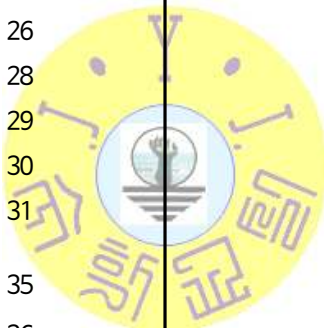


[유형별 목차]

핵심유형 01	합의 법칙 : 자연수의 합, 약수, 배수	----- 02
핵심유형 02	합의 법칙 : 주사위 합, 차	----- 03
핵심유형 03	합의 법칙 : 방정식과 부등식의 해	----- 05
핵심유형 04	합의 법칙 : 수형도 이용	----- 08
핵심유형 05	곱의 법칙 기본 계산	----- 09
핵심유형 06	곱의 법칙을 이용한 항의 개수	----- 10
핵심유형 07	곱의 법칙을 이용한 정수의 자릿수	----- 11
핵심유형 08	도로망의 경우의 수	----- 13
핵심유형 09	약수의 개수	----- 16
핵심유형 10	지불 방법의 수와 지불 금액의 수	----- 17
핵심유형 11	최단거리로 이동하는 경우의 수	----- 18
핵심유형 12	도형을 색칠하는 방법의 수	----- 19
핵심유형 13	순열 기호의 계산 및 증명	----- 21
핵심유형 14	순열의 수 기본	----- 23
핵심유형 15	순열을 이용한 자연수의 개수	----- 24
핵심유형 16	이웃하는 순열의 수	----- 26
핵심유형 17	이웃하지 않는 순열의 수	----- 28
핵심유형 18	이웃하는 순열과 이웃하지 않는 순열	----- 29
핵심유형 19	교대로 나열하는 순열의 수	----- 30
핵심유형 20	조건이 있는 숫자, 문자 순열의 수	----- 31
핵심유형 21	특정한 두 개 사이에 일부 들어가는 순열의 수	----- 35
핵심유형 22	사전적으로 배열하는 순열의 수	----- 36
핵심유형 23	[적어도]의 조건이 있는 순열의 수	----- 37
핵심유형 24	조합 기호의 계산	----- 38
핵심유형 25	조합 기호 등식의 증명	----- 40
핵심유형 26	조합의 수 기본	----- 42
핵심유형 27	조합의 수 : 리그전, 토너먼트, 약수	----- 45
핵심유형 28	조합의 수 : 곱(합)이 짝수, 홀수	----- 46
핵심유형 29	분류를 이용한 조합의 수	----- 47
핵심유형 30	특정한 조건이 있는 조합의 수	----- 48
핵심유형 31	[적어도] 조건을 포함한 조합의 수	----- 50
핵심유형 32	별아서 나열하는 경우의 수	----- 51
핵심유형 33	크기순으로 나열하는 경우의 수	----- 52
핵심유형 34	직선의 개수	----- 53
핵심유형 35	삼각형의 개수	----- 54
핵심유형 36	사각형의 개수	----- 56
핵심유형 보충	분할과 분배	----- 58
풀이 및 정답		----- 61



핵심정리 01 합의 법칙 : 자연수의 합, 약수, 배수

동시에 일어나지 않는 두 사건에 대하여 다음과 같은 합의 법칙이 성립한다.

두 사건 A, B 가 동시에 일어나지 않을 때, 사건 A, B 가 일어나는 경우의 수가 각각 m, n 이면 A 또는 B 가 일어나는 경우의 수는 $m+n$ 이다.

[참고] ① 문제에서 '또는', '이거나' 등의 표현이 있으면 합의 법칙을 이용한다.

② 합의 법칙은 어느 두 사건도 동시에 일어나지 않는 셋 이상의 사건에 대해서도 성립한다.

③ 두 사건 A, B 가 일어나는 경우의 수가 각각 m, n 이고 두 사건 A, B 가 동시에 일어나는 경우의 수가 l 이면 사건 A 또는 사건 B 가 일어나는 경우의 수는 $m+n-l$ 임에 주의한다.



대표문항

[YBM]

1. 두 자리 자연수 중에서 각 자리의 숫자의 합이 4 또는 7인 자연수의 개수를 구하시오.

[천재(전)]

2. 서로 다른 3개의 주머니에 1, 2, 3, 4, 5의 숫자가 하나씩 적힌 5개의 공이 각각 들어 있다. 각 주머니에서 공을 1개씩 꺼낼 때, 꺼낸 공에 적힌 수의 합이 4 또는 5가 되는 경우의 수는?

- ① 3 ② 6 ③ 9 ④ 12 ⑤ 15

[동아출판]

3. 20 이하의 자연수 중에서 3의 배수 또는 7의 배수의 개수를 구하시오.

[YBM]

4. 1부터 30까지의 자연수 중에서 5의 배수 또는 9의 배수의 개수를 구하시오.

[미래엔]

5. 1부터 10까지 숫자가 각각 하나씩 적힌 공 10개 중에서 한 개를 뽑을 때, 8의 약수 또는 3의 배수가 적힌 공을 뽑는 경우의 수를 구하시오.

[천재(전)]

6. 1부터 20까지의 자연수가 각각 하나씩 적힌 20개의 공이 들어 있는 주머니에서 1개의 공을 꺼낼 때, 36의 약수 또는 7의 배수가 적힌 공이 나오는 경우의 수를 구하시오.

핵심정리 02 합의 법칙 : 주사위 합, 차

(1) 두 주사위를 던질 때, 나온 눈의 수의 합의 경우의 수

눈의 합	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
경우의 수	1	2	3	4	5	6	5	4	3	2	1

(2) 두 주사위를 던질 때, 나온 눈의 수의 차의 경우의 수

눈의 차	0	1	2	3	4	5
경우의 수	6	10	8	6	4	2

(3) 세 주사위를 던질 때, 나온 눈의 수의 합의 경우의 수

눈의 차	3	4	5	6	7	8
경우의 수	1	1+2	1+2+3	1+2 +3+4	1+2+3 +4+5	1+2+3 +4+5+6

눈의 차	9	10	11	12
경우의 수	2+3+4 +5+6+5	3+4+5 +6+5+4	4+5+6 +5+4+3	5+6+5 +4+3+2

눈의 차	13	14	15	16	17	18
경우의 수	6+5+4 +3+2+1	5+4+3 +2+1	4+3 +2+1	3+2+1	2+1	1

[참고] ① (~인 경우의 수)=(전체 경우의 수)-(~가 아닌 경우의 수)

② 문제에서 경우를 나누고 합의 법칙과 곱의 법칙을 이용하여 경우의 수를 구한다.



대표문항

지학사

7. 서로 다른 두 개의 주사위를 동시에 던질 때, 나오는 눈의 수의 합이 4 또는 5가 되는 경우의 수를 구하시오.

[YBM]

8. 서로 다른 2개의 주사위를 동시에 던질 때 나오는 눈의 수의 합이 6 또는 10이 되는 경우의 수를 구하시오.

[미래엔]

9. 서로 다른 주사위 두 개를 동시에 던질 때 나오는 눈의 수의 합이 10의 약수인 경우의 수를 구하시오.

[미래엔]

10. 서로 다른 주사위 두 개를 동시에 던질 때 나오는 눈의 수의 합이 5의 배수인 경우의 수는?

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

[YBM]

11. 서로 다른 2개의 주사위를 동시에 던질 때 나오는 눈의 수의 합이 6의 배수가 되는 경우의 수는?

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

● 대표문항

■ ■ ■ [동아출판] ■ ■ ■

12. 서로 다른 두 개의 주사위를 동시에 던질 때, 나오는 눈의 수의 차가 3 이상이 되는 경우의 수를 구하시오.

■ ■ ■ [지학사] ■ ■ ■

13. 서로 다른 두 개의 주사위를 동시에 던져서 나오는 눈의 수의 차가 4의 약수가 되는 경우의 수를 구하시오.

■ ■ ■ [바상] ■ ■ ■

14. 서로 다른 두 개의 주사위를 동시에 던질 때, 나오는 눈의 수의 차가 2 또는 4가 되는 경우의 수는?
① 8 ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 16

■ ■ ■ [미래엔] ■ ■ ■

15. 서로 다른 주사위 두 개를 동시에 던질 때 나오는 눈의 수의 차가 1이 아닌 경우의 수를 구하시오.

■ ■ ■ [YBM] ■ ■ ■

16. 서로 다른 3개의 주사위를 동시에 던져서 나오는 눈의 수를 각각 x , y , z 라 할 때, $x + y = z$ 를 만족시키는 경우의 수를 구하시오.

■ ■ ■ [미래엔] ■ ■ ■

17. 서로 다른 주사위 3개를 동시에 던져서 나오는 눈의 수를 각각 a , b , c 라 할 때, $ab + c$ 의 값이 홀수가 되는 경우의 수를 풀이과정과 답을 쓰시오.



핵심정리 03 합의 법칙 : 방정식과 부등식의 해

(1) 방정식 $ax+by+cz=d$ (a, b, c, d 는 상수)를 만족하는

정수 x, y, z 의 순서쌍 (x, y, z) 의 개수

$\Rightarrow x, y, z$ 중 계수의 절댓값이 가장 큰 문자에

$1, 2, 3, \dots$ 을 차례로 대입하여 구한다.

(2) 부등식 $ax+by \leq c$ (a, b, c 는 자연수)를 만족하는 자연수

x, y 의 순서쌍 (x, y) 의 개수

$\Rightarrow$ 주어진 조건을 만족하는 $ax+by$ 의 값을 찾은 후

$ax+by=d$ 꼴의 방정식을 만들어 이 방정식의 해의 개수를 구한다.

즉 방정식 $ax+by=d$ 에 $x=1, y=1$ 을 대입한

$a+b \leq c$ 의 해의 개수를 모두 구하여 더한다.

[참고] 문제에서 경우를 나누고 합의 법칙과 곱의 법칙을 이용하여 경우의 수를 구한다.



대표문항

■ [비상]

18. 방정식 $x+2y+3z=12$ 를 만족시키는 자연수 x, y, z 의 순서쌍

(x, y, z) 의 개수를 구하시오.

■ [동아출판]

19. 방정식 $x+2y+3z=17$ 을 만족시키는 자연수 x, y, z 의 순서쌍

(x, y, z) 의 개수를 구하시오.

■ [지학사]

20. $3x+2y+z=11$ 을 만족시키는 자연수 x, y, z 의 순서쌍

(x, y, z) 의 개수는?

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

■ [천재(홍)]

21. x, y 가 음이 아닌 정수일 때, $x+y=3$ 또는 $x+y=4$ 를

만족시키는 순서쌍 (x, y) 의 개수를 구하시오.

대표문항

■ [미래엔 비상]

22. 음이 아닌 정수 x 와 y 에 대하여 $x+y \leq 3$ 을 만족시키는 순서쌍

(x, y) 의 개수를 구하시오.

■ [비상]

23. x, y 가 자연수일 때, 부등식 $x+y < 5$ 를 만족시키는 순서쌍

(x, y) 의 개수를 구하시오.

■ ■ ■ [YBM] ■ ■ ■

24. 음이 아닌 정수 x, y 에 대하여 $2x + y \leq 3$ 을 만족시키는 순서쌍 (x, y) 의 개수를 구하시오.

■ ■ ■ [천재(홍)] ■ ■ ■

25. $x + 2y$ 의 값이 9 이하가 되도록 하는 자연수 x, y 의 순서쌍 (x, y) 의 개수를 구하시오.

■ ■ ■ [천재(전)] ■ ■ ■

26. 십의 자리의 숫자가 a , 일의 자리의 숫자가 b 인 두 자리의 자연수 중에서 $a + b < 5$ 를 만족시키는 것의 개수는?
① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 14

■ ■ ■ [천재(전)] ■ ■ ■

27. 부등식 $3 \leq x + y \leq 4$ 를 만족시키는 자연수 x, y 의 모든 순서쌍 (x, y) 의 개수를 구하시오.

■ ■ ■ [비상] ■ ■ ■

28. 부등식 $4 \leq x + y < 7$ 을 만족시키는 자연수 x, y 의 순서쌍 (x, y) 의 개수는?
① 6 ② 8 ③ 10 ④ 12 ⑤ 14

■ ■ ■ [지학사] ■ ■ ■

29. 두 자연수 m, n 에 대하여 부등식 $3 \leq m + n \leq 4$ 를 만족시키는 순서쌍 (m, n) 의 개수를 구하시오.

■ ■ ■ [동아출판] ■ ■ ■

30. x, y 가 자연수일 때, $3 \leq 2x + y \leq 5$ 를 만족시키는 순서쌍 (x, y) 의 개수를 구하시오.

■ ■ ■ [지학사] ■ ■ ■

31. 다음 조건을 만족시키는 세 자연수 a, b, c 의 순서쌍 (a, b, c) 의 개수를 구하시오.

(가) $a < b \leq 4$

(나) $b \leq c \leq 6$

■ ■ ■ [동아출판] ■ ■ ■

32. x, y 가 자연수일 때, $xy \leq 3$ 을 만족시키는 순서쌍 (x, y) 의 개수를 구하시오.

■ ■ ■ [천재(홍)] ■ ■ ■

33. x, y 가 자연수일 때, $4 \leq xy \leq 6$ 을 만족시키는 순서쌍 (x, y) 의 개수를 구하시오.

■ ■ ■ [바상] ■ ■ ■

34. 1개의 가격이 2000원, 3000원인 과자 2종류가 있다. 종류별로 1개씩을 포함하여 10000원 이하의 금액으로 과자를 구매하는 방법의 수를 구하시오.



핵심정리 04 합의 법칙 : 수형도 이용

특별한 규칙이 없을 경우, 중복되거나 빠짐없이 모든 경우를 하나하나씩 직접 나열하여 경우의 수를 구한다.
이때 수형도와 순서쌍을 이용하면 편리하다.

(1) 수형도

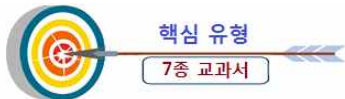
사건이 일어나는 모든 경우를 나뭇가지 모양의 그림으로 나타낸 것 특히 수형도를 그릴 때, 사전식 배열을 이용하여 중복하거나 빠짐없이 모든 경우를 세야 한다.

(2) 순서쌍

사건이 일어나는 경우를 순서대로 짝지어 만든 쌍을 의미한다.

[참고] 교란순열(완전순열) 공식

- ① 세 수 1, 2, 3을 일렬로 늘어놓은 세 자리 수 $a_1a_2a_3$ 중에서 $a_i \neq i (i = 1, 2, 3)$ 를 만족하는 정수의 개수 $\Rightarrow 2$ 개
- ② 네 수 1, 2, 3, 4를 일렬로 늘어놓은 네 자리수 $a_1a_2a_3a_4$ 중에서 $a_i \neq i (i = 1, 2, 3, 4)$ 를 만족하는 정수의 개수 $\Rightarrow 9$ 개
- ③ 5개의 수 1, 2, 3, 4, 5를 일렬로 늘어놓은 다섯 자리 수 $a_1a_2a_3a_4a_5$ 중에서 $a_i \neq i (i = 1, 2, 3, 4, 5)$ 를 만족하는 정수의 개수 $\Rightarrow 44$ 개



대표문항

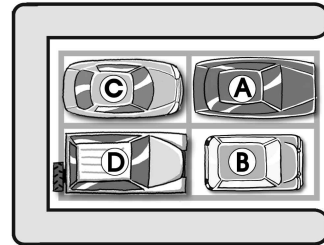
■ [천재(전)] ■

35. 민희, 주영, 영수가 3종류의 음료 A, B, C 중에서 하나씩 고를 때, A 또는 B를 고른 사람이 2명이고, C를 고른 사람이 1명인 경우의 수는?

- ① 6 ② 9 ③ 12 ④ 15 ⑤ 18

[09년 03월 고1 3점]

36. 그림과 같이 세 면이 막혀있는 주차장에 A, B, C, D 네 대의 차량이 주차되어 있다. 주차된 네 대의 차량이 한 번에 한 대씩 빠져나오려고 할 때, 차량이 모두 빠져나오는 순서를 정하는 경우의 수는? (단, 모든 차량은 주차 구역 내에서 직진만 하도록 한다.)



- ① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

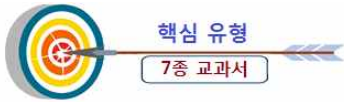
[12년 3월 고1 4점]

37. 숫자 1, 2, 3을 전부 또는 일부를 사용하여 같은 숫자가 이웃하지 않도록 다섯 자리 자연수를 만든다. 이때, 만의 자리 숫자와 일의 자리 숫자가 같은 경우의 수를 구하시오.

핵심정리 05 곱의 법칙 기본 계산

일반적으로 잇달아 일어나는 두 사건에 대하여 다음이 성립할 때, 이것을 곱의 법칙이라고 한다.
두 사건 A, B 에 대하여 사건 A 가 일어나는 경우의 수가 m 이고 그 각각에 대하여 사건 B 가 일어나는 경우의 수가 n 일 때, 두 사건 A, B 가 동시에 또는 연이어 일어나는 경우의 수는 $m \times n$ 이다.

- [참고] ① 문제에서 ‘이고’, ‘그리고’, ‘동시에’ 등의 표현이 있으면 곱의 법칙을 이용한다.
② 곱의 법칙은 두 사건이 잇달아 일어나는 경우에도 성립한다.
③ 곱의 법칙은 동시에 일어나는 세 사건 이상에 대해서도 성립한다.



대표문항

■ [미래엔]

38. 모자 3가지, 안경 2가지, 가방 4가지를 사용하여 캐릭터 꾸미기를 하려고 한다. 모자, 안경, 가방을 각각 한 가지씩 택하여 캐릭터를 꾸미는 경우의 수를 구하시오.

■ [지학사]

39. 3종류의 간식 샌드위치, 카스테라, 마카롱과 3종류의 음료 우유, 주스, 탄산수 중에서 간식 하나와 음료 하나를 동시에 택하는 경우의 수를 구하시오.

■ [동아출판]

40. 우진이네 가족이 간 식당에서는 피자 3종류, 파스타 2종류를 팔고 있다. 피자와 파스타를 각각 한 가지씩 주문하는 경우의 수를 구하시오.

■ [미래엔]

41. 주사위 한 개를 두 번 던질 때 첫 번째에는 소수의 눈이 나오고 두 번째에는 5의 약수의 눈이 나오는 경우의 수를 구하시오.

■ [비상]

42. 서로 다른 두 개의 주사위를 A, B 를 동시에 던질 때, 주사위 A 는 4 이상의 눈의 수가 나오고 주사위 B 는 짝수의 눈의 수가 나오는 경우의 수를 구하시오.

■ [지학사]

43. 서로 다른 주사위 3개를 동시에 던졌을 때, 나오는 세 눈의 수의 곱이 홀수인 경우의 수는?
① 21 ② 24 ③ 27 ④ 30 ⑤ 33

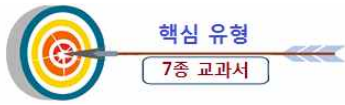
■ [YBM]

44. 6점 점자는 6개의 점으로 이루어져 있다. 이 점자는 볼록 튀어나온 점의 개수와 위치에 따라 구별된다. 이 6점 점자 2개를 일렬로 나열하였을 때 서로 구별되게 나타낼 수 있는 모든 경우의 수를 구하시오. (단, 튀어나온 점이 하나도 없는 경우는 제외한다.)

핵심정리 06 곱의 법칙을 이용한 항의 개수

두 다항식 A, B 의 각 항의 문자가 모두 다르면 AB 의 전개식에서 항의 개수는 $\Rightarrow (A\text{의 항의 개수}) \times (B\text{의 항의 개수})$

[참고] 다항식의 전개식에서 서로 다른 항의 개수는 동시에 또는 연이어 일어나는 경우의 수와 같으므로 곱의 법칙을 이용한다.



대표문항

45. $(a+b)(p+q+r)(x+y+z)$ 를 전개하였을 때, 다음을 구하시오

- (1) 모든 항의 개수
- (2) a 를 포함한 항의 개수

- (3) p 를 포함하지 않는 항의 개수

[지학사]

46. 다음 식을 전개할 때 나타나는 항의 개수를 구하시오

- (1) $(a+b+c)(x+y)$
- (2) $(a+b+c+d)(x+y+z)(p+q)$

[YBM]

47. 다음 식을 전개하였을 때, 모든 항의 개수를 구하시오.

- (1) $(x+y)(a+b+c+d)$
- (2) $(a+b)(p+q)(x+y)$

[천재(전)]

48. 다항식 $(a+b)(c+d+e)(w+x+y+z)$ 의 전개식에서 서로 다른 항의 개수는?

- ① 18 ② 20 ③ 22 ④ 24 ⑤ 26

[지학사]

49. 다음을 구하시오.

$(a+b)^2(x+y)$ 의 전개식의 항의 개수

[동아출판]

50. 다항식 $(a+2b+3c)(x-y)^2$ 의 전개식에서 항의 개수를 구하시오.

[YBM]

51. 식 $(2a+3b)(t-2s)(5x+8y-9z)$ 를 전개하였을 때, 다음을 구하시오.

- (1) 모든 항의 개수
- (2) x 를 포함하는 항의 개수

[비정]

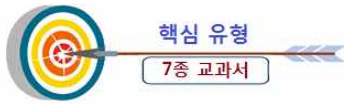
52. $(a+b+c)(p+q)(x+y)$ 를 전개하였을 때, 다음을 구하시오.

- (1) 모든 항의 개수
- (2) a 를 포함한 항의 개수

핵심정리 07 곱의 법칙을 이용한 정수의 자릿수

두 사건 A, B 가 동시에 (연이어) 일어나는 경우의 수는 곱의 법칙을 이용하여 구한다.

- [참고] ① ($\sim$ 인 경우의 수) = (전체 경우의 수) - ($\sim$ 가 아닌 경우의 수)
 ② 최고 자리에는 0이 올 수 없음에 유의한다. 주어진 조건에 따라 기준이 되는 자리부터 먼저 숫자를 배열하고 나머지 자리에 남은 숫자를 배열한다.



대표문항

[YBM]

53. 세 자리 자연수 중에서 백의 자리의 수와 일의 자리의 수의 곱이 홀수인 것의 개수를 구하시오.

[지학사]

54. 십의 자리의 숫자는 2의 배수이고 일의 자리의 숫자는 4의 약수인 두 자리의 자연수의 개수를 구하시오.

[YBM]

55. 두 자리 자연수 중에서 일의 자리의 수가 홀수이고, 십의 자리의 수가 3의 배수인 자연수의 개수를 구하시오.

[미래엔]

56. 두 자리 자연수 중에서 십의 자리 숫자는 짝수이고 일의 자리 숫자는 3의 배수인 것의 개수를 구하시오.

[동아출판]

57. 세 자리의 자연수 중에서 백의 자리의 숫자는 4의 배수, 십의 자리의 숫자는 6의 약수, 일의 자리의 숫자는 홀수인 것의 개수를 구하시오.

[동아출판]

58. 세 자리 자연수 중에서 각 자리의 수의 곱이 홀수인 것의 개수를 구하시오.

■ [비상] ■

59. 세 자리 자연수 중에서 백의 자리 수는 3의 배수, 십의 자리 수는 홀수, 일의 자리 수는 소수인 것의 개수를 구하시오.

[21학년도 9월 평가원 3점]

60. 다음 조건을 만족시키는 두 자리의 자연수의 개수는?

- (가) 2의 배수이다.
(나) 십의 자리의 수는 6의 약수이다.

- ① 16 ② 20 ③ 24 ④ 28 ⑤ 32

■ [동아출판] ■

61. 〈보기〉와 같이 왼쪽부터 읽거나 오른쪽부터 읽어도 똑같은 자연수를 '대칭수'라고 한다. 100보다 크고 10000보다 작은 대칭수의 개수를 구하시오

〈 보기 〉

343, 2662, 7777

핵심정리 08 도로망의 경우의 수

- (1) 동시에 갈 수 없는 길이면 $\Rightarrow$ 합의 법칙
- (2) 동시에 갈 수 있는 길이거나 이어지는 길이면 $\Rightarrow$ 곱의 법칙

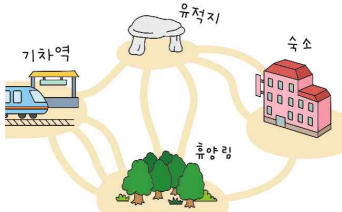
[참고] ① 도로망의 경우의 수에서 어떤 도시를 거치지 않고 이동하는지, 거치고 이동하는지 확인한다.
 ② 중간에 어느 도시를 거친다면 그 도시를 기준으로 사건을 나누어 경우의 수를 구한다.



대표문항

[지하사]

62. 도희네 가족이 어느 지역을 여행하고 있다. 기차역을 출발하여 유적지와 휴양림을 모두 둘러보고 숙소로 이동한다고 할 때, 다음 물음에 답하시오. (단, 같은 장소를 두 번 이상 지나지 않는다.)



- (1) 유적지를 먼저 관람하는 경우의 수를 구하시오.
- (2) 휴양림을 먼저 관람하는 경우의 수를 구하시오.
- (3) 기차역에서 숙소까지 이동하는 경우의 수를 구하시오.

[천재(홍)]

63. 어느 공원에는 그림과 같이 정문에서 음악 분수로 가는 길이 2가지, 음악 분수에서 생태 학습장으로 가는 길이 3가지, 정문에서 생태 학습장으로 바로 가는 길이 2가지 있다. 세 지점 중에서 같은 지점을 두 번 이상 지나지 않는다고 할 때, 다음을 구하시오.



- (1) 정문에서 음악 분수를 거쳐 생태 학습장으로 가는 경우의 수
- (2) 정문에서 생태 학습장으로 가는 경우의 수

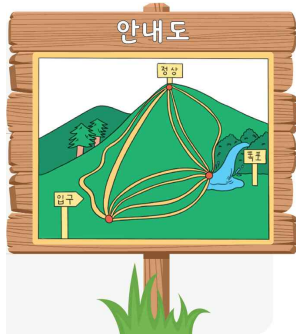
[천재(전)]

64. 서울에서 부산까지 가는 방법은 4가지, 부산에서 제주도까지 가는 방법은 3가지, 서울에서 제주도까지 바로 가는 방법은 2가지가 있다고 한다. 다음 경우의 수를 구하시오. (단, 같은 지점은 두 번 이상 지나지 않는다.)

- (1) 서울에서 부산을 거쳐 제주도까지 가는 경우
- (2) 서울에서 제주도까지 가는 모든 경우

■ ■ ■ [미래엔] ■ ■ ■

65. 어느 산에는 오른쪽 그림과 같이 입구에서 폭포로 가는 길이 4가지, 폭포에서 정상으로 가는 길이 3가지, 입구에서 정상으로 바로 가는 길이 2가지가 있다. 같은 지점을 다시 가지 않는다고 할 때, 다음을 구하시오.

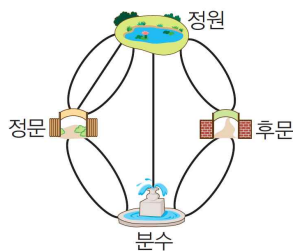


(1) 입구에서 폭포를 거쳐 정상으로 가는 경우의 수

(2) 입구에서 정상으로 가는 모든 경우의 수

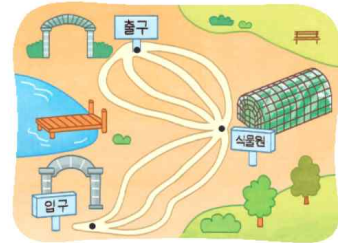
■ ■ ■ [동아출판] ■ ■ ■

66. 그림은 어느 공원의 정문, 분수, 후문, 정원을 연결하는 산책로를 나타낸 것이다. 정문에서 정원, 분수를 모두 거쳐 후문으로 가는 경우의 수를 구하시오. (단, 한 번 지나간 지점은 다시 지나가지 않는다.)



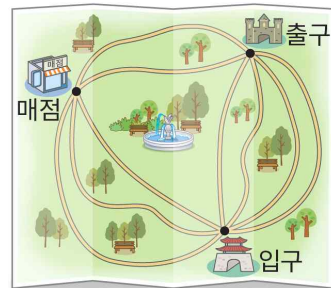
■ ■ ■ [비상] ■ ■ ■

67. 그림은 어느 공원의 안내도이다. 공원 입구에서 출발하여 식물원을 거쳐 출구까지 가는 방법의 수를 구하시오. (단, 같은 지점은 두 번 이상 지나지 않는다.)



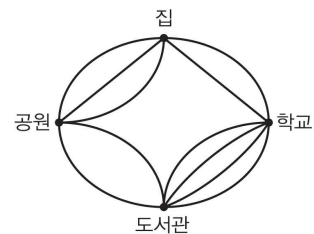
■ ■ ■ [미래엔] ■ ■ ■

68. 그림은 어느 공원의 산책로를 나타낸 것이다. 입구에서 출구로 가는 경우의 수를 구하시오. (단, 같은 지점을 다시 가지 않는다.)



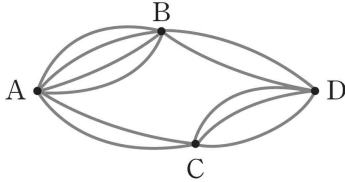
■ ■ ■ [YBM] ■ ■ ■

69. 다음 그림은 집, 학교, 도서관, 공원을 연결하는 길을 나타낸 것이다. 집에서 출발하여 학교와 도서관을 모두 거쳐 공원으로 가는 모든 경우의 수를 구하시오. (단, 같은 지점은 두 번 지나지 않는다.)



■ [지학사] ■

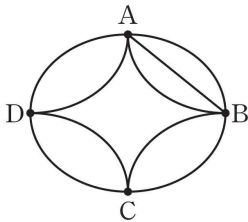
70. 다음 그림과 같이 네 지점 A, B, C, D를 연결하는 도로망이 있다. A 지점에서 출발하여 D 지점으로 가는 경우의 수는? (단, 같은 지점을 두 번 이상 지나지 않는다.)



- ① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

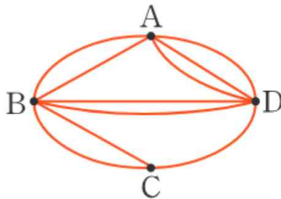
■ [YBM] ■

71. 그림과 같이 네 지점 A, B, C, D를 연결하는 도로망이 있다. 같은 지점은 한 번만 지난다고 할 때, A 지점에서 C 지점까지 가는 경우의 수를 구하시오.



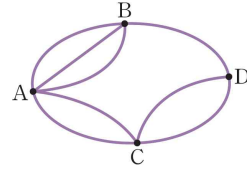
■ [바상] ■

72. 다음 그림과 같은 도로망이 있다. 지점 A에서 지점 C까지 가는 방법의 수를 구하시오. (단, 같은 지점은 두 번 이상 지나지 않는다.)



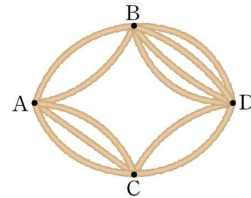
■ [미래엔] ■

73. 그림과 같이 네 지점 A, B, C, D를 연결하는 도로망이 있다. 주어진 도로를 이용하여 A 지점에서 D 지점으로 가는 경우의 수를 구하시오. (단, 같은 지점을 다시 가지 않는다.)



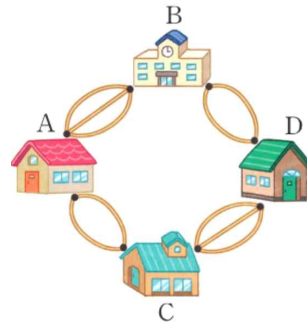
■ [천재(전)] ■

74. 그림과 같이 네 지점 A, B, C, D를 연결하는 길이 있다. 지점 A를 출발하여 지점 D로 가는 경우의 수를 구하시오. (단, 같은 지점은 두 번 이상 지나지 않는다.)



■ [바상] ■

75. 다음 그림은 어느 건물들 사이의 산책로를 나타낸 것이다.



- 건물 B와 건물 C 사이에 산책로를 추가하여 건물 A에서 건물 D까지 가는 방법의 수가 64가 되도록 할 때, 추가해야 하는 산책로의 수를 구하시오. (단, 같은 지점은 두 번 이상 지나지 않고, 산책로는 서로 만나지 않는다.)

핵심정리 09 약수의 개수

자연수 N 의 양의 약수의 개수와 양의 약수의 총합

자연수 $N = p^m \times q^n \times r^l$ (단, p, q, r 은 서로 다른 소수 m, n, l 은 자연수)꼴로 소인수분해될 때,

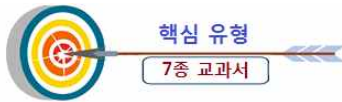
(1) N 의 양의 약수의 개수 $\Rightarrow (m+1)(n+1)(l+1)$

(2) N 의 양의 약수의 총합

$$\Rightarrow (1+p^1+p^2+\dots+p^m) \times (1+q^1+q^2+\dots+q^n) \times (1+r^1+r^2+\dots+r^l)$$

[참고] N 의 양의 약수의 개수에서

- ① $m+1$ 은 p^m 의 양의 약수의 개수, $n+1$ 은 q^n 의 양의 약수의 개수, $l+1$ 은 r^l 의 양의 약수의 개수이다.
- ② p^m 의 양의 약수와 q^n 의 양의 약수와 r^l 의 양의 약수 중에서 각각 하나씩 택하여 곱한 수이므로 그 개수는 $(m+1)(n+1)(l+1)$ 이다.



대표문항

[동아출판]

76. 72의 약수의 개수를 구하시오.

[바상]

77. 다음 수의 약수의 개수를 구하시오.

- (1) 216 (2) 360

[YBM] [미래엔]

78. 108의 양의 약수의 개수를 구하시오.

[YBM]

79. 144의 양의 약수의 개수를 구하시오.

[미래엔]

80. 225의 약수의 개수는?

- ① 9 ② 10 ③ 11 ④ 12 ⑤ 13

[천재(홍)]

81. 500의 약수의 개수를 구하시오.

[바상]

82. 2700의 약수 중에서 홀수의 개수를 구하시오.

[미래엔]

83. 720과 1008의 공약수의 개수를 구하시오.

핵심정리 10 지불 방법의 수와 지불 금액의 수

(1) 지불 방법의 수

- ① A 원짜리 동전 a 개로 지불할 수 있는 방법의 수
 $\Rightarrow 0$ 개, 1개, 2개, $\dots$, a 개의 $a+1$ 가지
- ② A 원짜리 동전 a 개, B 원짜리 동전 b 개, C 원짜리 동전 c 개가 있을 때, 지불할 수 있는 방법의 수는 지불할 수 있는 방법의 수
 $\Rightarrow (a+1)(b+1)(c+1)-1 \leftarrow 0$ 원을 지불하는 방법
 (단, 0원을 지불하는 경우는 제외)

(2) 지불 금액의 수

- 화폐 단위가 큰 돈을 화폐 단위가 작은 돈으로
- ① 환산할 수 없는 경우
 $\Rightarrow (\text{지불 방법의 수}) = (\text{지불 금액의 수})$
 - ② 환산할 수 있는 경우
 $\Rightarrow$ 화폐 단위가 작은 돈으로 환산하여 지불 방법의 수를 구한다.

[참고] 지불할 수 있는 금액이 중복되는 경우

x 원짜리 동전 n 개로 지불할 수 있는 금액과 y 원짜리 동전 1개로 지불할 수 있는 금액이 같으면 y 원짜리 동전 1개를 x 원짜리 동전 n 개로 바꾸어 생각한다.
 예를 들어, 100원짜리 동전 5개와 500원짜리 동전 1개로 지불할 수 있는 금액의 수는 (단, 0원을 지불하는 경우는 제외)
 500원짜리 동전 1개를 100원짜리 동전 5개로 바꾸어 생각하면 $(10+1)-1$ 이다.

■ ■ ■ [비상] ■ ■ ■

85. 10000원짜리 지폐 1장, 5000원짜리 지폐 3장, 1000원짜리 지폐 4장의 일부 또는 전부를 사용하여 지불하려고 한다. 지불할 수 있는 금액의 수를 구하시오. (단, 0원을 지불하는 것은 생각하지 않는다.)

■ ■ ■ [천재(홍)] ■ ■ ■

86. 10원짜리 동전 3개, 100원짜리 동전 4개, 500원 짜리 동전 2개의 일부 또는 전부를 사용하여 지불 할 수 있는 금액의 수를 구하시오. (단, 0원을 지불하는 경우는 제외한다.)



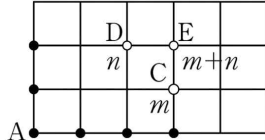
● 대표문항

■ ■ ■ [지학사] ■ ■ ■

84. 100원짜리 동전 2개, 500원짜리 동전 2개, 1000원짜리 지폐 3장이 있다. 이들을 일부 또는 전부를 사용하여 지불하는 경우의 수를 구하시오. (단, 0원을 지불하는 경우는 제외한다.)

핵심정리 11 최단거리로 이동하는 경우의 수

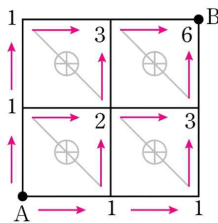
오른쪽 그림과 같이 격자 모양의 길에서
A지점부터 C지점까지 최단거리로 가는
방법의 수가 m 이고 D지점까지
최단거리로 가는 방법의 수가 n 일 때,
A지점으로부터 E지점까지 최단경로는 C지점을 통과하는 경우와
D지점을 통과하는 경로로 나눌 수 있다.
이 두 경우는 동시에 일어날 수 없으므로 합의 법칙에 의하여
A지점부터 E지점까지 최단거리로 가는 방법의 수는 $m+n$ 이다.



[참고] 합의 법칙을 이용하여 최단거리로
가는 경우의 수

오른쪽 그림의 A지점에서 B지점까지
최단거리로 가는 경우의 수

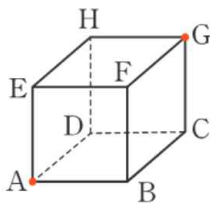
- ① A지점에서 오른쪽과 위로 가는
경우의 수를 각각 적는다.
- ② 만나는 점에서 경우의 수를 더한다.



대표문항

■ [비상]

87. 그림과 같은 정육면체의 꼭짓점 A에서 출발하여 모서리를 따라
꼭짓점 G까지 최단 거리로 가는 방법의 수를 구하시오.



핵심정리 12 도형을 색칠하는 방법의 수

도형에 색칠하는 경우, 색칠하는 순서를 정하는 것에 주의한다.

- (1) 인접하는 영역이 가장 많은 영역에 색칠하는 방법의 수를 먼저 구하고 그 영역과 인접한 영역 순으로 방법의 수를 각각 구한다.
- (2) 서로 같은 색을 칠할 수 있는 영역이 있을 때는 이 영역들이 같은 색인 경우와 다른 색인 경우로 나누어 색칠한다.
- (3) 곱의 법칙을 이용하여 방법의 수를 구한다.

[참고] 예를 들어

오른쪽 그림에서 인접한 영역의 개수가 가장 많은 영역이 D이므로 D를 먼저 칠한 후 $D \rightarrow A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow E$ 의 순서로 색을 칠한다.

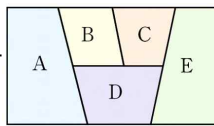
그런데 색칠하는 순서를

$A \rightarrow B \rightarrow E \rightarrow D \rightarrow C$ 로 하면 A와 E, A와 D가 같은 색인지 아닌지에 따라 B에 칠할 수 있는 색의 가짓수가 달라져서 복잡해진다.

[FIRST] 인접한 영역의 개수가 가장 많은 영역을 먼저 칠한다.

[NEXT] 인접하는 영역 중 이미 색칠된 영역의 개수가 가장 많은 영역을 칠한다.

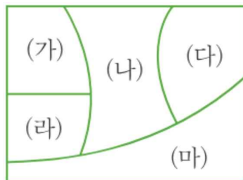
[LAST] 위의 과정을 차례대로 되풀이한다.



대표문항

■ [비상]

88. 다음 그림에서 다섯 개의 영역을 서로 다른 5가지 이하의 색으로 칠하려고 한다. 같은 색을 중복하여 사용해도 좋으나 인접한 영역은 서로 다른 색으로 칠하여 구분할 때, 칠하는 방법의 수를 구하시오.



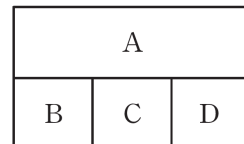
■ [비상]

89. 지도와 같이 국경을 맞대고 있는 유럽의 네 나라 프랑스, 벨기에, 룩셈부르크, 독일을 서로 다른 4가지 색으로 칠하려고 한다. 같은 색을 중복하여 사용해도 좋으나 인접한 영역은 서로 다른 색으로 칠하여 구분할 때, 칠하는 방법의 수를 구하시오.



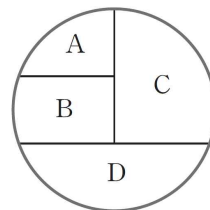
■ [지학사]

90. 다음 그림과 같은 4개의 영역 A, B, C, D에 서로 다른 4가지 색을 사용하여 칠하려고 한다. 같은 색을 중복하여 사용해도 좋으나 인접하는 영역은 서로 다른 색으로 칠하는 경우의 수를 구하시오. (단, 한 영역에는 한 가지 색만 칠한다.)



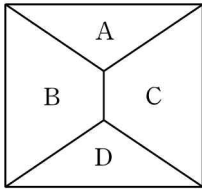
■ [동아출판]

91. 그림과 같은 A, B, C, D 4개의 영역을 서로 다른 4가지 색으로 칠하려고 한다. 같은 색을 여러 번 사용해도 좋으나 이웃한 영역은 서로 다른 색으로 칠하는 경우의 수를 구하시오. (단, 각 영역에는 한 가지 색만 칠한다.)



■ [천재(전)] ■

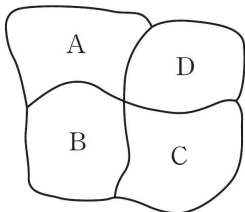
92. 그림과 같은 4개의 영역 A, B, C, D에 서로 다른 5가지 색을 칠하려고 한다. 4개의 영역에 같은 색을 중복하여 사용할 수 있으나 인접한 영역은 서로 다른 색으로 칠하는 경우의 수를 구하시오. (단, 각 영역에는 한 가지 색만 칠한다.)



● 대표문항

■ [동아출판] ■

93. 그림과 같은 A, B, C, D 4개의 영역을 빨강, 파랑, 노랑, 검정의 4가지 색으로 칠하려고 한다. 같은 색을 중복하여 사용할 수 있으나 인접한 영역은 서로 다른 색을 칠할 때, 칠하는 경우의 수를 구하시오. (단, 각 영역에는 한 가지 색만 칠한다.)



(1) A와 C를 같은 색으로 칠하는 경우의 수를 구하시오.

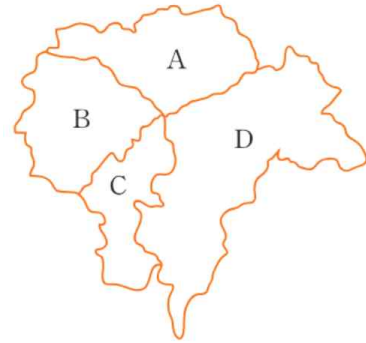
(2) A와 C를 다른 색으로 칠하는 경우의 수를 구하시오.

(3) 칠하는 경우의 수를 구하시오.

■ [비상] ■

94. 지도와 같이 행정 구역이 나누어진 어느 도시의 네 지역

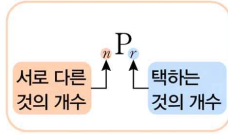
A, B, C, D를 서로 다른 4가지 이하의 색으로 칠하려고 한다. 같은 색을 중복하여 사용해도 좋으나 인접한 영역은 서로 다른 색으로 칠하여 구분할 때, 칠하는 방법의 수를 구하시오. (단, 경계선을 공유하는 경우만 인접한 영역으로 생각한다.)



핵심정리 13 순열 기호의 계산 및 증명

(1) 순열의 정의 (Permutation)

서로 다른 n 개에서 r ($0 \leq r \leq n$)개를
택하여 일렬로 나열하는 것을
순열이라고 하고 기호 ${}_nP_r$ 로 나타낸다.



(2) 순열의 계산 공식

$${}_nP_r = n(n-1)(n-2) \times \cdots \times (n-r+1) = \frac{n!}{(n-r)!}$$

$$(0 \leq r \leq n)$$

② 서로 다른 n 개에서 n 개 전체를 일렬로 배열하는 방법의 수

$${}_nP_n = n(n-1)(n-2) \times \cdots \times 3 \times 2 \times 1 = n!$$

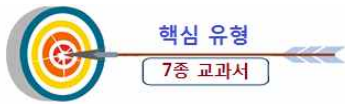
③ ${}_nP_0 = 1$, $0! = 1$ 로 정의한다.

[참고] ① 1부터 n 까지의 자연수를 차례로 곱한 것을 n 의
계승이라 하고, 기호로 $n!$ 과 같이 나타낸다.

$$n! = n(n-1)(n-2) \times \cdots \times 3 \times 2 \times 1$$

② 서로 다른 n 개에서 n 개 모두를 일렬로 배열하는
방법의 수

$${}_nP_n = n(n-1)(n-2) \times \cdots \times 3 \times 2 \times 1 = n!$$



대표문항

■ [미래엔]

95. 다음 값을 구하시오.

(1) ${}_4P_4$ (2) $0! \times 6!$ (3) ${}_7P_0$ (4) ${}_5P_2 \times 3!$

■ [지학사]

96. 다음 값을 구하시오.

(1) $3! \times 0!$

(2) ${}_5P_2 \times 3!$

■ [YBM]

97. 다음 등식을 만족시키는 자연수 n 또는 r 의 값을 구하시오.

(1) ${}_nP_3 = 24$

(2) ${}_8P_r = \frac{8!}{6!}$

■ [동아출판]

98. 등식 ${}_6P_3 = 6 \times {}_nP_2$ 를 만족시키는 자연수 n 의 값을 구하시오.

■ [지학사]

99. 다음 등식을 만족시키는 자연수 n 의 값을 구하시오.

(1) ${}_nP_2 = 42$

(2) ${}_nP_3 = 3n(n-1)$

■ [비상]

100. 등식 ${}_nP_3 = 5 \times {}_{n+1}P_2 - 3 \times {}_nP_2$ 를 만족시키는 자연수 n 의 값을
구하시오.

■ [지학사] ■

101. 방정식 ${}_nP_4 - 9 \times {}nP_3 + 32 \times {}nP_2 = 0$ 을 만족시키는 모든 자연수 n 의 값의 합을 구하시오.

● 대표문항

■ [천재(총)] [비상] [미래엔] ■

102. 다음은 $1 < r \leq n$ 일 때, ${}_nP_r = n \times {}nP_{r-1}$ 이 성립함을 두 가지 방법으로 설명한 것이다. (가)~(라)에 알맞은 것을 써넣어 보자.

[방법1] 등식의 우변 $r \times {}nP_{r-1} + {}nP_r$ 를 계승을 이용하여 정리하는 방법

$$\begin{aligned} & n \times {}nP_{r-1} \\ &= n \times \frac{(n-1)!}{(n-1) - (r-1)!} \\ &= \frac{n!}{(n-r)!} \\ &= {}nP_r \end{aligned}$$

[방법2] n 명 중에서 r 명을 뽑아 일렬로 세울 때, 특정한 1명을 포함하는 경우와 포함하지 않는 경우로 나누는 방법
 ${}_nP_r$ 는 n 명 중에서 r 명을 뽑아 일렬로 세우는 경우의 수이다. 첫 번째 자리에 서는 사람을 선택하는 경우의 수는 (가)이고, 첫 번째 자리에 서는 한 명을 제외한 $(n-1)$ 명 중에서 $(r-1)$ 명을 택하여 나머지 자리에 일렬로 세우는 경우의 수는 (라)이다. 따라서 곱의 법칙에 의하여 ${}_nP_r = n \times {}nP_{r-1}$ 이 성립한다.

■ [동아출판] ■

103. $1 \leq r < n$ 일 때, 등식 ${}_nP_r = {}nP_{r-1} + r \times {}nP_{r-1}$ 이 성립함을 증명하시오.

■ [비상] ■

104. $1 < r \leq n$ 일 때, 등식 ${}_nP_r = n \times {}nP_{r-1}$ 이 성립함을 보이시오.

■ [지학사] ■

105. 실생활 속의 예를 찾아 $1 \leq r < n$ 일 때, 등식 ${}_nP_r = {}nP_{r-1} + r \times {}nP_{r-1}$ 임을 설명하시오.

핵심정리 14 순열의 수 기본

서로 다른 n 개에서 중복됨 없이 r 개를 택하여 순서를 생각하여 일렬로 배열하는 것을 n 개에서 r 개를 택하는 순열이라 하고 순열의 수를 ${}_nP_r$ 로 나타낸다.

[참고] ① 서로 다른 n 개에서 r 개를 택하여 일렬로 나열하는 방법의 수 $\Rightarrow {}_nP_r$

② 서로 다른 n 개 모두를 일렬로 배열하는 방법의 수 $\Rightarrow {}_nP_n = n!$



대표문항

[비상]

106. 다음을 구하시오.

(1) 학습 동아리 회원 8명 중에서 회장 1명과 부회장 1명을 뽑는 경우의 수

(2) 경주 박물관, 동궁과 월지, 첨성대, 황룡사지의 4곳 중에서 3곳을 골라 순서를 정하여 관광하는 방법의 수

[YBM]

107. 10명의 동아리 회원 중에서 대표 1명과 총무 1명을 정하는 경우의 수를 구하시오.

[YBM]

108. 8명으로 이루어진 어느 국악 동아리에서 음악회를 열기로 하였다. 8명 중에서 연주자 3명을 뽑아 연주하는 순서를 정하는 경우의 수를 구하시오.

[YBM]

109. 놀이공원에서 서로 다른 5가지 놀이 기구 중에서 서로 다른 3가지를 골라 타는 순서를 정하는 경우의 수는?

- ① 30 ② 45 ③ 60 ④ 75 ⑤ 90

[천재(홍)]

110. 어느 학교 밴드부에서는 점심시간을 이용 하여 정기 공연을 하려고 한다. 연습곡 9개 중에서 3개를 택하여 공연 순서를 정하는 경우의 수를 구하시오.

[YBM]

111. 회원이 12명인 음악 동아리에서 독창을 할 3명을 뽑아 순서를 정하는 경우의 수는?

- ① 1080 ② 1100 ③ 1200 ④ 1230 ⑤ 1320

핵심정리 15 순열을 이용한 자연수의 개수

(1) 0을 포함한 숫자를 나열하여 정수를 만드는 문제에서는 0이 맨 앞자리에 올 수 없음을 주의한다.

⇒ 0과 서로 다른 n 개의 한 자리 자연수 중에서 서로 다른 r 개를 이용하여 만들 수 있는 r 자리 자연수의 개수는 $n \times {}_n P_{r-1}$

(2) 특정 조건이 있는 자연수의 개수

⇒ 주어진 조건에 따라 기준이 되는 자리를 먼저 나열하고 나머지 자리에는 남은 숫자들을 나열하여 구한다.

[참고] 배수에 관한 문제는 배수판정법을 이용하여 구한다.

- ① 2의 배수 ⇒ 일의 자리 숫자가 2, 4, 6, 8, 0인 수
- ② 3의 배수 ⇒ 각 자리 수의 합이 3의 배수
- ③ 4의 배수 ⇒ 끝의 두 자리 수가 00이거나 4의 배수
- ④ 5의 배수 ⇒ 일의 자리 숫자가 0 또는 5
- ⑤ 6의 배수 ⇒ 2의 배수이면서 3의 배수 또는 각 자리의 수의 합이 배수인 짝수



● 대표문항

■ [YBM] [지학사]

112. 5개의 숫자 0, 1, 2, 3, 4 중에서 서로 다른 3개를 뽑아 세

자리 자연수를 만들 때, 다음을 구하시오.

(1) 세 자리 자연수 중에서 짝수의 개수를 구하시오.

(2) 300 이상의 자연수의 개수를 구하시오.

■ [천재(전)] ■

113. 5개의 숫자 1, 2, 3, 4, 5 중에서 서로 다른 3개를 택하여 만들 수 있는 세 자리 자연수의 개수는?

- ① 36 ② 42 ③ 48 ④ 54 ⑤ 60

■ [비상] ■

114. 1, 2, 3, 4, 5가 각각 적혀 있는 카드 5장이 들어 있는

상자에서 2장을 동시에 뽑아 두 자리 자연수를 만들 때, 짝수의 개수를 구하시오.

■ [천재(전)] ■

115. 4개의 숫자 0, 1, 2, 3 중에서 서로 다른 3개를 택하여 만들 수 있는 세 자리 홀수의 개수는?

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

■ [미래엔] ■

116. 다섯 개의 숫자 0, 1, 2, 3, 4에서 서로 다른 숫자 3개를

사용하여 만들 수 있는 세 자리 자연수 중에서 짝수의 개수를 구하시오.

■ [YBM] ■

117. 6개의 숫자 0, 1, 2, 3, 4, 5 중에서 서로 다른 4개를 뽑아 네 자리 자연수를 만들 때, 천의 자리의 수와 일의 자리의 수가 모두 홀수인 자연수의 개수를 구하시오.

■ [동아출판] ■

118. 다섯 개의 숫자 1, 2, 3, 4, 5를 한 번씩 사용하여 다섯 자리의 자연수를 만들 때, 홀수의 개수를 구하시오.

■ [바상] ■

119. 5개의 수 0, 1, 2, 3, 4를 모두 사용하여 다섯 자리 자연수를 만들 때, 32000보다 작은 자연수의 개수를 구하시오.

■ [천재(홍)] ■

120. 0, 1, 2, 3, 4의 숫자가 각각 적힌 5장의 카드를 모두 이용하여 다섯 자리 자연수를 만들 때, 21000보다 큰 수의 개수를 구하시오.



핵심정리 16 이웃하는 순열의 수

이웃하는 것이 있는 순열 (인접순열)의 수를 다음과 같은 순서로 구한다.

[FIRST] 이웃하는 것을 묶음으로 생각한 후, 일렬로 나열하는 경우의 수를 구한다.

[NEXT] 한 묶음 안에서 이웃하는 것끼리 자리를 바꾸는 경우의 수를 구한다.

[LAST] 위의 두 순서로 구한 경우의 수를 서로 곱한다.

[참고] ① (한 묶음으로 생각하여 구한 순열의 수)

× (한 묶음 안에서 순열의 수)

② 이웃하는 순열의 수는 곱의 법칙을 이용한다.



대표문항

[동아출판]

121. 6개의 문자 a, b, c, d, e, f 를 일렬로 배열할 때, a 와 b 또는 b 와 c 가 이웃하는 경우의 수를 구하는 단계별 물음에 답하시오.

(1) a 와 b 가 이웃하는 경우의 수를 구하시오.

(2) b 와 c 가 이웃하는 경우의 수를 구하시오.

(3) a 와 b, b 와 c 가 모두 이웃하는 경우의 수를 구하시오.

(4) a 와 b 또는 b 와 c 가 이웃하는 경우의 수를 구하시오.

[지학사]

122. 남학생 5명과 여학생 2명이 일렬로 서서 사진을 찍으려고 할 때, 여학생 2명이 서로 이웃하는 경우의 수를 구하시오.

[비성]

123. 문자 카드 E, X, P, L, A, I, N 7장을 일렬로 배열할 때, 모음 카드 3장이 서로 이웃하는 경우의 수를 구하시오.

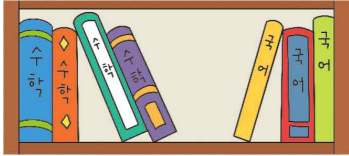
[지학사]

124. 다음 그림과 같이 1부터 6까지의 자연수가 각각 하나씩 적혀 있는 여섯 장의 카드를 일렬로 나열할 때, 3의 배수가 적혀 있는 카드끼리 이웃하고, 5의 약수가 적혀 있는 카드끼리 이웃하는 경우의 수를 구하시오.



■ [지학사] ■

125. 서로 다른 수학책 4권과 국어책 3권을 책장에 일렬로 꽂을 때, 같은 과목의 책끼리 서로 이웃하는 경우의 수를 구하시오.



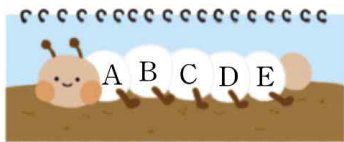
■ [바상] ■

126. 1학년 학생 2명, 2학년 학생 3명, 3학년 학생 3명으로 구성된 바른생활부 학생들이 교내 식당 앞에 일렬로 서서 '질서 지키기' 홍보 활동을 하려고 한다. 이때 같은 학년 학생끼리 이웃하여 서는 경우의 수를 구하시오.



■ [천재(전)] ■

127. 다음 그림의 5개의 영역 A, B, C, D, E에 빨강, 주황, 노랑, 초록, 파랑의 5가지 색을 칠하려고 한다. 5개의 영역에 각각 다른 색을 칠할 때, 빨강, 노랑, 초록이 모두 이웃하는 경우의 수를 구하시오. (단, 각 영역에는 한 가지 색만 칠한다.)



■ [천재(홍)] ■

128. 다음 그림과 같이 일렬로 놓인 8개의 의자에 부부 3쌍과 청소년 2명이 일렬로 앉을 때, 부부끼리는 서로 이웃하여 앉는 경우의 수를 구하시오.



■ [미래엔] ■

129. 다음과 같이 서로 다른 깃발 7개가 일렬로 놓여 있다. 두 사람이 서로 다른 깃발을 하나씩 잡을 때, 이웃한 깃발을 잡지 않는 경우의 수를 구하는 풀이 과정과 답을 쓰시오.



■ [바상] ■

130. 서로 다른 역사 소설 n 권, 서로 다른 여행 서적 3권을 책꽂이에 일렬로 꽂을 때, 여행 서적끼리 이웃하게 꽂는 방법의 수는 720이다. 이 때 n 의 값을 구하시오.

핵심정리 17 이웃하지 않는 순열의 수

이웃하지 않는 순열 (인접하지 않을 때)의 수는 다음 순서로 구한다.

[FIRST] 이웃해도 상관없는 것들을 먼저 일렬로 나열한다.

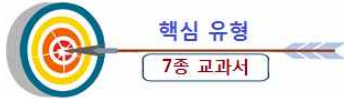
[NEXT] 이웃해도 되는 것의 양 끝과 사이사이에 이웃하지 않아야 할 것을 나열하는 경우의 수를 구한다.

[LAST] 위의 두 순서로 구한 경우의 수를 서로 곱한다.

[참고] ① (이웃해도 되는 것들의 순열의 수)

× (그 양끝과 사이사이에 이웃하지 않아야 할 것을 배열한 순열의 수)

② 이웃하지 않는 순열의 수는 곱의 법칙을 이용한다.



대표문항

■ [천재(총)] ■

131. 어른 3명과 어린이 5명이 일렬로 서서 사진을 찍으려고 할 때,

다음을 구하시오.

(1) 어린이 양 끝에 서는 경우의 수

(2) 어른끼리 서로 이웃하지 않는 경우의 수

■ [바탕] ■

132. 도서관에 8개의 똑같은 의자가 일렬로 배치되어 있을 때, 학생

4명 중에서 어느 2명도 이웃하지 않게 앉는 방법의 수를 구하시오.

■ [천재(전)] ■

133. 서로 다른 시집 2권과 서로 다른 소설책 3권을 책꽂이에 일렬로 꽂으려고 한다. 시집끼리는 서로 이웃하지 않게 꽂는 경우의 수를 구하시오.

■ [바탕] ■

134. 6개의 문자 C, H, A, N, G, E를 일렬로 나열할 때,

모음끼리는 이웃하지 않게 나열하는 방법의 수는?

- ① 480 ② 500 ③ 520 ④ 540 ⑤ 560

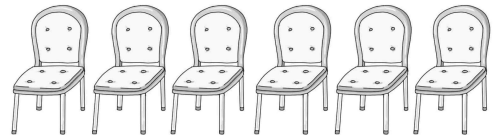
[23년 3월 고2 4점]

135. 1학년 학생 2명과 2학년 학생 4명이 있다. 이 6명의 학생이

일렬로 나열된 6개의 의자에 다음 조건을 만족시키도록 모두 앉는 경우의 수는?

(가) 1학년 학생끼리는 이웃하지 않는다.

(나) 양 끝에 있는 의자에는 모두 2학년 학생이 앉는다.



- ① 96 ② 120 ③ 144 ④ 168 ⑤ 192

핵심정리 18 이웃하는 순열과 이웃하지 않는 순열

- (1) 이웃하는 순열의 수
 [FIRST] 이웃하는 것을 한 묶음으로 생각한 후, 일렬로 나열하는 경우의 수를 구한다.
 [NEXT] 이웃하는 것끼리 자리를 바꾸는 경우의 수를 구한다.
 [LAST] 위의 결과를 곱한다.
- (2) 이웃하지 않는 순열의 수
 [FIRST] 이웃해도 되는 것을 일렬로 나열하는 경우의 수를 구한다.
 [NEXT] 위에서 나열한 것의 사이사이와 양 끝에 이웃하지 않는 것을 나열하는 경우의 수를 구한다.
 [LAST] 위의 결과를 곱한다.



대표문항

[지학사]

136. 6개의 문자 F, R, I, E, N, D를 모두 사용하여 일렬로 나열할 때, I와 E는 이웃하고 F와 D는 이웃하지 않도록 나열하는 경우의 수를 구하시오.

[YBM]

137. 1부터 9까지의 자연수를 일렬로 나열할 때, 3의 배수끼리 이웃하고, 4의 배수끼리 이웃하지 않는 경우의 수를 구하시오.

핵심정리 19 교대로 나열하는 순열의 수

두 개의 대상을 교대로 배열하는 순열의 수는 다음 순서로 구한다.
[FIRST] 두 개의 대상 중 하나를 일렬로 나열하는 경우의 수를 구한다.

[NEXT] 위에서 나열한 것의 그 사이사이와 양 끝에 나머지 대상들을 일렬로 나열하여 구한다.

[LAST] 위의 두 단계에서 구한 경우의 수를 곱한다.

[참고] 두 대상의 인원수에 따라 다음과 같이 구한다.

① 인원 수가 같은 경우

두 집단의 크기가 각각 n 으로 같을 때, 교대로 서는 순열의 수 $\Rightarrow 2 \times n! \times n!$

② 인원 수가 다른 경우

두 집단의 크기가 각각 $n, n-1$ 로 다를 때, 교대로 서는 순열의 수 $\Rightarrow n! \times (n-1)!$



대표문항

[바상] [YBM] [동아출판]

138. 남학생 3명과 여학생 4명이 영화 관람을 위해 좌석 한 줄에

나란히 앉으려고 할 때, 다음을 구하시오.

(1) 여학생이 모두 이웃하여 앉는 경우의 수

(2) 남학생과 여학생이 교대로 앉는 경우의 수

[지학사]

139. 교사 2명과 학생 3명이 일렬로 출렁다리를 건너려고 할 때, 다음을 구하시오.

(1) 교사와 학생이 교대로 서는 경우의 수

(2) 교사끼리 이웃하지 않는 경우의 수

[미래엔]

140. 알파벳에서 두 개의 모음 a, e 와 세 개의 자음 b, c, d 를

일렬로 나열 할 때, 다음을 구하시오.

(1) 모음 두 개를 서로 이웃하게 나열하는 경우의 수

(2) 모음과 자음을 교대로 나열하는 경우의 수

대표문항

[지학사] [천재(전) 바상]

141. 남학생 3명과 여학생 3명이 일렬로 서서 등산을 하려고 한다.

남학생과 여학생이 교대로 서는 경우의 수를 구하시오.

핵심정리 20 조건이 있는 숫자 문자 순열의 수

특정한 조건이 있는 순열의 수는 다음과 같은 순서로 구한다.
 [FIRST] 특정한 자리를 고정하고 고정된 자리에 나열하는 경우의 수를 구한다.
 [NEXT] 특정한 자리를 제외한 나머지 자리에 나열하는 경우의 수를 구한다.
 [LAST] 위의 두 단계에서 구한 경우의 수를 곱한다.
 [참고] ① 위치가 고정되어 있는 경우에는 나머지를 나열하는 순열의 수를 반드시 곱해야 한다.
 ② 특정한 자리에 오는 것끼리 자리를 바꾸는 순열의 수를 곱한다.



대표문항

■ [지학사] ■

142. 5개의 숫자 0, 1, 2, 3, 4 중에서 서로 다른 4개의 숫자를 사용하여 만들 수 있는 네 자리의 자연수 중 홀수의 개수를 구하려고 한다. 다음 물음에 답하시오.
 (1) 네 자리의 자연수 중에서 일의 자리의 숫자가 1인 경우의 수를 구하시오.

(2) 네 자리의 자연수 중에서 일의 자리의 숫자가 3인 경우의 수를 구하시오.

(3) 네 자리의 자연수 중에서 홀수의 개수를 구하시오.

대표문항

■ [천재(전)] ■

143. 7개의 숫자 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7을 한 번씩 사용하여 일렬로 나열할 때, 다음 경우의 수를 구하시오.
 (1) 양 끝에 짝수가 오도록 나열하는 경우

(2) 홀수와 짝수를 교대로 나열하는 경우

■ [지학사] ■

144. family에 있는 6개의 문자를 모두 사용하여 일렬로 나열할 때, 다음을 구하시오.
 (1) a와 i가 양 끝에 오는 경우의 수

(2) a와 i가 서로 이웃하는 경우의 수

■ [천재(전)] ■

145. 수빈이와 신영이를 포함한 학생 7명이 영화관에서 일렬로 앉으려고 한다. 수빈이와 신영이가 다음과 같이 앉는 경우의 수를 구하시오.
 (1) 이웃하게 앉는 경우

(2) 양 끝에 앉는 경우

■ ■ ■ [동아출판] [YBM] ■ ■ ■

146. 할머니, 아버지, 어머니, 동생이 있는 민준이네 가족 5명이
일렬로 앉아서 가족사진을 찍으려고 한다. 다음을 구하시오.
(1) 동생과 민준이가 이웃하게 앉는 경우의 수

- (2) 아버지와 어머니가 양 끝에 앉는 경우의 수

■ ■ ■ [천재(흥)] ■ ■ ■

147. 'MIRACLE'에 있는 7개의 알파벳을 모두 사용하여 일렬로
나열할 때, 다음을 구하시오.
(1) 모음이 양 끝에 오게 나열하는 경우의 수

- (2) 자음과 모음을 교대로 나열하는 경우의 수

■ ■ ■ [동아출판] ■ ■ ■

148. 서로 다른 소설책 4권과 서로 다른 시집 2권을 책꽂이에 일렬로
꽂으려고 한다. 다음을 구하시오.
(1) 시집을 양 끝에 꽂는 경우의 수
- (2) 소설책 4권이 모두 이웃하고 시집 2권이 모두 이웃하도록 꽂는
경우의 수

■ ■ ■ [YBM] ■ ■ ■

149. 7개의 숫자 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7을 일렬로 나열할 때, 홀수는
홀수 자리, 짝수는 짝수 자리에 놓이게 되는 경우의 수는?
① 84 ② 96 ③ 108 ④ 128 ⑤ 144

■ ■ ■ [YBM] ■ ■ ■

150. 5개의 숫자 1, 2, 3, 4, 5가 각각 하나씩 적힌 5장의 카드
중에서 서로 다른 3장의 카드를 뽑아 일렬로 나열할 때, 가운데 놓인
카드가 3인 경우의 수는?
① 8 ② 12 ③ 16 ④ 20 ⑤ 24

■ ■ ■ [미래엔] ■ ■ ■

151. 앞좌석이 2개, 뒷좌석이 3개 있는 승용차에 아버지와 어머니를
포함한 가족 5명이 탈 때, 다음을 구하시오.
(1) 아버지와 어머니가 앞좌석에 앉고 나머지 가족은 뒷좌석에 앉는
경우의 수
- (2) 아버지와 어머니 중에서 한 사람은 운전석에 앉고 나머지 가족은
운전석이 아닌 4개의 좌석에 앉는 경우의 수



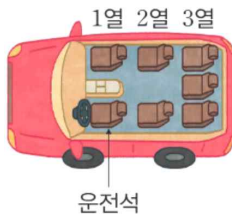
■ [YBM] ■

152. 다음 그림과 같이 남학생 2명과 여학생 2명이 함께 놀이공원에 가서 한 줄에 2개씩 의자가 있고, 모두 3줄로 된 놀이 기구를 타려고 한다. 남학생 1명과 여학생 1명이 짝을 지어 2명씩 같은 줄에 앉을 때, 4명이 모두 놀이 기구의 의자에 앉는 경우의 수를 구하시오. (단, 다른 탑승자는 없다고 한다.)



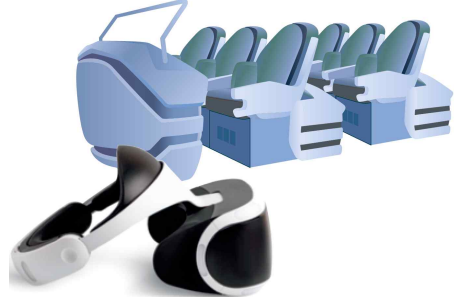
■ [비상] ■

153. 그림과 같은 7인승 자동차에 운전을 할 수 있는 A, B와 운전을 할 수 없는 C, D, E, F, G가 함께 타고 여행을 가려고 한다. 운전석에는 A 또는 B만 앉을 수 있고, C, D는 3열에 앉는다고 할 때, 7명이 이 자동차에 앉는 방법의 수를 구하시오.



■ [천재(홍)] ■

154. A, B, C, D, E 5명이 다음 그림과 같이 한 줄에 3개의 의자가 있고 모두 2줄로 된 6인용 가상 현실 체험 기구에 탑승하려고 한다. A와 B가 같은 열에 서로 이웃하여 앉는 방법의 수를 구하시오.



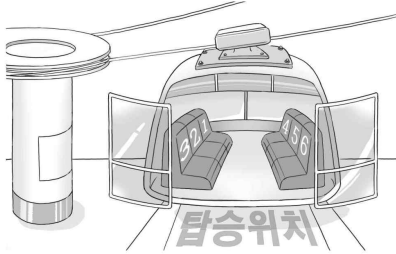
■ [동아출판] ■

155. 다음 그림과 같이 5개의 좌석이 있다. A, B, C, D, E 다섯 명이 영화 관람을 위하여 좌석에 앉을 때, A와 B가 이웃하게 앉는 경우의 수를 구하시오. (단, 통로를 사이에 두고 앉는 경우에는 이웃하지 않는 것으로 생각한다.)



[19년 3월 고2 3점]

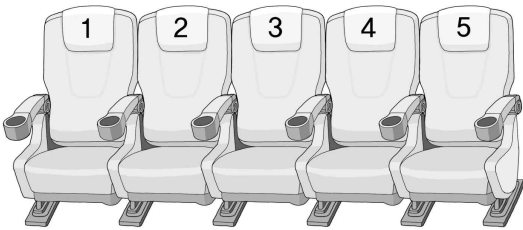
156. 그림과 같이 한 줄에 3개씩 모두 6개의 좌석이 있는 케이블카가 있다. 두 학생 A, B를 포함한 5명의 학생이 이 케이블카에 탑승하여 A, B는 같은 줄의 좌석에 앉고 나머지 세 명은 맞은편 줄의 좌석에 앉는 경우의 수는?



- ① 48 ② 54 ③ 60 ④ 66 ⑤ 72

[16년 4월 고3 3점]

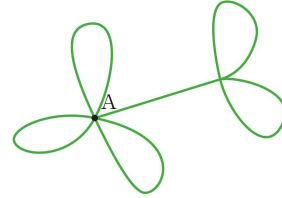
157. 할머니, 아버지, 어머니, 아들, 딸로 구성된 5명의 가족이 있다. 이 가족이 그림과 같이 번호가 적힌 5개의 의자에 모두 앉을 때, 아버지가 어머니가 모두 홀수 번호가 적힌 의자에 앉는 경우의 수는?



- ① 28 ② 30 ③ 32 ④ 34 ⑤ 36

■ ■ ■ [천재(홍)] ■ ■ ■

158. 다음 그림과 같은 도형을 점 A에서 시작하여 연필을 떼지 않고 한 번에 그리려고 한다. 이 도형을 그리는 방법의 수를 구하시오. (단, 한 번 그린 선은 다시 그리지 않는다.)



핵심정리 21

특정한 두 개 사이에 일부가 들어
가는 순열의 수

특정한 A, B 사이에 일부가 들어가는 순열의 수

[FIRST] A, B 사이에 들어가는 것을 택하여 일렬로 나열하는 경우의 수를 구한다.

[NEXT] A, B가 자리를 바꾸는 경우의 수를 구한다.

[LAST] A, B와 택한 것을 한 묶음으로 생각하여 일렬로 나열하는 경우의 수를 구한 후 앞에서 구한 경우의 수를 모두 곱한다.



대표문항

동아출판

159. 6곡의 노래 A, B, C, D, E, F의 재생 순서를 정할 때, A와 B 사이에 노래 3곡을 넣어 순서를 정하는 경우의 수를 구하시오.

천재(전)

160. 7개의 문자 C, O, U, N, T, R, Y가 각각 하나씩 적힌 7장의 카드를 일렬로 나열하려고 한다. O와 U 사이에 1개의 문자만 있는 경우의 수를 구하시오.

천재(전)

161. 6개의 문자 a, b, c, d, e, f 를 일렬로 나열할 때, a 와 b 가 서로 이웃하거나 a 와 b 사이에 1개의 문자만 있는 경우의 수를 구하시오.



핵심정리 22 사전식으로 배열하는 순열의 수

문자를 사전식으로 배열하거나 숫자를 크기순으로 나열하는 경우

(1) 문자나 숫자의 위치 찾기

해당 문자나 숫자의 맨 앞자리부터 고정시켜서 차례대로 순열의 수를 구한다.

(2) 특정 위치에 있는 문자나 위치나 숫자 찾기

[FIRST] 자리를 정할 수 있는 문자 또는 수를 먼저 배열한다.

[NEXT] 해당 문자나 숫자가 나올 때까지 계승을 이용한 후 다음 문자나 숫자를 이용하여 찾는다.

[LAST] 순열을 이용하여 나머지 자리에 올 수 있는 것을 배열하는 경우의 수를 구한다.

[참고] ‘~번 째수’ 또는 ‘~번 째로 나열’ 이라면 가장 큰 자리의 수 하나당 전체 경우의 수를 만들어 순서를 정하여 사전식 배열에서 문자열 찾는다.

① 영문사전의 경우는 $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow \dots$

② 국어사전의 경우는 $\neg \rightarrow \angle \rightarrow \square \rightarrow \dots$

③ 숫자의 경우는 $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow \dots$



대표문항

[지하세]

162. 5개의 문자 a, b, c, d, e 를 모두 한 번씩 사용하여 만든 문자열을 사전식으로 배열할 때, $daceb$ 는 몇 번째에 오는지 구하시오.

[비상]

163. 다섯 개의 문자 a, b, c, d, e 를 한 번씩 모두 사용하여 만든 문자열을 사전식으로 배열할 때, 105번째의 문자열을 구하시오.

[미래엔]

164. 5개의 숫자 0, 2, 4, 6, 8중에서 서로 다른 4개를 택하여 만든 네 자리 자연수를 작은 것부터 순서대로 나열할 때, 35째 수를 구하시오.

핵심정리 23 [적어도]의 조건이 있는 순열의 수

(사건 A가 적어도 한 번 일어나는 경우의 수)
 = (전체 경우의 수) - (사건 A가 일어나지 않는 경우의 수)
 [참고] '적어도' 라는 조건이 있는 순열에서는
 ⇒ 사건을 여러 개로 나누어 각각의 경우의 수를 구하여
 합의 법칙을 이용하는 것보다는 전체 경우의 수에서
 사건이 일어나지 않는 경우의 수를 빼는 것이 더욱
 간편하고 계산이 빠르다.



대표문항

■ [비상]

165. 서로 다른 풍경 사진 4점과 서로 다른 동물 사진 2점을 일렬로
 나열하여 전시하려고 한다. 동물 사진 사이에 적어도 1점의 풍경
 사진이 놓이도록 전시하는 방법의 수를 구하시오.

■ [동아출판]

166. 남학생과 여학생을 합하여 모두 6명이 일렬로 줄을 서려고 한다.
 적어도 한쪽 끝에 남학생이 오는 경우의 수가 432일 때, 남학생은 몇
 명인지 구하시오.

■ [비상]

167. 어느 식품 회사에서는 빵 6종류와 과자 5종류의 시험 제품을
 만들었다. 이 시험 제품 중에서 적어도 빵 1종류와 과자 1종류를
 포함하여 3종류를 출시하는 방법의 수를 구하시오.

핵심정리 24 조합 기호의 계산

(1) 서로 다른 n 개에서 r 개를 택하는 순열의 수는

$${}_nP_r = n(n-1)(n-2) \times \cdots \times (n-r+1) \\ = \frac{n!}{(n-r)!} \quad (\text{단, } 0 \leq r \leq n)$$

① ${}_nP_n = n(n-1)(n-2) \times \cdots 3 \times 2 \times 1 = n!$

② ${}_nP_0 = 1, 0! = 1$

(2) 조합의 수

서로 다른 n 개에서 r 개를 택하는 조합의 수는

$${}_nC_r = \frac{{}_nP_r}{r!} = \frac{n!}{r!(n-r)!} \quad (\text{단, } 0 \leq r \leq n)$$

① ${}_nC_0 = 1, {}_nC_n = 1$

② ${}_nC_r = {}_nC_{n-r}$

③ ${}_{n-1}C_{r-1} + {}_{n-1}C_r = {}_nC_r \quad (\text{단, } 1 \leq r \leq n)$



대표문항

[YBM]

168. 다음 등식을 만족시키는 자연수 n 또는 r 의 값을 구하시오.

(1) ${}_nC_2 = {}_nC_3$

(2) ${}_7C_5 + {}_7C_4 = {}_8C_r$

[지학사]

169. 다음 등식을 만족시키는 자연수 n 의 값을 구하시오.

(1) ${}_6C_4 = {}_nC_2$

(2) ${}_nC_4 = {}_nC_8$

[미래엔]

170. 다음 등식을 만족시키는 자연수 n 의 값을 구하시오.

(1) $4 \times {}_nP_3 = 5 \times {}_{n-1}P_3$

(2) ${}_nC_2 = n + 5$

[천재(전)]

171. 다음 등식을 만족시키는 자연수 n 또는 r 의 값을 구하시오.

(1) ${}_nC_2 = {}_nC_6$

(2) ${}_{10}C_r = {}_{10}C_{r-2}$

[비상]

172. 등식 ${}_nC_2 = 28$ 을 만족시키는 자연수 n 의 값을 구하시오.

[YBM]

173. 등식 ${}_9C_r = {}_9C_{r+3}$ 을 만족시키는 자연수 r 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

■ ■ ■ [동아출판] ■ ■ ■

174. 등식 ${}_{n+1}C_2 + {}_nC_2 = 100$ 을 만족시키는 자연수 n 의 값을 구하시오.

■ ■ ■ [지학사] ■ ■ ■

175. ${}_4P_2 + {}_nC_2 = 18$ 을 만족시키는 자연수 n 의 값을 구하시오.

■ ■ ■ [동아출판] ■ ■ ■

176. 등식 ${}_{19}C_{r+3} = {}_{19}C_{2r+1}$ 을 만족시키는 자연수 r 의 값을 모두 구하시오.

■ ■ ■ [미래엔] ■ ■ ■

177. 등식 ${}_nC_3 = 3 \times {}_nC_2$ 를 만족시키는 자연수 n 의 값을 구하시오.

[14년 3월 고2 4점]

178. ${}_nC_2 + {}_{n+1}C_3 = 2 \times {}_nP_2$ 를 만족시키는 자연수 n 의 값은?

(단, $n \geq 2$)

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

■ ■ ■ [천재(전)] ■ ■ ■

179. ${}_nP_r + {}_nC_r = 245$, ${}_nP_r - {}_nC_r = 175$ 일 때, $n+r$ 의 값은?

(단, n, r 은 자연수이다.)

- ① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 14

■ ■ ■ [비상] ■ ■ ■

180. 등식 ${}_{n+2}C_3 - 2 \times {}_nC_2 = {}_{n+1}C_{n-1}$ 을 만족시키는 자연수 n 의 값을 구하시오. (단, $n \geq 2$)

■ ■ ■ [미래엔] ■ ■ ■

181. x 에 대한 이차방정식

$$3x^2 - {}_nC_r x - 3{}_nP_r = 0$$

의 두 근이 -2 와 3 일 때, $n+r$ 의 값을 구하시오.

(단, n 과 r 은 자연수)

핵심정리 25 조합 기호 등식의 증명

다음을 이용하여 등식이 성립함을 증명한다.

$$(1) {}_nC_r = \frac{{}_nP_r}{r!} = \frac{n!}{r!(n-r)!} \quad (\text{단, } 0 \leq r \leq n)$$

$$\textcircled{1} {}_nC_0 = 1, {}_nC_n = 1$$

$$\textcircled{2} {}_nC_r = {}_nC_{n-r}$$

$$(2) {}_nP_r = n(n-1)(n-2) \times \cdots \times (n-r+1)$$

$$= \frac{n!}{(n-r)!} \quad (\text{단, } (0 \leq r \leq n))$$

$$\textcircled{1} {}_nP_n = n(n-1)(n-2) \times \cdots \times 3 \times 2 \times 1 = n!$$

$$\textcircled{2} {}_nP_0 = 1, 0! = 1$$



대표문항

[지학사] [YBM] [동아출판] [비상] [천재(진)] [천재(홍)]

182. $0 \leq r \leq n$ 일 때, ${}_nC_r = {}_nC_{n-r}$ 가 성립함을 보이시오.

[지학사] [동아출판]

183. $1 \leq r < n$ 일 때, 등식 ${}_nC_r = {}_{n-1}C_{r-1} + {}_{n-1}C_r$ 가 성립함을

보이시오.

[YBM] [지학사]

184. 다음은 $1 \leq r \leq n-1$ 일 때, 등식 ${}_nC_r = {}_{n-1}C_r + {}_{n-1}C_{r-1}$ 이

성립함을 보이는 과정이다. □ 안에 알맞은 것을 써넣으시오.

$$\begin{aligned} {}_{n-1}C_r + {}_{n-1}C_{r-1} &= \frac{(n-1)!}{r! \times \square} + \frac{(n-1)!}{(r-1)! \times \square} \\ &= \frac{(n-1)! \times \square}{r! \times (n-r)!} \\ &= \frac{\square}{r! \times (n-r)!} = {}_nC_r \end{aligned}$$

따라서 ${}_nC_r = {}_{n-1}C_r + {}_{n-1}C_{r-1}$ 이다.

[천재(홍)]

185. 다음은 $1 \leq r < n$ 일 때, 등식

$${}_nC_r = {}_{n-1}C_r + {}_{n-1}C_{r-1}$$

이 성립함을 보이는 과정이다. (가), (나)에 알맞은 것을 써넣으시오.

$$\begin{aligned} {}_{n-1}C_r + {}_{n-1}C_{r-1} &= \frac{(n-1)!}{r!(n-r-1)!} + \frac{(n-1)!}{(\square(\text{가}))!} \\ &= \frac{(\square(\text{나}))(n-1)!}{r!(n-r)!} \\ &= \frac{n!}{r!(n-r)!} = {}_nC_r \end{aligned}$$

따라서 ${}_nC_r = {}_{n-1}C_r + {}_{n-1}C_{r-1}$ 이 성립한다.

■ ■ ■ [지학사] ■ ■ ■

186. 다음은 회장 및 임원을 뽑는 상황을 통해 $1 < r \leq n$ 일 때, 등식 $r \times {}_nC_r = n \times {}_{n-1}C_{r-1}$ 임을 설명하는 과정이다. (가), (나)에 알맞은 수를 써넣어 보자.

30명으로 이루어진 한 반에서 회장 1명을 포함하여 임원 3명을 뽑는 경우의 수는 다음 두 가지 방법으로 구할 수 있다.

(i) 30명 중에서 임원 3명을 뽑은 다음, 임원 3명 중에서 회장 1명을 뽑는다면 그 경우의 수는 곱의 법칙에 의하여

□ (가) □ $\times {}_{30}C_3$ 이다.

(ii) 30명 중에서 회장 1명을 먼저 뽑고 나서, 회장 1명을 제외한 29명의 학생 중에서 임원 2명을 뽑는다면 그 경우의 수는 곱의 법칙에 의하여 □ (나) □ $\times {}_{29}C_2$ 이다.

즉, $r \times {}_nC_r = n \times {}_{n-1}C_{r-1}$ 에서 $n = 30$, $r = 3$ 일 때

$3 \times {}_{30}C_3 = 30 \times {}_{29}C_2$ 가 성립함을 확인할 수 있다.

■ ■ ■ [미래엔] [바상] ■ ■ ■

187. $1 \leq r < n$ 일 때, 등식 ${}_nC_r = {}_{n-1}C_r + {}_{n-1}C_{r-1}$ 이 성립함을 다음 두 가지 방법으로 증명하려고 한다.

[방법1] ${}_{n-1}C_r + {}_{n-1}C_{r-1}$ 을 계산하여 ${}_nC_r = {}_{n-1}C_r + {}_{n-1}C_{r-1}$ 이 성립함을 증명하시오.

[방법2] 다음 □ 안에 알맞은 것을 써넣어 증명을 완성하시오.

[증명] ${}_nC_r$ 은 서로 다른 n 개에서 r 개를 택하는 경우의 수이다.

n 개에서 특정한 한 개를 제외한 $(n-1)$ 개 중에서 r 개를 택하는 경우의 수는 ${}_{n-1}C_{\square}$ 이고, 제외된 한 개를 포함해 r 개를 택하는

경우의 수는 나머지 $(n-1)$ 개 중에서 (□) 개를 택하는

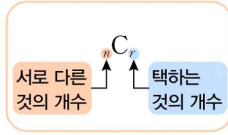
${}_{n-1}C_{\square}$ 이다. 따라서 합의 법칙에 의하여

${}_nC_r = {}_{n-1}C_{\square} + {}_{n-1}C_{\square}$ 이 성립한다.

핵심정리 26 조합의 수 기본

(1) 조합의 정의(Combination)

서로 다른 n 개에서 순서를 생각하지 않고 r 개를 뽑을 때, n 개에서 r 개를 택하는 것을 조합이라 하고 이 조합의 수를 ${}_nC_r$ 로 나타낸다.



예를 들어 3개의 문자 a, b, c 에서 2개를 택하는 방법과 2개를 택하여 나열하는 방법은 다음과 같다.

3개의 문자 a, b, c 에서 2개를 뽑은(꺼내는) 조합의 수	3개의 문자 a, b, c 에서 2개를 뽑아 나열하는 순열의 수
$(a, b), (a, c), (b, c)$ 의 3가지	ab, ba, ac, ca, bc, cb 의 6가지
${}_3C_2 = 3 \leftarrow$ 순서 무시	${}_3P_2 = 6 \leftarrow$ 순서 고려

대표적인 조합 : 약속하는 방법, 리그전

(2) 서로 다른 n 개에서 a 개를 택한 후 나머지에서 b 개를 택하는 경우의 수 (단, $a \neq b$)

$$\Rightarrow {}_nC_a \times {}_{n-a}C_b$$

(3) 조합의 수

$$\Rightarrow {}_nC_r = \frac{{}_nP_r}{r!} = \frac{n!}{r!(n-r)!} \quad (\text{단, } 0 \leq r \leq n)$$

[참고] ① 순서를 생각하지 않으면 조합을 이용하여 문제를 푼다.

② 크기순으로 나열하는 경우의 수는 뽑는 것만 생각한다.



대표문항

[동아출판]

188. 다음을 구하시오.

(1) 10명이 있는 합창단에서 임원 2명을 선출하는 경우의 수

(2) 서로 다른 책 8권 중에서 3권을 선택하는 경우의 수

[지학사]

189. 남학생 3명과 여학생 4명으로 구성된 댄스 동아리에서 대표를 뽑을 때, 다음을 구하시오.

(1) 남자 대표와 여자 대표를 각각 2명씩 뽑는 경우의 수

(2) 대표 4명을 뽑는 경우의 수

[천재(전)]

190. 한국 문화 체험 프로그램에 지원한 12명의 학생 중 이집트 학생이 8명, 브라질 학생이 4명일 때, 다음 경우의 수를 구하시오.

(1) 전체 지원자 중에서 5명의 선발하는 경우

(2) 전체 지원자 중에서 이집트 학생 3명과 브라질 학생 2명을 선발하는 경우

[비상]

191. 다음을 구하시오.

(1) 학생 10명 중에서 임원 2명을 뽑는 방법의 수

(2) 어느 대학의 학과 탐방에 참석할 9명의 학생 중에서 인공지능 학과를 탐방할 4명의 학생을 뽑는 방법의 수

■ ■ ■ [천재(전)] ■ ■ ■

192. 어느 전통 시장의 한 상점에서 과일 4종류와 채소 6종류를

판매하고 있다. 다음 경우의 수를 구하시오.

(1) 과일 또는 채소 중에서 4종류를 사는 경우

(2) 과일 2종류와 채소 3종류를 사는 경우

■ ■ ■ [YBM] ■ ■ ■

193. 남학생 7명과 여학생 4명으로 구성된 배드민턴 동아리에서

대회에 출전할 4명의 학생을 뽑을 때, 남학생 2명과 여학생 2명을 뽑는 경우의 수를 구하시오.

■ ■ ■ [YBM] ■ ■ ■

194. 주호네 가족은 서로 다른 3가지 피자 중에서 2가지, 서로 다른

6가지 스파게티 중에서 3가지를 주문하기로 하였다. 음식을 주문하는 경우의 수를 구하시오.

■ ■ ■ [동아출판] ■ ■ ■

195. 남학생 3명과 여학생 5명으로 이루어진 학생회에서 남학생 2명,

여학생 2명을 학교 홍보 모델로 뽑는 경우의 수를 구하시오.

■ ■ ■ [YBM] ■ ■ ■

196. 남학생 6명과 여학생 3명으로 이루어진 독서 동아리에서 독서

토론회에 나갈 3명을 뽑으려고 한다. 이때 남학생 2명과 여학생 1명을 뽑는 경우의 수는?

① 25 ② 35 ③ 45 ④ 55 ⑤ 65

■ ■ ■ [동아출판] ■ ■ ■

197. 어느 동아리의 회원 모집에 남학생 6명, 여학생 3명이

지원하였다. 이 지원자 중에서 남학생 2명, 여학생 1명을 뽑는 경우의 수를 구하시오.

■ ■ ■ [미래엔] ■ ■ ■

198. 남자 선수 6명과 여자 선수 4명으로 이루어진 테니스 팀에서

남자 선수 2명과 여자 선수 2명을 뽑는 경우의 수를 구하시오.

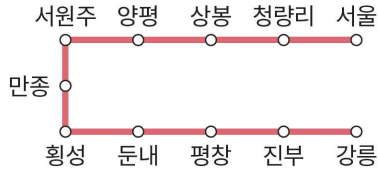
■ ■ ■ [비상] ■ ■ ■

199. 남학생 6명과 여학생 5명으로 구성된 탁구 동아리에서 대회에

출전할 4명의 학생을 뽑을 때, 남학생 2명과 여학생 2명을 뽑는 경우의 수를 구하시오.

■ ■ ■ [미래엔] ■ ■ ■

200. 서울역과 강릉역 사이를 운행하는 고속 철도에는 정차역이 11개 있다. 고속 철도의 출발역과 도착역이 표기된 승차권을 발행하는 경우의 수를 구하시오. (단, 출발역과 도착역은 서로 다르다.)



■ ■ ■ [천재(홍)] ■ ■ ■

201. 어느 고등학교에는 1, 2학년 학생 30명으로 이루어진 공예 동아리가 있다. 이 동아리에서는 회원들 모두가 한 번씩 짝을 지어 팔찌를 만든 후 이를 판매하여 수익금 전부를 기부하려고 한다. 1학년 학생끼리 만든 팔찌는 200원, 1, 2학년 학생이 함께 만든 팔찌는 300원, 2학년 학생끼리 만든 팔찌는 400원에 판매하려고 할 때, 다음 물음에 답하시오.
- (1) 이 동아리에서 만든 팔찌는 몇 개인지 구하시오.

- (2) 이 동아리에서 만든 팔찌가 모두 판매되었을 때, 수익금이 13만 9200원이라면 30명의 동아리 회원 중에서 1학년 학생은 몇 명인지 구하시오.



핵심정리 27 조합의 수 : 리그전, 토너먼트, 악수

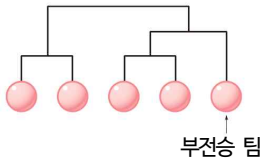
- 서로 다른 n 개에서 순서를 생각하지 않고 r 개를 뽑는 방법의 수
- [참고] ① 리그전은 참가 팀 전부가 각 팀과 한 번씩 겨루어 승리한 횟수가 많은 팀 또는 승률이 높은 팀의 순서대로 순위를 정하는 방식이다.
- ② 토너먼트는 두 팀끼리 겨루어진 팀은 제외하고 이긴 팀끼리 다시 겨루면서 마지막에 남은 두 팀이 우승을 정하는 방식이다.



대표문항

[지학사]

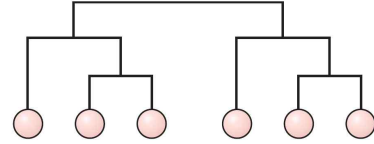
202. 운동 경기의 진행 방식 중 하나인 토너먼트는 두 팀끼리 겨루어서 진 팀은 제외하고 이긴 팀끼리 다시 겨루어 마지막에 남은 두 팀이 우승을 가리는 방식이다. 다음 그림과 같이 5개 팀의 토너먼트 경기 대진표를 작성하는 경우의 수를 구하려고 한다. 다음 물음에 답하시오.



- (1) 5개의 팀을 2개, 3개의 팀으로 나누는 경우의 수를 구하시오.
- (2) 3개의 팀에서 부전승으로 올라가는 1개의 팀을 택하는 경우의 수를 구하시오.
- (3) 대진표를 작성하는 경우의 수를 구하시오.

[동아출판]

203. 피구 대회에 참가한 6개 학급이 승자 진출전 방식으로 경기를 하려고 할 때, 다음과 같이 대진표를 작성하는 경우의 수를 구하시오.



[미래엔]

204. 다음을 구하시오.

- (1) 2026년 월드컵은 48개 팀이 본선에 진출한다. 이들을 4팀씩 12개 조로 나누어 조별 리그전으로 32강을 결정하고, 이 32개 팀이 토너먼트로 우승 팀을 가리되, 3·4위전을 한 번 더 치른다. 2026년 월드컵 본선 경기 수를 구하시오.



- (2) 2015년에 10개 팀이 우리나라 프로 야구의 정규 리그는 그 후 2023년까지 매 시즌 두 팀간 경기를 16번 하는 방식으로 진행되었다. 2023년 우리나라 프로 야구의 정규 리그 한 시즌동안 각 팀의 경기 수와 전체 경기 수를 계산해 보고 실제 경기 수와 맞는지 확인해 보시오.

[비정]

205. 어느 지역에서 열린 배구 대회에 참가한 n 개의 팀이 서로 다른 팀과 모두 한 번씩 경기를 하였더니 총 55번 경기를 하였다. 이때 n 의 값을 구하시오.

핵심정리 28 조합의 수 : 곱(합)이 짝수, 홀수

서로 다른 n 개에서 순서를 생각하지 않고 r 개를 뽑는 방법의 수
 $\Rightarrow {}_n C_r$

- [참고] ① 3의 배수는 각 자리의 숫자의 합이 3의 배수이어야 한다.
 ② 4의 배수는 마지막의 두 자리 수가 4의 배수이어야 한다.
 ③ 5의 배수는 일의 자리수가 0 또는 5이어야 한다.



대표문항

■ [동아출판] ■

206. 1부터 9까지의 자연수가 각각 하나씩 적힌 9장의 카드 중에서 2장의 카드를 동시에 뽑을 때, 뽑은 카드에 적힌 두 수의 곱이 짝수인 경우의 수를 구하시오.

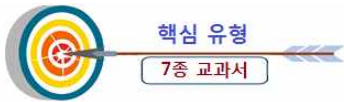


■ [천재(홍)] ■

207. 1부터 20까지의 자연수 중에서 서로 다른 세 수를 택할 때, 세 수의 합이 홀수가 되는 경우의 수를 구하시오.

핵심정리 29 분류를 이용한 조합의 수

순열과 조합이라는 개념을 적용시키기 전에 중복되지 않고 누락되지 않게 세어야 하는데, 그러기 위해서는 적절한 분할이 필요하다. 분할을 너무 많이 하면 복잡해지고, 분할을 너무 적게 하면 중복과 누락을 걱정하게 된다. 분할을 할 때 가장 중요한 것은 분명한 기준을 갖고 하는 것이다.



대표문항

■ [바상] ■

208. 모둠 A의 학생 6명과 모둠 B의 학생 5명으로 이루어진 학생 단체 11명 중에서 3명의 학생을 뽑을 때, 3명이 모두 같은 모둠 학생인 경우의 수를 구하시오.

■ [YBM] ■

209. 수학여행을 갈 지역에 방문할 수 있는 장소가 유적지 5곳과 박물관 3곳이 있다. 이 중에서 4곳을 택하여 방문하려고 할 때, 유적지를 2곳 이상 방문하는 경우의 수를 구하시오.
(단, 방문하는 순서는 생각하지 않는다.)

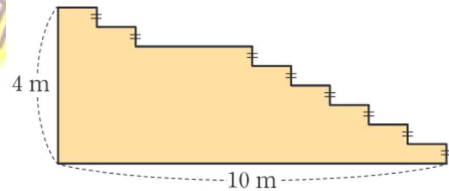
■ [바상] ■

210. 다음 그림과 같이 6개의 돌을 놓아 만든 징검다리가 있다. 한 번에 한 칸 또는 두 칸을 건널 수 있다고 할 때, 출발 지점에서 도착 지점까지 가는 방법의 수를 구하시오.



■ [바상] ■

211. 아래 그림과 같이 높이가 4m, 폭이 10m인 계단 모양의 구조물을 만들려고 한다.



다음 설계서의 두 조건을 모두 만족시키도록 구조물을 만드는 방법의 수를 구하시오.

- (가) 각 단의 높이는 0.5m로 동일하다.
- (나) 각 단의 폭(m)은 자연수이고, 각 단의 폭은 동일하지 않아도 된다.

핵심정리 30 특정한 조건이 있는 조합의 수

(1) 특정한 것을 포함하는 경우

서로 다른 n 개에서 r 개를 뽑을 때, 특정한 k 개가 포함되는 경우의 수

⇒ 특정한 k 개를 제외한 $(n-k)$ 개에서 $(r-k)$ 개를 뽑는 경우의 수와 같다.

$$\Rightarrow {}_{n-k}C_{r-k} \quad (\text{단, } 0 \leq r \leq n, 0 \leq k \leq r)$$

(2) 특정한 것을 포함하지 않는 경우

서로 다른 n 개에서 r 개를 뽑을 때, 특정한 k 개가 제외되는 경우

⇒ 특정한 k 개를 제외한 $(n-k)$ 개에서 r 개를 뽑는 경우의 수

$$\Rightarrow {}_{n-k}C_r \quad (\text{단, } 0 \leq r \leq n-k, 0 \leq k \leq n)$$

[참고] ① 특정한 것을 포함하는 경우

특정한 것을 이미 뽑았다고 생각하고 나머지에서 필요한 것을 뽑는다.

$n-kC_{r-k} \Rightarrow (n-k)$ 개에서 $(r-k)$ 개를 뽑는 방법의 수를 의미한다.

② 특정한 것을 포함하지 않는 경우

특정한 것을 전체에서 제외시킨 다음 나머지에서 필요한 것을 뽑는다.

$n-kC_r \Rightarrow (n-k)$ 개에서 r 개를 뽑는 방법의 수를 의미한다.



대표문항

■ [지학사]

212. 주머니에 1부터 8까지의 숫자가 각각 하나씩 적혀 있는 8개의 공이 들어 있다. 주머니에서 3개의 공을 동시에 꺼낼 때, 다음을 구하시오.

(1) 2가 적혀 있는 공을 포함하는 경우의 수

(2) 짝수가 적혀 있는 공 1개와 홀수가 적혀 있는 공 2개를 꺼내는 경우의 수

■ [지학사]

213. 여학생 6명과 남학생 5명으로 구성된 음악 동아리에서 학교 축제에 대표로 참여할 6명의 학생을 뽑으려고 한다.

(1) 여학생을 4명 이상 뽑는 경우의 수를 구하시오.

(2) 여학생을 3명 이하로 뽑는 경우의 수를 구하시오.

(3) 전체 학생 11명에서 대표로 참여할 6명의 학생을 뽑는 경우의 수와 (1), (2)의 결과를 비교해 보시오.

■ [YBM]

214. 1부터 10까지의 숫자가 각각 하나씩 적힌 10개의 공이 들어 있는 주머니에서 4개의 공을 동시에 꺼낼 때, 다음을 구하시오.

(1) 7이 적힌 공을 포함하는 경우의 수

(2) 짝수가 적힌 공 3개와 홀수가 적힌 공 1개를 꺼내는 경우의 수

■ [동아출판]

215. 1부터 8까지의 숫자가 각각 하나씩 적힌 8개의 공이 들어 있는 주머니에서 4개의 공을 동시에 꺼낼 때, 다음을 구하시오.

(1) 7이 적힌 공을 포함하여 꺼내는 경우의 수

(2) 소수가 적힌 공 2개와 소수가 아닌 수가 적힌 공 2개를 꺼내는 경우의 수

■ ■ ■ [미래엔] ■ ■ ■

216. 1부터 9까지 숫자가 각각 하나씩 적힌 카드 9장 중에서 3장을 동시에 뽑을 때, 다음을 구하시오.
(1) 7이 적힌 카드를 포함하여 뽑는 경우의 수

- (2) 짝수가 적힌 카드 2장과 홀수가 적힌 카드 1장을 뽑는 경우의 수

■ ■ ■ [바상] ■ ■ ■

217. 어느 동아리의 회원은 서하와 수지를 포함하여 9명이다. 이 동아리 회원 중에서 3명의 대표를 뽑을 때, 서하는 대표로 뽑히지 않고 수지만 대표로 뽑히는 방법의 수를 구하시오.

■ ■ ■ [지학사] ■ ■ ■

218. 어른 3명, 어린이 5명으로 구성된 주흥이네 가족이 서로 다른 2개의 텐트에 나누어 캠핑하려고 한다. 텐트 1개에 최대 5명까지 들어갈 수 있고, 반드시 어른이 1명 이상 포함되어야 한다. 주흥이네 가족이 2개의 텐트에 나누어 모두 캠핑하는 경우의 수를 구하시오.
(단, 2개의 텐트에는 주흥이네 가족만 들어간다.)

■ ■ ■ [미래엔] ■ ■ ■

219. 사과, 배, 바나나를 포함한 과일 8종류 중에서 4종류를 택할 때, 바나나는 포함하지 않고 사과와 배는 모두 포함하는 경우의 수를 구하시오.

■ ■ ■ [동아출판] ■ ■ ■

220. 1부터 10까지의 숫자가 각각 하나씩 적힌 10개의 공이 들어 있는 주머니에 서 4개의 공을 동시에 꺼낼 때, 1, 2가 적힌 공 2개를 포함하여 꺼내는 경우의 수를 구하시오.

■ ■ ■ [미래엔] ■ ■ ■

221. 화주와 은비를 포함한 육상 선수 6명 중에서 4명을 선발하여 계주 순서를 정하려고 한다. 화주와 은비 중에서 한 사람만 선발하여 계주 순서를 정하는 경우의 수를 구하시오.



핵심정리 31 [적어도]의 조건을 포함한 조합의 수

(1) 적어도 a 가 1개 포함되는 사건의 여사건은

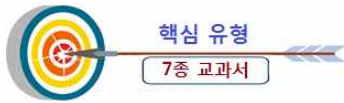
$\Rightarrow a$ 가 하나도 없는 경우

(2) 적어도 a 가 2개 포함되는 사건의 여사건은

$\Rightarrow a$ 가 하나도 없거나 1개 포함되는 경우

[참고] (사건 A 가 적어도 한 번 일어나는 경우의 수)

$= (\text{모든 경우의 수}) - (\text{사건 } A \text{가 일어나지 않는 경우의 수})$



대표문항

■ ■ ■ [비상] ■ ■ ■

222. 과일주스 5종류와 차 4종류 중에서 서로 다른 음료 4잔을 구매하려고 할 때, 과일주스와 차를 적어도 1종류씩 포함하여 구매하는 경우의 수를 구하시오.

■ ■ ■ [천재(전)] ■ ■ ■

223. 여학생 5명, 남학생 4명 중에서 적어도 여학생이 1명 포함되도록 대표 3명을 뽑는 경우의 수를 구하시오.

■ ■ ■ [비상] ■ ■ ■

224. 1부터 9까지의 자연수 중에서 서로 다른 세 수를 동시에 선택할 때, 선택된 세 수의 곱이 짝수가 되는 경우의 수를 구하시오.

■ ■ ■ [천재(홍)] ■ ■ ■

225. 남학생 5명과 여학생 3명이 있는 동아리에서 4명을 뽑아 한 모듬을 구성할 때, 모듬에 적어도 한 명의 여학생이 포함되는 경우의 수를 구하시오.

핵심정리 32 뽑아서 나열하는 경우의 수

(1) 서로 다른 n 개 중 선수를 생각하지 않고 r 개를 뽑은 후(택한 후) 그 r 개를 일렬로 배열하는 방법의 수

$$\Rightarrow {}_nC_r \times r! \text{ (조합의 수)} \times \text{(순열의 수)}$$

(2) a 개 중 r 개, b 개 중 s 개를 뽑아 일렬로 나열하는 경우의 수

$$\Rightarrow {}_aC_r \times {}_bC_s \times (r+s)!$$

[참고] 뽑아서 나열하는 경우의 수

(뽑는 방법의 수) $\times$ (나열하는 방법의 수)

$$\Rightarrow \text{(조합의 수)} \times \text{(순열의 수)}$$



대표문항

[YBM]

226. 5명의 쇼트트랙 선수 중에서 4명을 뽑아 계주 순서를 정하는 경우의 수를 구하시오.

[동아출판]

227. 두 학생 A, B가 서로 다른 6개의 선택 과목 중에서 각각 2개씩 선택하여 수강 신청하려고 한다. A, B가 공통으로 수강 신청하는 과목이 1개가 되도록 하는 경우의 수를 구하시오.

[비상]

228. 어느 학교 축제에서 수학 · 과학 탐구반 동아리 학생들이 수학 체험 4가지, 과학 체험 3가지를 준비하였다. 이 동아리의 체험관에서 수학 체험 2가지, 과학 체험 2가지를 골라 순서를 정하여 체험하는 방법의 수를 구하시오.

[천재(전)]

229. 도, 레, 미, 파, 솔 중에서 서로 다른 3개의 음을 택하여 2분음표 1개와 4분음표 2개로 구성된 4분의 4박자 악보 한 마디를 만들려고 한다. 만들 수 있는 서로 다른 마디의 개수를 구하시오. (단, 한 옥타브 내에서 생각한다.)



[천재(전)]

230. 어느 호텔에서 5명의 여행객 A, B, C, D, E가 각자 다른 객실에 투숙하려고 한다. 사용 가능한 객실이 2층과 3층에 각각 3개씩 있을 때, A와 B가 같은 층의 객실에 투숙하는 경우의 수를 구하시오.

핵심정리 33 크기순으로 나열하는 경우의 수

크기순으로 나열하는 방법의 수는 뽑는 것만 생각한다.
즉 순서대로 나열하는 경우라도 배열 방법이 이미 정해져서 순서를
생각하지 않아도 되면 조합이다.

예를 들면 3개의 숫자 1, 2, 3 중에서 서로 다른 2개를 택하여
만든 두 자리 자연수 ab 의 개수는

$a < b$	12, 13, 23
$a > b$	21, 31, 32

오른쪽과 같이

${}_3P_2 = 3 \times 2 = 6$ 이다. 이때 $a < b$ 인 두 자리수의 개수는 세 숫자
중에서 서로 다른 2개를 택하는 방법의 수 ${}_3C_2 = 3$ 과 같다.

[참고] 0부터 9까지의 정수를 일렬로 배열하여 세 자리 정수
 abc 를 만들 때,

- ① $a < b < c$ 를 만족하는 경우의 수 $\Rightarrow {}_9C_3$
($\because$ 0은 포함되지 않는다.)
- ② $a > b > c$ 를 만족하는 경우의 수 $\Rightarrow {}_{10}C_3$
($\because$ 0은 포함된다.)

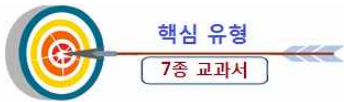
[08년 6월 고3 4점]

232. 1부터 9까지의 서로 다른 자연수 a, b, c, d, e 에 대하여

$$a \times 10^4 + b \times 10^3 + c \times 10^2 + d \times 10 + e$$

로 나타내어지는 다섯 자리의 자연수 $abcde$ 중에서 5의 배수이고
 $a > b > c, c < d < e$ 를 만족시키는 모든 자연수의 개수는?

- ① 53 ② 62 ③ 71 ④ 80 ⑤ 89



대표문항

■ [동아출판] ■

231. 0 이상 9 이하의 서로 다른 네 정수 a, b, c, d 에 대하여 네

자리의 자연수

$$a \times 10^3 + b \times 10^2 + c \times 10 + d$$

중에서 $(a-b)(c-d) < 0$ 을 만족시키는 수의 개수를 구하시오.

(단, $a \neq 0$)

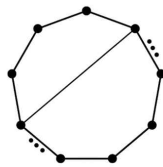
핵심정리 34 직선의 개수

(1) 직선의 개수

- ① 어느 세 점도 한 직선 위에 있지 않은 서로 다른 n 개의 점으로 만들 수 있는 직선의 개수
 $\Rightarrow n$ 개의 점 중 서로 이을 두 개의 점을 택하는 경우의 수 ${}_nC_2$
- ② 서로 다른 n 개의 점 중 한 직선 위에 a 개의 점이 있을 때, n 개의 점으로 만들 수 있는 직선의 수
 $\Rightarrow$ 중복되는 직선의 개수는 ${}_aC_2$
 $\Rightarrow {}_nC_2 - {}_aC_2 + 1$ 중복된 직선이 1개이므로 1을 더한다.

(2) 대각선의 개수

- n 각형에서 n 개의 꼭짓점 중 2개를 택하여 만들 수 있는 모든 선분의 개수에서 변의 개수인 n 을 뺀 것과 같다.
 $\Rightarrow {}_nC_2 - n$



[참고] ① 두 점을 지나는 직선은 오직

하나뿐이므로 직선의 개수는 두 점을 택하는 방법의 수와 같다.

- ② 한 직선 위에 있는 모든 점을 이으면 직선은 한 개 생긴다.



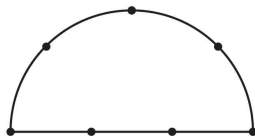
핵심 유형

7종 교과서

대표문항

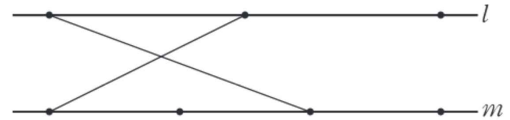
동아출판

233. 그림과 같이 반원 위에 7개의 점이 있을 때, 두 점을 이어서 만들 수 있는 서로 다른 직선의 개수를 구하시오.



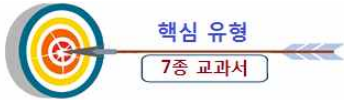
비상

234. 다음 그림과 같이 서로 평행한 두 직선 l, m 위에 각각 3개, 4개의 점이 있다. 직선 l 위의 점과 직선 m 위의 점을 이은 선분을 2개 그릴 때, 두 선분이 교점을 갖도록 그리는 경우의 수를 구하시오. (단, 교점이 두 직선 l, m 위에 있는 경우는 생각하지 않는다.)



핵심정리 35 삼각형의 개수

어느 세 점도 한 직선 위에 있지 않은 서로 다른 n 개의 점이 놓여 있을 때, 세 점을 이어 만들 수 있는 삼각형의 개수 $\Rightarrow {}_nC_3$
 [참고] 한 직선 위에 있는 세 개 이상의 점으로는 삼각형을 만들 수 없다.



대표문항

■ ■ ■ [지학사] ■ ■ ■

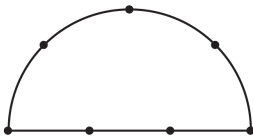
235. 다음 그림과 같이 두 직선 l_1, l_2 위에 각각 4개, 3개의 점이 있다. 서로 다른 7개의 점 중에서 3개의 점을 꼭짓점으로 하는 삼각형의 개수는?



- ① 12 ② 18 ③ 24 ④ 30 ⑤ 35

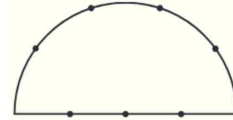
■ ■ ■ [지학사] ■ ■ ■

236. 다음 그림과 같은 반원의 둘레 위에 있는 7개의 점 중에서 서로 다른 두 점을 이어서 만들 수 있는 직선의 개수를 a , 서로 다른 세 점을 이어서 만들 수 있는 삼각형의 개수를 b 라고 할 때, $b - a$ 의 값을 구하시오.



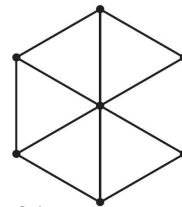
■ ■ ■ [비상] ■ ■ ■

237. 그림과 같이 반원 위에 서로 다른 점 7개가 있다. 7개의 점 중에서 3개를 꼭짓점으로 하는 삼각형의 개수를 구하시오.



■ ■ ■ [YBM] ■ ■ ■

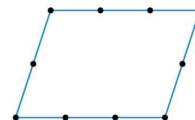
238. 그림과 같이 정육각형의 꼭짓점과 세 대각선의 교점을 포함한 점 7개 중에서 점 3개를 꼭짓점으로 하는 삼각형의 개수는?



- ① 32 ② 33 ③ 34 ④ 35 ⑤ 36

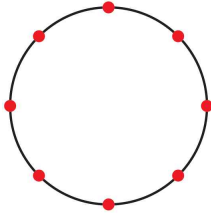
■ ■ ■ [천재(전)] ■ ■ ■

239. 그림과 같이 평행사변형 위에 10개의 점이 있다. 이 중에서 3개의 점을 연결하여 만들 수 있는 삼각형의 개수를 구하시오.



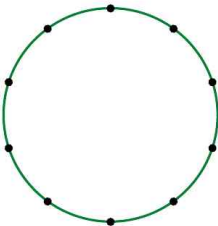
■ ■ ■ [천재(총)] ■ ■ ■

240. 그림과 같이 원의 둘레에 8개의 점이 같은 간격으로 놓여 있다.
이 중 3개의 점을 택하여 만든 삼각형이 직각삼각형이 되는 경우의 수를 구하시오.



■ ■ ■ [천재(전)] ■ ■ ■

241. 그림과 같이 원 위에 10개의 점이 같은 간격으로 놓여 있다. 이
중에서 3개의 점을 연결하여 만든 삼각형이 직각삼각형이 되는 경우의 수를 구하시오.



■ ■ ■ [미래엔] ■ ■ ■

242. 그림과 같이 같은 간격으로 배열된 12개의 점 중에서 세 점을
꼭짓점으로 하는 삼각형의 개수를 구하시오.



핵심정리 36 사각형의 개수

(1) 사각형의 개수

한 직선 위에 있지 않은 서로 다른 n 개의 점을 이어 만들 수 있는 사각형의 개수 $\Rightarrow {}_nC_4$

(2) 평행사변형의 개수

m 개의 평행한 직선과 n 개의 평행한 직선이 서로 만날 때, 만들어 지는 평행사변형의 개수 $\Rightarrow {}_nC_2 \times {}_mC_2$

[참고] ① 한 직선 위의 세 개 이상이 점이 선택될 경우 사각형을 만들 수 없다.

② (정사각형이 아닌 직사각형의 개수)

= (전체 직사각형의 개수) - (정사각형의 개수)

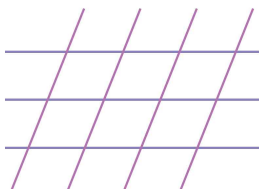


대표문항

[천재(홍)]

243. 다음 그림과 같이 3개의 평행선과 4개의 평행선이 만나고 있다.

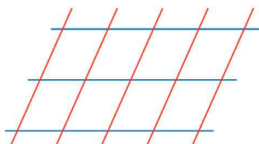
이 직선들로 만들어지는 평행사변형의 개수를 구하시오.



[바상]

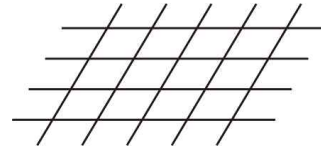
244. 그림과 같이 서로 평행한 빨간색 직선 5개와 서로 평행한

파란색 직선 3개가 만날 때, 이 직선들로 만들 수 있는 평행사변형의 개수를 구하시오.



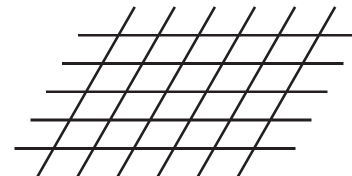
[지학사] [동아출판]

245. 그림과 같이 4개의 평행선과 5개의 평행선이 만나고 있다. 이 평행선들을 이용하여 만들 수 있는 평행사변형의 개수를 구하시오.



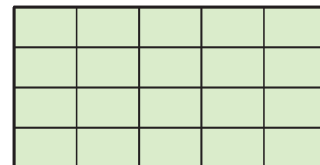
246. 그림과 같이 5개의 평행선과 6개의 평행선이 서로 만나고 있다.

이 평행선들로 만들어지는 평행사변형의 개수를 구하시오.



[미래엔]

247. 그림에서 찾을 수 있는 크고 작은 직사각형의 개수를 구하시오.



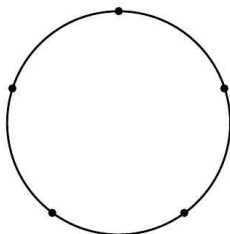
■ [지학사]

248. 그림과 같이 원 위에 서로 다른 9개의 점이 있을 때, 4개의 점을 연결하여 만들 수 있는 사각형의 개수를 구하시오.



■ [천재(전)]

249. 그림과 같이 원 위에 5개의 점이 있다. 다음을 구하시오.



(1) 2개의 점을 연결하여 만들 수 있는 선분의 개수

(2) 4개의 점을 연결하여 만들 수 있는 사각형의 개수

핵심정리 보충 분할과 분배

여러 개의 물건을 몇 개의 묶음으로 나누는 것을 분할이라 하고 분할된 묶음을 나누어주는 것을 분배라 한다.

(1) 분할의 수

서로 다른 n 개의 물건을 p 개, q 개, r 개($p+q+r=n$)의 3개 묶음으로 나누는 방법의 수

① p, q, r 이 모든 다른 수인 경우 $\Rightarrow {}_nC_p \times {}_{n-p}C_q \times {}_rC_r$

② p, q, r 중 어느 두 수가 같은 경우

$$\Rightarrow {}_nC_p \times {}_{n-p}C_q \times {}_rC_r \times \frac{1}{2!}$$

③ p, q, r 이 모든 같은 수인 경우

$$\Rightarrow {}_nC_p \times {}_{n-p}C_q \times {}_rC_r \times \frac{1}{3!}$$

(2) 분배의 수

서로 다른 n 개의 물건을 p 개, q 개, r 개($p+q+r=n$)로 나누어 서로 다른 3개의 대상에게 나누어 주는 경우의 수
 $\Rightarrow$ (분할의 수) $\times 3!$

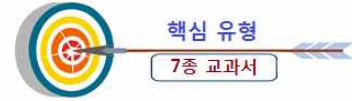
[참고] 서로 다른 종류의 꽃이 6송이 있을 때, 다음 경우의 수를 구하시오

① 3송이씩 두 묶음을 만드는 경우

$$\Rightarrow {}_6C_3 \times {}_3C_3 \times \frac{1}{2!} = 10$$

② A, B 두 사람에게 3송이씩 나누어 주는 경우

$$\Rightarrow {}_6C_3 \times {}_3C_3 \times \frac{1}{2!} \times 2! = 20$$



대표문항

■ [동아출판] ■

250. 도서관 도우미 학생 6명을 2개의 조로 나누어 책장을 정리하려고 한다. 물음에 답해 보자.

(1) 2명, 4명으로 나누는 경우의 수를 구하시오.

(2) 3명, 3명으로 나누는 경우의 수를 구하시오.

(3) (1), (2)의 경우의 차이를 설명하시오.

■ [동아출판] ■

251. 1층에서 8층까지 올라가는 엘리베이터에 1층에서 6명이 탔다.

1층에서는 내리지 않는다고 할 때, 2명씩 3개의 층에서 6명이 모두 내리는 경우의 수를 단계별로 구하시오. (단, 엘리베이터는 모든 층에서 멈추고, 엘리베이터에 새로 타는 사람은 없다.)

(1) 내리는 3개의 층을 택하는 경우의 수를 구하시오.

(2) 6명을 2명씩 나누는 경우의 수를 구하시오.

(3) 2명씩 3개의 층에서 6명이 모두 내리는 경우의 수를 구하시오.

■ ■ ■ [바상] ■ ■ ■

252. 서로 다른 5개의 아이스크림을 크기가 다른 두 상자에 나누어 담으려고 한다. 각 상자에는 아이스크림을 최대 4개까지만 담을 수 있을 때, 두 상자에 아이스크림을 나누어 담는 방법의 수를 구하시오

■ ■ ■ [바상] ■ ■ ■

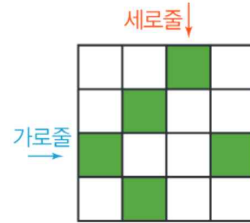
253. 어느 학교 학생회에서는 학생회에 속한 1학년 학생 9명을 3개의 조로 나누어 교재 축제 진행을 도우려고 한다. 이때 학생들을 2명, 3명, 4명으로 나누는 방법의 수를 구하시오

■ ■ ■ [바상] ■ ■ ■

254. 어느 놀이공원의 놀이기구 A, B, C는 탑승 인원이 각각 1명, 2명, 3명이다. 모든 놀이기구에는 어른 없이 어린이만 탑승할 수 없고, 탑승 순서와 자리 배치는 고려하지 않을 때, 어른 3명과 어린이 2명이 동시에 놀이기구에 탑승하는 방법의 수를 구하시오.
(단, 비어 있는 놀이기구가 있을 수 있다.)

■ ■ ■ [바상] ■ ■ ■

255. 아래 그림과 같이 크기가 동일한 정사각형 타일 16장을 사용하여 벽면을 꾸미려고 한다.



다음 세 조건을 모두 만족시키도록 벽면을 꾸미는 방법의 수를 구하시오

- (가) 초록색 타일 5장, 흰색 타일 11장을 모두 사용한다.
- (나) 어느 가로줄에도 이웃한 칸에 초록색 타일을 붙이지 않는다.
- (다) 모든 세로 줄에는 적어도 한 칸 이상 초록색 타일을 붙인다.





[정답 및 해설]

1. 정답 11

합이 4 인 경우 : 13, 22, 31, 40 -4 가지

합이 7 인 경우 : 16, 25, 34, 43, 52, 61, 70 -7 가지

∴ $4+7=11$

2. 정답 ③

(i) 꺼낸 공에 적힌 수의 합이 4가 되는 경우

(1, 1, 2), (1, 2, 1), (2, 1, 1)의 3가지

(ii) 꺼낸 공에 적힌 수의 합이 5가 되는 경우

(1, 1, 3), (1, 3, 1), (3, 1, 1), (1, 2, 2), (2, 1, 2),

(2, 2, 1)의 6가지

(i), (ii)에서 구하는 경우의 수는 $3+6=9$

3. 정답 8

4. 정답 9

5. 정답 7

6. 정답 10

7. 정답 7

8. 정답 8

9. 정답 8

10. 정답 ③

11. 정답 ④

$1+5, 2+4, 3+3, 4+2, 5+1, 6+6$

12. 정답 12

(i) 눈의 수의 차가 3인 경우 : (1, 4), (2, 5), (3, 6), (4, 1), (5, 2), (6, 3)의 6개

(ii) 눈의 수의 차가 4인 경우 : (1, 5), (2, 6), (5, 1), (6, 2)의 4개

(iii) 눈의 수의 차가 5인 경우 : (1, 6), (6, 1)의 2개

(i), (ii), (iii)의 경우는 동시에 일어나지 않으므로

구하는 경우의 수는 합의 법칙에 의하여 $6+4+2=12$

13. 정답 22

14. 정답 ③

15. 정답 16

16. 정답 15

17. 정답 108

$ab+c$ 의 값이 홀수인 경우는 ab 의 값이 짝수이고 c 가 홀수인 경우와 ab 의 값이 홀수이고 c 가 짝수인 경우이다.

(i) ab 의 값이 짝수이고 c 가 홀수인 경우

나오는 눈의 수 a, b, c 가

(짝수, 짝수, 홀수)인 경우의 수는

$$3 \times 3 \times 3 = 27,$$

(홀수, 짝수, 홀수)인 경우의 수는

$$3 \times 3 \times 3 = 27,$$

(짝수, 홀수, 홀수)인 경우의 수는

$$3 \times 3 \times 3 = 27$$

(ii) ab 의 값이 홀수이고 c 가 짝수인 경우

나오는 눈의 수 a, b, c 가

(홀수, 홀수, 짝수)인 경우의 수는

$$3 \times 3 \times 3 = 27$$

따라서 구하는 경우의 수는

$$27 + 27 + 27 + 27 = 108$$

18. 정답 7

$z=1$ 인 경우 : $x+2y=9$ 이므로 (1, 4, 1), (3, 3, 1), (5, 2, 1), (7, 1, 1)의 4개

$z=2$ 인 경우 : $x+2y=6$ 이므로 (2, 2, 2), (4, 1, 2)의 2개

$z=3$ 인 경우 : $x+2y=3$ 이므로 (1, 1, 3)의 1개

따라서 구하는 개수는 $4+2+1=7$

19. 정답 16

(i) $z=1$ 인 경우 : $x+2y=14$ 를 만족시키는 순서쌍 (x, y) 는 (2, 6), (4, 5), (6, 4), (8, 3), (10, 2), (12, 1)의 6개

(ii) $z=2$ 인 경우 : $x+2y=11$ 을 만족시키는 순서쌍 (x, y) 는 (1, 5), (3, 4), (5, 3), (7, 2), (9, 1)의 5개

(iii) $z=3$ 인 경우 : $x+2y=8$ 을 만족시키는 순서쌍 (x, y) 는 (2, 3), (4, 2), (6, 1)의 3개

(iv) $z=4$ 인 경우 : $x+2y=5$ 를 만족시키는 순서쌍 (x, y) 는 (1, 2), (3, 1)의 2개

(v) $z=5$ 인 경우 : $x+2y=2$ 를 만족시키는 자연수 x, y 는 없다.

따라서 구하는 순서쌍의 개수는 합의 법칙에 의하여

$$6+5+3+2=16$$

20. 정답 ③

21. **정답** 9

22. **정답** 10

x 와 y 가 음이 아닌 정수이므로 $x+y \leq 3$ 인 $x+y$ 의 값은 0, 1, 2, 3이고, 각 경우에 순서쌍 (x, y) 는

- (i) $x+y=0$ 인 경우 (0, 0)의 1개
 - (ii) $x+y=1$ 인 경우 (0, 1), (1, 0)의 2개
 - (iii) $x+y=2$ 인 경우 (0, 2), (1, 1), (2, 0)의 3개
 - (iv) $x+y=3$ 인 경우 (0, 3), (1, 2), (2, 1), (3, 0)의 4개
- 따라서 구하는 순서쌍 (x, y) 의 개수는 합의 법칙에 의하여
 $1+2+3+4=10$

23. **정답** 6

x, y 가 자연수이므로 부등식 $x+y < 5$ 를 만족시키는 $x+y$ 의 값은 2, 3, 4이다.

이때 각 경우의 순서쌍 (x, y) 는

- (i) $x+y=2$ 일 때, (1, 1)의 1개
 - (ii) $x+y=3$ 일 때, (1, 2), (2, 1)의 2개
 - (iii) $x+y=4$ 일 때, (1, 3), (2, 2), (3, 1)의 3개
- (i), (ii), (iii)에서 구하는 순서쌍 (x, y) 의 개수는 합의 법칙에 따라
 $1+2+3=6$

24. **정답** 6

25. **정답** 16

26. **정답** ①

27. **정답** 5

28. **정답** ④

29. **정답** 5

30. **정답** 4

x, y 가 자연수이므로 $3 \leq 2x+y \leq 5$ 를 만족시키는 $2x+y$ 의 값은 3, 4, 5이다.

- (i) $2x+y=3$ 인 경우 (1, 1)
 - (ii) $2x+y=4$ 인 경우 (1, 2)
 - (iii) $2x+y=5$ 인 경우 (1, 3), (2, 1)
- (i), (ii), (iii)의 경우는 동시에 일어나지 않으므로 구하는 순서쌍의 개수는 합의 법칙에 의하여
 $1+1+2=4$

31. **정답** 22

(i) $c=6$ 또는 $c=5$ 또는 $c=4$ 인 경우

순서쌍 (a, b) 는 $b=4, 3, 2$ 인 각각에 대하여 a 의 개수가 각각 3, 2, 1이므로 순서쌍 (a, b, c) 의 개수는
 $3 \times (3+2+1)=18$

(ii) $c=3$ 인 경우

순서쌍 (a, b) 는 $b=3, 2$ 인 각각에 대하여 a 의 개수가 각각 2, 1이므로 순서쌍 (a, b, c) 의 개수는 $2+1=3$

(iii) $c=2$ 인 경우

순서쌍 (a, b) 는 (1, 2)뿐이므로 순서쌍 (a, b, c) 의 개수는 1

(i)~(iii)에서 구하는 순서쌍 (a, b, c) 의 개수는 $18+3+1=22$

32. **정답** 5

33. **정답** 9

34. **정답** 5

35. **정답** ③

i) 만화가 C인 경우 4 가지

만화	주영	영수
A	-	A
A	-	B
B	-	A
B	-	B

ii) 주영이가 C인 경우도 4 가지

iii) 영수가 C인 경우도 4 가지

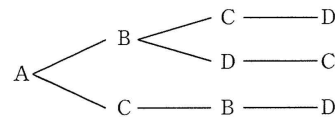
$4+4+4=12$

36. **정답** ②

C앞에는 A가 주차되어 있으므로 먼저 빠져나올 수 없고

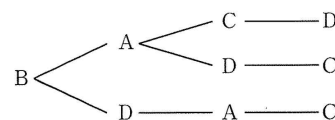
D앞에는 B가 주차되어 있으므로 먼저 빠져나올 수 없다.

(i) A가 제일 먼저 빠져나오는 경우



이때 경우의 수는 3

(ii) B가 제일 먼저 빠져나오는 경우



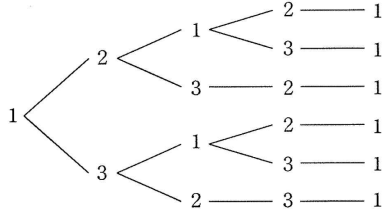
이때 경우의 수는 3

(i), (ii)의 경우는 동시에 일어날 수 없으므로 합의 법칙에 의하여 구하는 경우의 수는 $3+3=6$

37. **정답** 18

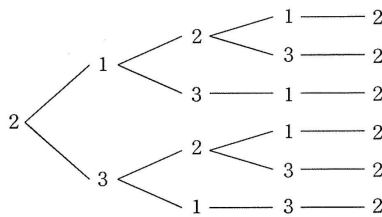
만의 자리 숫자와 일의 자리 숫자가 같은 다섯 자리 자연수의 형태는 $1\square\square\square 1$, $2\square\square\square 2$, $3\square\square\square 3$ 의 3가지이므로 수형도로 나타내면 다음과 같다.

(i) $1\square\square\square 1$ 형태



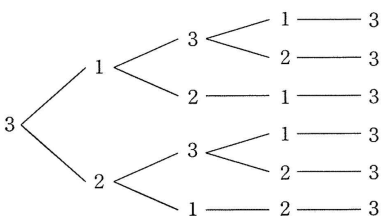
이때 경우의 수는 6

(ii) $2\square\square\square 2$ 형태



이때 경우의 수는 6

(iii) $3\square\square\square 3$ 형태



이때 경우의 수는 6

(i)~(iii)의 경우는 동시에 일어날 수 없으므로 합의 법칙에 의하여 구하는 경우의 수는 $6+6+6=18$

38. **정답** 24

$$3 \times 2 \times 4 = 24$$

39. **정답** 9

$$3 \times 3 = 9$$

40. **정답** 6

$$3 \times 2 = 6$$

41. **정답** 6

$$3 \times 2 = 6$$

42. **정답** 9

$$3 \times 3 = 9$$

43. **정답** ③

$$3 \times 3 \times 3 = 27$$

44. **정답** 3969

6점 점자 1개로 나타낼 수 있는 경우의 수는 $2^6 - 1 = 63$

따라서 6점 점자 2개를 일렬로 나타낼 수 있는 경우의 수는 곱의 법칙에 의하여 $63 \times 63 = 3969$

45. **정답** (1) 18 (2) 9 (3) 12

(1) $(a+b)(p+q+r)(x+y+z)$ 를 전개하면

a, b 의 각각에 p, q, r 중 하나를 곱하고 x, y, z 중 하나를 곱하여 항이 만들어진다.

즉 구하는 항의 개수는 $2 \times 3 \times 3 = 18$

(2) $(a+b)(p+q+r)(x+y+z)$

$$= a(p+q+r)(x+y+z) + b(p+q+r)(x+y+z)$$

에서 a 를 포함하는 항의 개수는

$a(p+q+r)(x+y+z)$ 의 전개식의 항의 개수와 같으므로 $3 \times 3 = 9$

(3) $(a+b)(p+q+r)(x+y+z)$ 의 전개식에서

p 를 포함하지 않는 항의 개수는

$(a+b)(q+r)(x+y+z)$ 의 전개식의 항의 개수와 같으므로

$$2 \times 2 \times 3 = 12$$

46. **정답** (1) 6 (2) 24

$$(1) 3 \times 2 = 6$$

$$(2) 4 \times 3 \times 2 = 24$$

47. **정답** (1) 8 (2) 8

$$(1) 2 \times 4 = 8$$

$$(2) 2 \times 2 \times 2 = 8$$

48. **정답** ④

$$2 \times 3 \times 4 = 24$$

49. **정답** 6

$$3 \times 2 = 6$$

50. **정답** 9

$$3 \times 3 = 9$$

51. **정답** (1) 12 (2) 4

$$(1) 2 \times 2 \times 3 = 12$$

$$(2) 2 \times 2 = 4$$

52. **정답** (1) 12 (2) 4

(1) $3 \times 2 \times 2 = 12$

(2) $2 \times 2 = 4$

53. **정답** 250

백의 자리수의 개수 : 5개

십의 자리수 : 10개

일의 자리수의 개수 : 5개

$5 \times 10 \times 5 = 250$

54. **정답** 12

55. **정답** 15

$3 \times 5 = 15$

56. **정답** 12

$4 \times 3 = 12$

57. **정답** 40

$3 \times 5 \times 4 = 60$

58. **정답** 125

$5 \times 5 \times 5 = 125$

59. **정답** 60

$2 \times 4 \times 5 = 40$

60. **정답** ②

조건 (가)에서 구하는 자연수는 2의 배수이므로

일의 자리에 올 수 있는 수는 0, 2, 4, 6, 8의 5개

조건 (나)에서 십의 자리의 수는 6의 약수이므로

십의 자리에 올 수 있는 수는 1, 2, 3, 6의 4개

따라서 곱의 법칙에 의하여 구하는 두 자리의 자연수의 개수는

$5 \times 4 = 20$

61. **정답** 180

(i) 세 자리의 자연수 중 대칭수인 경우 : 백의 자리에 올 수 있는 수는 9개, 십의 자리에 있는 수는 10개, 일의 자리에 올 수 있는 수는 백의 자리에 오는 수와 같으므로 대칭수의 개수는

$9 \times 10 = 90$

... ①

(ii) 네 자리의 자연수 중 대칭수인 경우 : 천의 자리에 올 수 있는 수는 9개, 백의 자리에 올 수 있는 수는 10개, 십의 자리와 일의 자리에 올 수 있는 수는 각각 백의 자리, 천의 자리에 오는 수와 같으므로 대칭수의 개수는 $9 \times 10 = 90$

... ②

(i), (ii)에서 구하는 대칭수의 개수는 $90 + 90 = 180$... ③

62. **정답** (1) 2 (2) 12 (3) 14

(1) 기차역 → 유적지 → 휴양림 → 숙소로 가는 경우의 수는 곱의 법칙에 의하여 $1 \times 2 \times 1 = 2$

(2) 기차역 → 휴양림 → 유적지 → 숙소로 가는 경우의 수는 곱의 법칙에 의하여 $3 \times 2 \times 2 = 12$

(3) (1), (2)에서 구하는 경우의 수는 합의 법칙에 의하여 $2 + 12 = 14$

63. **정답** (1) 6 (2) 8

64. **정답** (1) 12 (2) 14

(1) 서울에서 부산까지 가는 방법은 4가지, 부산에서 제주도까지 가는 방법은 3가지이므로 서울에서 부산을 거쳐 제주도까지 가는 경우의 수는 곱의 법칙에 의하여

$4 \times 3 = 12$

(2) 서울에서 부산을 거쳐 제주도까지 가는 경우의 수는 12이고, 서울에서 제주도까지 바로 가는 경우의 수는 2이다. 이때 두 사건은 동시에 일어날 수 없으므로 서울에서 제주도까지 가는 모든 경우의 수는 합의 법칙에 의하여

$12 + 2 = 14$

65. **정답** (1) 12 (2) 14

(1) 입구에서 폭포로 가는 길이 4가지, 폭포에서 정상으로 가는 길은 3가지이므로, 곱의 법칙에 의하여 입구에서 폭포를 거쳐 정상으로 가는 경우의 수는 $4 \times 3 = 12$

(2) 입구에서 폭포를 거쳐 정상으로 가는 경우의 수는 12, 입구에서 정상으로 바로 가는 경우의 수는 2이다. 이때 두 사건은 동시에 일어날 수 없으므로, 합의 법칙에 의하여 입구에서 정상으로 가는 모든 경우의 수는 $12 + 2 = 14$

66. **정답** 10

67. **정답** 12

68. **정답** 10

69. **정답** 16

70. **정답** ②

71. **정답** 10

B 지점을 지나 C 지점까지 가는 경우의 수는 곱의 법칙에 의하여

$3 \times 2 = 6$

▶ 30%

D 지점을 지나 C 지점까지 가는 경우의 수는 곱의 법칙에 의하여

$$2 \times 2 = 4 \quad \blacktriangleright 30\%$$

따라서 구하는 경우의 수는 합의 법칙에 의하여

$$6 + 4 = 10 \quad \blacktriangleright 40\%$$

72. **정답** 23

73. **정답** 7

74. **정답** 14

75. **정답** 4

추가해야 하는 산책로의 수를 n 이라고 할 때, 건물 A에서 건물 D까지 가는 방법의 수는

(i) $A \rightarrow B \rightarrow D : 3 \times 2 = 6$

(ii) $A \rightarrow C \rightarrow D : 2 \times 3 = 6$

(iii) $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D : 3 \times n \times 3 = 9n$

(iv) $A \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow D : 2 \times n \times 2 = 4n$

(i)~(iv)에서 $6 + 6 + 9n + 4n = 13n + 12$

따라서 $13n + 12 = 64$ 에서 $n = 4$ 이므로 추가해야 하는 산책로의 수는 4이다.

76. **정답** 12

72를 소인수분해 하면

$$72 = 2^3 \times 3^2 \text{이므로 } 72 \text{의}$$

약수는 오른쪽 표와 같이

2^3 의 약수와 3^2 의 약수를

각각 곱하여 구할 수

있다. 이때 2^3 의 약수는

4개, 3^2 의 약수는 3개이므로 72의 약수의 개수는 곱의 법칙에 의하여

$$4 \times 3 = 12$$

77. **정답** (1) 16 (2) 24

78. **정답** 12

$$108 \text{을 소인수분해하면 } 108 = 2^2 \times 3^3$$

108의 양의 약수는 2^2 의 약수와 3^3 의 약수를 각각 하나씩 택하여 곱한 것이다.

2^2 의 약수를 선택하는 경우의 수는 3

3^3 의 약수를 선택하는 경우의 수는 4

따라서 108의 양의 약수의 개수는 곱의 법칙에 의하여

$$3 \times 4 = 12$$

79. **정답** 15

$$144 \text{를 소인수분해하면 } 144 = 2^4 \times 3^2$$

144의 양의 약수는 2^4 의 약수와 3^2 의 약수를 각각 하나씩 택하여 곱한 것이다.

2^4 의 약수를 선택하는 경우의 수는 5

3^2 의 약수를 선택하는 경우의 수는 3

따라서 144의 양의 약수의 개수는

$$\text{곱의 법칙에 의하여 } 5 \times 3 = 15$$

80. **정답** ①

81. **정답** 12

$$500 \text{을 소인수분해하면 } 500 = 2^2 \times 5^3$$

2^2 의 약수는 1, 2, 2^2 의 3개, 5^3 의 약수는 1, 5, 5^2 , 5^3 의 4개

이 중에서 각각 하나씩 택하여 곱한 수는 모두 500의 약수가 된다.

따라서 500의 약수의 개수는 곱의 법칙에 의하여

$$3 \times 4 = 12$$

82. **정답** 12

$$2700 = 2^2 \times 3^3 \times 5^2 \text{이고, 약수 중 홀수는 } 3^3 \times 5^2 \text{의 약수와 같으므로}$$

구하는 약수의 개수는 $4 \times 3 = 12$

83. **정답** 15

84. **정답** 35

100원짜리 동전을 지불하는 경우는 0개, 1개, 2개의 3가지,

500원짜리 동전을 지불하는 경우는 0개, 1개, 2개이 3가지,

1000원짜리 지폐를 지불하는 경우는 0장, 1장, 2장, 3장의 4가지이다.

이 때 0원을 지불하는 경우를 제외해야 하므로

$$3 \times 3 \times 4 - 1 = 35$$

85. **정답** 29

5000원짜리 지폐 2장으로 10000원을 만들 수 있으므로 지불할 수

있는 금액은 5000원짜리 지폐 5장, 1000원짜리 지폐 4장으로 지불할 수 있는 금액과 같다.

5000원짜리 지폐 5장으로 지불할 수 있는 금액은 0원, 5000원, ..., 25000원이므로 6가지

1000원짜리 지폐 4장으로 지불할 수 있는 금액은 0원, 1000원, ..., 4000원이므로 5가지

이때 0원을 지불하는 경우를 제외하면 구하는 금액의 수는

$$6 \times 5 - 1 = 29$$

86. **정답** 59

87. **정답** 6

88. **정답** 540

영역 (마), (라), (나), (다), (가)에 색칠할 수 있는 색은 각각 5가지, 4가지, 3가지, 3가지, 3가지이므로

$$5 \times 4 \times 3 \times 3 \times 3 = 540$$

89. **정답** 24

$$4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$$

90. **정답** 48

A에 칠할 수 있는 색은 4가지, B에 칠할 수 있는 색은 A에 칠한 색을 제외한 3가지, C에 칠할 수 있는 색은 A와 B에 칠한 색을 제외한 2가지, D에 칠할 수 있는 색은 A와 C에 칠한 색을 제외한 2가지이다.

따라서 구하는 경우의 수는 곱의 법칙에 의하여

$$4 \times 3 \times 2 \times 2 = 48$$

91. **정답** 48

92. **정답** 180

가장 많이 이웃하고 있는 영역 B에 칠할 수 있는 색은 5가지

영역 C는 영역 B에 이웃하므로 칠할 수 있는 색은 4가지

영역 A는 두 영역 B와 C에 이웃하므로 칠할 수 있는 색은 3가지

영역 D는 두 영역 B와 C에 이웃하므로 칠할 수 있는 색은 3가지

따라서 구하는 경우의 수는

$$5 \times 4 \times 3 \times 3 = 180$$

93. **정답** (1) 36 (2) 48 (3) 84

(1) A와 C에 칠할 수 있는 색은 4가지

B에 칠할 수 있는 색은 A(C)에 칠한 색을 제외한 3가지

D에 칠할 수 있는 색은 A(C)에 칠한 색을 제외한 3가지

따라서 구하는 경우의 수는 $4 \times 3 \times 3 = 36$

(2) A에 칠할 수 있는 색은 4가지

C에 칠할 수 있는 색은 A에 칠한 색을 제외한 3가지

B에 칠할 수 있는 색은 A, C에 칠한 색을 제외한 2가지

D에 칠할 수 있는 색은 A, C에 칠한 색을 제외한 2가지

따라서 구하는 경우의 수는 $4 \times 3 \times 2 \times 2 = 48$

(3) 칠하는 경우의 수는 합의 법칙에 의하여

$$36 + 48 = 84$$

94. **정답** 84

(i) 두 지역 A, C를 같은 색으로 칠하는 경우

세 지역 A, B, D에 칠할 수 있는 색은 각각 4가지, 3가지,

3가지이므로 $4 \times 3 \times 3 = 36$

(ii) 두 지역 A, C를 다른 색으로 칠하는 경우

네 지역 A, B, C, D에 칠할 수 있는 색은 각각 4가지, 3가지,

2가지, 2가지이므로

$$4 \times 3 \times 2 \times 2 = 48$$

(i), (ii)에서 구하는 방법의 수는 $36 + 48 = 84$

95. **정답** (1) 24

(2) 720

(3) 1

(4) 120

96. **정답** (1) 6 (2) 120

97. **정답** (1) 4 (2) 2

98. **정답** 5

99. **정답** (1) 7 (2) 5

100. **정답** $n = 6$

$${}_nP_3 = 5 \times {}_{n+1}P_2 - 3 \times {}_nP_2 \text{에서}$$

$$n(n-1)(n-2) = 5(n+1)n - 3n(n-1)$$

$$n^3 - 5n^2 - 6n = 0, \quad n(n+1)(n-6) = 0$$

$$n = -1 \text{ 또는 } n = 0 \text{ 또는 } n = 6$$

그런데 $n \geq 3$ 이므로 $n = 6$

101. **정답** 12

$${}_nP_4 - 9 \times {}_nP_3 + 32 \times {}_{n-1}P_2$$

$$= n(n-1)(n-2)(n-3) - 9n(n-1)(n-2) + 32(n-1)(n-2)$$

..... ㉑

$$= n(n-1)(n-2)\{n(n-3) - 9n + 32\}$$

$$= n(n-1)(n-2)(n^2 - 12n + 32)$$

$$= n(n-1)(n-2)(n-4)(n-8) = 0$$

..... ㉒

이므로 $n = 1$ 또는 $n = 2$ 또는 $n = 4$ 또는 $n = 8$

이때 $n \geq 4$ 이므로 $n = 4$ 또는 $n = 8$

따라서 모든 자연수 n 의 값의 합은 12이다.

..... ㉓

102. **정답** (가): $r-1$, (나): $n-r$, (다): n , (라): ${}_{n-1}P_{r-1}$

103. **정답** 풀이 참조

$${}_{n-1}P_r + r \times {}_{n-1}P_{r-1} = \frac{(n-1)!}{(n-1-r)!} + r \times \frac{(n-1)!}{(n-r)!}$$

$$= \frac{(n-r)(n-1)!}{(n-r)(n-r-1)!} + r \times \frac{(n-1)!}{(n-r)!}$$

$$= \frac{(n-r)(n-1)! + r(n-1)!}{(n-r)!}$$

$$= \frac{n(n-1)!}{(n-r)!} = \frac{n!}{(n-r)!} = {}_nP_r$$

따라서 ${}_nP_r = {}_{n-1}P_r + r \times {}_{n-1}P_{r-1}$

104. [정답] 풀이 참조

$${}_nP_r = \frac{n!}{(n-r)!}, \quad n \times {}_{n-r}P_{r-1} = n \times \frac{(n-1)!}{\{(n-1)-(r-1)\}!} = \frac{n!}{(n-r)!}$$

$$\text{따라서 } {}_nP_r = n \times {}_{n-1}P_{r-1}$$

[다른 풀이]

${}_nP_r$ 는 n 명 중에서 r 명을 뽑아 일렬로 세우는 경우의 수이다.

즉, n 명 중에서 먼저 1명을 뽑아 첫 번째 자리에 세우는 경우의 수는 n 나머지 $(n-1)$ 명 중에서 $(r-1)$ 명을 뽑아 두 번째 자리부터 일렬로 세우는 경우의 수는 ${}_{n-r}P_{r-1}$

$$\text{따라서 } {}_nP_r = n \times {}_{n-1}P_{r-1}$$

105. [정답] 풀이 참조

20명으로 이루어진 수아네 반에서 단체 사진을 찍을 때, 5명을 택하여 앞줄에 일렬로 배치한 5개의 의자에 앉히려고 한다.

(i) 20명 중에서 5명을 택하여 앞줄에 일렬로 배치한 5개의 의자에 앉히는 경우의 수는 ${}_{20}P_5$ 이다

(ii) 수아를 제외한 19명 중에서 5명을 선택하여 의자에 앉히는 경우의 수는

$${}_{19}P_5 \quad \dots\dots \textcircled{A}$$

수아를 먼저 6개의 의자 중 1개에 앉히고 나서, 수아를 제외한 19명 중에서 4명을 택하여 남은 4개의 의자에 앉히는 경우의 수는

$$5 \times {}_{19}P_4 \quad \dots\dots \textcircled{B}$$

①, ②는 동시에 일어나지 않으므로 20명 중에서 5명을 택하여 일렬로 배열하는 경우의 수는 합의 법칙에 의하여

$${}_{19}P_5 + 5 \times {}_{19}P_4$$

즉, ${}_nP_r = {}_{n-1}P_r + r \times {}_{n-1}P_{r-1}$ 에서 $n=20$, $r=5$ 일 때

$${}_{20}P_5 = {}_{19}P_5 + 5 \times {}_{19}P_4 \text{가 성립함을 확인할 수 있다.}$$

106. [정답] (1) 56 (2) 24

$$(1) {}_8P_2 = 8 \times 7 = 56$$

$$(2) {}_4P_3 = 4 \times 3 \times 2 = 24$$

107. [정답] 90

$${}_{10}P_2 = 10 \times 9 = 90$$

108. [정답] 336

$${}_8P_3 = 8 \times 7 \times 6 = 336$$

109. [정답] ③

110. [정답] 504

111. [정답] ⑤

$${}_{12}P_3 = 12 \times 11 \times 10 = 1320$$

112. [정답] (1) 30 (2) 24

(1) 세 자리의 자연수가 짝수이려면 일의 자리의 숫자가

0 또는 2 또는 4이어야 한다.

(i) 일의 자리의 숫자가 0인 경우

백의 자리와 십의 자리에 올 수 있는 숫자는 4개의 숫자 1, 2, 3, 4 중에서 서로 다른 2개를 택하여 일렬로 나열하면 되므로

$${}_4P_2 = 4 \times 3 = 12$$

(ii) 일의 자리의 숫자가 2인 경우

백의 자리에 올 수 있는 숫자는 0, 2를 제외한 3가지이고

십의 자리에 올 수 있는 숫자는 백의 자리에 올 수 있는 숫자와 2를 제외한 3가지이므로 곱의 법칙에 의하여

$$3 \times 3 = 9$$

(iii) 일의 자리의 숫자가 4인 경우

백의 자리에 올 수 있는 숫자는 0, 4를 제외한 3가지이고

십의 자리에 올 수 있는 숫자는 백의 자리에 올 수 있는 숫자와 4를 제외한 3가지이므로 곱의 법칙에 의하여

$$3 \times 3 = 9$$

(i)~(iii)에서 구하는 자연수의 개수는 합의 법칙에 의하여

$$12 + 9 + 9 = 30$$

(2) 백의 자리에 올 수 있는 수는 3과 4이므로

(i) 백의 자리에 3이 오는 경우 ${}_4P_2 = 4 \times 3 = 12$

(ii) 백의 자리에 4이 오는 경우 ${}_4P_2 = 4 \times 3 = 12$

(i), (ii)에서 구하는 자연수의 개수는 합위 법칙에 의하여

$$12 + 12 = 24$$

113. [정답] ⑤

114. [정답] 8

115. [정답] ③

116. [정답] 30

117. [정답] 72

118. [정답] 72

119. [정답] 60

(i) 1○○○○, 2○○○○ 꼴인 자연수의 개수는

$$4! \times 2 = 48$$

(ii) 30○○○, 31○○○ 꼴인 자연수의 개수는

$$3! \times 2 = 12$$

(i), (ii)에서 구하는 자연수의 개수는 $48 + 12 = 60$

120. **정답** 66

121. **정답** (1) 240 (2) 240 (3) 48 (4) 432

(1) a 와 b 를 한 문자로 생각하여 5개의 문자를 일렬로 배열하는 경우의 수는 $5!$

각 경우에 대하여 a 와 b 가 서로 자리를 뺌의 경우의 수는 $2!$

따라서 구하는 경우의 수는 $5! \times 2! = 240$

(2) b 와 c 를 한 문자로 생각하여 5개의 문자를 일렬로 배열하는 경우의 수는 $5!$

각 경우에 대하여 b 와 c 가 서로 자리를 바꾸는 경우의 수는 $2!$

따라서 구하는 경우의 수는 $5! \times 2! = 240$

(3) a, b, c 를 한 문자로 생각하여 4개의 문자를 일렬로 배열하는 경우의 수는 $4!$

각 경우에 대하여 a 와 c 가 서로 자리를 바꾸는 경우의 수는 $2!$

따라서 구하는 경우의 수는 $4! \times 2! = 48$

(4) 따라서 구하는 경우의 수는 $240 + 240 - 48 = 432$

122. **정답** 1440

여학생 2명을 한 묶음으로 생각하고 남학생 5명과 함께 일렬로 서는 경우의 수는

$$(1+5)! = 6! = 720$$

이때 여학생 2명이 서로 자리를 바꾸는 경우의 수는

$$2! = 2$$

따라서 구하는 경우의 수는 곱의 법칙에 의하여

$$720 \times 2 = 1440$$

123. **정답** 720

모음 카드 E, A, I를 하나로 묶으면 7장의 카드는 5장으로 생각할 수 있다. 이 5장의 카드를 일렬로 배열하는 경우의 수는 $5! = 120$ 그 각각에 대하여 모음 카드 3장의 자리를 바꾸어 배열하는 경우의 수는 $3! = 6$

따라서 구하는 경우의 수는 곱의 법칙에 따라 $120 \times 6 = 720$

124. **정답** 96

125. **정답** 288

서로 다른 수학책 4권을 한 묶음으로, 서로 다른 국어책 3권을 한 묶음으로 생각하여 두 묶음을 일렬로 꿋는 경우의 수는

$$2! = 2$$

이때 서로 다른 4권의 수학책끼리 일렬로 꿋는 경우의 수는

$$4! = 24$$

서로 다른 3권의 국어책끼리 일렬로 꿋는 경우의 수는 $3! = 6$

따라서 구하는 경우의 수는 곱의 법칙에 의하여

$$2 \times 24 \times 6 = 288$$

126. **정답** 432

각 학년의 학생들을 한 묶음으로 생각하여 일렬로 세우는 경우의 수는

$$3! = 6$$

각 학년 학생끼리 자리를 바꾸는 경우의 수는

$$1\text{학년} : 2! = 2, 2\text{학년} : 3! = 6, 3\text{학년} : 3! = 6$$

따라서 구하는 경우의 수는

$$6 \times 2 \times 6 \times 6 = 432$$

127. **정답** 36

128. **정답** 960

세 쌍의 부부를 각각 묶어서 한 사람으로 생각하면 5명이

일렬로 앉는 경우의 수는 $5! = 120$

세 쌍의 부부가 각각 부부끼리 서로 자리를 바꾸는 경우의

$$\text{수는 } 2! \times 2! \times 2! = 8$$

따라서 구하는 경우의 수는 $120 \times 8 = 960$

129. **정답** 30

두 사람이 깃발 7개 중에서 서로 다른 깃발을 잡는 경우의 수는

$${}_7P_2 = 42$$

두 사람이 이웃한 깃발을 잡는 경우의 수는 $6 \times 2 = 12$

따라서 두 사람이 이웃한 깃발을 잡지 않는 경우의 수는

$$42 - 12 = 30$$

130. **정답** 4

여행 서적 3권을 한 묶음으로 생각하고 총 $(n+1)$ 권의 책을 일렬로 나열하는 방법의 수는 $(n+1)!$

여행 서적끼리 자리를 바꾸는 방법의 수는 $3! = 6$

여행 서적끼리 이웃하게 꿋는 방법의 수가 720이므로

$$(n+1)! \times 6 = 720, (n+1)! = 120$$

이때 $5! = 120$ 이므로 $n+1 = 5, n = 4$

131. **정답** (1) 4320 (2) 14400

132. **정답** 120

빈자리는 4개이고, 빈자리 사이사이와 양 끝의 자리 5개에 학생 4명이 앉으면 되므로 구하는 방법의 수는

$${}_5P_4 = 120$$

133. **정답** 72

134. [정답] ①

자음 C, H, N, G를 일렬로 나열하는 방법의 수는

$$4! = 24$$

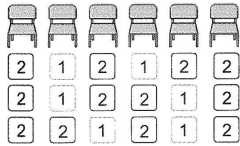
자음 사이사이와 양 끝의 5개의 자리에 모음 A, E를 일렬로 나열하는 방법의 수는 ${}_5P_2 = 20$

따라서 구하는 방법의 수는 $24 \times 20 = 480$ 이므로 ①이다.

135. [정답] ③

조건 (나)에서 2학년 학생 4명 중에서 2명이 양 끝에 있는 의자에 앉는 경우의 수는 ${}_4P_2 = 4 \times 3 = 12$

위의 각각의 경우에 대하여 1학년 학생이 앉을 수 있는 의자를 ①, 2학년 학생이 앉을 수 있는 의자를 ②라 할 때, 조건 (가)를 만족시키도록 나머지 4명의 학생이 4개의 의자에 앉는 경우는 다음 3가지 중 하나이다.



1학년 학생 2명과 2학년 학생 2명이 의자에 앉는 경우의 수는

$$3 \times 2! \times 2! = 3 \times 2 \times 2 = 12$$

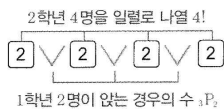
따라서 구하는 경우의 수는 $12 \times 12 = 144$

[다른 풀이]

먼저 2학년 학생 4명이 일렬로 앉은 후 1학년 학생 2명이 조건을 만족시키도록 앉는 경우를 생각하자.

2학년 학생 4명이 일렬로 앉는 경우의 수는 $4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$

이때 2학년 학생을 ②라 하자.



위의 각각의 경우에 대하여 두 조건 (가), (나)를 만족시키려면

1학년 학생 2명은 ∇ 표시된 3곳 중에서 2곳을 택하여 앉아야 하므로

1학년 학생이 앉는 경우의 수는 ${}_3P_2 = 3 \times 2 = 6$

따라서 구하는 경우의 수는 $24 \times 6 = 144$

136. [정답] 144

I와 E를 한 묶음으로 생각하여 R, (I와 E), N을 일렬로 나열하는 경우의 수는 $3! = 6$

I와 E가 서로 자리를 바꾸는 경우의 수는 $2! = 2$

위에서 나열하는 문자 I, E의 묶음과 R, N의 사이사이 및 양 끝의 4개의 자리에 F, D를 나열하는 경우의 수는 ${}_4P_2 = 12$

따라서 구하는 경우의 수는 곱의 법칙에 의하여

$$6 \times 2 \times 12 = 144$$

137. [정답] 21600

3의 배수 3, 6, 9를 한 묶음으로 생각하고, 4의 배수를 제외하면 다음과 같다.

1, 2, 5, 7, ③의 배수

이 5개의 수를 일렬로 나열하는 경우의 수는

$$5! = 120$$

▶ 30%

이때 4의 배수 4, 8은 그림과 같이 5개의 0을 나열한 후 그 사이

6개의 자리 ■ 중에서 2개를 택하여 나열하면 되므로 구하는 경우의 수는 ${}_6P_2 = 6 \times 5 = 30$

▶ 30%



또 3의 배수를 일렬로 나열하는 경우의 수는

$$3! = 6$$

▶ 30%

따라서 구하는 경우의 수는 $120 \times 30 \times 6 = 21600$

▶ 10%

138. [정답] (1) 576 (2) 144

139. [정답] (1) 12 (2) 72

$$(1) 2! \times 3! = 2 \times 6 = 12$$

$$(2) 3! \times {}_4P_2 = 6 \times 12 = 72$$

140. [정답] (1) 48 (2) 12

141. [정답] 72

(i) 남 여 남 여 남 여

남학생 자리에 3명을 일렬로 세우는 경우의 수는 $3! = 6$

여학생 자리에 3명을 일렬로 세우는 경우의 수는 $3! = 6$

$$\text{이므로 } 6 \times 6 = 36$$

(ii) 여 남 여 남 여 남

(i)과 같은 방법으로 구하면 그 경우의 수는 36

따라서 구하는 경우의 수는 $36 + 36 = 72$

142. [정답] (1) 18 (2) 18 (3) 36

(1) 천의 자리에 올 수 있는 숫자는 0과 1을 제외한 3가지이다.

각각에 대하여 백의 자리와 십의 자리에는 천의 자리와 일의 자리에 올 수 있는 숫자를 제외한 3개 중에서 2개를 택하여 나열하면 되므로 ${}_3P_2 = 6$

따라서 구하는 경우의 수는 곱의 법칙에 의하여

$$3 \times 6 = 18$$

(2) 천의 자리에 올 수 있는 숫자는 0과 3을 제외한 3가지이다.

각각에 대하여 백의 자리와 십의 자리에는 천의 자리와 일의 자리에 올 수 있는 숫자를 제외한 3개 중에서 2개를 택하여 나열하면 되므로 ${}_3P_2 = 6$

따라서 구하는 경우의 수는 곱의 법칙에 의하여

$$3 \times 6 = 18$$

- (3) (1), (2)에서 구하는 경우의 수는 합의 법칙에 의하여
 $18 + 18 = 36$

143. **정답** (1) 720 (2) 144

144. **정답** (1) 48 (2) 240

145. **정답** (1) 1440 (2) 240

- (1) 수빈이와 신영이를 묶어서 한 사람으로 생각하면 6명이 일렬로
 앉는 경우의 수는 $6!$ 이고, 그 각각에 대하여 수빈이와 신영이가
 서로 자리를 바꾸는 경우의 수는 $2!$ 이므로
 구하는 경우의 수는 곱의 법칙에 의하여 $6! \times 2! = 720 \times 2 = 1440$
 (2) 수빈이와 신영이가 양 끝에 앉는 경우의 수는 $2!$ 이고, 그 각각에
 대하여 나머지 5명이 일렬로 앉는 경우의 수는 $5!$ 이므로 구하는
 경우의 수는 곱의 법칙에 의하여
 $2! \times 5! = 2 \times 120 = 240$

146. **정답** (1) 48 (2) 12

- (1) 동생과 민준이를 묶어서 한 사람으로 생각하면 4명이 일렬로 앉는
 경우의 수는 $4P_4 = 4!$
 각 경우에 대하여 동생과 민준이가 서로 자리를 바꾸어 앉는
 경우의 수는 $2!$
 따라서 구하는 경우의 수는 곱의 법칙에 의하여
 $4! \times 2! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 \times 2 \times 1 = 48$
 (2) 아버지와 어머니가 양 끝에 앉는 경우의 수는 $2!$
 각 경우에 대하여 가운데에 나머지 3명이 일렬로 앉는 경우의 수는
 $3!$ 따라서 구하는 경우의 수는 곱의 법칙에 의하여
 $2! \times 3! = 2 \times 1 \times 3 \times 2 \times 1 = 12$

147. **정답** (1) 720 (2) 144

148. **정답** (1) 48 (2) 96

149. **정답** ⑤

홀수번째 경우의 수: $4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$

짝수번째 경우의 수: $3! = 3 \times 2 \times 1 = 6$

$$24 \times 6 = 144$$

150. **정답** ②

151. **정답** (1) 12 (2) 48

152. **정답** 48

153. **정답** 288

운전석에 A 또는 B가 앉는 방법의 수는 ${}_2C_1 = 2$

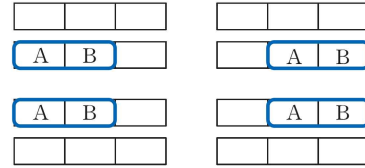
C, D가 3열에 앉는 방법의 수는 ${}_3P_2 = 6$

나머지 4명이 빈 자리에 앉는 방법의 수는 $4! = 24$

따라서 구하는 방법의 수는 $2 \times 6 \times 24 = 288$

154. **정답** 192

A와 B가 같은 열에 서로 이웃하여 앉는 방법은 다음과 같이 4가지
 경우가 있다.



그 각각에 대하여 A와 B가 서로 자리를 바꾸어 앉는 경우의 수는
 $2!$ 이다.

또 그 각각에 대하여 C, D, E가 남은 4개의 자리 중에서 3개를
 선택하여 앉는 경우의 수는 ${}_4P_3$ 이다.

따라서 구하는 경우의 수는 $4 \times 2! \times {}_4P_3 = 192$

155. **정답** 36

156. **정답** ⑤

두 학생 A, B가 앉는 줄을 선택하는 경우의 수는 2

한 줄에 놓인 3개의 좌석에서 두 학생이 앉을 2개의 좌석을 택하는
 경우의 수는 ${}_3P_2 = 3 \times 2 = 6$

즉 두 학생 A, B가 같은 줄의 좌석에 앉는 경우의 수는 $2 \times 6 = 12$

나머지 세 명이 맞은편 세 줄의 좌석에 앉는 경우의 수는

$$3! = 3 \times 2 \times 1 = 6$$

따라서 곱의 법칙에 의하여 5명의 학생이 좌석에 앉는 경우의 수는

$$12 \times 6 = 72$$

157. **정답** ⑤

숫자 1, 2, 3, 4, 5가 적힌 5개의 의자에서 홀수는 1, 3, 5

홀수 번호가 적힌 3개의 의자 중에서 2개의 의자를 택하여

아버지, 어머니가 앉는 경우의 수는 ${}_3P_2 = 3 \times 2 = 6$

나머지 3개의 의자에 할머니, 아들, 딸이 앉는 경우의 수는

$$3! = 3 \times 2 \times 1 = 6$$

따라서 곱의 법칙에 의하여 구하는 경우의 수는 $6 \times 6 = 36$

158. **정답** 384

앞부분 $2! \times 2! \times 2! \times 3! = 48$

뒷부분 $2! \times 2! \times 2! = 8$

$$48 \times 8 = 384$$

159. [정답] 96

160. [정답] 1200

161. [정답] 432

162. [정답] 76

a□□□□의 끝인 문자열의 개수는 $4! = 24$

b□□□□의 끝인 문자열의 개수는 $4! = 24$

c□□□□의 끝인 문자열의 개수는 $4! = 24$

dab□□의 끝인 문자열의 개수는 $2! = 2$

이때 daceb는 dac□□의 끝에서 두 번째에 오는 문자열이므로

$24 + 24 + 24 + 2 + 2 = 76$ (번재)

163. [정답] ebcad

(i) a~d로 시작하는 문자열의 개수는 $4! \times 4 = 96$

(ii) ea로 시작하는 문자열의 개수는 $3! = 6$

(iii) eba로 시작하는 문자열의 개수는 $2! = 2$

(i), (ii), (iii)에서 문자열의 개수는 $96 + 6 + 2 = 104$ 이므로

105번째의 문자열은 ebcad이다.

164. [정답] 4280

네 자리 자연수를 작은 것부터 순서대로 나열해야 하므로 천의 자리 숫자가 2, 4, 6, 8인 네 자리 자연수의 개수를 차례대로 구해 본다.

천의 자리 숫자가 2인 경우의 수는

$${}_4P_3 = 24$$

천의 자리 숫자가 4이고 백의 자리 숫자가 0인 경우의 수는

$${}_3P_2 = 6$$

따라서 35째 수는 천의 자리 숫자가 4이고 백의 자리 숫자가 2인 수를 작은 수부터 순서대로 나열한

4206, 4208, 4260, 4268, 4280, ...

중에서 5째 수이므로 4280이다.

165. [정답] 480

사진 6점을 일렬로 나열하는 방법의 수는 $6! = 720$

동물 사진 2점을 이웃하게 나열하는 방법의 수는

$$5! \times 2! = 240$$

따라서 구하는 방법의 수는 $720 - 240 = 480$

166. [정답] 2명

남학생이 n 명이라고 하자.

6명을 일렬로 세우는 경우의 수는 $6!$

여학생 두 명을 양쪽 끝에 세우고 나머지 4명을 일렬로 세우는 경우의 수는 ${}_6-nP_2 \times 4!$

적어도 한쪽 끝에 남학생이 오는 경우의 수는 전체 경우의 수에서 양쪽 끝에 모두 여학생이 오는 경우의 수를 빼면 되므로

$$6! - {}_6-nP_2 \times 4! = 432$$

즉, $720 - (6-n)(5-n) \times 24 = 432$ 이므로

$$n^2 - 11n + 18 = 0, (n-2)(n-9) = 0$$

$$n = 2 \text{ 또는 } n = 9$$

이때 전체 학생이 6명이므로 남학생은 2명이다.

167. [정답] 135

11종류 중 3종류를 출시하는 방법의 수 : ${}_{11}C_3 = 165$

빵만 3종류를 출시하는 방법의 수 : ${}_6C_3 = 20$

과자만 3종류를 출시하는 방법의 수 : ${}_5C_3 = 10$

따라서 구하는 방법의 수는 $165 - (20 + 10) = 135$

168. [정답] (1) 5 (2) 5 또는 3

169. [정답] (1) 6 (2) 12

170. [정답] (1) 15 (2) 5

171. [정답] (1) $n = 8$ (2) $r = 6$

172. [정답] 8

173. [정답] ③

174. [정답] 10

175. [정답] 4

176. [정답] 2, 5

177. [정답] 11

178. [정답] ④

${}_nC_2 + {}_{n+1}C_3 = 2 \times {}_nP_2$ 에서

$$\frac{n(n-1)}{2 \times 1} + \frac{(n+1)n(n-1)}{3 \times 2 \times 1} = 2n(n-1)$$

이때 $n \geq 2$ 이므로 양변을 $n(n-1)$ 로 나누면

$$\frac{1}{2} + \frac{n+1}{6} = 2, 3 + (n+1) = 12, n+4 = 12$$

따라서 $n = 8$

179. [정답] ①

180. [정답] 5

$$_{n+1}C_{n-1} = _{n+1}C_2 \text{ 이므로 문제의 등식은}$$

$$\frac{(n+2)(n+1)n}{3!} - 2 \times \frac{n(n-1)}{2!} = \frac{(n+1)n}{2!}$$

$$n^3 - 6n^2 + 5n = 0, \quad n(n-1)(n-5) = 0$$

따라서 $n \geq 2$ 이므로 $n = 5$

181. [정답] 5

이차방정식 $3x^2 - _nC_r x - 3_nP_r = 0$ 의 두 근이 -2 와 3 이므로
근과 계수의 관계로부터

$$(\text{두 근의 합}) = \frac{_nC_r}{3} = 1$$

에서 $_nC_r = 3$

$$(\text{두 근의 곱}) = \frac{-3_nP_r}{3} = -6$$

에서 $_nP_r = 6$

$$_nC_r = \frac{_nP_r}{r!} \text{ 이므로 } 3 = \frac{6}{r!}$$

즉, $r! = 2$ 에서 $r = 2$

$$_nP_2 = n(n-1) = 6 \text{에서 } n = 3$$

따라서 구하는 값은

$$n + r = 5$$

182. [정답] 풀이 참조

$$_nC_r = \frac{n!}{r!(n-r)!} \text{에서 } r \text{ 대신 } n-r \text{를 대입하면}$$

$$_nC_{n-r} = \frac{n!}{(n-r)!\{n-(n-r)\}!}$$

$$= \frac{n!}{(n-r)!r!}$$

$$= \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

$$= _nC_r$$

따라서 $_nC_r = _nC_{n-r}$ 가 성립한다.

183. [정답] 풀이 참조

$$_{n-1}C_{r-1} + _{n-1}C_r$$

$$= \frac{(n-1)!}{(r-1)!(n-r)!} \times \frac{(n-1)!}{r!(n-r-1)!}$$

$$= \frac{(n-1)! \times r}{(r-1)!(n-r)! \times r} \times \frac{(n-1)! \times (n-r)}{r!(n-r-1)! \times (n-r)}$$

$$= \frac{(n-1)! \times r}{r!(n-r)!} \times \frac{(n-1)! \times (n-r)}{r!(n-r)!}$$

$$= \frac{n!}{r!(n-r)!} = _nC_r$$

따라서 $_nC_r = _{n-1}C_{r-1} + _{n-1}C_r$

184. [정답] 풀이참조

$$(n-1-r)!, \{(n-1)-(r-1)\}!, \{(n-r)+r\}, n!$$

185. [정답] (가): $(r-1)!(n-r)!$, (나): n

186. [정답] (가) 3 (나) 30

187. [정답] 풀이참조

$$(1) \quad _{n-1}C_r + _{n-1}C_{r-1}$$

$$= \frac{(n-1)!}{r!\{(n-1)-r\}!} + \frac{(n-1)!}{(r-1)!\{(n-1)-(r-1)\}!}$$

$$= \frac{(n-1)!}{r!(n-r-1)!} + \frac{(n-1)!}{(r-1)!(n-r)!}$$

$$= \frac{(n-1)! \times (n-r)}{r!(n-r-1)! \times (n-r)} + \frac{(n-1)! \times r}{(r-1)!(n-r)! \times r}$$

$$= \frac{(n-1)! \times (n-r)}{r!(n-r)!} \times \frac{(n-1)! \times r}{r!(n-r)!}$$

$$= \frac{(n-1)! \times n}{r!(n-r)!}$$

$$= \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

$$= _nC_r$$

따라서 $_nC_r = _{n-1}C_r + _{n-1}C_{r-1}$ 이 성립한다.

(2) $_nC_r$ 은 서로 다른 n 개에서 r 개를 택하는 경우의 수이다. n 개에서
특정한 한 개를 제외한 $(n-1)$ 개 중에서 r 개를 택하는 경우의
수는 $_{n-1}C_r$ 이고, 제외된 한 개를 포함해 r 개를 택하는 경우의
수는 나머지 $(n-1)$ 개 중에서 $(r-1)$ 개를 택하는
 $_{n-1}C_{r-1}$ 이다. 따라서 합의 법칙에 의하여
 $_nC_r = _{n-1}C_r + _{n-1}C_{r-1}$ 이 성립한다.

188. [정답] (1) 45 (2) 56

189. [정답] (1) 18 (2) 35

$$1) \quad _3C_2 \times _4C_2 = 3 \times 6 = 18$$

$$(2) \quad _7C_4 = _7C_3 = 35$$

190. [정답] (1) 792 (2) 336

(1) 12명의 지원자 중에서 5명을 선발하는 경우의 수는

$$_{12}C_5 = \frac{12!}{5!(12-5)!} = 792$$

(2) 이집트 학생 8명 중에서 3명을 선발하는 경우의 수는 $_8C_3$

브라질 학생 4명 중에서 2명을 선발하는 경우의 수는 ${}_4C_2$

따라서 구하는 경우의 수는 곱의 법칙에 의하여

$${}_8C_3 \times {}_4C_2 = \frac{8 \times 7 \times 6}{3 \times 2 \times 1} \times \frac{4 \times 3}{2 \times 1} = 56 \times 6 = 336$$

191. **정답** (1) 45 (2) 126

192. **정답** (1) 210 (2) 120

193. **정답** 126

남학생 7명 중에서 2명을 뽑는 경우의 수는

$${}_7C_2 = \frac{7 \times 6}{2 \times 1} = 21$$

여학생 4명 중에서 2명을 뽑는 경우의 수는

$${}_4C_2 = \frac{4 \times 3}{2 \times 1} = 6$$

따라서 구하는 경우의 수는 곱의 법칙에 의하여

$$21 \times 6 = 126$$

194. **정답** 60

서로 다른 3가지 피자 중에서 2가지를 주문하는 경우의 수는

$${}_3C_2 = \frac{3 \times 2}{2 \times 1} = 3$$

서로 다른 6가지 스파게티 중에서 3가지를 주문하는 경우의 수는

$${}_6C_3 = \frac{6 \times 5 \times 4}{3 \times 2 \times 1} = 20$$

따라서 구하는 경우의 수는 곱의 법칙에 의하여 $3 \times 20 = 60$

195. **정답** 30

196. **정답** ③

197. **정답** 45

198. **정답** 90

199. **정답** 150

남학생 6명 중에서 2명을 뽑는 경우의 수는 ${}_6C_2 = \frac{6 \times 5}{2 \times 1} = 15$

여학생 5명 중에서 2명을 뽑는 경우의 수는 ${}_5C_2 = \frac{5 \times 4}{2 \times 1} = 10$

따라서 구하는 경우의 수는 곱의 법칙에 따라 $15 \times 10 = 150$

200. **정답** 110

201. **정답** (1) 435 (2) 12

(1) 30명의 동아리 회원들 중에서 모두가 한 번씩 짝을 지어 만든

팔찌의 개수는 ${}_{30}C_2 = 435$

(2) 30명의 동아리 회원들 중에서 1학년 학생 수를 x 라고 하면 2학년 학생 수는 $30 - x$ 이다. 이때 학년마다 만든 팔찌의 수익금이 다르므로 다음과 같이 세 가지 경우로 나눌 수 있다.

(i) 1학년 학생끼리 만든 팔찌의 개수는 ${}_xC_2$

(ii) 1, 2학년 학생이 함께 만든 팔찌의 개수는

$${}_xC_1 \times {}_{30-x}C_1$$

(iii) 2학년 학생끼리 만든 팔찌의 개수는 ${}_{30-x}C_2$

수익금이 139200원이므로 (i)~(iii)에서

$${}_xC_2 \times 200 + {}_xC_1 \times {}_{30-x}C_1 \times 300 + {}_{30-x}C_2 \times 400 = 139200$$

$$x(x-1) + 3x(30-x) + 2(30-x)(29-x) = 1392$$

따라서 $x = 12$ 이므로 1학년 학생은 12명이다.

202. **정답** (1) 10 (2) 3 (3) 30

(1) ${}_5C_2 \times {}_3C_3 = 10 \times 1 = 10$

(2) ${}_3C_1 = 3$

(3) 대진표를 작성하는 경우의 수는 먼저 5개의 팀을 2개, 3개의 두 조로 나눈 후, 3개의 팀에서 부전승으로 올라가는 한 팀을 택하는 경우의 수와 같으므로 $10 \times 3 = 30$

203. **정답** 90

6개 학급을 3개씩 두 조로 나누는 경우의 수는

$${}_6C_3 \times {}_3C_3 \times \frac{1}{2!} = 20 \times 1 \times \frac{1}{2} = 10$$

각 조에서 부전승으로 올라가는 한 학급을 택하는 경우의 수는

$${}_3C_1 \times {}_3C_1 = 3 \times 3 = 9$$

204. **정답** (1) 104 (2) 720

(1) 4팀 중에서 경기할 2팀을 택하는 조합의 수는

$${}_4C_2 = 6$$

그 각각에 대하여 12개 조가 있으므로 조별 리그전의 경기 수는

$$12 \times 6 = 72$$

32개 팀의 토너먼트 경기 수와 3 · 4위전 경기 수의 합은

$$31 + 1 = 32$$

따라서 2026년 월드컵 본선 경기 수는

$$72 + 32 = 104$$

(2) 자기 팀을 제외한 9개 팀 중에서 1개 팀을 택하는 조합의 수는

$${}_9C_1 = 9$$

그 각각에 대하여 16번 경기를 하므로 한 시즌 동안 각 팀이 하는 경기 수는 $9 \times 16 = 144$

10개 팀 중에서 2개 팀을 택하는 조합의 수는

$${}_{10}C_2 = 45$$

그 각각에 대하여 16번 경기를 하므로 한 시즌 동안 하는 전체 경기 수는 $45 \times 16 = 720$

205. **정답** $n = 11$

n 개의 팀이 서로 다른 팀과 모두 한 번씩 경기를 하는 경우의 수는

$${}_nC_2$$

이때 총 55번 경기를 하였으므로 ${}_nC_2 = 55$

$$\text{따라서 } \frac{n(n-1)}{2} = 55 \text{ 이므로}$$

$$n(n-1) = 110, n = 11$$

206. **정답** 26

207. **정답** 570

1부터 20까지의 자연수 중에서 홀수와 짝수는 각각 10개씩 있다. 이 중에서 서로 다른 세 수의 합이 홀수가 되는 경우는 다음과 같다.

(i) 홀수 1개, 짝수 2개를 택할 때

$${}_{10}C_1 \times {}_{10}C_2 = 450$$

(ii) 홀수 3개를 택할 때

$${}_{10}C_3 = 120$$

(i), (ii)에서 구하는 경우의 수는 $450 + 120 = 570$

208. **정답** 30

모둠 A의 학생만 뽑는 경우의 수는 ${}_6C_3 = 20$

모둠 B의 학생만 뽑는 경우의 수는 ${}_5C_3 = 10$

따라서 구하는 경우의 수는 $20 + 10 = 30$

209. **정답** 65

유적지를 2곳, 3곳, 4곳 택하는 경우로 나누어 생각한다.

(i) 유적지를 2곳 택하는 경우

유적지 2곳, 박물관 2곳을 택하는 경우의 수는

$${}_5C_2 \times {}_3C_2 = 30$$

(ii) 유적지를 3곳 택하는 경우

유적지 3곳, 박물관 1곳을 택하는 경우의 수는

$${}_5C_3 \times {}_3C_1 = 30$$

(iii) 유적지를 4곳 택하는 경우

유적지 4곳을 택하고 박물관을 택하지 않는 경우의 수는

$${}_5C_4 \times {}_3C_0 = 5$$

따라서 구하는 경우의 수는 $30 + 30 + 5 = 65$

210. **정답** 21

출발 지점에서 도착 지점까지 한 번에 한 칸씩 건너면 7번을 건너야 하므로

두 칸을 건너는 수가 0인 경우 : ${}_7C_0 = 1$

두 칸을 건너는 수가 1인 경우 : ${}_6C_1 = 6$

두 칸을 건너는 수가 2인 경우 : ${}_5C_2 = 10$

두 칸을 건너는 수가 3인 경우 : ${}_4C_3 = 4$

따라서 구하는 방법의 수는 $1 + 6 + 10 + 4 = 21$

211. **정답** 36

각 단의 높이는 0.5m이므로 단의 개수는 $4 \div 0.5 = 8$

(i) 폭이 1m인 단 6개와 2m인 단 2개로 구조물을 설계하는 방법의 수는 ${}_8C_6 \times {}_2C_2 = 28$

(ii) 폭이 1m인 단 7개와 3m인 단 1개로 구조물을 설계하는 방법의 수는 ${}_8C_7 \times {}_1C_1 = 8$

(i), (ii)에서 구하는 방법의 수는 $28 + 8 = 36$

212. **정답** (1) 21 (2) 24

(1) 2를 제외한 나머지 7개 공 중에서 2개의 공을 꺼내는 경우의 수와 같으므로

$${}_7C_2 = 21$$

(2) 짝수가 적혀 있는 4개의 공 중에서 1개를 꺼내는 경우의 수는

$${}_4C_1 = 4$$

홀수가 적혀 있는 4개의 공 중에서 2개를 꺼내는 경우의 수는

$${}_4C_2 = 6$$

따라서 구하는 경우의 수는 곱의 법칙에 의하여

$$4 \times 6 = 24$$

213. **정답** (1) 181 (2) 281 (3) 풀이 참조

(1) 여학생 4명, 남학생 2명을 뽑는 경우의 수는

$${}_6C_4 \times {}_5C_2 = 15 \times 10 = 150$$

여학생 5명, 남학생 1명을 뽑는 경우의 수는

$${}_6C_5 \times {}_5C_1 = 6 \times 5 = 30$$

여학생 6명, 남학생 0명을 뽑는 경우의 수는

$${}_6C_6 \times {}_5C_0 = 1 \times 1 = 1$$

따라서 여학생을 4명 이상으로 뽑는 경우의 수는 합의 법칙에 의하여 $150 + 30 + 1 = 181$

(2) 여학생 3명, 남학생 3명을 뽑는 경우의 수는

$${}_6C_3 \times {}_5C_3 = 20 \times 10 = 200$$

여학생 2명, 남학생 4명을 뽑는 경우의 수는

$${}_6C_2 \times {}_5C_4 = 15 \times 5 = 75$$

여학생 1명, 남학생 5명을 뽑는 경우의 수는

$${}_6C_1 \times {}_5C_5 = 6 \times 1 = 6$$

따라서 여학생을 3명 이상으로 뽑는 경우의 수는 합의 법칙에 의하여 $200 + 75 + 6 = 281$

(3) 전체 학생 11명에서 대표로 참여할 6명의 학생을 뽑는 경우의 수는 ${}_{11}C_6 = 462$

여학생을 4명 이상으로 뽑는 경우의 수는 전체 학생 11명 중 학교

축제에 대표로 참여할 6명의 학생을 뽑는 경우의 수에서 여학생을 3명 이하로 뽑는 경우의 수를 빼면 된다.

214. **정답** (1) 84 (2) 50

215. **정답** (1) 35 (2) 36

216. **정답** (1) 28 (2) 30

217. **정답** 21

서하와 수지를 제외한 7명 중에서 2명을 뽑으면 되므로 구하는 방법의 수는 ${}_7C_2 = 21$

218. **정답** 150

2개의 텐트를 A, B라고 하자. 텐트 A에 어른 1명, 텐트 B에 어른 2명이 들어가는 방법의 수는 ${}_3C_1 \times {}_2C_2 = 3$

(i) 텐트 A에 어린이 2명, 텐트 B에 어린이 3명이 들어가는 경우의 수는 ${}_5C_2 \times {}_3C_3 = 10$

(ii) 텐트 A에 어린이 3명, 텐트 B에 어린이 2명이 들어가는 경우의 수는 ${}_5C_3 \times {}_2C_2 = 10$

(iii) 텐트 A에 어린이 4명, 텐트 B에 어린이 1명이 들어가는 경우의 수는 ${}_5C_4 \times {}_1C_1 = 5$

(i)~(iii)에서 텐트 A에 어른 1명, 텐트 B에 어른 2명을 나누어 캠핑하는 방법의 수는 $3 \times (10 + 10 + 5) = 75$

같은 방법으로 텐트 A에 어른 2명, 텐트 B에 어른 1명을 나누어 캠핑하는 경우의 수도 75이므로 구하는 경우의 수는 $75 + 75 = 150$

219. **정답** 10

220. **정답** 28

구하는 경우의 수는 1, 2가 적힌 공 2개를 제외한 나머지 8개의 공 중에서 2개의 공을 꺼내는 경우의 수와 같으므로

$${}_8C_2 = \frac{8 \times 7}{2 \times 1} = 28$$

221. **정답** 192

희주와 은비 중에서 선발할 한 사람을 택하는 경우의 수는 ${}_2C_1 = 2$

희주와 은비를 제외한 나머지 4명 중에서 선발할 3명을 택하는 경우의 수는

$${}_4C_3 = {}_4C_1 = 4$$

선발할 4명의 계주 순서를 정하는 경우의 수는 $4! = 24$

따라서 구하는 경우의 수는

$$2 \times 4 \times 24 = 192$$

[다른 풀이]

6명 중에서 4명을 선발하여 계주 순서를 정하는 경우의 수는

$${}_6P_4 = 360$$

희주와 은비 두 사람을 모두 선발하는 경우의 수는

$${}_4C_2 \times 4! = 144$$

희주와 은비 두 사람을 모두 선발하지 않는 경우의 수는

$${}_4P_4 = 4! = 24$$

따라서 구하는 경우의 수는

$$360 - 144 - 24 = 192$$

222. **정답** 120

음료 9종류 중에서 서로 다른 4잔을 구매하는 경우의 수는 ${}_9C_4 = 126$

과일주스만 4잔 구매하는 경우의 수는 ${}_5C_4 = 5$

차만 4잔 구매하는 경우의 수는 ${}_4C_4 = 1$

따라서 구하는 경우의 수는 $126 - (5 + 1) = 120$

223. **정답** 80

대표 3명을 뽑는 경우의 수는

$${}_9C_3 = \frac{9 \times 8 \times 7}{3 \times 2 \times 1} = 84$$

남학생 4명 중에서 대표 3명을 뽑는 경우의 수는

$${}_4C_3 = \frac{4 \times 3 \times 2}{3 \times 2 \times 1} = 4$$

따라서 구하는 경우의 수는 $84 - 4 = 80$

224. **정답** 74

서로 다른 세 수를 선택하는 경우의 수는 ${}_9C_3 = 84$

홀수 5개 중에서 서로 다른 홀수 3개를 선택하면 세 수의 곱이 홀수가 되므로 그 경우의 수는 ${}_5C_3 = 10$

따라서 구하는 경우의 수는 $84 - 10 = 74$

225. **정답** 65

226. **정답** 120

$${}_5C_4 \times 4! = 5 \times 24 = 120$$

227. **정답** 120

공통으로 수강 신청하는 1과목을 선택하는 경우의 수는 ${}_6C_1 = 6$

나머지 5개의 선택 과목 중 두 학생이 서로 다른 과목을 1개씩

선택하는 경우의 수는 ${}_5P_2 = 5 \times 4 = 20$

따라서 구하는 경우의 수는 $6 \times 20 = 120$

228. [정답] 432

수학 체험 2가지를 고르는 방법의 수는 ${}_4C_2 = 6$
과학 체험 2가지를 고르는 방법의 수는 ${}_3C_2 = 3$
체험하는 순서를 정하는 경우의 수는 $4! = 24$
따라서 구하는 방법의 수는 $6 \times 3 \times 24 = 432$

229. [정답] 180

도, 레, 미, 파, 솔 중에서 서로 다른 3개의 음을 택하여 일렬로 나열하는 경우의 수는
 ${}_5P_3 = 5 \times 4 \times 3 = 60$
나열한 3개의 음 중에서 2분음표인 음을 정하는 경우의 수는
 ${}_3C_1 = 3$
따라서 만들 수 있는 서로 다른 마디의 개수는
 $60 \times 3 = 180$

230. [정답] 288

A와 B가 투숙할 층을 고르는 경우의 수는
 ${}_2C_1 = 2$
선택한 층의 3개의 객실 중에서 A, B가 투숙할 객실을 정하는 경우의 수는 ${}_3P_2 = 6$
나머지 4개의 객실 중에서 남은 세 사람이 투숙할 객실을 정하는 경우의 수는 ${}_4P_3 = 24$
따라서 구하는 경우의 수는
 $2 \times 6 \times 24 = 288$

231. [정답] 2268

(i) $a > b$ 이고 $c < d$ 인 경우 : 0부터 9까지의 수 중에서 2개를 택하여 큰 수부터 차례대로 a, b의 값을 정하고, a, b의 값을 제외한 8개의 수 중에서 2개를 택하여 큰 수부터 차례대로 d, c의 값을 정해야 하므로 ${}_{10}C_2 \times {}_8C_2 = 45 \times 28 = 1260$
(ii) $a < b$ 이고 $c > d$ 인 경우 : 1부터 9까지의 수 중에서 2개를 택하여 작은 수부터 차례대로 a, b의 값을 정하고, a, b의 값을 제외한 8개의 수 중에서 2개를 택하여 작은 수부터 차례대로 d, c의 값을 정해야 하므로 ${}_9C_2 \times {}_8C_2 = 36 \times 28 = 1008$
(i), (ii)에서 구하는 수의 개수는 $1260 + 1008 = 2268$

232. [정답] ③

5의 배수인 어떤 자연수의 일의 자리 수는 0 또는 5이다.
e는 1부터 9까지의 자연수이고 다섯 자리 자연수 abcde가 5의 배수이므로 $e = 5$
두 조건 $a > b > c$, $c < d < e$ 에 공통으로 c가 있으므로 c를 기준으로 a, b, d의 값을 구한다.
 $e = 5$ 이므로 $c < d < 5$ 가 성립하려면 $c = 1$ 또는 $c = 2$ 또는 $c = 3$
즉 구하는 자연수의 개수는 c의 값에 따라 다음과 같이 구한다.

(i) $c = 1$ 인 경우

$1 < d < 5$, $a > b > 1$ 이므로 $d = 2$ 또는 $d = 3$ 또는 $d = 4$
① $d = 2$ 일 때 : a와 b는 각각 3, 4, 6, 7, 8, 9중 하나이므로 이 중에서 두 개를 택하는 경우의 수는
 ${}_6C_2 = \frac{6 \times 5}{2 \times 1} = 15$
② $d = 3$ 일 때 : a와 b는 각각 2, 4, 6, 7, 8, 9중 하나이므로 이 중에서 두 개를 선택하는 경우의 수는
 ${}_6C_2 = 15$
③ $d = 4$ 일 때 : a와 b는 각각 2, 3, 6, 7, 8, 9중 하나이므로 이 중에서 두 개를 선택하는 경우의 수는
 ${}_6C_2 = 15$
즉 ①, ②, ③을 만족시키는 자연수의 개수는 $3 \times 15 = 45$

(ii) $c = 2$ 인 경우

$2 < d < 5$, $a > b > 2$ 이므로 $d = 3$ 또는 $d = 4$
① $d = 3$ 일 때 : a와 b는 각각 4, 6, 7, 8, 9중 하나이므로 이 중에서 두 개를 선택하는 경우의 수는
 ${}_5C_2 = \frac{5 \times 4}{2 \times 1} = 10$
② $d = 4$ 일 때 : a와 b는 각각 3, 6, 7, 8, 9중 하나이므로 이 중에서 두 개를 선택하는 경우의 수는
 ${}_5C_2 = 10$
즉 ①, ②를 만족시키는 자연수의 개수는 $2 \times 10 = 20$

(iii) $c = 3$ 인 경우

$3 < d < 5$, $a > b > 3$ 이므로 $d = 4$ 이고
a와 b는 각각 6, 7, 8, 9중 하나이므로
이 중에서 두 개를 선택하는 경우의 수는 ${}_4C_2 = \frac{4 \times 3}{2 \times 1} = 6$
즉 자연수의 개수는 $1 \times 6 = 6$

(i)~(iii)의 경우는 동시에 일어날 수 없으므로 합의 법칙에 의하여 구하는 경우의 수는 $45 + 20 + 6 = 71$

233. [정답] 16

7개의 점 중에서 2개의 점을 택하는 경우의 수는 ${}_7C_2$
반원의 지름 부분에 있는 4개의 점 중에서 2개의 점을 택하는 경우의 수는 ${}_4C_2$
따라서 서로 다른 직선의 개수는
 ${}_7C_2 - {}_4C_2 + 1 = 21 - 6 + 1 = 16$

234. [정답] 18

직선 l 위의 3개의 점 중에서 2개를 택하고, 직선 m 위의 4개의 점 중에서 2개를 택하면 두 선분이 만나는 경우는 한 가지이므로 구하는 경우의 수는
 ${}_3C_2 \times {}_4C_2 = 18$

235. [정답] ④

236. [정답] 15

7개의 점에서 2개의 점을 택하는 경우의 수는 ${}_7C_2 = 21$
 일직선 위에 있는 4개의 점 중에서 2개를 택하는 경우의 수는 ${}_4C_2 = 6$
 이때 일직선 위에 있는 점으로 만들 수 있는 직선은 1개이므로
 구하는 직선의 개수는 $a = 21 - 6 + 1 = 16$
 7개의 점에서 3개의 점을 택하는 경우의 수는 ${}_7C_3 = 35$
 일직선 위에 있는 4개의 점 중에서 3개를 택하는 경우의 수는
 ${}_4C_3 = {}_4C_1 = 4$
 이때 일직선 위에 있는 점으로는 삼각형을 만들 수 없으므로
 구하는 삼각형의 개수는 $b = 35 - 4 = 31$
 따라서 $b - a = 15$ 이다.

237. [정답] 34

삼각형을 만들기 위해서는 서로 다른 점 7개 중에서 3개를 택해야
 한다. 이때 택하는 점의 순서는 고려하지 않으므로 그 경우의 수는
 ${}_7C_3 = 35$
 한편 반원의 지름 위에 있는 점 3개를 택하는 경우의 1가지는
 삼각형이 되지 않는다.
 따라서 구하는 삼각형의 개수는 $35 - 1 = 34$

238. [정답] ①

239. [정답] 110

서로 다른 10개의 점 중에서 3개의 점을 택하는 경우의 수는
 ${}_{10}C_3 = \frac{10 \times 9 \times 8}{3 \times 2 \times 1} = 120$
 세 점이 있는 변에서 3개의 점을 택하는 경우의 수는
 $2 \times {}_3C_3 = 2$
 네 점이 있는 변에서 3개의 점을 택하는 경우의 수는
 $2 \times {}_4C_3 = 8$
 따라서 만들 수 있는 삼각형의 개수는
 $120 - 2 - 8 = 110$

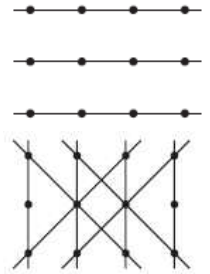
240. [정답] 24

241. [정답] 40

원 위의 3개의 점을 연결하여 만든 삼각형이 직각삼각형이 되려면
 삼각형의 한 변이 원의 지름이어야 한다.
 원의 지름을 택하는 경우의 수는 5, 각각의 경우에 대하여 지름의 양
 끝점을 제외한 8개의 점 중에서 1개를 택하는 경우의 수는 ${}_8C_1 = 8$
 따라서 구하는 경우의 수는
 $5 \times 8 = 40$

242. [정답] 200

삼각형이 되려면 점 12개 중에서 점 3개를 택해야 하므로 그 경우의
 수는 ${}_{12}C_3 = 220$
 그런데 한 직선 위에 점 3개가 있는 경우에는 삼각형이 되지 않는다.
 (i) 한 직선 위의 점 4개 중에서
 점 3개를 택하는 경우의 수는
 $3 \times {}_4C_3 = 12$
 (ii) 한 직선 위의 점 3개 중에서
 점 3개를 택하는 경우의 수는
 $8 \times {}_3C_3 = 8$
 (i)과 (ii)에서 점 3개를 택하여 삼각형이
 되지 않는 경우의 수는 $12 + 8 = 20$
 따라서 구하는 삼각형의 개수는
 $220 - 20 = 200$



243. [정답] 18

244. [정답] 30

245. [정답] 60

246. [정답] 150

247. [정답] 150

248. [정답] 126

249. [정답] (1) 10 (2) 5

250. [정답] (1) 15 (2) 10 (3) 풀이 참조

(1) ${}_6C_2 \times {}_4C_4 = 15 \times 1 = 15$

(2) ${}_6C_3 \times {}_3C_3 \times \frac{1}{2!} = 20 \times 1 \times \frac{1}{2} = 10$

(3) (예) 2개의 조의 인원이 같은 경우에는 2개의 조를 일렬로
 나열하는 경우의 수를 곱한 값만큼 경우의 수가 중복되어 나오므로
 $2!$ 로 나누어야 한다.

251. [정답] (1) 35 (2) 15 (3) 3150

(1) 7개의 층 중에서 3개의 층을 택하는 경우의 수는 ${}_7C_3 = 35$

(2) 6명을 2명씩 3개의 조로 나누는 경우의 수는

${}_6C_2 \times {}_4C_2 \times {}_2C_2 \times \frac{1}{3!} = 15 \times 6 \times 1 \times \frac{1}{6} = 15$

(3) 2명씩 3개의 층에서 6명이 모두 내리는 경우의 수는 2명씩 나눈
 3개의 조를 일렬로 배열하는 경우의 수와 같으므로

$$35 \times 15 \times 3! = 525 \times 6 = 3150$$

252. 정답 30

크기가 다른 두 상자에 나누어 담는 아이스크림의 개수를 순서쌍으로 나타내면

$$(1, 4), (2, 3), (3, 2), (4, 1)$$

따라서 구하는 방법의 수는

$$\begin{aligned} & {}_5C_1 \times {}_4C_4 + {}_5C_2 \times {}_3C_3 + {}_5C_3 \times {}_2C_2 + {}_5C_4 \times {}_1C_1 \\ &= 5 + 10 + 10 + 5 = 30 \end{aligned}$$

253. 정답 1260

$${}_9C_2 \times {}_7C_3 \times {}_4C_4 = 1260$$

254. 정답 27

(i) 놀이기구 B, C에 어린이가 각각 1명씩 탈 때, 놀이기구

A, B, C에 타는 어른의 수를 순서쌍 (A, B, C)로 나타내면

$$(0\text{명}, 1\text{명}, 2\text{명}) \rightarrow {}_3C_1 \times {}_2C_2 = 3$$

$$(1\text{명}, 1\text{명}, 1\text{명}) \rightarrow {}_3C_1 \times {}_2C_1 \times {}_1C_1 = 6$$

따라서 어린이가 바뀌 타는 경우를 생각하면

$$2! \times (3 + 6) = 18$$

(ii) 놀이기구 C에 어린이가 2명 탈 때,

놀이기구 A, B, C에 타는 어른의 수를 순서쌍

(A, B, C)로 나타내면

$$(0\text{명}, 2\text{명}, 1\text{명}) \rightarrow {}_3C_2 \times {}_1C_1 = 3$$

$$(1\text{명}, 1\text{명}, 1\text{명}) \rightarrow {}_3C_1 \times {}_2C_1 \times {}_1C_1 = 6$$

따라서 $3 + 6 = 9$

(i), (ii)에서 구하는 방법의 수는

$$18 + 9 = 27$$

255. 정답 360

첫 번째 또는 네 번째 세로줄에 초록색 타일 2장을 붙이는 방법의 수는

$${}_4C_2 \times {}_2C_1 \times {}_3C_1 \times {}_3C_1 \times 2 = 216$$

두 번째 또는 세 번째 세로줄에 초록색 타일 2장을 붙이는 방법의 수는

$${}_4C_2 \times {}_2C_1 \times {}_2C_1 \times {}_3C_1 \times 2 = 144$$

따라서 구하는 방법의 수는 $216 + 144 = 360$

