최단경로는 $\dfrac{4!}{3!}\times\dfrac{5!}{3!\times2!}=40$

$126-40=86$

151. 정답 ②

전체 경우 $-$ { (↗)를 안지나거나 3번 지나는 경우}



$63-\left(\dfrac{6!}{3!3!}+1\right)=42$(전체에서(↗)1번도 가지 않은 경우와 3번 간 경우를 뺀다)

152. 정답 1568

x축 방향으로 1만큼 이동을 $x+$

x축 방향으로 -1만큼 이동을 $x-$

y축 방향으로 1만큼 이동을 $y+$

y축 방향으로 -1만큼 이동을 $y-$

$x+$	$x-$	$y+$	$y-$	경우의 수
3	2	3	0	$\dfrac{8!}{3!2!3!0!}=560$
1	0	5	2	$\dfrac{8!}{1!0!5!2!}=168$
2	1	4	1	$\dfrac{8!}{2!1!4!1!}=840$

따라서 전체 경우의 수는 1568

[다른 풀이]

먼저 $A(1,\ 3)$까지 이동하려면 → ↑ ↑ ↑을 기본으로 이동 후 나머지 4번이 다시 제자리로 돌아오는 방법을 추가하여 같은 것이

있는 순열을 이용해 계산

(→ ↑ ↑ ↑)→ → ← ← 일 때, $\dfrac{8!}{3!2!3!0!}=560$

(→ ↑ ↑ ↑) ↓ ↓ ↑ ↑ 일 때, $\dfrac{8!}{1!0!5!2!}=168$

(→ ↑ ↑ ↑)→ ← ↓ ↑ 일 때, $\dfrac{8!}{2!1!4!1!}=840$

따라서 구하는 경우의 수는 $560+168+840=1568$

153. 정답 3996

첫째주 국, 영, 수 나열하는 방법: 3!

첫째주 수학이 적힌 요일 밑에 모두 수학을 적으면 같은 요일에는 두 과목 이상 적는다를 만족하지 않는 경우를 뺀다.

$3!\cdot\left(\dfrac{9!}{5!2!2!}-\dfrac{6!}{2!2!2!}\right)$

154. 정답 ⑤

게임을 한 번 했을 때 사탕의 개수는 각각 이기는 경우 2개가 증가하고, 비기는 경우 1개가 증가, 지는 경우에는 2개가 감소하게 된다.

총 8번의 게임 후에 철수의 사탕이 8개가 증가했으므로 8번의 게임에서 이긴 횟수를 a, 비긴 횟수를 b, 진 횟수를 c라 하여 게임의 횟수와 증가한 사탕의 개수를 각각 방정식으로 나타내면

$a+b+c=8$ …… ㉠

$2a+b-2c=8$ …… ㉡

이때, ㉡$-$㉠을 하면 $a-3c=0$에서 $a=3c$

따라서 조건을 만족시키는 $a,\ b,\ c$의 순서쌍 $(a,\ b,\ c)$를 순서쌍으로 나타내면 $(0,\ 8,\ 0)$, $(3,\ 4,\ 1)$, $(6,\ 0,\ 2)$

❶ $(0,\ 8,\ 0)$일 때,

8번 모두 비긴 것이므로 그 경우의 수는 1

❷ $(3,\ 4,\ 1)$일 때,

이긴 횟수가 3, 비긴 횟수가 4, 진 횟수가 1이므로 그 경우의 수는

$\dfrac{8!}{4!3!}=\dfrac{8\times7\times6\times5}{3\times2\times1}=280$

❸ $(6,\ 0,\ 2)$일 때,

이긴 횟수가 6, 진 횟수가 2이므로 그 경우의 수는

$\dfrac{8!}{2!6!}=\dfrac{8\times7}{2\times1}=28$

따라서 ❶, ❷, ❸에 의하여 구하는 경우의 수는

$1+280+28=309$

155. 정답 ③

(1) $X-2$, $Y-2$, $Z-2$ 설치하는 경우

$\dfrac{6!}{2!\times2!\times2!}=90$

(2) $X-3$, $Y-1$, $Z-2$ 설치하는 경우

$\dfrac{6!}{3!\times2!}=60$

(3) $X-3$, $Y-2$, $Z-1$ 설치하는 경우

$\dfrac{6!}{3!\times2!}=60$

(4) $X-4$, $Y-1$, $Z-1$ 설치하는 경우

$\dfrac{6!}{4!}=30$

156. 정답 ④

5와 3, 짝수의 위치는 결정이 되어 있으므로 1, 7, a, a, b, b, b를 일렬로 배열하는 경우의 수와 같다. (순서가 정해지면 같은 문자 취급)

$\dfrac{7!}{2!3!}=420$

157. 정답 ②

1, 3, 4를 모두 A로 생각하자. A, A, A, 5를 일렬로 나열한 후 첫번째 A는 1, 두 번째, 세 번째 A에는 3, 4를 일렬로

나열하고, 나열된 수 들 양끝 또는 사이사이 공간에 2를 넣어 주면 된다. 따라서

$\frac{4!}{3!}\times 2!\times {}_5C_2=80$

158. 정답 90

최고자리가 5인 경우: $\frac{5!}{2!}=60$

최고자리가 6인 경우 : $\frac{5!}{2!2!}=30$ 모두 합하면 90이다.

159. 정답 150

1, 2, 3이 적힌 칸에 넣은 세 개의 공에 적힌 수의 합이 5가 되는 경우는 크게 두 가지이다. (i) (1, 1, 3) (ii) (2, 2, 1)

(i) (1, 1, 3)인 경우

1, 1, 3을 서로 구별이 되는 세 군데의 자리에 배열하는 경우의 수는

$\frac{3!}{2!}=3$이고 나머지 공인 1, 2, 2, 2, 3을 5군데의 자리에 배열하는

경우의 수는 $\frac{5!}{3!}=20$ 전체 경우의 수는 $\therefore 3\times 20=60$이다.

(ii) (2, 2, 1)인 경우

2, 2, 1을 서로 구별이 되는 세 군데의 자리에 배열하는 경우의 수는

$\frac{3!}{2!}=3$이고 나머지 공인 1, 1, 2, 3, 3을 5군데의 자리에 배열하는

경우의 수는 $\frac{5!}{2!2!}=30$ 전체 경우의 수는 $\therefore 3\times 30=90$이다.

$\therefore 60+90=150$이다.

160. 정답 ①

일반적으로 n자리의 자연수 중 각 자리의 수의 합이 n인 경우는

(i) $11111\cdots1$(1이 n개) 꼴인 경우 : 1가지

(ii) $111\cdots120$(1이 $n-2$개)꼴인 경우 뿐이다.

이 경우 총 n개의 수를 배열하면 같은 것이 $n-2$개 있는 같은 것을 포함하는 순열이고, 0이 맨 앞에 오는 경우를 제외하므로

$\therefore a_n=1+\frac{n!}{(n-2)!}-\frac{(n-1)!}{(n-2)!}=n^2-2n+2$ 이므로

$\therefore a_{10}=82$이다.

161. 정답 626

문자의 종류는 6개 (h, y, w, d, l, o) 이다.

i) 서로 다른 4개의 문자를 나열할 때

${}_6C_4\times 4!=360$

ii) 2개의 같은 종류의 문자와 서로 다른 2개의 문자를 나열할 때

${}_2C_1\times {}_5C_2\times\frac{4!}{2!}=240$

iii) 2개의 같은 종류의 문자를 2번 사용하여 나열할 때

${}_2C_2\times\frac{4!}{2!2!}=6$

iv) 3개의 같은 종류의 문자와 1개의 문자를 나열할 때

${}_5C_1\times\frac{4!}{3!}=20$

따라서 i), ii), iii), iv)에 의해 $360+240+6+20=626$ 이다.

162. 정답 ⑤

O, △, X 중에서 △가 두 번 나오는 경우는

△ △ O O : $\frac{4!}{2!\times 2!}=6$

△ △ O X : $\frac{4!}{2!}=12$

△ △ X X : $\frac{4!}{2!\times 2!}=6$

위의 세 가지 경우이다. 그러므로 $6+12+6=24$

163. 정답 ②

다섯 자리의 수가 6의 배수가 되려면 각 자리수의 합이 3의 배수이고 일의 자리의 수가 2의 배수이어야 한다.

또한 각 자리수의 합이 3의 배수가 되려면 7개의 숫자

1, 1, 2, 2, 2, 3, 3에서

1, 1, 2, 2, 3 또는 2, 2, 2, 3, 3를 택하여야 한다.

그리고 2의 배수가 되려면 일의 자리가 2로 정해진다.

따라서 1, 1, 2, 2, 3에서 6의 배수의 개수는

나머지 1, 1, 2, 3을 나열하는 경우의 수이므로

$\frac{4!}{2!}=12$

마찬가지로 2, 2, 2, 3, 3에서 6의 배수의 개수는

나머지 2, 2, 3, 3을 나열하는 경우의 수이므로

$\frac{4!}{2!2!}=6$

그러므로 구하는 경우의 수는

$12+6=18$

164. 정답 40

이웃하는 b와 c가 존재하려면 4개를 택할 때 b, c는 반드시 포함하여야 한다. 따라서 a, a, b, c 또는 a, b, b, c 또는 a, b, c, c 또는 b, b, b, c 또는 b, b, c, c 또는 b, c, c, c 인 경우이다.

(i) a, a, b, c인 경우

$\frac{3!}{2!}\times 2!=6$

(ii) a, b, b, c 또는 a, b, c, c 인 경우

㉠ $a\ b\ b$ 또는 $b\ b\ a$ 인 경우

c가 나열되는 경우의 수가 3가지

㉡ $b\ a\ b$ 인 경우

c가 나열되는 경우의 수가 4가지

따라서 $2\times(2\times 3+4)=20$

(iii) b, b, b, c 또는 b, c, c, c 인 경우

$b\ b\ b$에서 c가 나열되는 경우의 수가 4가지이므로

$2\times 4=8$

(iv) b, b, c, c 인 경우

나열하면 b와 c가 이웃하므로

$\frac{4!}{2!2!}=6$

그러므로 구하는 경우의 수는

$6+20+8+6=40$

165. 정답 ⑤

가로를 a, 세로를 b라 하면 a, a, a, a, a, b, b, b를 일렬로 나열하는 방법 중에서 a는 연속해서 최대 2개까지만 가능하다.

(ⅰ) aa, aa, a, b, b, b인 경우

aa, aa, a는 서로 이웃하면 안 된다. 따라서 b, b, b 양끝 또는 사이사이 공간에 aa, aa, a를 1개씩 넣어 주면 된다.

$4\times3\times2\times\frac{1}{2!}=12$ …… ㉠

(ⅱ) aa, a, a, a, b, b, b인 경우

aa, a, a, a는 서로 이웃하면 안 된다. 따라서 aa, a, a, a를 일렬로 나열한 후 사이사이 공간 b, b, b를 넣어 주면 된다.

$\frac{4!}{3!}=4$ …… ㉡

㉠, ㉡에 의해서 16가지다.

166. 정답 ①

교차점이 5개가 되려면 가로, 세로, 대각선으로 각각 4번, 1번, 1번 이동해야 한다.

$\frac{6!}{4!}=30$

167. 정답 ⑤

A에서 위로 두 칸 이동한 경우 : $\frac{5!}{4!}\times2=10$개

A에서 옆으로 두 칸 이동한 경우 : $\frac{5!}{3!\times2!}\times2=20$개

A에서 위로 한 칸 이동한 경우 : $\frac{5!}{3!\times2!}+\frac{5!}{4!}=15$개

A에서 옆으로 한 칸 이동한 경우 : $\frac{5!}{3!\times2!}+\frac{5!}{4!}=15$개

따라서 60개이다.

168. 정답 ①

❶ $n(A)=3$이고 모든 원소의 합이 3의 배수인 집합 A는 $\{1, 2, 3\}, \{1, 3, 5\}, \{2, 3, 4\}, \{3, 4, 5\}$이다.

$A=\{1, 2, 3\}$인 경우 $n(B)<3$이므로 집합 B는 $\{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}$이다.

(ⅰ) $A=\{1, 2, 3\}, B=\{1\}$인 경우

집합 A의 원소인 1, 2, 3이 1에 대응하는 경우의 수는 1이고, 4, 5가 2, 3에 하나씩 대응하는 경우의 수는 2이므로 $A=\{1, 2, 3\}, B=\{1\}$인 함수 f의 개수는 $1\times2=2$이다.

(ⅱ) $A=\{1, 2, 3\}, B=\{1, 2\}$인 경우

$\{f(1), f(2), f(3)\}=\{1, 2\}$이고 4, 5가 1, 2, 3에 대응하되 적어도 하나가 3에 대응하는 경우이므로 $A=\{1, 2, 3\}, B=\{1, 2\}$인 함수 f의 개수는 $({}_2\Pi_3-2)\times({}_3\Pi_2-{}_2\Pi_2)=6\times5=30$이다.

(ⅰ), (ⅱ)와 같은 경우가 각각 3가지이므로 $n(A)=3$, $n(B)<3$이고 집합 A의 모든 원소의 합이 3의 배수가 되도록 하는 함수 f의 개수는 $4\times(3\times2+3\times30)=4\times96=384$이다.

❷ $n(A)=4$이고 모든 원소의 합이 3의 배수인 집합 A는 $\{1, 2, 4, 5\}$뿐이므로 이 경우 $X-A=\{3\}$에 의해 $n(B)=3$이므로 집합 B는 $\{1, 2, 4\}, \{1, 2, 5\}, \{1, 4, 5\}, \{2, 4, 5\}$이다.

$A=\{1, 2, 4, 5\}, B=\{1, 2, 4\}$인 경우 $f(3)=5$이고 집합 A의 원소 중 어떠한 두 원소는 서로 같은 함숫값을 가져야 하므로 1, 2, 4를 $f(1), f(2), f(4), f(5)$의 값으로 정하는 경우의 수는 $3\times\frac{4!}{2!}=3\times12=36$이다.

그러므로 $n(A)=4$, $n(B)<4$이고 집합 A의 모든 원소의 합이 3의 배수가 되도록 하는 함수 f의 개수는 $4\times36=144$이다.

❸ $n(A)=5$인 경우 함수 f는 일대일대응이고 $n(B)=5$이므로 조건 $n(A)>n(B)$를 만족시키는 함수 f는 존재하지 않는다.

❶, ❷, ❸에 의하여 구하는 함수 f의 개수는

$384+144=528$(개)

[검수자 다른 풀이]

(ⅰ) $n(A)=3$일 때

집합 A는 $\{1, 2, 3\}, \{1, 3, 5\}, \{2, 3, 4\}, \{3, 4, 5\}$만 가능

$n(B)<3$이고 남은 원소는 두 개이므로

$n(B)=1$: ${}_3C_2\times(2!)\times(1)=6$

$n(B)=2$: ${}_3C_1\times(3^2-2^2)\times({}_3C_2\cdot{}_1C_1\cdot2!)=90$

$\therefore$ $4\times(6+90)=384$

(ⅱ) $n(A)=4$일 때

집합 A는 $\{1, 2, 4, 5\}$만 가능

$n(B)<4$이고 남은 원소는 한 개이므로

$n(B)=3$: ${}_4C_1\times(1)\times\left({}_4C_2\cdot{}_2C_1\cdot{}_1C_1\cdot\frac{1}{2!}\cdot3!\right)=144$

$\therefore$ $1\times(144)=144$

따라서 조건을 만족하는 함수의 개수는 $384+144=528$

169. 정답 126

A가 B보다 한 계단 위에 있는 경우는 A의 이긴 횟수가 B보다 1회 많은 경우이다. 그러므로 가능한 경우의 수는

“승 승 승 패 패 무”를 나열한 경우인 $\frac{6!}{3!\times2!}=60$

“승 승 패 무 무 무”를 나열한 경우인 $\frac{6!}{2!\times3!}=60$

“승 무 무 무 무 무”를 나열한 경우인 $\frac{6!}{5!}=6$이다.

그러므로 나올 수 있는 모든 기록지의 종류는

$60+60+6=126$이다.

170. 정답 31

a, b, c, d, e는 자연수 이므로 ab와 $c+d+e$는 12의 양의 약수이다. 또한 $c+d+e \geq 3$이므로 ab가 가능한 값은 1, 2, 3, 4이다.
(i) $ab=1$, $c+d+e=12$인 경우
$ab=1$이므로 $a=b=1$, c, d, e 중에 적어도 2개는 짝수이므로 모두 짝수이다. 세 짝수의 합이 12가 되어야 하므로 가능한 경우는 $2+2+8$, $2+4+6$, $4+4+4$이고, 각각의 $(c,\ d,\ e)$의 순서쌍의 개수는 3가지, 6가지, 1가지다.
(ii) $ab=2$, $c+d+e=6$인 경우
$(a,\ b)$의 순서쌍의 개수는 2개, $c+d+e=6$에서 c, d, e 중에서 짝수가 적어도 한 개 이상 포함해야 한다. $1+1+4$, $1+2+3$, $2+2+2$이고, 각각의 $(c,\ d,\ e)$의 순서쌍의 개수는 3가지, 6가지, 1가지다.
(iii) $ab=3$, $c+d+e=4$인 경우
$ab=3$이므로 a와 b는 둘 다 홀수이다. $c+d+e=4$에서 짝수가 2개 이상이어야 하므로 c, d, e는 모두 짝수이다. 따라서 만족하는 c, d, e는 존재 하지 않는다.
(iv) $ab=4$, $c+d+e=3$인 경우
$c=d=e=1$이므로 a, b는 모두 짝수이므로 $a=b=2$이다.
1가지
따라서 전체 경우의 수는 $10+2\times10+1=31$ 이다.

171.정답 ⑤
짝수를 모두 a로 생각하고 1과 함께 배열하면 $\frac{4!}{3!}=4$가지이고, 3자리의 a에 짝수를 왼쪽부터 순서대로 나열하면 된다. 그 다음에 사이사이에 3과 5를 배열하는 가지 수는 ${}_5P_2=20$가지이므로 전체 경우의 수는 $4\times20=80$가지이다.

172.정답 ⑤
${}_{10}C_4+{}_{10}C_5={}_{11}C_5$

173.정답 ④
8명을 두 조로 나누는 방법은
(1명, 7명), (2명, 6명), (3명, 5명), (4명, 4명)
의 네 가지 경우가 있다.
따라서 구하는 경우의 수는
$({}_8C_1\times{}_7C_7)+({}_8C_2\times{}_6C_6)+({}_8C_3\times{}_5C_5)+\left({}_8C_4\times{}_4C_4\times\frac{1}{2!}\right)$
$=8+28+56+35=127$
이다.

174.정답 ③
전체 경우의 수 $3^6=729$
(i) 김밥을 선택한 학생의 수가 0명인 경우
$2^6=64$
(ii) 김밥을 선택한 학생의 수가 1명인 경우
${}_6C_1\times2^5=192$
따라서 적어도 두 명이 김밥을 주문하는 경우의 수는
$729-(64+192)=473$

175.정답 ②
${}_nC_2\times{}_4C_2\times{}_{n-2}C_1\times{}_2C_1$
$=\frac{n(n-1)}{2}\times6\times(n-2)\times2=360$
$n(n-1)(n-2)=60$
$\therefore n=5$

176.정답 ①
1, 2, 3, 4, 5중에서 $A\cup B$의 원소 3개를 택하는 방법의 가짓수는 ${}_5C_3=10$이다. 이 때 뽑힌 3개의 원소는 $A-B$, $A\cap B$, $B-A$중에서 한 곳에 속한다. 따라서 전체 경우의 수는
${}_5C_3\times3^3=270$

177.정답 ④
피자 1종류, 스파게티 4종류를 주문하는 경우의 수
${}_4C_1\times{}_6C_4=60$
피자 2종류, 스파게티 3종류를 주문하는 경우의 수
${}_4C_2\times{}_6C_3=120$
피자 3종류, 스파게티 2종류를 주문하는 경우의 수
${}_4C_3\times{}_6C_2=60$
이므로 전체 경우의 수는 $60+120+60=240$가지이다.

178.정답 ⑤
한 사람이 음료와 빵을 택하는 경우의 수가 $3\times2=6$이므로 4명이면 $6^4=1296$이다.

179.정답 ②
$2^{10}-2^{10-6}=1008$
2^{10-6} : 1, 2, 3, 4, 5, 6을 반드시 포함하지 않는 집합

180.정답 ②
사탕의 종류는 같고 초콜릿의 종류는 서로 다르므로

사탕	초콜릿	경우의 수
8	2	${}_8C_2=28$
6	4	${}_8C_4=70$
4	6	${}_8C_6=28$
2	8	${}_8C_8=1$

모든 경우의 수는 $28+70+28+1=127$

181.정답 540
서로 다른 6개를 3개조로 나누고 3명의 학생에게 분배하는 경우의 수는
(i) 1개, 1개, 4개
$\frac{{}_6C_1\times{}_5C_1\times{}_4C_4}{2!}=15$
(ii) 1개, 2개, 3개
${}_6C_1\times{}_5C_2\times{}_3C_3=60$
(iii) 2개, 2개, 2개
$\frac{{}_6C_2\times{}_4C_2\times{}_2C_2}{3!}=15$
따라서 $(15+60+15)\times3!=540$ 이다.

182.정답 ③
${}_5H_3={}_7C_3$이므로 $n=7$

183.정답 ③
${}_n\Pi_2+{}_2H_n=n^2+{}_{n+1}C_n=n^2+{}_{n+1}C_1=n^2+n+1=57$
$n^2+n-56=0$, $(n+8)(n-7)=0$
따라서 자연수 $n=7$

184.정답 ③
${}_8H_3={}_{8+3-1}C_3={}_{10}C_3={}_kC_3$이므로 k의 값은 10이다.

185.정답 ②
${}_4H_{10}={}_{13}C_{10}={}_{13}C_3=286$

186.정답 ③
여사건으로 해결한다.
$3^4-(2^4+4\times2^3)=33$

187.정답 ④
${}_3H_8\times{}_3H_4$

188.정답 ②
$a+b+c+d=2$
${}_4H_2={}_5C_2=10$

189.정답 ①
사탕 1개, 1개, 4개 : $\frac{3!}{2!}\times{}_3H_5=3\times{}_7C_2=63$
사탕 1개, 2개, 3개 : $3!\times{}_3H_5=6\times{}_7C_2=126$
사탕 2개, 2개, 2개 : $1\times{}_3H_5=1\times{}_7C_2=21$
따라서 $63+126+21=210$개이다.

[검수자 다른 풀이]
${}_3H_3\times{}_3H_5={}_5C_3\times{}_7C_2=210$

190.정답 ④
서로 다른 세 개의 싸인펜 빨강, 파랑, 검정 중에서 중복을 허락하여 9개의 싸인펜을 선택하는 경우의 수이므로 중복조합이다.
${}_3H_9={}_{11}C_9={}_{11}C_2=55$

191.정답 ⑤
네 명이 각각 받은 볼펜의 수를 x, y, z, w라고 하면
$x+y+z+w=9$ (x, y, z, w는 음이 아닌 정수)
${}_4H_9={}_{12}C_9={}_{12}C_3=220$

192.정답 ③
x, y, z의 중복을 허락하여 4개를 선택하는 ${}_3H_4=15$

193.정답 ⑤
볼펜을 모두 다른 필통에 넣는 경우 ${}_3H_5={}_7C_5=21$
볼펜 2자루만 같은 필통에 넣는 경우 ${}_3P_2\times{}_3H_4=6\times{}_6C_4=90$
볼펜 3자루를 모두 같은 필통에 넣는 경우 $3\times{}_3H_3=30$
$21+90+30=141$

194.정답 (1) 21 (2) 243
(1-1) ${}_3H_5=21$
(1-2) ${}_3\Pi_5=3^5=243$

195.정답 ④
1~6에서 4개 숫자 중복하여 선택하는 것이므로
${}_6H_4={}_9C_4=126$

196.정답 ②
(1,1,1,4)일 때 4가지 (1,2,2,2)일 때 4가지
인경우로 나누어서 구한다.

197.정답 ②
${}_3H_{10-3}={}_9C_7$

198.정답 ②
$x'+1+y'+1+z'+1=10$
$x'+y'+z'=7$
${}_3H_7={}_9C_7=36$

199.정답 ①
${}_3H_6=28$ (a, b, c항에 같은 공 6개를 나누어준다)

200.정답 ④
${}_2H_4\times{}_3H_3=50$

201.정답 ①
일반항이 $a^xb^yc^zd^w$이므로
$x+y+z+w=5$ (단, x, y, z, w는 음이 아닌 정수)
${}_4H_5={}_8C_5=56$

202.정답 ①
$a+b+c=7$
${}_3H_7={}_9C_7=36$

203.정답 ②
서로 다른 문자 x, y, z에서 중복을 허락하여 n개를 선택하는 중복조합의 수와 같으므로
${}_3H_n={}_{n+2}C_n={}_{n+2}C_2=\frac{(n+2)(n+1)}{2}=15$
$\therefore\ n=4$

204.정답 ①
A, B, C가 기표되지 못하는 횟수를 각각 x, y, z라 하면
$x+y+z=8$이므로 $\therefore\ {}_3H_8$

205.정답 ①
$f(1)\le f(2)$를 만족시키는 경우는 ${}_4H_2=10$이고 $f(3)$의 경우의 수는 4개이므로 $10\times4=40$

206. 정답 ②
딸기 사탕, 포도 사탕, 초콜릿 사탕을 선택한 각각의 개수를 $a,\ b,\ c$라 놓으면 $a+b+c=9$
$(0 \le a \le 5,\ 0 \le b \le 9,\ 0 \le c \le 9$인 정수)를 만족하는 정수해의 개수를 구하는 문제로 변형할 수 있다.
전체 경우의 수 ${}_3\mathrm{H}_9$에서 $a \ge 6$인 경우를 제외해야 하므로
$a=\alpha+6$으로 변형하면
$\alpha+b+c=3(0 \le \alpha \le 3,\ 0 \le b \le 3,\ 0 \le c \le 3)$에서
${}_3\mathrm{H}_3$가지이므로
${}_3\mathrm{H}_9-{}_3\mathrm{H}_3={}_{10}\mathrm{C}_2-{}_5\mathrm{C}_2=55-10=45$가지이다.

207. 정답 ③
손소독기가 배치된 교실을 제외 하면 6개의 교실이 남고 배치된 교실을 빈 교실 사이사이에 하나씩 배치시키는 경우의 수를 구하면 된다.
$${}_7\mathrm{C}_3=35$$

208. 정답 56
$a \le b \le c$ 이므로 ${}_6H_3=56$

209. 정답 ⑤
$a=1$일 때, ${}_3H_3={}_5C_3$
$a=2$일 때, ${}_3H_2={}_4C_2$
$a=3$일 때, ${}_3H_1={}_3C_1$
$a=4$일 때, ${}_2C_0$이므로 파스칼삼각형 사선공식으로 ${}_6C_3$이다.

210. 정답 ②
빨간 공, 노란 공, 파란 공의 개수를 $x,\ y,\ z$라 할 때
$x+y+z=12$이고 $2 \le x \le 10,\ 2 \le y \le 10,\ 2 \le z \le 10$인 정수해 $(x,\ y,\ z)$의 개수를 구하는 것으로 볼 수 있다.
$x-2=x',\ y-2=y',\ z-2=z'$이라 하면
$(x'+2)+(y'+2)+(z'+2)=12$에서 $x'+y'+z'=6$을 만족하는 0 이상 8 이하의 정수해의 쌍을 구하는 것으로 볼 수 있다.
$\therefore {}_3\mathrm{H}_6={}_8\mathrm{C}_6=28$

211. 정답 ③
${}_4H_7={}_{10}C_7=120$

212. 정답 ②
빨간 공의 개수를 x, 노란 공의 개수를 y, 파란 공의 개수를 z라 하면
$x+y+z=10$ ($x,\ y,\ z$는 음이 아닌 정수)
${}_3\mathrm{H}_{10}={}_{12}\mathrm{C}_{10}={}_{12}\mathrm{C}_2=66$
이 때, $x \le 8$이므로 $x \ge 9$인 경우인
$(x,\ y,\ z)=(9,\ 1,\ 0),(9,\ 0,\ 1),(10,\ 0,\ 0)$ 3가지를 제외해주면
$\therefore 66-3=63$

213. 정답 ②
중복을 허락하여 3개를 택할 때 a와 b가 이웃하는 경우가 존재하려면 a와 b는 적어도 1개 이상은 뽑혀야 한다. 따라서 $(a,\ a,\ b)$, $(a,\ b,\ b)$, $(a,\ b,\ c)$인 경우 3가지 이다.

(i) $a,\ a,\ b$인 경우
a와 b는 항상 이웃한다. 따라서
$$\frac{3!}{2!}=3$$
(ii) $a,\ b,\ b$인 경우
a와 b는 항상 이웃한다. 따라서
$$\frac{3!}{2!}=3$$
(iii) $a,\ b,\ c$인 경우
a와 b가 이웃하는 경우의 수는
$$2!\times 2!=4$$
따라서 전체 경우의 수는 10가지다.

214. 정답 ②
흰 공, 노란 공, 파란 공의 개수를 각각 $x,\ y,\ z$라 하자.
$x+y+z=8\ (x \ge 1,\ y \ge 1,\ z \ge 1)$
$x=x'+1,\ y=y'+1,\ z=z'+1$로 두면
$x'+y'+z'=5$이므로 경우의 수는
$\therefore\ {}_3\mathrm{H}_5={}_7\mathrm{C}_5={}_7\mathrm{C}_2=21$

215. 정답 ②
$abc=3^n$이려면 세 자연수 모두 3^m형태여야만 한다.
$a=3^\alpha$, $b=3^\beta$, $c=3^\gamma$이라고 할 때, a,b,c가 2이상의 자연수이므로 $\alpha \ge 1, \beta \ge 1, \gamma \ge 1$
$\alpha+\beta+\gamma=n$, $\alpha=\alpha'+1$, $\beta=\beta'+1$, $\gamma=\gamma'+1$
$\alpha'+\beta'+\gamma'=n-3$
${}_3H_{n-3}={}_{n-1}C_{n-3}={}_{n-1}C_2=36$
$\dfrac{(n-1)(n-2)}{2}=36$이므로 $n=10$

216. 정답 36
$x+y+z=10$이고 이때 $x,\ y,\ z$는 자연수이므로 순서쌍의 개수는
$\therefore\ {}_3\mathrm{H}_7={}_9\mathrm{C}_2=36$

217. 정답 ③
$x,\ y,\ z$는 홀수이므로
$x=2a-1,\ y=2b-1,\ z=2c-1$ (단, $a,\ b,\ c$는 양의 정수)
$x+y+z=2(a+b+c)-3=15$
$a+b+c=9$
$\therefore\ {}_3\mathrm{H}_6={}_8\mathrm{C}_2=28$

218. 정답 ①
$y-1=y',\ z-2=z'$ 라고 하면
$x+y'+z'=n-3$ ($x,\ y',\ z'$는 음이 아닌 정수)
$${}_3H_{n-3}={}_{n-1}C_{n-3}={}_{n-1}C_2=\frac{(n-1)(n-2)}{2}=15$$
따라서 $n=7$

219. 정답 ④
1~7까지 정수 중 중복 허락, 순서 고려하지 않으므로
${}_7\mathrm{H}_3={}_9\mathrm{C}_3=84$

이 때 $|a|$, $|b|$는 $(a,\ -a)$, $(b,\ -b)$ 가능하므로 2×2
$\therefore 84\times2\times2=336$

220. 정답 ③
$a+b+c=8$
${}_3H_8={}_{10}C_8=45$
이 중에서 지우개, 색연필, 싸인펜이 각 6개씩만 있으므로
$(8,0,0)$, $(0,8,0)$, $(0,0,8)$, $(7,1,0)$, $(7,0,1)$, $(1,7,0)$, $(0,7,1)$, $(1,0,7)$, $(0,1,7)$
위의 9가지 종류를 제외한다.

221. 정답 ③
${}_6H_6={}_{11}C_6$이다.

222. 정답 ④
사과, 배, 복숭아를 구입하는 개수를 각각 a, b, c개라고 하면
딸기를 0개 구입하는 경우 $a+b+c=16$ $(a\ge4,\ b\ge1,\ c\ge2)$
${}_3H_9={}_{11}C_9={}_{11}C_2=55$
딸기를 1개 구입하는 경우 $a+b+c=15$ $(a\ge4,\ b\ge1,\ c\ge2)$
${}_3H_8={}_{10}C_8={}_{10}C_2=45$
딸기를 2개 구입하는 경우 $a+b+c=14$ $(a\ge4,\ b\ge1,\ c\ge2)$
${}_3H_7={}_9C_7={}_9C_2=36$
딸기를 3개 구입하는 경우 $a+b+c=13$ $(a\ge4,\ b\ge1,\ c\ge2)$
${}_3H_6={}_8C_6={}_8C_2=28$
따라서, $55+45+36+28=164$가지

223. 정답 ④
한명이 2곳에 기표하므로 반대로 안가는 곳을 고른다고 생각할 때, 회원 9명이 무기명으로 가지않을 곳을 한곳씩 선택하는 경우의 수는
${}_3H_9={}_{11}C_9={}_{11}C_2=55$

224. 정답 ②
4, 5, 6, 7, 8, 9, 10의 수를 각각 $A-B$ 또는 $B-A$에 넣는 방법의 개수만큼 A, B의 순서쌍이 만들어 진다.
$2^7=128$

225. 정답 7
$a=3^x$, $b=3^y$, $c=3^z$, $d=3^w$라 하면
$x+y+z+w=n$ (x, y, z, w은 1 이상의 자연수)
이때 $x=l+1$, $y=m+1$, $z=k+1$, $w=t+1$이라 하면
$\rightarrow$ $l+m+k+t=n-4$ (l, m, k, t는 0 이상의 정수)
따라서 ${}_4H_{n-4}={}_{n-1}C_3=\dfrac{(n-1)(n-2)(n-3)}{6}=20$이다.
$(n-1)(n-2)(n-3)=120=6\times5\times4$이므로 $n=7$이다.

226. 정답 ③
$x_1=x_1'+2,\ -x_2=x_2'-1,\ x_3=x_3'+1,\ -x_4=x_4'-3$
$x_1'+x_2'+x_3'+x_4'=7,\ {}_4H_7=120$

227. 정답 ②
빈 필통이 없도록 넣어야 하므로
먼저 서로 다른 3개의 필통에 연필을 1개씩 넣은 후
같은 종류의 연필 $n-3$자루를 서로 다른 3개의 필통에 넣으면 된다.
따라서
$${}_3H_{n-3}={}_{n-1}C_{n-3}={}_{n-1}C_2=\frac{(n-1)(n-2)}{2}=55$$
$\therefore\ n=12$

228. 정답 ①
장미를 x, 국화를 y 카네이션을 z라 하면
$x+y+z=10$
$x'+2=x$, $y'+3=y$라고 하면
$x'+y'+z=5$
${}_3H_5={}_7C_5=21$

229. 정답 ③
$x+y+z=16$에서 $a=x-1,\ b=y-2,\ c=z-3$이라 하면
$a+b+c=10$ (a, b, c는 음이 아닌 정수)
따라서 ${}_3H_{10}={}_{12}C_2=66$이다.

230. 정답 ③
0부터 99999까지의 정수를 $abcde$라고 하면 a, b, c, d, e는 각각 0부터 9까지의 정수이다.
각 자리의 숫자의 합이 9가 되려면
$a+b+c+d+e=9$ (단, $0\le a,\ b,\ c,\ d,\ e\le9$인 정수)
따라서 구하는 경우의 수는
${}_5H_9={}_{13}C_9={}_{13}C_4=715$

231. 정답 ②
4개의 상자에 들어간 공의 개수를 각각 a, b, c, d라 하면
$a\ge2,\ b\ge3,\ c\ge4$이다. 따라서 $a+b+c+d=11$을 만족하는 음이 아닌 정수의 순서쌍을 생각하면 된다.
$${}_4H_{11}={}_{14}C_{11}={}_{14}C_3=\frac{14\times13\times12}{3!}=364$$

232. 정답 ⑤
$a={}_6P_4=360$
$b={}_6H_4={}_9C_4=126$
$c=1\times5\times6^2=180$
따라서 $a+b+c=666$이다.

233. 정답 ③
${}_4H_2\times4!=240$

234. 정답 ①
무기명으로 조사하는 것이므로 ${}_3H_5=21$

235. 정답 ⑤
$a={}_4H_7-(4+12)$
$={}_{10}C_3-16$
$=\dfrac{10\times9\times8}{3\times2\times1}-16$
$=120-16=104$

$b={}_4\mathrm{H}_6-4$
$={}_9\mathrm{C}_3-4$
$=\dfrac{9\times8\times7}{3\times2\times1}-4$
$=80$
$c={}_4\mathrm{H}_5$
$={}_8\mathrm{C}_3$
$=\dfrac{8\times7\times6}{3\times2\times1}$
$=56$
$\therefore\ a+b+c=104+80+56=240$

236. 정답 ⑤
중복조합으로 구한다.
${}_5H_4\times2^4$

237. 정답 ④
연립하면 $z=2$임을 알수 있다.
그러므로 $x+y+w=9$이므러 ${}_3H_9$이다.

238. 정답 ④
$x+y+z+w=3,\ {}_4\mathrm{H}_3=20$
$x+y+z+w=2,\ {}_4\mathrm{H}_2=10$
$x+y+z+w=1,\ {}_4\mathrm{H}_1=4$
$x+y+z+w=0,\ {}_4\mathrm{H}_0=1$
이므로 모든 경우의 수는 $20+10+4+1=35$

239. 정답 ②
$x+y+2z=7$에서
❶ $z=0$일 때,
$x+y=7$이므로 구하는 순서쌍 $(x,\ y,\ z)$의 개수는 $x,\ y$의 2개
의 문자에서 중복을 허락하여 7개를 뽑는 경우의 수와 같다.
$\therefore\ {}_2\mathrm{H}_7={}_{2+7-1}\mathrm{C}_7={}_8\mathrm{C}_7={}_8\mathrm{C}_1=8$
❷ $z=1$일 때,
$x+y+2=7$에서 $x+y=5$이므로 구하는 순서쌍 $(x,\ y,\ z)$의 개수는 $x,\ y$의 2개의 문자에서 중복을 허락하여 5개를 뽑는 경우의 수와 같다.
$\therefore\ {}_2\mathrm{H}_5={}_{2+5-1}\mathrm{C}_5={}_6\mathrm{C}_5={}_6\mathrm{C}_1=6$
❸ $z=2$일 때,
$x+y+4=7$에서 $x+y=3$이므로 구하는 순서쌍 $(x,\ y,\ z)$의 개수는 $x,\ y$의 2개의 문자에서 중복을 허락하여 3개를 뽑는 경우의 수와 같다.
$\therefore\ {}_2\mathrm{H}_3={}_{2+3-1}\mathrm{C}_3={}_4\mathrm{C}_3={}_4\mathrm{C}_1=4$
❹ $z=3$일 때,
$x+y+6=7$에서 $x+y=1$이므로 구하는 순서쌍 $(x,\ y,\ z)$의 개수는 $x,\ y$의 2개의 문자에서 중복을 허락하여 1개를 뽑는 경우의 수와 같다.
$\therefore\ {}_2\mathrm{H}_1={}_{2+1-1}\mathrm{C}_1={}_2\mathrm{C}_1=2$
따라서 ❶~❹에서 구하는 순서쌍 $(x,\ y,\ z)$의 개수는
$8+6+4+2=20$

240. 정답 ④
$A={}_3\mathrm{H}_7=36\ (x\ge0,\ y\ge0,\ z\ge0)$
$B={}_3\mathrm{H}_4=15\ (x\ge1,\ y\ge1,\ z\ge1)$
$\therefore\ A+B=51$

241. 정답 ⑤
서로 다른 모양의 공 4개는 상자A,B를 중복하여 선택하고 (중복순열)
서로 같은 모양의 공 4개는 상자A,B를 중복하여 선택한다.(중복조합)
따라서 ${}_2\Pi_4\times{}_2H_4=16\times5=80$

242. 정답 400
$a+2b+c+2d=2n$이므로 $a+2b+c+2d$의 값은 항상 짝수이다.
그러므로
(i) a,c가 짝수나 0인 경우
$a=2x,b=2y$라고 생각을 하면 $2x+2b+2y+2d=2n$이므로
$x+b+y+d=n\,(x,\ b,\ y,\ d$는 음이 아닌 정수$)$이고
가짓수는 ${}_4\mathrm{H}_n$이고
(i) a,c가 홀수인 경우
$a=2x+1,b=2y+1$라고 생각을 하면
$2x+1+2b+2y+1+2d=2n$이므로
$x+b+y+d=n-1(x,\ b,\ y,\ d$는 음이 아닌 정수$)$이고
가짓수는 ${}_4H_{n-1}$이다.
$\therefore a_n={}_4\mathrm{H}_n+{}_4\mathrm{H}_{n-1}$이므로
$a_{19}-a_{18}={}_4\mathrm{H}_{19}-{}_4\mathrm{H}_{17}={}_{22}\mathrm{C}_3-{}_{20}\mathrm{C}_3=400$이다.

243. 정답 ④
(i) 접시가 같은 종류일 때
각각의 접시에 놓이는 쿠키의 개수의 순서쌍을 모두 구하면
(6, 0, 0), (5, 1, 0), (4, 2, 0), (3, 3, 0), (4, 1, 1), (3, 2, 1), (2, 2, 2) 7가지 따라서 $a=7$
(ii) 접시가 다른 종류일 때
접시에 놓이는 쿠키의 개수를 각각 $a,\ b,\ c$라 하면
$a+b+c=6$을 만족하는 음이 정수의 순서쌍을 구하면 된다.
$b={}_3\mathrm{H}_6={}_8\mathrm{C}_6=28$
$\therefore a+b=35$

244. 정답 ③
$b=b'+2,\ c=c'-2$라 하면
$a+b'+2+c'-2+4d=a+b'+c'+4d=10$
$d=0$일 때 $a+b'+c'=10,\ {}_3\mathrm{H}_{10}=66$
$d=1$일 때 $a+b'+c'=6,\ {}_3\mathrm{H}_6=28$
$d=2$일 때 $a+b'+c'=2,\ {}_3\mathrm{H}_2=6$
$\therefore\ 66+28+6=100$

245. 정답 ③
가와 나를 만족시키려면 네수를 곱해서 홀수가 나오려면 홀수

2개와 짝수2개를 가져야하므로
$s,t \to 1,3,5,7,9$ 중2개
$u,v \to 11,13,15,17,19$중 2개
${}_5H_2 \times {}_5C_2 = \frac{6\times5}{2}\times\frac{5\times4}{2}=150$

246. 정답 ⑤
$1 \le |x| \le y \le |z| \le 8$에서 $y>0$이고, $xyz<0$이므로 x, z의 부호는 다르다.
1에서 8까지의 8개의 정수에서 3개를 중복하여 선택하고 이때 x, z의 부호는 다르므로
$\therefore\ {}_8H_3 \times 2 = 240$

247. 정답 ⑤
$n(A)=3$이 되는 경우: ${}_5C_3$, 예를 들어 $\{1,\ 2,\ 3\}$인 경우
1) $A=\{1,\ 2,\ 3\}$, $B=\{1\}$인 경우: 2가지
2) $A=\{1,\ 2,\ 3\}$, $B=\{1,\ 2\}$인 경우:
${}_3C_2 \times 2! \times (3^2-2^2)=30$가지
${}_5C_3 \times 3 \times 32 = 960$

248. 정답 ⑤
${}_2C_1 \times {}_4H_{24-16} = 2\times{}_4H_8 = 2\times{}_{11}C_8 = 2\times\frac{11\times10\times9}{6}=330$

249. 정답 ⑤
조건 (가)에서 함수 f의 치역에 속하는 집합 X의 원소 3개를 택하는 경우의 수는 ${}_8C_3=56$
치역에 속하는 3개의 수에 각각 대응하는 집합 X의 원소의 개수를 각각 a,b,c라 하고 조건 (나)를 만족시키려면
$a+b+c=8$ $(a,b,c$는 자연수$)$
$a'+1=a$, $b'+1=b$, $c'+1=c$로 놓으면
$a'+b'+c'=5$
${}_3H_5={}_7C_5=21$
그러므로 구하는 함수의 개수 $k=56\times21$

250. 정답 ③
1) 12이하의 짝수 중 중복해서 3개 뽑기: ${}_6H_3$
2) 12이하의 홀수 중 2개 뽑고, 짝수 1개 뽑기: ${}_6H_2\times6$

251. 정답 ⑤
x, y, z, w 중에서 3으로 나눈 나머지가 1인 2개와 3으로 나눈 나머지가 2인 2개를 정하는 경우의 수는 ${}_4C_2=6$
이 6가지 중에서
$x=3a+1$, $y=3b+1$, $z=3c+2$, $w=3d+2$
(단, a, b, c, d는 음이 아닌 정수) 라고 하면
$x+y+z+w=21$에서
$a+b+c+d=5$ (단, a, b, c, d는 음이 아닌 정수)
따라서 순서쌍 $(a,\ b,\ c,\ d)$의 개수는
${}_4H_5={}_8C_5={}_8C_3=56$
그러므로 순서쌍 $(x,\ y,\ z,\ w)$의 개수는
$6\times56=336$

252. 정답 ①
$a\ge1$, $b\ge1$이다.
따라서 $a+b+c=7$을 만족하는 음이 아닌 정수의 순서쌍의 개수를 구하면 된다.
${}_3H_7={}_9C_7=36$

253. 정답 546
(가) $f(3)$는 3의 배수이므로 $f(3)=3$ 또는 $f(3)=6$
(나) 집합 X의 임의의 두 원소 x_1, x_2에 대하여 $x_1<x_2$이면 $f(x_1)\le f(x_2)$이므로 중복조합
(ⅰ) $f(3)=3$인 경우
$f(1)$, $f(2)$는 1, 2, 3이 가능하므로 ${}_3H_2={}_4C_2=6$
$f(4)$, $f(5)$, $f(6)$은 3, 4, 5, 6, 7, 8이 가능하므로
${}_6H_3={}_8C_3=56$
따라서 $6\times56=336$
(ⅱ) $f(3)=6$인 경우
$f(1)$, $f(2)$는 1, 2, 3, 4, 5, 6이 가능하므로 ${}_6H_2={}_7C_2=21$
$f(4)$, $f(5)$, $f(6)$은 6, 7, 8이 가능하므로 ${}_3H_3={}_5C_3=10$
따라서 $21\times10=210$
그러므로 (ⅰ), (ⅱ)에 의해서 구하는 함수 f의 개수는
$336+210=546$

254. 정답 66
1) $f(1)=2$, $f(6)=6$인 경우: $2\le f(2)\le f(3)<6$ $({}_6H_2)$
$1<f(4)<f(5)<6$ $({}_4C_2)$
2) $f(1)=3$, $f(6)=4$인 경우: $3\le f(2)\le f(3)<6$ $({}_3H_2)$
$1<f(4)<f(5)<4$ $({}_2C_2)$
1)+2)$={}_4H_2\times{}_4C_2+{}_3H_2\times{}_2C_2=66$

255. 정답 ③
$x_1+x_2+x_3-x_4=x_1+x_2+x_3+(-x_4)=6$에서
$x_1\ge0$, $x_2\ge1$, $x_3\ge3$, $-x_4\ge-2$이므로
$x_1=a$, $x_2-1=b$, $x_3-3=c$, $-x_4+2=d$라 하면
$a+(b+1)+(c+3)+(d-2)=6$을 만족하는 0 이상의 정수해 $(a,\ b,\ c,\ d)$의 순서쌍의 개수를 구하는 것과 같다.
정리하면 $a+b+c+d=4$에서 ${}_4H_4={}_7C_4=35$개다.

256. 정답 12
$x=2^a, y=2^b, z=2^c$라 하자.
x,y,z가 3보다 큰 자연수 이므로
a,b,c는 2이상의 자연수 이다.
$xyz=2^{a+b+c}=2^n$에서
$a+b+c=n$ 이다.
$A=a-2, B=b-2, C=c-2$라고 하자.
대입하여 정리하면 $A+B+C=n-6$이고 A,B,C는 음이 아닌 정수해이다.
${}_3H_{n-6}={}_{n-4}C_{n-6}={}_{n-4}C_2=\frac{(n-4)(n-5)}{2}=28$
를 만족하는 자연수 $n=12$ 이다.

257. 정답 ⑤
1) 치역이 {4, 5}인 경우
$2^5-1=31$
2) 치역이 {2, 3, 4}인 경우
$3^5-(2^5+2^5-1)=180$
따라서 211개다.

258. 정답 ②
추가되는 사과, 배, 복숭아의 개수를 각각 x, y, z라고 하면
$0\le x+y+z\le 3$
x, y, z는 음이 아닌 정수이다.
을 만족하는 x, y, z의 순서쌍의 개수를 구하면 된다.
위의 경우의 수는 아래 식을 만족하는 x, y, z의 순서쌍의 개수와 같다.
$x+y+z+k=3$
따라서 ${}_4\mathrm{H}_3={}_6\mathrm{C}_3=20$이다.

259. 정답 ④
A, B, C 세 사람에게 사과 8개와 배 3개를 남김없이 나누어 주는 경우의 수는 ${}_3\mathrm{H}_8\times{}_3\mathrm{H}_3={}_{10}\mathrm{C}_8\times{}_5\mathrm{C}_3=450$이다.
A가 하나도 받지 못하는 경우의 수는
${}_2\mathrm{H}_8\times{}_2\mathrm{H}_3={}_9\mathrm{C}_8\times{}_4\mathrm{C}_3=36$,
B가 하나도 받지 못하는 경우의 수는
${}_2\mathrm{H}_8\times{}_2\mathrm{H}_3={}_9\mathrm{C}_8\times{}_4\mathrm{C}_3=36$,
C가 하나도 받지 못하는 경우의 수는
${}_2\mathrm{H}_8\times{}_2\mathrm{H}_3={}_9\mathrm{C}_8\times{}_4\mathrm{C}_3=36$,
A, B 모두 하나도 받지 못하는 경우의 수는 1,
A, C 모두 하나도 받지 못하는 경우의 수는 1,
B, C 모두 하나도 받지 못하는 경우의 수는 1이므로
문제에서 구하는 경우의 수는 $450-3\times36+3=345$이다.

260. 정답 ⑤
삼각형이 3개이므로 모양의 변화는 최대 6번 일어날 수 있음.
(1)모양의 변화 1번
삼삼삼/원원원원 , 원원원원/삼삼삼
2가지

(2)모양의 변화 3번
삼 / 원 / 삼 / 원
삼 자리에 나머지 1개가 들어가는 경우 2가지
원 자리에 나머지 4개가 들어가는 경우 ${}_2H_4={}_5C_4=5$
$2\times5=10$가지
원 / 삼 / 원 / 삼
경우도 마찬가지이므로 모양의 변화가 3번 일어나는 경우는 20가지

(3)모양의 변화 5번
원 / 삼 / 원 / 삼 / 원 / 삼
원 자리에 나머지 3개가 들어가는 경우 ${}_3H_3={}_5C_3=10$가지
삼 / 원 / 삼 / 원 / 삼 / 원
경우도 마찬가지이므로 모양의 변화가 5번 일어나는 경우는 20가지

261. 정답 ③
샌드위치를 4명의 학생에게 나눠주는 방법은 ${}_4\mathrm{H}_6=84$이고
모든 학생이 적어도 한 개씩은 받는 경우는 ${}_4\mathrm{H}_2=10$이므로
한 개도 받지 못하는 학생이 생기는 경우는 $84-10=74$

262. 정답 ②
세 색깔의 공을 하나씩 꺼내면 빨간 공 3개, 노란 공 5개, 파란 공 5개의 공에서 5개의 공을 꺼내면 된다.
i) 빨간 공을 0개 꺼낼 때 : ${}_2H_5=6$
ii) 빨간 공을 1개 꺼낼 때 : ${}_2H_4=5$
iii) 빨간 공을 2개 꺼낼 때 : ${}_2H_3=4$
iv) 빨간 공을 3개 꺼낼 때 : ${}_2H_2=3$
따라서 $6+5+4+3=18$

263. 정답 120
빨간색 깃발을 선택하는 경우를 x, 파란색을 y, 검정색을 z라 하면 $x+y+z\le 10$이고 각 색을 적어도 한 개씩은 사용해야 하므로 $x\ge1$, $y\ge1$, $z\ge1$이다. 이때, 임의의 수를
w $(0\le w\le 7)$라 두고 등식으로 바꾸면
$x+y+z+w=10$이므로
$\therefore\ {}_4\mathrm{H}_7={}_{10}\mathrm{C}_3=120$

264. 정답 ⑤
천의 자리수, 백의 자리수, 십의 자리수를 각각 a, b, c
$(0<a\le9,\ 0\le b,\ c\le 9)$라 하자.
(i) 일의 자리수가 1인 경우, $a+b+c=6$, $a\ne0$
${}_3\mathrm{H}_6-{}_2\mathrm{H}_6={}_8\mathrm{C}_6-{}_7\mathrm{C}_6=21$
(ii) 일의 자리수가 3인 경우, $a+b+c=4$, $a\ne0$
${}_3\mathrm{H}_4-{}_2\mathrm{H}_4={}_6\mathrm{C}_4-{}_5\mathrm{C}_4=10$
(iii) 일의 자리수가 5인 경우, $a+b+c=2$, $a\ne0$
${}_3\mathrm{H}_2-{}_2\mathrm{H}_2={}_4\mathrm{C}_2-{}_3\mathrm{C}_2=3$
따라서 전체 경우의 수는 34가지다.

[다른 풀이]
(i) ${}_3\mathrm{H}_5={}_7\mathrm{C}_5=21$
(ii) ${}_3\mathrm{H}_3={}_5\mathrm{C}_3=10$
(iii) ${}_3\mathrm{H}_1={}_3\mathrm{C}_1=3$

265. 정답 ④
흰돌을 o, 검은돌을 x라 하자. 색 변화가 6번 일어나는 경우는
(i) 흰돌을 먼저 나열할 때는
o x o x o x o 와 같이 7개의 돌이 나열되면 색이 6번 변한다.
여기서 남은 흰돌 4개를 o 자리에 나열하는 경우는
${}_4\mathrm{H}_4=35$이고
남은 검은돌 4개를 x 자리에 나열하는 경우는 ${}_3\mathrm{H}_4=15$이다.
그러므로 $35\times15=525$가지의 경우가 있다.
(ii) 검은돌을 먼저 나열할 때는

x o x o x o x 와 같이 7개의 돌이 나열되면 색이 6번 변한다.
여기서 남은 흰돌 5개를 o 자리에 나열하는 경우는
${}_{3}\mathrm{H}_{5}=21$이고
남은 검은돌 3개를 x 자리에 나열하는 경우는 ${}_{4}\mathrm{H}_{3}=20$이다.
그러므로 $21\times20=420$이다.
따라서 모든 경우의 수는 $525+420=945$이다.

266. 정답 ②
1) $f(0)=2,\ f(3)=4$
${}_{3}\mathrm{H}_{2}\times2=12$
2) $f(0)=1,\ f(3)=5$
${}_{4}\mathrm{H}_{2}\times1=10$
$12+10=22$

267. 정답 ④
일단 A상자에 흰 공 1개, 검은색 공 1개를 넣어 두고
나머지 흰 공 2개와 검은색 공 4개를 넣는 경우의 수를 구한다.
(i) A상자에 흰 공이 2개 모두 넣은 경우
남은 검은색 공 4개를 3개의 상자에 넣는 경우의 수는
$a+b+c=4,\ {}_{3}\mathrm{H}_{4}={}_{6}\mathrm{C}_{4}=15,\ \therefore\ 15$가지
(ii) A상자에 흰 공 1개를 넣고 남은 1개는 B또는 C에 넣은 경우
남은 검은색 공 4개 중 1개는 흰 공이 들어간 B또는 C에 넣고
나머지 3개를 3개의 상자에 넣는 경우의 수는
$a+b+c=3,\ {}_{3}\mathrm{H}_{3}={}_{5}\mathrm{C}_{3}=10,\ \therefore\ 2\times10=20$가지
(iii) 2개의 흰 공 2개를 모두 B또는 C에 넣는 경우
검은색 공 1개를 흰 공이 들어간 B또는 C에 넣고
나머지 3개를 3개의 상자에 넣는 경우의 수는 ${}_{3}\mathrm{H}_{3}={}_{5}\mathrm{C}_{3}=10$,
$\therefore\ 2\times10=20$가지
(iv) 흰 공 2개를 B와 C에 1개씩 나누어 넣은 경우
검은색 공 4개를 B와 C에 1개씩 넣고,
나머지 2개를 3개의 상자에 넣는 경우의 수는 ${}_{3}\mathrm{H}_{2}={}_{4}\mathrm{C}_{2}=6$,
$\therefore\ 6$가지
$\therefore\ 15+20+20+6=61$

268. 정답 ③
여학생 3명이 연필을 1개씩 가질 때, 남학생 2명에게 남은 연필을 나눠주는 경우의 수는 $HLSUB2_{5}=CLSUB6_{5}=6$
여학생 3명이 연필을 2개씩 가질 때, 남학생 2명에게 남은 연필을 나눠주는 경우의 수는 $HLSUB2_{2}=CLSUB3_{2}=3$
그러므로 연필을 나눠갖는 경우의수는 $6+3=9$
남학생 2명이 볼펜을 1개씩 가질 때, 여학생 3명에게 남은 볼펜을 나눠주는 경우의 수는 $HLSUB3_{3}=CLSUB5_{3}=10$
남학생 2명이 볼펜을 2개씩 가질 때, 여학생 3명에게 남은 볼펜을 나눠주는 경우의 수는 $HLSUB3_{1}=CLSUB3_{1}=3$
그러므로 볼펜을 나눠갖는 경우의수는 $10+3=13$
$\therefore 9\times13=117$

269. 정답 ④
(i) 학생 A가 사탕을 1개 이상 받는 모든 경우의 수
사탕을 나누는 경우는
$A+B+C=6\ (A\geq1)$이므로 ${}_{3}\mathrm{H}_{5}=21$
초콜릿을 나누는 경우는 $3^{5}=243$
따라서 $21\times243=5103$
(ii) 학생 B가 사탕과 초콜릿을 모두 받지 못하는 경우의 수
사탕을 나누는 경우는
$A+C=6\ (A\geq1)$이므로 ${}_{2}\mathrm{H}_{5}=6$
초콜릿을 나누는 경우는 $2^{5}=32$
따라서 $6\times32=192$
(i),(ii)에서
$\therefore\ 5103-192=4911$

270. 정답 ④
(1) $c=3k_1,\ d=3k_2$인 경우
$3a+3b+c+d=3n$에서 $3a+3b+3k_1+3k_2=3n$을 만족시키는 음이 아닌 정수 $a,\ b,\ k_1,\ k_2$의 모든 순서쌍의 개수는 ${}_{4}\mathrm{H}_{n}$이다.
(2) $c=3k_3+1,\ d=3k_4+2$인 경우
$3a+3b+c+d=3n$에서 $3a+3b+3k_3+1+3k_4+2=3n$,
$a+b+k_3+k_4=n-1$을 만족시키는 $a,\ b,\ k_3,\ k_4$의 모든 순서쌍의 개수는 ${}_{4}\mathrm{H}_{n-1}$이다.
$f(6)={}_{4}\mathrm{H}_{6}+2\times{}_{4}\mathrm{H}_{5}=196$
$g(3)={}_{4}\mathrm{H}_{2}=10$
$\therefore f(6)+g(3)=206$

271. 정답 ⑤
(가) 조건에 따라 각 학생은 적어도 1개의 초콜릿을 받는다고 했으니 미리 1개씩 나누어준다.
(나) 조건에 따라 A가 가진 초콜릿 수 > B가 가진 초콜릿 수이므로
남은 초콜릿 5개를 4명에게 (나) 조건 만족하면서 나누어 주면 된다.
$A+B+C+D=5$

(1)$B=0$
$A=1\ \ C+D=4\ \ {}_{2}\mathrm{H}_{4}=5$
$A=2\ \ C+D=3\ \ {}_{2}\mathrm{H}_{3}=4$
$A=3\ \ C+D=2\ \ {}_{2}\mathrm{H}_{2}=3$
$A=4\ \ C+D=1\ \ {}_{2}\mathrm{H}_{1}=2$
$A=5\ \ C+D=0\ \ {}_{2}\mathrm{H}_{0}=1$ 총합 15

(2)$B=1$
$A=2\ \ C+D=2\ \ {}_{2}\mathrm{H}_{2}=3$
$A=3\ \ C+D=1\ \ {}_{2}\mathrm{H}_{1}=2$
$A=4\ \ C+D=0\ \ {}_{2}\mathrm{H}_{0}=1$ 총합 6

(3)$B=2$
$A=3\ \ C+D=0\ \ {}_{2}\mathrm{H}_{0}=1$ 총합 1
그러므로 22가지

[검수자 다른 풀이]
$A+B+C+D=5$: 전체 경우$={}_4\mathrm{H}_5={}_8\mathrm{C}_3=56$
$A=B$일 때 $2A+C+D=5$
$A=0$: $C+D=5 \to {}_2\mathrm{H}_5=6$
$A=1$: $C+D=3 \to {}_2\mathrm{H}_3=4$
$A=2$: $C+D=1 \to {}_2\mathrm{H}_1=2$ 총 12가지
$A>B$일 때와 $A<B$일 때의 경우의 수는 같으므로
$\therefore (56-12)\times\frac{1}{2}=22$

272.정답 ④
(i) $x=z$인 경우
$x=z=0$이면, $y+p+q=8$이므로 ${}_3\mathrm{H}_8={}_{10}\mathrm{C}_2=45$개
$x=z=1$이면, $y+p+q=6$이므로 ${}_3\mathrm{H}_6={}_8\mathrm{C}_2=28$개
$x=z=2$이면, $y+p+q=4$이므로 ${}_3\mathrm{H}_4={}_6\mathrm{C}_2=15$개
$x=z=3$이면, $y+p+q=2$이므로 ${}_3\mathrm{H}_2={}_4\mathrm{C}_2=6$개
$x=z=4$이면, $y+p+q=0$이므로 1개
따라서 95개이다.
(ii) $x=z=p$인 경우
$x=z=p=0$이면, $y+q=8$이므로 ${}_2\mathrm{H}_8={}_9\mathrm{C}_1=9$개
$x=z=p=1$이면, $y+q=5$이므로 ${}_2\mathrm{H}_5={}_6\mathrm{C}_1=6$개
$x=z=p=2$이면, $y+q=2$이므로 ${}_2\mathrm{H}_2={}_3\mathrm{C}_1=3$개
따라서 18개이다.
그러므로 $x=z\neq p$인 모든 순서쌍 $(x,\ y,\ z,\ p,\ q)$의 개수는
(i) $x=z$인 경우에서 (ii) $x=z=p$인 경우를 빼면 된다.
즉, $95-18=77$개이다.

273.정답 16
$d+e=3$이고, d, e가 자연수 이므로 $d=1$, $e=2$인 경우와
$d=2$, $e=1$인 경우로 나뉜다.
$d=1$, $e=2$인 경우에는 $a+b+c+d=7$에서 $a+b+c=6$이고
a, b, c가 자연수이므로 ${}_3\mathrm{H}_3=10$가지이다.
$d=2$, $e=1$인 경우에는 $a+b+c+d=7$에서 $a+b+c=5$이고
a, b, c가 자연수이므로 ${}_3\mathrm{H}_2=6$가지이다.
그러므로 모든 순서쌍의 개수는 $10+6=16$

274.정답 ③
1) $c+d=3$인 경우는 ${}_2\mathrm{H}_3=4$, $a\times b\times e=5$인 순서쌍은 3가지
이므로 $4\times3=12$가지
2) $c+d=5$인 경우는 ${}_2\mathrm{H}_5=6$, $a\times b\times e=3$인 순서쌍은 3가지
이므로 $6\times3=18$가지
3) $c+d=15$인 경우는 ${}_2\mathrm{H}_{15}=16$, $a\times b\times e=1$인 순서쌍은
1가지
이므로 $16\times1=16$가지
그러므로 모든 경우는 $12+18+16=46$가지

275.정답 ②
$n=1$을 대입하면 $x_2-x_1\geq2$, $x_2\geq x_1+2$, $x_2+2\geq x_1+4$
$n=2$를 대입하면 $x_3-x_2\geq2$, $x_3\geq x_2+2$
음이 아닌 정수들이므로 두 부등식을 연립하면
$4\leq x_1+4\leq x_2+2\leq x_3\leq8$이다.
$x_1+4=a$, $x_2+2=b$로 두면 $4\leq a\leq b\leq x_3\leq8$이므로 4이상
8이하의 세 수를 선택하는 것과 같다.
그러므로 ${}_5\mathrm{H}_3=35$

276.정답 115
조건 (나)에서 자연수 x, y, z에 대하여
$a=d\times x$, $b=d\times y$, $c=d\times z$라 하면
조건 (가)에 의하여
$dx+dy+dz+d=30$에서
$d(x+y+z+1)=30$ (x, y, z는 자연수) …… ㉠
❶ $d=2$일 때,
$2(x+y+z+1)=30$에서 $x+y+z+1=15$
$\therefore x+y+z=14$ (x, y, z는 자연수)
이때, $x=x'+1$, $y=y'+1$, $z=z'+1$라 하면
$(x'+1)+(y'+1)+(z'+1)=14$에서
$x'+y'+z'=11$ (x', y', z'은 음이 아닌 정수)
따라서 조건을 만족시키는 a, b, c, d의 순서쌍
$(a,\ b,\ c,\ d)$의
개수는 세 개의 문자 x', y', z'에서 중복을 허락하여 11개를
선택하는 경우의 수와 같으므로
$${}_3\mathrm{H}_{11}={}_{3+11-1}\mathrm{C}_{11}={}_{13}\mathrm{C}_{11}={}_{13}\mathrm{C}_2=\frac{13\times12}{2\times1}=78$$
❷ $d=3$일 때,
$3(x+y+z+1)=30$에서 $x+y+z+1=10$
$\therefore x+y+z=9$ (x, y, z는 자연수)
이때, $x=x'+1$, $y=y'+1$, $z=z'+1$라 하면
$(x'+1)+(y'+1)+(z'+1)=9$에서
$x'+y'+z'=6$ (x', y', z'은 음이 아닌 정수)
따라서 조건을 만족시키는 a, b, c, d의 순서쌍
$(a,\ b,\ c,\ d)$의
개수는 세 개의 문자 x', y', z'에서 중복을 허락하여 6개를
선택하는 경우의 수와 같으므로
$${}_3\mathrm{H}_6={}_{3+6-1}\mathrm{C}_6={}_8\mathrm{C}_6={}_8\mathrm{C}_2=\frac{8\times7}{2\times1}=28$$
❸ $d=5$일 때,
$5(x+y+z+1)=30$에서 $x+y+z+1=6$
$\therefore x+y+z=5$ (x, y, z는 자연수)
이때, $x=x'+1$, $y=y'+1$, $z=z'+1$라 하면
$(x'+1)+(y'+1)+(z'+1)=5$에서
$x'+y'+z'=2$ (x', y', z'은 음이 아닌 정수)
따라서 조건을 만족시키는 a, b, c, d의 순서쌍
$(a,\ b,\ c,\ d)$의
개수는 세 개의 문자 x', y', z'에서 중복을 허락하여 2개를
선택하는 경우의 수와 같으므로
$${}_3\mathrm{H}_2={}_{3+2-1}\mathrm{C}_2={}_4\mathrm{C}_2=\frac{4\times3}{2\times1}=6$$
❹ $d=6$일 때,
$6(x+y+z+1)=30$에서 $x+y+z+1=5$
$\therefore x+y+z=4$ (x, y, z는 자연수)

이때, $x=x'+1$, $y=y'+1$, $z=z'+1$라 하면
$(x'+1)+(y'+1)+(z'+1)=4$에서
$x'+y'+z'=1$ (x', y', z'은 음이 아닌 정수)
따라서 조건을 만족시키는 a, b, c, d의 순서쌍
$(a,\ b,\ c,\ d)$의
개수는 세 개의 문자 x', y', z'에서 중복을 허락하여 1개를 선택하는 경우의 수와 같으므로
$_3H_1={}_{3+1-1}C_1={}_3C_1=3$
따라서 ❶~❹에서 조건을 만족시키는 a, b, c, d의 순서쌍 $(a,\ b,\ c,\ d)$의 개수는 $78+28+6+3=115$

277.정답 ②
(가) $abc=2^2\times5^2\times7$
$a=2^{x_1}5^{y_1}7^{z_1}$, $b=2^{x_2}5^{y_2}7^{z_2}$, $c=2^{x_3}5^{y_3}7^{z_3}$라 하면
$x_1+x_2+x_3=2$, $y_1+y_2+y_3=2$, $z_1+z_2+z_3=1$이므로
$_3H_2\times{}_3H_2\times{}_3H_1=108$이다
(나) 조건을 만족하지 않는 경우
$(1,\ 1,\ 700)$, $(2,\ 2,\ 175)$, $(5,\ 5,\ 28)$, $(10,\ 10,\ 7)$인 형태
$3\times4=12$이다.
$108-12=96$

278.정답 236
(ⅰ) $f(4)=2$인 경우
1, 2 중에서 중복을 허락하여 3개를 선택하여 크기순으로 $f(1)$, $f(2)$, $f(3)$의 값으로 정하고, 2, 3, 4, 5, 6 중에서 중복을 허락하여 2개를 선택하여 크기순으로 $f(5)$, $f(6)$의 값으로 정하면 된다.
이 경우 함수의 개수는 $_2H_3\times{}_5H_2={}_4C_3\times{}_6C_2=60$
(ⅱ) $f(4)=4$인 경우
1, 2, 3, 4 중에서 중복을 허락하여 3개를 선택하여 크기순으로 $f(1)$, $f(2)$, $f(3)$의 값으로 정하고, 4, 5, 6 중에서 중복을 허락하여 2개를 선택하여 크기순으로 $f(5)$, $f(6)$의 값으로 정하면 된다.
이 경우 함수의 개수는 $_4H_3\times{}_3H_2={}_6C_3\times{}_4C_2=120$
(ⅲ) $f(4)=6$인 경우
1, 2, 3, 4, 5, 6 중에서 중복을 허락하여 3개를 선택하여 크기순으로 $f(1)$, $f(2)$, $f(3)$의 값으로 정하고, $f(5)$, $f(6)$의 값은 6으로 정하면 된다.
이 경우 함수의 개수는 $_6H_3\times1={}_8C_3=56$
따라서 문제에서 구하는 함수의 개수는 $60+120+56=236$이다.

279.정답 ③
조건 (가)와 (나)를 만족하는 분류를 하면
(i) 치역이 '짝 짝 짝 짝' 인 경우
짝수 4개 중에서 4개를 뽑는 경우 $_4C_4$가지이고 서로 다른 짝수 4개가 8개의 정의역으로부터 한 번씩 대응을 받는 가짓수는
$_4H_4={}_7C_4=35$ ∴ $1\times35=35$
(ii) 치역이 '짝 짝 홀 홀' 인 경우
짝수 4개 중에서 2개를 뽑는 경우와 홀수 4개 중에서 2개를 뽑는
경우는 $_4C_2\times{}_4C_2=36$
치역의 원소 4개가 8개의 정의역으로부터 한 번씩 대응을 받는 가짓수는
$_4H_4={}_7C_4=35$ ∴ $36\times35=1260$
(iii) (i) 치역이 '홀 홀 홀 홀' 인 경우
홀수 4개 중에서 4개를 뽑는 경우 $_4C_4$가지이고 서로 다른 홀수 4개가 8개의 정의역으로부터 한 번씩 대응을 받는 가짓수는
$_4H_4={}_7C_4=35$ ∴ $1\times35=35$
따라서, 전체 경우의 수는 ∴$35+1260+35=1330$

280.정답 ④
(나) 조건에 의해 케이스를 A가 사탕을 받을 때 받지 않을 때로 나눈다.

(i) A가 사탕을 받을 때,
A가 사탕과 초콜릿을 하나씩 받고 시작한다.
A, B, C가 받는 사탕의 개수를 a, b, c라 하면
$a+b+c=3$이므로 $_3H_3$
A, B, C가 받는 초콜릿의 개수 p, q, r라 하면
$p+q+r=3$이므로 $_3H_3$
따라서 경우의 수는 $_3H_3\times{}_3H_3=100$ ……㉠
(가) 조건을 만족하지 않는 경우의 수를 제외하면
A가 모든 사탕과 초콜릿을 받는 경우의 수 1가지 ……㉡
B가 사탕과 초콜릿을 못 받는 경우와 C가 사탕과 초콜릿을 모두 못 받는 경우의 수는 구조상 같다.
B를 제외한 사탕과 초콜릿을 A, C에 넣는 경우의 수를
$_2H_3\times{}_2H_3$
A가 모든 사탕과 초콜릿을 받는 경우는 1가지로 위에서 세었으므로 뺀다. 따라서 B가 아무것도 받지 못하는 경우의 수는 $_2H_3\times{}_2H_3-1$
구조상 C가 아무것도 받지 못하는 경우의 수도 $_2H_3\times{}_2H_3-1$
$2\times({}_2H_3\times{}_2H_3-1)=30$ ……㉢
(i)의 경우의 수는 ㉠-(㉡+㉢)
∴ $100-(31)=69$

(ii) A가 사탕을 받지 못할 때,
A가 초콜릿을 한 개만 받는 경우
B, C가 사탕과 초콜릿을 받는 경우 $_2H_4\times{}_2H_3=20$
B 또는 C가 사탕과 초콜릿을 모두 가져가는 경우 각각 1가지로 2가지
$_2H_4\times{}_2H_3-2=18$

A가 초콜릿을 두 개만 받는 경우
B, C가 사탕과 초콜릿을 받는 경우 $_2H_4\times{}_2H_2=15$
B 또는 C가 사탕과 초콜릿을 모두 가져가는 경우 각각 1가지로 2가지
$_2H_4\times{}_2H_2-2=13$

A가 초콜릿을 세 개만 받는 경우

B, C가 사탕과 초콜릿을 받는 경우 ${}_2H_4 \times {}_2H_1 = 10$
B 또는 C가 사탕과 초콜릿을 모두 가져가는 경우 각각 1가지로 2가지
${}_2H_4 \times {}_2H_1 - 2 = 8$

A가 초콜릿을 네 개 모두 받는 경우
B, C가 사탕을 받는 경우 ${}_2H_4 = 5$
B 또는 C가 사탕을 모두 가져가는 경우 각각 1가지로 2가지
$5 - 2 = 3$

위의 경우의 수를 더하면 $18 + 13 + 8 + 3 = 42$

$\therefore\ 69 + 42 = 111$

[다른풀이]
A, B, C가 받는 사탕의 개수를 각각 a, b, c라 하고
A, B, C가 받는 초콜릿의 개수를 각각 p, q, r이라 하면
$a+b+c=4$(a, b, c는 음이 아닌 정수)
$p+q+r=4$(p, q, r은 음이 아닌 정수)와 같이 놓을 수 있다.
전체 경우의 수는 ${}_3H_4 \times {}_3H_4 = 225$가지
조건 (가)를 만족하기 위해 아무것도 못 받은 사람이 1명인 경우 그 한 명을 선택하고(${}_3C_1$) 남은 두 명에게 분배한 후(${}_2H_4 \times {}_2H_4$) 한명에게 모두 준 경우(2)를 제외한다.
$\therefore\ {}_3C_1 \times ({}_2H_4 \times {}_2H_4 - 2) = 69$가지
조건 (가)를 만족하기 위해 아무것도 못 받은 사람이 2명인 경우는
3가지 이므로 조건 (가)를 만족하는 경우의 수는
$225 - 69 - 3 = 153$가지이다.

이제 조건 (나)를 만족하기 위해
$a \ge 1$이면서 $p=0$이고, 아무것도 못 받은 사람이 없는 경우를 제외하면 된다.
일단 $a \ge 1$이고, $p=0$인 경우는 ${}_3H_3 \times {}_2H_4 = 50$가지이고, 이중 못받는 사람이 생기는 경우는 $b=q=0$이거나 $c=r=0$인 경우인 $2 \times {}_2H_3 \times 1 = 8$가지이므로
제외해야 할 모든 경우의 수는 $50 - 8 = 42$가지

따라서, 조건 (가), (나)를 모두 만족하는 경우의 수는
$\therefore\ 153 - 42 = 111$가지

281. 정답 ⑤
(가), (나)의 규칙을 모두 생각하면 상자 A에는 검은 공이 반드시 들어가야 하므로, 먼저 A에 검은 공 1개를 넣고 남은 검은 공 3개, 흰 공 3개를 A, B, C에 넣는다. ${}_3H_3 \times {}_3H_3 = 100$
이 경우 중에 상자 B또는 C가 비는 경우를 조사하면
$2 \times {}_2H_3 \times {}_2H_3 = 2 \times 16 = 32$가지.
두 상자 B, C가 모두 비는 경우 1가지이다.
그러므로 $100 - 32 + 1 = 69$가지.

282. 정답 15
세 개의 주머니에 들어가는 공의 개수를 각각 a, b, c라고 하자.
(가) $a+b+c=5$인 경우
$p = {}_3H_5 = {}_7C_5 = 21$
(나) 전체 경우의 수에서 (가)의 경우의 수를 제외하면 된다.
${}_3H_8 = {}_{10}C_8 = 45$
$45 - 21 = 24$, $q = 24$
(다) $a=2$인 경우 ${}_2H_6 = {}_7C_6 = 7$
$7 \times 3 - 3 = 18$, $q = 18$
따라서 $p - q + r = 15$

283. 정답 ④
치역을 Y라 하자.
(i) $n(Y)=1$인 경우 6가지
(ii) $n(Y)=2$인 경우
1, 2, 3, 4, 5, 6 중에서 2개를 택하는 경우의 수는
${}_6C_2 = 15$이다.
$Y=\{1,\ 2\}$라 하면 $f(1)=1$, $f(6)=2$이고, $f(2)$, $f(3)$, $f(4)$, $f(5)$는 1, 2 중에서 중복을 허락하여 순서에 상관없이 4개를 택하면 된다. 따라서 함수의 개수는
$15 \times {}_2H_4 = 75$
(iii) $n(Y)=3$인 경우
1, 2, 3, 4, 5, 6 중에서 3개를 택하는 경우의 수는
${}_6C_3 = 20$이다.
$Y=\{1,\ 2,\ 3\}$라 하면 $f(1)=1$, $f(6)=3$이고, $f(2)$, $f(3)$, $f(4)$, $f(5)$는 1, 2, 3중에서 중복을 허락하여 순서에 상관없이 4개를 택하는 경우의 수에서 2가 하나도 선택받지 못한 경우의 수를 제외 하면 된다. 따라서 함수의 개수는
$20 \times ({}_3H_4 - {}_2H_4) = 200$
따라서 천제 경우의 수는 281가지다.

284. 정답 ⑤
조건 (나)에서 $x=b-d \ge 0$, $y=c-e \ge 0$이므로 조건 (가)에서
$a+x+y=13$
이고, 한편 x의 값이 0이상의 정수가 되는 $(b,\ d)$의 순서쌍의 개수는 4쌍이고, y의 값이 0이상의 정수가 되는 $(c,\ e)$의 순서쌍의 개수는 3쌍이다. 예를 들어 $x=2$가 되는 $(b,\ d)$의 순서쌍은 (2, 0), (3, 1), (4, 2), (5, 3)으로 4개이다. 따라서 전체 경우의 수는
${}_3H_{13} \times 4 \times 3 = {}_{15}C_{13} \times 12 = 1260$
이다.

285. 정답 ④
$$(a-2b)^2 = {}_5C_0a^5(-2b)^0 + {}_5C_1a^4(-2b)^1 + {}_5C_2a^3(-2b)^2 + {}_5C_3a^2(-2b)^3 + {}_5C_4a(-2b)^4 + {}_5C_5a^0(-2b)^5$$
$$= a^5 - 10a^4b + 40a^3b^2 - 80a^2b^3 + 80ab^4 - 32b^5$$

286. 정답 ①
${}_5C_rx^{5-r}(-3y)^r$에서 x^3y^2의 계수는 $r=2$일 때이므로
${}_5C_2(-3)^2 = 90$

287. 정답 ③

x^2의 계수는 ${}_5\mathrm{C}_3\times 2^2\times(-a)^3=-40a^3$

x의 계수는 ${}_5\mathrm{C}_4\times 2^1\times(-a)^4=10a^4$

$-40a^3+10a^4=0$이므로 $a=4$이다.

288. 정답 ②

일반항 ${}_7C_r x^r$에서 x^3의 계수는 $r=3$일 때이므로

$\therefore\ {}_7\mathrm{C}_3=35$

289. 정답 ⑤

${}_6\mathrm{C}_2 x^4\cdot 2^2=60x^4$

$\therefore\ 60$

290. 정답 ③

x^2의 계수는 ${}_7\mathrm{C}_2\times a^5$

x^3의 계수는 ${}_7\mathrm{C}_3\times a^4$

$21a^5=35a^4$ 따라서 $a=\dfrac{5}{3}$

291. 정답 ③

${}_5C_4(3a)(-b)^4=15ab^4$

292. 정답 ⑤

${}_6\mathrm{C}_3a^3b^3=20a^3b^3$

293. 정답 ⑤

$(x^2-2x)^4={}_4\mathrm{C}_r(x^2)^{4-r}(-2x)^r$

$={}_4\mathrm{C}_r(-2)^r x^{8-r}$

$8-r=4$이므로 $r=4$

${}_4\mathrm{C}_4(-2)^4=16$

294. 정답 ③

$(1+x)^6+ax(1+x)^6={}_6C_4+a\cdot{}_6C_3=45$

$\therefore a=\dfrac{3}{2}$

295. 정답 60

$\left(x^2+\dfrac{a}{x}\right)^6=\sum\limits_{r=0}^{6}{}_6C_r(x^2)^r\left(\dfrac{a}{x}\right)^{6-r}$에서 x^3의 계수는 $r=3$일 경우이므로 ${}_6C_3\times a^3=-160$이므로 $a=-2$이다.

따라서, x^6의 계수는 $r=4$일 경우이므로

${}_6C_4\times a^2=15\times(-2)^2=60$이다.

296. 정답 ⑤

일반항 ${}_4C_r a^r x^{8-3r}$

$8-3r=5$가 되는 $r=1$이므로 x^5의 계수는 ${}_4C_1a$

${}_4C_1a=12$이므로 $a=3$

$8-3r=2$가 되는 $r=2$, x^2의 계수는 ${}_4C_2\cdot 3^2$

297. 정답 ④

$\left(1-\dfrac{3}{2}x^2\right)^n$에서 일반항은 ${}_nC_r(1)^{n-r}\left(-\dfrac{3}{2}x^2\right)^r$이고

$(1+x)^{8-n}$에서 일반항은 ${}_{8-n}C_s(1)^{8-n-2}(x)^s$이다.

둘을 곱하고 x항의 보면 x^{2r+s}이다. (r,s)의 조합을 찾아보면

$(1,0),(0,2)$이다. ${}_nC_1\left(-\dfrac{3}{2}\right)^1{}_{8-n}C_0+{}_nC_0\left(-\dfrac{3}{2}\right)^0{}_{8-n}C_2<0$

$-\dfrac{3}{2}n+\dfrac{(8-n)(7-n)}{2}<0$

298. 정답 (1) $-32a$ (2) $24a^2$ (3) $\dfrac{4}{3}$

(2-1) ${}_4C_3(2x)^3(-a)^1\ \therefore -32a$

(2-2) ${}_4C_2(2x)^2(-a)^2\ \therefore 24a^2$

(2-3) $24a^2-32a=0\ \therefore a=\dfrac{4}{3}$

299. 정답 2^{20}

${}_{21}C_1+{}_{21}C_3+\cdots+{}_{21}C_{21}=2^{20}$

300. 정답 ④

$f(n)={}_n\mathrm{C}_2(3)^2=9\times{}_n\mathrm{C}_2$

$=\dfrac{9}{2}\times n(n-1)$

$\dfrac{90}{f(2)}+\dfrac{90}{f(3)}+\dfrac{90}{f(4)}+\cdots+\dfrac{90}{f(10)}$

$=90\times\left\{\dfrac{2}{9}\times\dfrac{1}{1\times2}+\dfrac{2}{9}\times\dfrac{1}{2\times3}+\cdots+\dfrac{2}{9}\times\dfrac{1}{9\times10}\right\}$

$=20\times\left\{\dfrac{1}{1}-\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{3}+\cdots+\dfrac{1}{9}-\dfrac{1}{10}\right\}$

$=20\times\left\{\dfrac{1}{1}-\dfrac{1}{10}\right\}$

$=18$

301. 정답 ⑤

$41^{15}=(40+1)^{15}$

$={}_{15}\mathrm{C}_0 40^0+{}_{15}\mathrm{C}_1 40^1+{}_{15}\mathrm{C}_2 40^2+\cdots+{}_{15}\mathrm{C}_{15}40^{15}$

이 때, 40^2을 가진 항은 모두 160의 배수이므로

${}_{15}\mathrm{C}_0 40^0+{}_{15}\mathrm{C}_1 40^1$을 160으로 나눈 나머지만 확인하면 된다.

${}_{15}\mathrm{C}_0 40^0+{}_{15}\mathrm{C}_1 40^1=15\cdot 40+1=600+1$

$=160\times 3+120+1$

$\therefore 121$

302. 정답 ①

파스칼 삼각형 사선공식 적용 ${}_7C_3-1$

303. 정답 ④

${}_{51}\mathrm{C}_0+{}_{51}\mathrm{C}_1+{}_{51}\mathrm{C}_2+\cdots+{}_{51}\mathrm{C}_{25}+{}_{51}\mathrm{C}_{26}+\cdots+{}_{51}\mathrm{C}_{51}=2^{51}$이고

${}_{51}\mathrm{C}_0={}_{51}\mathrm{C}_{51}$, ${}_{51}\mathrm{C}_1={}_{51}\mathrm{C}_{50}$, $\cdots$, ${}_{51}\mathrm{C}_{25}={}_{51}\mathrm{C}_{26}$이므로

${}_{51}\mathrm{C}_0+{}_{51}\mathrm{C}_1+{}_{51}\mathrm{C}_2+\cdots+{}_{51}\mathrm{C}_{25}=2^{50}$

304. 정답 8 또는 9

$_{n}C_0+{}_{n}C_1+{}_{n}C_2+\cdots+{}_{n}C_n=2^n$

$200<2^n-1<1000$, $n=8$ 또는 $n=9$

305.정답 ③

이항정리에서 $(a+b)^n=\sum_{r=0}^{n}{}_{n}C_r a^r b^{n-r}$이고

위 문제는 $\sum_{r=0}^{5}{}_{5}C_r$이므로 $a=b=1$, $n=5$인 상황으로 볼 수 있다.

따라서, $2^5=32$이다.

306.정답 ③

$(1-x)^{11}={}_{11}C_0-{}_{11}C_1x+\cdots-{}_{11}C_{11}x^{11}$에 $x=1$을 대입하면

$0-{}_{11}C_0+{}_{11}C_{11}=-{}_{11}C_1+{}_{11}C_2-\cdots+{}_{11}C_{10}$

307.정답 ③

${}_{5}C_0+{}_{5}C_1+{}_{5}C_2+{}_{5}C_3+{}_{5}C_4+{}_{5}C_5=2^5=32$

308.정답 ③

${}_{3}C_3={}_{3}C_0={}_{4}C_0$, ${}_{4}C_0+{}_{4}C_1={}_{5}C_1$

309.정답 ⑤

${}_{2}C_0+{}_{3}C_1+{}_{4}C_2+{}_{5}C_3+{}_{6}C_4+{}_{7}C_5$

$={}_{3}C_0+{}_{3}C_1+{}_{4}C_2+{}_{5}C_3+{}_{6}C_4+{}_{7}C_5$ (${}_{2}C_0={}_{3}C_0$ 이용)

$={}_{4}C_1+{}_{4}C_2+{}_{5}C_3+{}_{6}C_4+{}_{7}C_5$ (${}_{n-1}C_{r-1}+{}_{n-1}C_r={}_{n}C_r$ 이용)

$={}_{5}C_2+{}_{5}C_3+{}_{6}C_4+{}_{7}C_5$

$\vdots$

$={}_{8}C_5={}_{n}C_3$이므로 $\therefore\ n=8$

310.정답 ⑤

이항정리에 의하여

${}_{10}C_0+{}_{10}C_1 8+{}_{10}C_2 8^2+\cdots+{}_{10}C_9 8^9+{}_{10}C_{10}8^{10}$

$={}_{10}C_0\cdot 1^{10}\cdot 8^0+{}_{10}C_1\cdot 1^9\cdot 8^1+{}_{10}C_2\cdot 1^8\cdot 8^2+\cdots+{}_{10}C_{10}\cdot 1^0\cdot 8^{10}$

$=(1+8)^{10}$

$=3^{20}$

311.정답 ③

파스칼의 삼각형의 ${}_{n-1}C_{r-1}+{}_{n-1}C_r={}_{n}C_r$ 를 이용하면

$${}_{2016}C_{21}+{}_{2016}C_{20}={}_{2017}C_{21}$$
$${}_{2017}C_{22}+{}_{2017}C_{21}={}_{2018}C_{22}$$
$${}_{2018}C_{23}+{}_{2018}C_{22}={}_{2019}C_{23}$$
$${}_{2019}C_{24}+{}_{2019}C_{23}={}_{2020}C_{24}$$
$${}_{2020}C_{25}+{}_{2020}C_{24}={}_{2021}C_{25}$$

312.정답 ③

이항계수의 성질에 의하여

${}_{n}C_1+{}_{n}C_3+{}_{n}C_5+\cdots=2^{n-1}$이므로

$\log_2({}_{11}C_1+{}_{11}C_3+{}_{11}C_5+{}_{11}C_7+{}_{11}C_9+{}_{11}C_{11})$

$=\log_2(2^{11-1})$

$=10$

313.정답 ④

${}_{n}C_3\times 2^{n-3}+{}_{n}C_5\times 2^{n-5}=2\times{}_{n}C_4\times 2^{n-4}$

${}_{n}C_3+4\times{}_{n}C_5=4\times{}_{n}C_4$

$\frac{n(n-1)(n-2)}{6}+4\times\frac{n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)}{120}$

$=4\times\frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{24}$

$5+(n-3)(n-4)=5(n-3)$

$n=8$

314.정답 ③

${}_{19}C_{k+1}\,2^{18-k}<{}_{19}C_k\,2^{19-k}$

$\frac{19!}{(k+1)!(18-k)!}\times\frac{2^{18}}{2^k}<\frac{19!}{k!\,(19-k)!}\times\frac{2^{19}}{2^k}$

$(19-k)<(k+1)\times 2$

$19-k<2k+2$

$\frac{17}{3}<k$이므로 k의 최솟값은 6이다.

315.정답 2

$(x-ky)^6$ 의 전개식의 일반항을 ${}_{6}C_r x^r(-ky)^{6-r}$ 이라고 하면

x^2y^4 항은 $r=2$이다.

따라서 ${}_{6}C_2(-k)^4=15k^4=240$ 이므로 $k=2$ $(\because k>0)$

316.정답 ④

${}_{6}C_0(\sqrt{2})^6+{}_{6}C_2(\sqrt{3})^2(\sqrt{2})^4+{}_{6}C_4(\sqrt{3})^4(\sqrt{2})^2+{}_{6}C_6(\sqrt{3})^6=485$

317.정답 ③

$(1-x)^4$의 전개식의 일반항은 ${}_{4}C_r(-x)^r$

$(1+x^2)^n$의 전개식의 일반항은 ${}_{n}C_k(x^2)^k$

${}_{4}C_r\times{}_{n}C_k(-x)^r(x^2)^k={}_{4}C_r\times{}_{n}C_k(-1)^r x^{r+2k}$ 에서 $r+2k=2$

에서 $r=2$, $k=0$이거나 $r=0$, $k=1$

${}_{4}C_2\times{}_{n}C_0+{}_{4}C_0\times{}_{n}C_1=6+n=10$

$n=4$

318.정답 ④

$(a+b+c)^3$의 전개식에서 서로 다른 항의 개수는

${}_{3}H_3={}_{5}C_3=10$

$(x^2+x+1)^3$의 전개식에서 서로 다른 항은

x^0, x^1, x^2, $\cdots$, x^6이므로 7개

그러므로 $(a+b+c)^3(x^2+x+1)^3$의 전개식에서 서로 다른 항의 개수는

$10\times 7=70$

319.정답 ②

1) 상수항 $\times$ x^4

$1\times 1=1$

2) $x\times x^3$

$2\times{}_4C_3a=8a$

3) $x^2\times x^2$

$1\times{}_4C_2a^2=6a^2$

$1+8a+6a^2=9$, $a=\frac{2}{3}$

320. 정답 ①

식을 분배해서 정리하면 $(1+x)^4+x^2(1+x)^4+x^4(1+x)^4$이므로 x^4계수를 각 항에서 구하면 $1+{}_4C_2+1=8$이다.

321. 정답 ②

$(2+x)^5(1-x)^2$의 전개식에서 일반항은

${}_5C_r2^{5-r}x^r\times{}_2C_s1^{2-s}(-x)^s$ $(r=0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ s=0,\ 1,\ 2)$

이다.

$r+s=3$에서 가능한 순서쌍 $(r,\ s)$는

$(1,\ 2)$, $(2,\ 1)$, $(3,\ 0)$이므로

구하는 x^3의 계수는

${}_5C_12^4\times{}_2C_2(-1)^2+{}_5C_22^3\times{}_2C_1(-1)^1+{}_5C_32^2\times{}_2C_0(-1)^0$

$=80-160+40=-40$

이다.

322. 정답 ⑤

x^3의 계수: ${}_3C_3+{}_4C_3+\cdots+{}_9C_3={}_{10}C_4$ $({}_3C_3={}_4C_4)$

x^4의 계수: ${}_4C_4+{}_5C_4+\cdots+{}_9C_4={}_{10}C_5$ $({}_4C_4={}_5C_5)$

${}_{10}C_4+{}_{10}C_5={}_{11}C_5$

323. 정답 ①

${}_2C_2+{}_3C_2+\cdots+{}_{12}C_2={}_{13}C_3$ 파스칼삼각형 사선의 공식 이용

324. 정답 ⑤

$\left(x^2+\frac{1}{2x}\right)^2=x^4+x+\frac{1}{4x^2}$이므로

$(x-2)^6$의 전개식에서 x의 계수와 x^4의 계수에 $\frac{1}{4}$을 곱한 값을 더하면 된다.

$(x-2)^6={}_6C_r\times(-2)^r\times x^{6-r}$

그러므로 ${}_6C_5\times(-2)^5+\frac{1}{4}\times{}_6C_2\times(-2)^2$

325. 정답 ②

$(x+1)^2$을 ㉠, $(x+a)^4$을 ㉡이라하면 x^4의 계수는

㉠에서 상수항과 ㉡에서 x^4항의 계수가 곱해질 때 :

$1\times{}_4C_4\times a^0=1$

㉠에서 x항과 ㉡에서 x^3항의 계수가 곱해질 때 :

$2\times{}_4C_3\times a^1=8a$

㉠에서 x^2항과 ㉡에서 x^2항의 계수가 곱해질 때 :

$1\times{}_4C_2\times a^2=6a^2$

따라서 $1+8a+6a^2=7$

$3a^2+4a-3=0$

두 근의 곱은 -1이다.

326. 정답 ①

일반항: ${}_4C_s\cdot{}_nC_r\,x^{s+2r}$

x^3의 계수: $4\cdot{}_nC_1+4\cdot{}_nC_0=24$, $n=5$

327. 정답 ③

$(1+x^2)^4$, $(a+x^4)^3$의 전개식에서 일반항은 각각

${}_4C_r\times1^{4-r}\times(x^2)^r={}_4C_r\times x^{2r}$ $(r=0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4)$

${}_3C_s\times a^{3-s}\times(x^4)^s={}_3C_s\times a^{3-s}\times x^{4s}$ $(s=0,\ 1,\ 2,\ 3)$

이므로 두 다항식의 곱 $(1+x^2)^4(a+x^4)^3$의 일반항은

${}_4C_r\times{}_3C_s\times a^{3-s}\times x^{2r+4s}$ $(r=0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ s=0,\ 1,\ 2,\ 3)$

이때, x^{12}항은 $2r+4s=12$, 즉 $r+2s=6$ ⋯⋯ ㉠

을 만족시켜야 한다.

따라서 방정식 ㉠을 만족시키는 r, s의 순서쌍 $(r,\ s)$는 각각 $(4,\ 1)$, $(2,\ 2)$, $(0,\ 3)$이므로 x^{12}의 개수는

$({}_4C_4\times{}_3C_1\times a^2)+({}_4C_2\times{}_3C_2\times a)+({}_4C_0\times{}_3C_3)$

$=3a^2+18a+1$

이때, x^{12}의 계수가 82이므로

$3a^2+18a+1=82$에서 $3a^2+18a-81=0$

$a^2+6a-27=0$, $(a+9)(a-3)=0$

$\therefore\ a=3$ $(\because\ a>0)$

328. 정답 ①

$(2x+1)^3=8x^3+12x^2+6x+1$이고,

$(x+a)^4$의 일반항은 ${}_4C_r\,a^{4-r}x^r$

그러므로 $(2x+1)^3(x+a)^4$의 전개식에서 x^5의 계수는

$8\times{}_4C_2a^2+12\times{}_4C_3a+6\times{}_4C_4=294$

$\therefore\ a^2+a-6=0$

$\therefore\ a=2$ (a는 음이 아닌 정수)

329. 정답 (1) $a=5$ (2) $b=10$

$(x^2+1)^4={}_4C_0(x^2)^4+{}_4C_1(x^2)^3+\cdots+{}_4C_4(x^2)^0$

(1) x^5 항의 계수가 30이므로

${}_4C_2\times a=30$

$\therefore a=5$

(2) x^6 항의 계수: 6차항×상수+4차항×2차항

${}_4C_1+{}_4C_2=4+6=10$

$\therefore b=10$

330. 정답 ③

$(1+x^2)^n$의 전개식에서 일반항은 ${}_nC_r(x^2)^r={}_nC_r\,x^{2r}$이므로

x^4항의 계수는 $r=2$일 때 ${}_nC_2$이다.

$\therefore\ {}_2C_2+{}_3C_2+\cdots+{}_{10}C_2={}_{11}C_3$

331. 정답 ①

등비수열의 합에 의하여

$(1+3x^3)+(1+3x^3)^2+(1+3x^3)^3+\cdots+(1+3x^3)^{10}$

$=\dfrac{(1+3x^3)\{(1+3x^3)^{10}-1\}}{(1+3x^3)-1}=\dfrac{(1+3x^3)\{(1+3x^3)^{10}-1\}}{3x^3}$

$=\dfrac{(1+3x^3)^{11}-(1+3x^3)}{3x^3}$

그러므로 x^3의 계수는 $(1+3x^3)^{11}$의 전개식에서 x^6의 계수를 3으로 나눈 값이다.

$(1+3x^3)^{11}$의 일반항은 ${}_{11}\mathrm{C}_r(3\mathrm{x}^3)^r$이므로

$r=2$를 대입하면 ${}_{11}\mathrm{C}_2\cdot 9\cdot x^6$

따라서 x^3의 계수는

$\dfrac{{}_{11}\mathrm{C}_2\cdot 9}{3}=\dfrac{11\times 10}{2}\times 3=165$

332. 정답 (1) $\left(\dfrac{3}{2}\right)^{99}$ (2) $\left(-\dfrac{3}{4}\right)^{99}$

(1) $A+B+C$는 $\left(x+\dfrac{1}{2}\right)^2$의 계수의 합이다.

$x=1$ 대입:

$A+B+C=\left(\dfrac{3}{2}\right)^{99}$

(2) 위 전개식에서

$x=-1$ 대입:

$\left(-\dfrac{1}{2}\right)^{99}={}_{99}\mathrm{C}_0\left(\dfrac{1}{2}\right)^{99}-{}_{99}\mathrm{C}_1\left(\dfrac{1}{2}\right)^{98}+\cdots-{}_{99}\mathrm{C}_{99}\left(\dfrac{1}{2}\right)^0$

$=B+C-A$

$(B+C)^2-A^2=(B+C+A)-(B+C-A)$

$=\left(\dfrac{3}{2}\right)^{99}\times\left(-\dfrac{1}{2}\right)^{99}=\left(-\dfrac{3}{4}\right)^{99}$

333. 정답 2

$(ax^2+3x^{-3})^5$의 전개식에서 일반항은 ${}_5\mathrm{C}_r(ax^2)^{5-r}(3x^{-3})^r$이므로

x^5항의 계수는 $r=1$일 때 ${}_5\mathrm{C}_1\times a^4\times 3^1=15a^4=240$이다.

따라서 $a^4=16$이고 a는 양수이므로 $a=2$이다.

334. 정답 ①

이항계수 공식으로 정리하면 ${}_4C_2\left(\dfrac{1}{a}\right)^2=54$이므로 $a=\dfrac{1}{3}$이다.

335. 정답 ①

${}_8\mathrm{C}_4x^4\left(\dfrac{a}{x}\right)^4=70a^4=1120$에서 $a^4=16$이므로 $a=2$ $(a>0)$

336. 정답 ②

$\left(x-\dfrac{1}{2x}\right)^5$의 전개식의 일반항을 ${}_5C_rx^r\left(-\dfrac{1}{2x}\right)^{5-r}$이라고 하면

${}_5C_r\left(-\dfrac{1}{2}\right)^{5-r}x^{2r-5}$ 이므로 $r=3$ 이다.

따라서 ${}_5C_3\left(-\dfrac{1}{2}\right)^2=10\times\dfrac{1}{4}=\dfrac{5}{2}$이다.

337. 정답 ⑤

${}_6\mathrm{C}_r(2x^2)^r\left(\dfrac{1}{x^2}\right)^{6-r}={}_6\mathrm{C}_r2^rx^{4r-12}$에서 x^4의 계수를 구하려면

$r=4$이므로 계수는 $15\times 16=240$

338. 정답 ①

일반항: ${}_nC_r(-p)^rx^{3n-5r}$

상수항: $3n-5r=0$이므로 $n:r=5:3$이다.

${}_5C_3(-p)^3=-1250$

$p=5$ 소수를 만족한다. $n=5$

x^{10}의 계수: $15-5r=10$, $r=1$이므로 ${}_5C_1(-5)^1=-25$

339. 정답 ④

이항계수공식을 적용하면 ${}_5C_2(2k)^2=90$이므로 $k=\dfrac{3}{2}$이고

x^7의 계수는 ${}_5C_4\times 3$이다.

340. 정답 ③

$(x^2+\dfrac{5}{x})^n$의 전개식에서 일반항은 ${}_n\mathrm{C}_r(x^2)^{n-r}\times\left(\dfrac{5}{x}\right)^r$이므로

x^3의 경우는 $2n-3r=3$일 때이다.

가능한 순서쌍 $(n,\ r)$은 $(3,\ 1)$, $(6,\ 3)$, $(9,\ 5)$, $\cdots$

따라서 n이 3의 배수일 때 x^3의 계수가 0이 되지 않으므로 구하는 50이하의 자연수 n의 개수는 16이다.

341. 정답 (1) ${}_4\mathrm{C}_r\,a^rx^{4-3r}$ 또는 ${}_4\mathrm{C}_r\,a^{4-r}x^{3r-8}$

(2) $a=1$

(1) 전개식의 일반항

${}_4\mathrm{C}_r\,x^{4-r}\left(\dfrac{a}{x^2}\right)^r={}_4\mathrm{C}_r\,a^rx^{4-3r}$

또는 ${}_4\mathrm{C}_r\,x^r\left(\dfrac{a}{x^2}\right)^{4-r}={}_4\mathrm{C}_r\,a^{4-r}x^{3r-8}$

(2) $x^2\times{}_4\mathrm{C}_ra^rx^{4-3r}={}_4\mathrm{C}_ra^rx^{6-3r}$와

$-\dfrac{1}{x}\times{}_4\mathrm{C}_ra^rx^{4-3r}=-{}_4\mathrm{C}_ra^rx^{3-3r}$에서

x^3항은 ${}_4\mathrm{C}_1a^1x^3$과 $-{}_4\mathrm{C}_0a^0x^3$이므로 x^3의 계수는 $4a-1=3$

$\therefore\ a=1$

342. 정답 목요일

$22^9=(1+21)^9={}_9C_0+{}_9C_1\cdot 21+{}_9C_2\cdot 21^2+\cdots+{}_9C_9\cdot 21^9$이므로 21이 한번이상 곱해지면 7로 나누어 떨어진다.

나머지는 ${}_9C_0=1$과 같으므로 수요일에서 하루가 지난 목요일이다.

343. 정답 ③

$(14+2)^7={}_7\mathrm{C}_0\times 14^7+{}_7\mathrm{C}_1\times 14^6\times 2+\cdots+{}_7\mathrm{C}_7\times 2^7$

2^7을 제외한 나머지 항은 모두 7의 배수이다.

$2^7=128=7\times18+2$
따라서 오늘부터 16^7일 후는 목요일이다.

344. 정답 ②
$5^{20}=(1+4)^{20}={}_{20}C_0\cdot4^0+{}_{20}C_1\cdot4^1+\cdots+{}_{20}C_{20}\cdot4^{20}$
따라서 5^{20}을 16으로 나눈 나머지는 ${}_{20}C_0\cdot4^0=1$이다.
$9^{20}=(1+8)^{20}={}_{20}C_0\cdot8^0+{}_{20}C_1\cdot8^1+\cdots+{}_{20}C_{20}\cdot8^{20}$
따라서 9^{20}을 16으로 나눈 나머지는 ${}_{20}C_0\cdot8^0=1$이다.
그러므로 $5^{20}+9^{20}$을 16으로 나눈 나머지는 $1+1=2$이다.

345. 정답 ④
$(20-1)^{11}={}_{11}C_0 20^{11}-{}_{11}C_1 20^{10}+\cdots-{}_{11}C_9 20^2+{}_{11}C_{10}20-1$에서
$400=20^2$으로 나눈 나머지는 ${}_{11}C_{10}20-1=220-1=219$

346. 정답 ①
$(1+10)^{10}$
$={}_{10}C_0+{}_{10}C_1 10^1+{}_{10}C_2 10^2+\cdots+{}_{10}C_9 10^9+{}_{10}C_{10}10^{10}$
이므로 100으로 나눈 나머지는
${}_{10}C_0+{}_{10}C_1 10^1=101$을 100으로 나눈 나머지와 같으므로 $\therefore$ 1

347. 정답 ①
$14^n=(13+1)^n=\sum_{r=0}^{n}{}_nC_r\times13^r\times1^{n-r}$ ($\because$이항정리)
이므로 169로 나눈 나머지는
${}_nC_1\times13^1\times1^{n-1}+{}_nC_0\times13^0\times1^n$를 169로 나눈 나머지와 같다.($\because 169=13^2$이므로 위 두 개의 항을 제외한 나머지 항들은 모두 13을 2개이상 가지고 있으므로 169의 배수이다.)
${}_nC_1\times13^1\times1^{n-1}+{}_nC_0\times13^0\times1^n$
$=13n+1=169k+53$(단, k는 정수)
$169k+53=13^2k+13\times4+1=13(13k+4)+1$이므로
$\therefore n=13k+4$
$10\le n<100$에서 $k=1,\ 2,\ 3,\ \cdots,\ 7$
따라서, 만족하는 두 자리 자연수 n의 개수는 7개다.

348. 정답 ⑤
① 2^7 ② 0 ③ ${}_nC_{n-1}={}_nC_n$ ④ ${}_nC_{n-1}={}_nC_n$
⑤ $\sum_{k=1}^{n}k_nC_k=\sum_{k=1}^{n}\frac{n!}{(n-k)(k-1)!}=n\sum_{k=1}^{n}{}_{n-1}C_{k-1}=n\cdot2^{n-1}$

349. 정답 ⑤
원소의 개수가 1개인 부분집합 개수 : ${}_{11}C_1$가지
원소의 개수가 3개인 부분집합 개수 : ${}_{11}C_3$가지
원소의 개수가 5개인 부분집합 개수 : ${}_{11}C_5$가지
⋮
원소의 개수가 11개인 부분집합 개수 : ${}_{11}C_{11}$가지
$\therefore {}_{11}C_1+{}_{11}C_3+{}_{11}C_5+\cdots+{}_{11}C_{11}=2^{10}=1024$

350. 정답 ①
${}_{10}C_2+{}_{10}C_4+\cdots+{}_{10}C_{10}=2^9-{}_{10}C_0=511$

351. 정답 ④
$\sum_{k=1}^{10}({}_kC_{k-1}+{}_kC_k)$
$=\sum_{k=1}^{10}{}_{k+1}C_k$
$={}_2C_1+{}_3C_2+{}_4C_3+\cdots+{}_{11}C_{10}$
$=({}_1C_0+{}_2C_1+{}_3C_2+\cdots+{}_{11}C_{10})-{}_1C_0$
$={}_{12}C_{10}-1$
$=65$

352. 정답 181
${}_nC_0+{}_{n+1}C_1+{}_{n+2}C_2+\cdots+{}_{n+p}C_p={}_{n+p+1}C_p$이므로
${}_2C_0+{}_3C_1+{}_4C_2+\cdots+{}_{10}C_8={}_{11}C_8$이다.
$\therefore a={}_{11}C_8=165$
그런데 ${}_{11}C_8={}_{11}C_3$이므로 제12행 4번째 수와 9번째 수가 a와 같다.
$a+b+c$의 값을 최소로 하기 위해서는 $b=12,\ c=4$를 선택해야 하므로 따라서, $a+b+c$의 최솟값은 181이다.

353. 정답 ①
파스칼의 삼각형의 성질중
${}_nC_0+{}_{n+1}C_1+{}_{n+2}C_2+\cdots+{}_mC_{m-2}={}_{m+1}C_{m-2}$이므로
${}_2C_0+{}_3C_1+{}_4C_2+{}_5C_3+{}_6C_4+{}_7C_5+{}_8C_6+{}_9C_7={}_{10}C_7$이고
${}_2C_0+{}_3C_1={}_4C_1$이므로
${}_4C_2+{}_5C_3+{}_6C_4+{}_7C_5+{}_8C_6+{}_9C_7={}_{10}C_7-{}_4C_1=120-4=116$

354. 정답 ④
$f(n)=2^{2n-1}$
$10\le\log_{16}2^{2n-1}\le15$
$10\le\frac{1}{4}(2n-1)\le15$
위 부등식을 만족하는 n의 범위는 $21\le n\le30$까지의 자연수이다.

355. 정답 (1) $\left(\frac{4}{3}\right)^n$ (2) $\left(\frac{4}{5}\right)^n$
$(1+x)^n={}_nC_0+{}_nC_1x+{}_nC_2x^2+\cdots+{}_nC_nx^n$에서
(1)양변에 $x=\frac{1}{3}$대입하면
${}_nC_0+\frac{1}{3}\times{}_nC_1+\frac{1}{9}\times{}_nC_2+\cdots+\frac{1}{3^n}\times{}_nC_n=\left(\frac{4}{3}\right)^n$
(2)양변에 $x=-\frac{1}{5}$대입하면
${}_nC_0-\frac{1}{5}\times{}_nC_1+\frac{1}{25}\times{}_nC_2-\cdots+\frac{1}{(-5)^n}\times{}_nC_n=\left(\frac{4}{5}\right)^n$

356. 정답 ⑤
${}_{15}C_0+{}_{15}C_1\times7+{}_{15}C_2\times7^2+{}_{15}C_3\times7^3+\cdots+{}_{15}C_{15}\times7^{15}=(1+7)^{15}$

$8^{15}=m^n=2^{45}$

$m=2,\ n=45\ \ \therefore m+n=47$

357. 정답 ⑤

ㄱ경우는 0이다.

ㄴ. ${}_{10}C_0+{}_{10}C_1+{}_{10}C_2+{}_{10}C_3+{}_{10}C_4+\cdots+{}_{10}C_{10}=2^{10}$

ㄷ. ${}_{13}C_1+{}_{13}C_3+{}_{13}C_5+{}_{13}C_7+\cdots+{}_{13}C_{13}=2^{12}$

${}_{13}C_7+{}_{13}C_8+{}_{13}C_9+{}_{13}C_{10}+\cdots+{}_{13}C_{13}=2^{12}$

358. 정답 ④

$10<(1+2)^n<1000$

$n=3,\ 4,\ 5,\ 6$

n의 값의 합 $=18$

359. 정답 ①

$(1+x)^8={}_8C_0x^8+{}_8C_1x^7+\cdots+{}_8C_7x^1+{}_8C_8$

$x=2$를 대입하면

$3^8={}_8C_02^8+{}_8C_12^7+{}_8C_22^6+\cdots+{}_8C_72^1+{}_8C_8$ …… ㉠

$x=-2$를 대입하면

$(-1)^8={}_8C_0(-2)^8+{}_8C_1(-2)^7+{}_8C_2(-2)^6+\cdots+{}_8C_7(-2)^1+{}_8C_8$ …… ㉡

㉠+㉡을 하면

$3^8+1=2\left({}_8C_02^8+{}_8C_22^6+{}_8C_42^4+{}_8C_62^2+{}_8C_8\right)$

$\dfrac{3^8+1}{2}=\left({}_8C_02^8+{}_8C_22^6+{}_8C_42^4+{}_8C_62^2+{}_8C_8\right)$

$\therefore\ {}_8C_02^8+{}_8C_22^6+{}_8C_42^4+{}_8C_62^2=\dfrac{3^8+1}{2}-{}_8C_8=\dfrac{3^8-1}{2}$

360. 정답 10

${}_{10}C_0+2{}_{10}C_1+2^2{}_{10}C_2+\cdots+2^{10}{}_{10}C_{10}=3^{10}$이므로

$\log_3 3^{10}=10$이다.

361. 정답 ③

$(1+x)^9$의 이항정리 식을 양변 미분해서 얻은 식에 $x=1$을 대입한다. 9×2^8

362. 정답 ⑤

${}_nC_r={}_nC_{n-r},\ {}_{n-1}C_{r-1}+{}_{n-1}C_r={}_nC_r$ 이므로

${}_2C_0+{}_3C_1+{}_4C_2+{}_5C_2+{}_6C_2=({}_3C_0+{}_3C_1)+{}_4C_2+{}_5C_3+{}_6C_4$

$=\ ({}_4C_1+{}_4C_2)+{}_5C_3+{}_6C_4=\ ({}_5C_2+{}_5C_3)+{}_6C_4$

$=\ {}_6C_3+{}_6C_4={}_7C_4={}_7C_3$

363. 정답 ④

${}_nC_r+{}_nC_{r+1}={}_{n+1}C_{r+1}$임을 사용하면

${}_2C_1+{}_3C_1+\cdots+{}_{10}C_1={}_{11}C_2-1$

${}_2C_2+{}_3C_2+\cdots+{}_{10}C_2={}_{11}C_3$

$\therefore {}_{11}C_2-1+{}_{11}C_3={}_{12}C_3-1=220-1=219$

364. 정답 ①

${}_{2n+1}C_0+{}_{2n+1}C_1+{}_{2n+1}C_2+\cdots+{}_{2n+1}C_{2n+1}=2^{n+1}$이고

${}_{2n+1}C_0={}_{2n+1}C_{2n+1}$,

${}_{2n+1}C_1={}_{2n+1}C_{2n}$,

${}_{2n+1}C_2={}_{2n+1}C_{2n-1}$,

$\vdots$

${}_{2n+1}C_n={}_{2n+1}C_{n+1}$

이므로

$h(n)=\dfrac{2^{2n+1}}{2}=2^{2n}$

따라서 $h(m)=256$에서

$2^{2m}=256=2^8$

따라서 $2m=8$이므로 $m=4$

365. 정답 ①

$(1+8)^5=9^5=3^{10},\ pq=30$

366. 정답 ⑤

$(1-10)^{16}=(-9)^{16}=3^{32}$

367. 정답 ⑤

$a_4={}_4C_2+{}_4C_4$

$a_5={}_5C_2+{}_5C_4$

$a_6={}_6C_2+{}_6C_4$

$\vdots$

$a_{10}={}_{10}C_2+{}_{10}C_4$

변변 더하면

$\therefore\ a_4+a_5+\cdots+a_{10}$

$=\left({}_4C_2+{}_5C_{2+}\cdots+{}_{10}C_2\right)+\left({}_4C_4+{}_5C_4+\cdots+{}_{10}C_4\right)$

$={}_{11}C_3-\left({}_2C_2+{}_3C_2\right)+{}_{11}C_5$

$=623$

368. 정답 ④

${}_8C_2+{}_8C_4+{}_8C_6+{}_8C_8={}_8C_0+{}_8C_2+{}_8C_4+{}_8C_6+{}_8C_8-1$

$=2^7-1=127$

369. 정답 ⑤

$2^{39}\times2^{79}=2^{118}=4^{59}$

370. 정답 ⑤

주어진 식은 $\left(\dfrac{7}{9}+\dfrac{11}{9}\right)^8$의 전개식이므로 주어진 식의 합은

$2^8=256$

371. 정답 (1) $(1+x)^{2n}=(1+x)^n(1+x)^n$이므로

$(1+x)^{2n}$의 전개식에서 x^n의 계수는

${}_nC_0\cdot{}_nC_n+{}_nC_1\cdot{}_nC_{n-1}+{}_nC_2\cdot{}_nC_{n-2}+\cdots+{}_nC_n\cdot{}_nC_0$

$=\sum_{k=0}^{n}{}_nC_k\cdot{}_nC_{n-k}$

이때 ${}_nC_r={}_nC_{n-r}$이므로

${}_nC_0\cdot{}_nC_n+{}_nC_1\cdot{}_nC_{n-1}+{}_nC_2\cdot{}_nC_{n-2}+\cdots+{}_nC_n\cdot{}_nC_0$

$= {}_n\mathrm{C}_0 \cdot {}_n\mathrm{C}_0 + {}_n\mathrm{C}_1 \cdot {}_n\mathrm{C}_1 + {}_n\mathrm{C}_2 \cdot {}_n\mathrm{C}_2 + \cdots + {}_n\mathrm{C}_n \cdot {}_n\mathrm{C}_n$

$= \sum_{k=0}^{n} ({}_n\mathrm{C}_k)^2$

(2) ${}_{18}\mathrm{C}_9$

(1) $(1+x)^{2n} = (1+x)^n(1+x)^n$ 이므로

$(1+x)^{2n}$의 전개식에서 x^n의 계수는

${}_n\mathrm{C}_0 \cdot {}_n\mathrm{C}_n + {}_n\mathrm{C}_1 \cdot {}_n\mathrm{C}_{n-1} + {}_n\mathrm{C}_2 \cdot {}_n\mathrm{C}_{n-2} + \cdots + {}_n\mathrm{C}_n \cdot {}_n\mathrm{C}_0$

$= \sum_{k=0}^{n} {}_n\mathrm{C}_k \cdot {}_n\mathrm{C}_{n-k}$

이때 ${}_n\mathrm{C}_r = {}_n\mathrm{C}_{n-r}$ 이므로

${}_n\mathrm{C}_0 \cdot {}_n\mathrm{C}_n + {}_n\mathrm{C}_1 \cdot {}_n\mathrm{C}_{n-1} + {}_n\mathrm{C}_2 \cdot {}_n\mathrm{C}_{n-2} + \cdots + {}_n\mathrm{C}_n \cdot {}_n\mathrm{C}_0$

$= {}_n\mathrm{C}_0 \cdot {}_n\mathrm{C}_0 + {}_n\mathrm{C}_1 \cdot {}_n\mathrm{C}_1 + {}_n\mathrm{C}_2 \cdot {}_n\mathrm{C}_2 + \cdots + {}_n\mathrm{C}_n \cdot {}_n\mathrm{C}_n$

$= \sum_{k=0}^{n} ({}_n\mathrm{C}_k)^2$

(2) $(1+x)^{2n}$의 전개식에서 x^n의 계수는

$(1+x)^{2n} = (1+x)^n(1+x)^n$ 이므로 $\sum_{k=0}^{n} ({}_n\mathrm{C}_k)^2 = {}_{2n}\mathrm{C}_n$

$\therefore\ {}_{18}\mathrm{C}_9$

372. **정답** ②

$(\sqrt{3}+x^2)^{10}$의 전개식의 일반항은

${}_{10}\mathrm{C}_r(\sqrt{3})^{10-r}(x^2)^r = {}_{10}\mathrm{C}_r \times 3^{\frac{10-r}{2}} \times x^{2r}$이므로 $a=3$

${}_{10}\mathrm{C}_r \times 3^{\frac{10-r}{2}}$이 자연수이어야 하므로 $\frac{r}{2}$는 5이하의 음이 아닌 정수이다.

즉, $r=0,\ 2,\ 4,\ \cdots,\ 10$이므로 $f(k)=2k$이다.

그러므로 계수가 자연수인 항들의 계수의 합은

${}_{10}\mathrm{C}_0 3^5 + {}_{10}\mathrm{C}_2 3^4 + {}_{10}\mathrm{C}_4 3^3 + {}_{10}\mathrm{C}_6 3^2 + {}_{10}\mathrm{C}_8 3^1 + {}_{10}\mathrm{C}_{10} 3^0$

$= {}_{10}\mathrm{C}_0 3^0 + {}_{10}\mathrm{C}_2 3^1 + {}_{10}\mathrm{C}_4 3^2 + {}_{10}\mathrm{C}_6 3^3 + {}_{10}\mathrm{C}_8 3^4 + {}_{10}\mathrm{C}_{10} 3^5$

$(1+x)^{10} = {}_{10}\mathrm{C}_0 + {}_{10}\mathrm{C}_1 x + {}_{10}\mathrm{C}_2 x^2 + {}_{10}\mathrm{C}_3 x^3 + \cdots + {}_{10}\mathrm{C}_9 x^9 + {}_{10}\mathrm{C}_{10} x^{10}$

에서

$(1+\sqrt{3})^{10} = {}_{10}\mathrm{C}_0 + {}_{10}\mathrm{C}_1\sqrt{3} + {}_{10}\mathrm{C}_2(\sqrt{3})^2 + {}_{10}\mathrm{C}_3(\sqrt{3})^3$
$+ \cdots + {}_{10}\mathrm{C}_9(\sqrt{3})^9 + {}_{10}\mathrm{C}_{10}(\sqrt{3})^{10}$ ……㉠

$(1-\sqrt{3})^{10} = {}_{10}\mathrm{C}_0 - {}_{10}\mathrm{C}_1\sqrt{3} + {}_{10}\mathrm{C}_2(\sqrt{3})^2 - {}_{10}\mathrm{C}_3(\sqrt{3})^3$
$+ \cdots - {}_{10}\mathrm{C}_9(\sqrt{3})^9 + {}_{10}\mathrm{C}_{10}(\sqrt{3})^{10}$ ……㉡

이므로 $b=1+\sqrt{3}$, $c=1-\sqrt{3}$

따라서 구하는 $f(a+b+c)=f(5)=10$이다.

373. **정답** (2-1) ${}_{2n}\mathrm{C}_n$ (2-2) n (2-3) $p=9$ (2-4) 19

$(1+x)^{2n}$의 전개식에서 x^n의 계수는 $\boxed{{}_{2n}\mathrm{C}_n}$이다.

$(1+x)^n(1+x)^n$의 전개식에서 x^n의 계수는

$\sum_{k=0}^{n}({}_n\mathrm{C}_k \times {}_n\mathrm{C}_{n-k}) = \sum_{k=0}^{n}({}_n\mathrm{C}_k)^2$ 이다.

그러므로

$\sum_{k=1}^{n}\{2k \times ({}_n\mathrm{C}_k)^2\}$

$= \sum_{k=1}^{n}\{k \times ({}_n\mathrm{C}_k)^2\} + \sum_{k=1}^{n}\{k \times ({}_n\mathrm{C}_{n-k})^2\}$

$= \{({}_n\mathrm{C}_1)^2 + 2 \times ({}_n\mathrm{C}_2)^2 + \cdots + n \times ({}_n\mathrm{C}_n)^2\}$
$+ \{({}_n\mathrm{C}_{n-1})^2 + 2 \times ({}_n\mathrm{C}_{n-2})^2 + \cdots + n \times ({}_n\mathrm{C}_0)^2\}$

$= \{({}_n\mathrm{C}_1)^2 + 2 \times ({}_n\mathrm{C}_2)^2 + \cdots + n \times ({}_n\mathrm{C}_n)\}$
$+ \{n \times ({}_n\mathrm{C}_0)^2 + (n-1) \times ({}_n\mathrm{C}_1)^2 + \cdots + ({}_n\mathrm{C}_{n-1})^2)\}$

$= \boxed{n} \times \{({}_n\mathrm{C}_0)^2 + ({}_n\mathrm{C}_1)^2 + \cdots + ({}_n\mathrm{C}_n)^2\}$

$= \boxed{n} \times \boxed{{}_{2n}\mathrm{C}_n}$

이다. 한편

$\sum_{k=1}^{n}\{2k \times ({}_n\mathrm{C}_k)^2\} \geq 10 \times {}_{2n}\mathrm{C}_{n+1}$

에서

$n \times {}_{2n}\mathrm{C}_n \geq 10 \times {}_{2n}\mathrm{C}_{n+1}$

이므로

$n \times \frac{(2n)!}{n! \times n!} \geq 10 \times \frac{(2n)!}{(n+1)!(n-1)!}$

$n \times \frac{1}{n} \geq 10 \times \frac{1}{n+1}$

$n+1 \geq 10$

$n \geq 9$

따라서 부등식을 만족시키는 자연수 n의 최솟값은 $\boxed{9}$이다.

2-1. (가) : $f(n) = {}_{2n}\mathrm{C}_n$

2-2. (나) : $g(n)=n$

2-3. (다) : $p=9$

2-4. $\frac{f(3)}{g(2)} + p = \frac{20}{2} + 9 = 19$

374. **정답** $(1+x)^n \times (1+x)^n = (1+x)^{2n}$에서 x^n의 계수이다.

375. **정답** ①

${}_nC_2 + {}_nC_4 + \cdots + {}_nC_n = 2^{n-1} - 1 = 2047$

$n=12$

${}_{12}C_8 = {}_{12}C_4 = 495$

376. **정답** ④

$(1)(1+x)^{16} = {}_{16}C_0 + {}_{16}C_1 \times x + {}_{16}C_2 \times x^2 + \cdots\cdots + {}_{16}C_{16} \times x^{16}$에서

x^8의 계수는 ${}_{16}C_8$

$(3)(1+x)^{16} = (1+x)^8 \times (1+x)^8$으로 볼 때, 각 계수들의 이항정리는

$({}_8C_0 + {}_8C_1 + {}_8C_2 + \cdots\cdots + {}_8C_8) \times ({}_8C_0 + {}_8C_1 + {}_8C_2 + \cdots\cdots + {}_8C_8)$

x^8의 계수는

${}_8C_0 \times {}_8C_8 + {}_8C_1 \times {}_8C_7 + \cdots\cdots {}_8C_8 \times {}_8C_0$

$= ({}_8C_0)^2 + ({}_8C_1)^2 + ({}_8C_2)^2 + \cdots\cdots + ({}_8C_8)^2$

377. **정답** ⑤

ㄱ. (참)

${}_{10}\mathrm{C}_0 - {}_{10}\mathrm{C}_1 + {}_{10}\mathrm{C}_2 - \cdots - {}_{10}\mathrm{C}_9 + {}_{10}\mathrm{C}_{10} = 0$이므로

$\therefore\ {}_{10}\mathrm{C}_1 - {}_{10}\mathrm{C}_2 + {}_{10}\mathrm{C}_3 - \cdots + {}_{10}\mathrm{C}_9 = {}_{10}\mathrm{C}_0 + {}_{10}\mathrm{C}_{10} = 2$

ㄴ. (참)

${}_{10}C_0+{}_{10}C_1\times3+{}_{10}C_2\times3^2+\cdots+{}_{10}C_{10}\times3^{10}=(1+3)^{10}=2^{20}$

ㄷ. (참)

$({}_{10}C_0)^2+({}_{10}C_1)^2+({}_{10}C_2)^2+\cdots+({}_{10}C_{10})^2={}_{20}C_{10}$

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄷ이다.

378.**정답** 7

$2^{20-k}{}_{20}C_k>2^{19-k}{}_{20}C_{k+1}$이므로 양변을 약분해서 정리하면

$2k+2>20-k$이다.

379.**정답** ⑤

$(x+\sqrt{3})^2(1+\sqrt{2}x)^6$ 의 전개식을 ${}_2C_r x^r(\sqrt{3})^{2-r}\times{}_6C_p(\sqrt{2}x)^p$

라고 하면 계수가 유리수인 경우는

i) $r=0$일 때 $p=0,\ 2,\ 4,\ 6$인 경우

${}_2C_0(\sqrt{3})^2\times\left(1+{}_6C_2(\sqrt{2})^2+{}_6C_4(\sqrt{2})^4+{}_6C_6(\sqrt{2})^6\right)=3\times99=297$

ii) $r=2$일 때 $p=0,\ 2,\ 4,\ 6$인 경우

${}_2C_2(\sqrt{3})^0\times\left(1+{}_6C_2(\sqrt{2})^2+{}_6C_4(\sqrt{2})^4+{}_6C_6(\sqrt{2})^6\right)=1\times99=99$

따라서 $297+99=396$

380.**정답** 6

$(1+x)^5$의 1차항과 $(1+x^3)^n$의 3차항을 곱하거나

$(1+x)^5$의 4차항과 $(1+x^3)^n$의 상수항을 곱해야 x^4을 얻을 수 있다.

${}_5C_1\times{}_nC_1+{}_5C_4\times1=5n+5=35$

$\therefore n=6$

381.**정답** ②

주어진 조건은 ${}_{16}C_k3^{16-k}>{}_{16}C_{k+1}3^{15-k}$ 이므로

$\frac{16!}{(16-k)!k!}\times3>\frac{16!}{(15-k)!(k+1)!}$ 이고, $k>\frac{13}{4}$에서

자연수 k의 최솟값은 4이다.

382.**정답** ①

$\left(x-\frac{1}{x}\right)$에서 x의 계수 1,

$\left(x-\frac{1}{x}\right)^3$에서 x의 계수 $-{}_3C_1$,

$\left(x-\frac{1}{x}\right)^5$에서 x의 계수 ${}_5C_2$,

$\left(x-\frac{1}{x}\right)^7$에서 x의 계수 $-{}_7C_3$,

$\left(x-\frac{1}{x}\right)^9$에서 x의 계수 ${}_9C_4$이므로

$1-3+10-35+126=99$이다.

383.**정답** ①

파스칼의 삼각형에서

${}_2C_2+{}_3C_2+\cdots+{}_nC_2={}_{n+1}C_3$이고

${}_4C_2+{}_5C_2+\cdots+{}_nC_2={}_{n+1}C_3-{}_2C_2-{}_3C_2$와 같다 ... ①

$30n-4<{}_4C_2+{}_5C_3+{}_6C_4\ \cdots\ +{}_nC_{n-2}<60n-4$는

$30n-4<{}_4C_2+{}_5C_2+{}_6C_2\ \cdots\ +{}_nC_2<60n-4$로 바꿔 ①을 대입하면 $30n-4<{}_{n+1}C_3-4<60n-4$이 된다.

이를 정리하면 $180<(n-1)(n+1)<360$이 되고 이를 만족하는 n의 값은 $n=14,\ 15,\ 16,\ 17,\ 18$이다. 그러므로 최댓값은

$n=18$

384.**정답** ②

${}_{20}C_0-{}_{20}C_1\cdot7+{}_{20}C_2\cdot7^2-{}_{20}C_3\cdot7^3+\cdots+{}_{20}C_{20}\cdot7^{20}=(1-7)^{20}$

$=6^{20}=(5+1)^{20}={}_{20}C_0+{}_{20}C_1 5+{}_{20}C_2 5^2+\cdots{}_{20}C_{20}5^{20}$

이므로 5로 나눈 나머지는 1이다.

385.**정답** ⑤

${}_{16}C_1\times3^2+{}_{16}C_3\times3^6+{}_{16}C_5\times3^{10}+\cdots+{}_{16}C_{15}\times3^{30}$

$={}_{16}C_1\times9+{}_{16}C_3\times9^3+{}_{16}C_5\times9^5+\cdots+{}_{16}C_{15}\times9^{15}$이다.

$(1+9)^{16}={}_{16}C_0+{}_{16}C_1\times9+{}_{16}C_2\times9^2+\cdots+{}_{16}C_{16}\times9^{16}$

$(1-9)^{16}={}_{16}C_0-{}_{16}C_1\times9+{}_{16}C_2\times9^2-\cdots+{}_{16}C_{16}\times9^{16}$

두 식을 변변 빼고 2로 나누면

${}_{16}C_1\times9+{}_{16}C_3\times9^3+{}_{16}C_5\times9^5+\cdots+{}_{16}C_{15}\times9^{15}=\frac{10^{16}-8^{16}}{2}$

$=\frac{2^{16}(5^{16}-4^{16})}{2}=2^{15}(5^{16}-4^{16})$이므로

$\frac{{}_{16}C_1\times3^2+{}_{16}C_3\times3^6+{}_{16}C_5\times3^{10}+\cdots+{}_{16}C_{15}\times3^{30}}{2^m}$의 값이

자연수가 되는 m의 최댓값은 15이다.

386.**정답** ③

$f(n)=\frac{x^{11-n}\times(x+3)^{n-1}}{243}$에서

$f(5)=\frac{x^6(x+3)^5}{243}$이므로 전개식에서 x^5항은 나오지 않는다.

마찬가지로 $2\le n\le4$일 때도 $f(n)$의 전개식에서 x^5항은 나오지 않으므로 $f(2)=f(3)=f(4)=f(5)=0$

$6\le n\le10$일 때, $f(n)=\frac{x^{11-n}\times(x+3)^{n-1}}{243}$의 전개식의 일반항은

$\frac{1}{243}\times x^{11-n}\times{}_{n-1}C_r\times x^r\times3^{n-1-r}$

$=\frac{3^{n-1-r}}{243}\times{}_{n-1}C_r\times x^{11-n+r}$

이므로

$f(6)=\frac{3^{5-r}}{243}\times{}_5C_r\times x^{5+r}$에서

x^5의 계수는 $r=0$일 때 $\frac{3^5}{243}\times{}_5C_0={}_5C_0$

$f(7)=\frac{3^{6-r}}{243}\times{}_6C_r\times x^{4+r}$에서

x^5의 계수는 $r=1$일 때 $\frac{3^5}{243}\times{}_6C_1={}_6C_1$

$f(8)=\frac{3^{7-r}}{243}\times{}_7C_r\times x^{3+r}$에서

x^5의 계수는 $r=2$일 때 $\frac{3^5}{243}\times{}_7C_2={}_7C_2$

$f(9)=\frac{3^{8-r}}{243}\times{}_8C_r\times x^{2+r}$에서

x^5의 계수는 $r=3$일 때 $\frac{3^5}{243}\times{}_8C_3={}_8C_3$

$f(10)=\frac{3^{9-r}}{243}\times{}_9C_r\times x^{1+r}$에서

x^5의 계수는 $r=4$일 때 $\frac{3^5}{243}\times{}_9C_4={}_9C_4$

$\therefore\ f(2)+f(3)+f(4)+\cdots+f(10)$

$={}_5C_0+{}_6C_1+{}_7C_2+{}_8C_3+{}_9C_4$

$={}_6C_0+{}_6C_1+{}_7C_2+{}_8C_3+{}_9C_4$

$={}_7C_1+{}_7C_2+{}_8C_3+{}_9C_4$

$={}_8C_2+{}_8C_3+{}_9C_4$

$={}_9C_3+{}_9C_4$

$={}_{10}C_4$

$=\frac{10\times9\times8\times7}{4\times3\times2\times1}=210$

387.정답 $a=3,\ b=10$

$n(A)=0$인 경우에 B의 부분집합 개수는 ${}_{10}C_0\times2^{10}$

$n(A)=1$인 경우에 B의 부분집합 개수는 ${}_{10}C_1\times2^9$

$n(A)=2$인 경우에 B의 부분집합 개수는 ${}_{10}C_2\times2^8$

⋮

$n(A)=10$인 경우에 B의 부분집합 개수는 ${}_{10}C_{10}\times2^0$

위의 모든 경우의 합이 두 집합 A, B를 만드는 방법의 수이다.

이는 $(1+2)^{10}$의 전개식과 같으므로 그 총합은 3^{10}이다.

그러므로 $a=3,\ b=10$

[다른 풀이]

10개의 원소를 서로 다른 3개의 영역 A, $(B-A)$, $(X-B)$에 나누어 넣는 방법의 수 ${}_3\Pi_{10}=3^{10}$

388.정답 ①

$\left(x^n+\frac{3}{x^2}\right)^n$ 의 전개식에서 일반항은

${}_nC_r\times(x^n)^r\times\left(\frac{3}{x^2}\right)^{n-r}={}_nC_r\times3^{n-r}\times x^{nr-2n+2r}$

(단, r은 $0\le r\le n$인 정수)

이때, $\frac{1}{x^{2n}}$항의 계수를 구하기 위해서는

$x^{nr-2n+2r}=\frac{1}{x^{2n}}$, 즉 $x^{nr-2n+2r}=x^{-2n}$에서

$nr-2n+2r=-2n,\ nr+2r=0$

$\therefore\ r(n+2)=0$ …… ㉠

이때 n은 자연수이므로 $n+2\neq0$

따라서 ㉠을 만족시키는 r의 값은 $r=0$

이때, $g(n)={}_nC_0\times3^n=3^n$이므로

$g(k-1)\times g(k+1)=3^{k-1}\times3^{k+1}=3^{2k}$

따라서 $3^{2k}=3^{10}$에서 $k=5$

389.정답 ③

$\left(1+\frac{2}{x}\right)^2(1-x)^5=\left(1+\frac{4}{x}+\frac{4}{x^2}\right)(1-x)^5$로 변형하면

1	x^3 항	$1\times{}_5C_3(-x)^3=-10x^3$
$\frac{4}{x}$	x^4 항	$\frac{4}{x}\times{}_5C_4(-x)^4=+20x^3$
$\frac{4}{x^2}$	x^5 항	$\frac{4}{x^2}\times{}_5C_5(-x)^5=-4x^3$

따라서 x^3 항의 계수의 총합은 $-10+20-4=6$

390.정답 3

$(A+B+C)(A+C-B)=(a+2)^{11}(a-2)^{11}=5^{11}$이므로 $a=3$

391.정답 ③

$x(x+m)^n$에서 x^{n-1}의 계수는

$x\times{}_nC_2x^{n-2}m^2={}_nC_2m^2x^{n-1}$이므로 (가)$={}_nC_2$이다.

$2mn={}_nC_2\times m^2-mn$을 정리하면 $m=\frac{6}{n-1}$이다. (나)$=n-1$

m과 n이 자연수이므로 $n-1=6,\ 3,\ 2,\ 1$이 되고

$n=7,\ 4,\ 3,\ 2$가 된다. $n>5$이므로 $n=7$이 되고 그때의 $m=1$이 된다.

$f(n)={}_nC_2,\ g(n)=n-1,\ k=1,\ l=7$이므로

$\therefore\ f(8)+g(8)={}_8C_2+7=35$

392.정답 ②

$x^2(x+a)^n$의 전개식에서 일반항은

$x^2\times{}_nC_ra^{n-r}x^r={}_nC_ra^{n-r}x^{r+2}$이므로

x^{n-1}의 계수는 ${}_nC_{n-3}a^3$이다.

$a^2n={}_nC_3\times a^3-2a^2n$의 양변을 정리하면

$a=\frac{18}{(n-1)(n-2)}$이다.

a는 자연수이고 n은 4이상의 자연수이므로 위의 수가 자연수이기 위해서는 $n=4$이다.

(가) ${}_nC_{n-3}$ (나) $\frac{18}{(n-1)(n-2)}$ (다) 4

393.정답 ④

${}_2C_0+{}_3C_1+{}_4C_2+\cdots+{}_{10}C_8={}_{11}C_8$

${}_1C_0+{}_2C_1+{}_3C_2+\cdots+{}_{10}C_9={}_{11}C_9$

${}_{11}C_8+{}_{11}C_9={}_{12}C_9=220$

394.정답 ①

$9\left({}_{10}C_1\times9+{}_{10}C_2\times9^2+\cdots\cdots+{}_{10}C_{10}\times9^{10}\right)$

$9\left({}_{10}C_0+{}_{10}C_1\times9+{}_{10}C_2\times9^2+\cdots\cdots+{}_{10}C_{10}\times9^{10}-{}_{10}C_0\right)$

$9\{(1+9)^{10}-1\}$

$9\times10^{10}-9$

$=89999999991$

395.정답 12

$2(x+a)^n$의 전개식에서 x^{n-1}항의 계수는 $2\times{}_n\mathrm{C}_1\times a$,
$(x-1)(x+a)^n$의 전개식에서 x^{n-1}항은
$x\times{}_n\mathrm{C}_2\times x^{n-2}\times a^2+(-1)\times{}_n\mathrm{C}_1\times x^{n-1}\times a$ 이다.
계수가 서로 같으므로

$$2an=\frac{n(n-1)}{2}a^2-na$$

$$3an=\frac{n(n-1)}{2}a^2$$

$a,\ n$이 자연수이므로
$6=(n-1)a$
이를 만족하는 순서쌍 $(a,\ n)$은
$(7,\ 1),\ (4,\ 2),\ (3,\ 3),\ (2,\ 6)$이므로 구하는 an의 최댓값은 12이다.

396.정답 11

$(10+1)^{11}={}_{11}C_0+{}_{11}C_1\times10+{}_{11}C_2\times10^2+\cdots+{}_{11}C_{11}\times10^{11}$ 을 100으로 나눈면 ${}_{11}C_0+{}_{11}C_1\times10$만 나누면 된다. 그러므로 11이다.

397.정답 24

$12^{10}=(10+2)^{10}=2^{10}+{}_{10}\mathrm{C}_1 10\times2^9+{}_{10}\mathrm{C}_2 10^2\times2^8+\cdots+{}_{10}\mathrm{C}_{10}10^{10}$
2^{10}에서 나머지가 발생하므로 $1024\div200$에서 나머지 24이다.

398.정답 ⑤

$19^{22}=(20-1)^{22}={}_{22}\mathrm{C}_0-{}_{22}\mathrm{C}_1 20+{}_{22}\mathrm{C}_2 20^2-\cdots+{}_{22}\mathrm{C}_{22}20^{22}$
$={}_{22}\mathrm{C}_0-{}_{22}\mathrm{C}_1 20+{}_{22}\mathrm{C}_2 20^2-800(\cdots)$이므로 나머지는
$({}_{22}\mathrm{C}_0-{}_{22}\mathrm{C}_1 20+{}_{22}\mathrm{C}_2 20^2)\div800$의 나머지인 761이다.

399.정답 ⑤

ㄱ. ${}_n\mathrm{C}_0+{}_n\mathrm{C}_1+{}_n\mathrm{C}_2+\cdots+{}_n\mathrm{C}_n=2^n$이므로 (거짓)
ㄴ. ${}_7\mathrm{C}_1-{}_7\mathrm{C}_2+{}_7\mathrm{C}_3-{}_7\mathrm{C}_4+{}_7\mathrm{C}_5-{}_7\mathrm{C}_6+{}_7\mathrm{C}_7=1$은
$(1+x)^7={}_7\mathrm{C}_0x^7+{}_7\mathrm{C}_1x^6+\cdots+{}_7\mathrm{C}_6x+{}_7\mathrm{C}_7$에 $x=-1$을 대입하면
$-{}_7\mathrm{C}_0+{}_7\mathrm{C}_1-{}_7\mathrm{C}_2+{}_7\mathrm{C}_3-{}_7\mathrm{C}_4+{}_7\mathrm{C}_5-{}_7\mathrm{C}_6+{}_7\mathrm{C}_7=0$이므로
${}_7\mathrm{C}_1-{}_7\mathrm{C}_2+{}_7\mathrm{C}_3-{}_7\mathrm{C}_4+{}_7\mathrm{C}_5-{}_7\mathrm{C}_6+{}_7\mathrm{C}_7={}_7\mathrm{C}_0=1$이다. (참)
ㄷ. $(1+x)^{2020}$의 전개식에서 $x=1$과 $x=-1$을 대입하면
${}_{2020}\mathrm{C}_0+{}_{2020}\mathrm{C}_2+{}_{2020}\mathrm{C}_4+\cdots+{}_{2020}\mathrm{C}_{2018}+{}_{2020}\mathrm{C}_{2020}=2^{2019}$
${}_{2020}\mathrm{C}_1+{}_{2020}\mathrm{C}_3+{}_{2020}\mathrm{C}_5+\cdots+{}_{2020}\mathrm{C}_{2017}+{}_{2020}\mathrm{C}_{2019}=2^{2019}$ (참)
따라서 옳은 것은 ㄴ, ㄷ이다.

400.정답 ⑤

ㄱ $(1+x)^{2n}=\sum_{r=0}^{2n}{}_{2n}C_rx^r$에서 x^n의 계수는 $r=n$일 경우이므로 ${}_{2n}C_n$이다.(T)
ㄴ $(1+x)^{2n}=(1+x)^n(x+1)^n$이므로
$(1+x)^n=\sum_{r=0}^{n}{}_nC_r\times1^{n-r}\times x^r$에서 x^r의 계수인 ${}_nC_r$과
$(x+1)^n=\sum_{r=0}^{n}{}_nC_r\times x^{n-r}\times1^r$에서 x^{n-r}의 계수인 ${}_nC_r$이 곱해져서 우변의 x^n계수가 되므로 $\sum_{r=0}^{n}({}_nC_r)^2$이고 좌변의 x^n 계수는 ㄱ에서 ${}_{2n}C_n$이었으므로
$({}_nC_0)^2+({}_nC_1)^2+({}_nC_2)^2+\cdots+({}_nC_n)^2={}_{2n}C_n$이다.$(T)$
ㄷ $\sum_{k=1}^{n}\{2k\times({}_nC_k)^2\}=2n\sum_{k=1}^{n}\{{}_{n-1}C_{k-1}\times{}_nC_k\}$

$$\left(\begin{array}{l}\because k\times{}_nC_k=k\times\dfrac{n!}{k!(n-k)!}\\ =\dfrac{n!}{(k-1)!(n-k)!}=n\times\dfrac{(n-1)!}{(k-1)!(n-k)!}=n\times{}_{n-1}C_{k-1}\end{array}\right)$$

ㄴ을 이용하여 $(1+x)^{2n-1}=(1+x)^{n-1}(x+1)^n$으로 분해하면 우변의 x^{n-1}의 계수가 $\sum_{k=1}^{n}\{{}_{n-1}C_{k-1}\times{}_nC_k\}$이고, 좌변은 ${}_{2n-1}C_{n-1}$이므로
따라서,

$$\sum_{k=1}^{n}\{2k\times({}_nC_k)^2\}=2n\sum_{k=1}^{n}\{{}_{n-1}C_{k-1}\times{}_nC_k\}=2n\times{}_{2n-1}C_{n-1}$$

$2n\times{}_{2n-1}C_{n-1}\geq10\times{}_{2n}C_{n+1}$에서
$2n\times\dfrac{(2n-1)!}{n!(n-1)!}\geq10\times\dfrac{(2n)!}{(n-1)!(n+1)!}$이고, 양변을 약분하면
$1\geq\dfrac{10}{n+1}$에서 $n\geq9$이다.(T)

401.정답 ④

ㄱ) $(1+x)^{11}={}_{11}\mathrm{C}_0+{}_{11}\mathrm{C}_1x+{}_{11}\mathrm{C}_2x^2+\cdots+{}_{11}\mathrm{C}_{11}x^{11}$ 에서 양변에
$x=-1$을 대입.
$0={}_{11}\mathrm{C}_0-{}_{11}\mathrm{C}_1+{}_{11}\mathrm{C}_2-\cdots-{}_{11}\mathrm{C}_{11}$ 이므로 참
ㄴ) ${}_{19}C_1+{}_{19}C_3+{}_{19}C_5+\cdots\cdots{}_{19}C_{17}+{}_{19}C_{19}=2^{18}$ 이므로 거짓
ㄷ) $(1+x)^{2n}={}_{2n}\mathrm{C}_0+{}_{2n}\mathrm{C}_1x+{}_{2n}\mathrm{C}_2x^2+\cdots+{}_{2n}\mathrm{C}_{2n}x^{2n}$ 에서
$x=1$ 대입. $4^n={}_{2n}\mathrm{C}_0+{}_{2n}\mathrm{C}_1+{}_{2n}\mathrm{C}_2+\cdots+{}_{2n}\mathrm{C}_{2n}$ 이므로 참

402.정답 ④

${}_n\mathrm{C}_0+{}_n\mathrm{C}_1+{}_n\mathrm{C}_2+\cdots+{}_n\mathrm{C}_n=2^n$
${}_n\mathrm{C}_0+{}_n\mathrm{C}_2+{}_n\mathrm{C}_4+\cdots=2^{n-1}$
${}_n\mathrm{C}_1+{}_n\mathrm{C}_3+{}_n\mathrm{C}_5+\cdots=2^{n-1}$
${}_n\mathrm{C}_0-{}_n\mathrm{C}_1+{}_n\mathrm{C}_2-{}_n\mathrm{C}_3+{}_n\mathrm{C}_4-\cdots=0$
ㄱ. ${}_{30}\mathrm{C}_0+{}_{30}\mathrm{C}_2+{}_{30}\mathrm{C}_4+{}_{30}\mathrm{C}_6+\cdots+{}_{30}\mathrm{C}_{28}+{}_{30}\mathrm{C}_{30}=2^{29}$ (거짓)
ㄴ. ${}_{30}\mathrm{C}_0-{}_{30}\mathrm{C}_1+{}_{30}\mathrm{C}_2-{}_{30}\mathrm{C}_3+\cdots-{}_{30}\mathrm{C}_{29}+{}_{30}\mathrm{C}_{30}=0$ (참)
ㄷ. $(x+1)^{30}={}_{30}\mathrm{C}_0+{}_{30}\mathrm{C}_1\mathrm{x}+{}_{30}\mathrm{C}_2\mathrm{x}^2+{}_{30}\mathrm{C}_3\mathrm{x}^3+\cdots+{}_{30}\mathrm{C}_{30}\mathrm{x}^{30}$
에서 $x=-9$를 대입하면
${}_{30}\mathrm{C}_0-9\times{}_{30}\mathrm{C}_1+9^2\times{}_{30}\mathrm{C}_2-9^3\times{}_{30}\mathrm{C}_3+$
$\cdots-9^{29}\times{}_{30}\mathrm{C}_{29}+9^{30}=(-8)^{30}=2^{90}$ (참)
따라서 참인 것은 ㄴ, ㄷ이다.