# 03 통계

## 이산확률분포(STEP1)

**1.** 다음 확률변수 중 이산확률변수인 것을 모두 고르면?(정답 2개)

① 우리 반 학생들의 몸무게
② 어느 책의 한 쪽 당 오타의 수
③ $A$ 고등학교 학생들의 머리 둘레
④ $B$ 지역 주민들이 소유한 자동차의 주행 거리
⑤ 주사위 1개를 한 번 던지는 시행에서 나오는 눈의 수

**2.** 빨간 공 2개와 파란 공 3개 중에서 임의로 2개의 공을 동시에 택할 때, 택한 파란 공의 개수를 확률변수 $X$라 하자. 확률변수 $X$에 대한 설명으로 옳지 않은 것은??[3.7점]

① 확률변수 $X$는 이산확률변수이다.
② 확률변수 $X$에 대하여 $E(X)=\frac{13}{10}$이다.
③ 파란 공을 2개 택하는 확률은 $\frac{3}{10}$이다.
④ 파란 공을 1개 이상 택할 확률은 $\frac{9}{10}$이다.
⑤ 확률변수 $X$가 가질 수 있는 값은 0, 1, 2이다.

**3.** 다음 [보기] 중 연속확률변수에 해당하는 것만을 모두 고른 것은? [3.4점]

[보 기]

ㄱ. 성남시에 일년 동안 내리는 강수량
ㄴ. 어느 공장에서 생산된 전구 중 불량품의 개수
ㄷ. 파란 공 2개와 빨간 공 3개가 들어 있는 주머니에서 임의로 3개의 공을 꺼낼 때 파란 공의 개수
ㄹ. 10분 간격으로 도착하는 어느 버스를 기다리는 시간을 측정하는 시행에서 버스를 기다리는 시간

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄹ
④ ㄱ, ㄴ, ㄹ ⑤ ㄴ, ㄷ, ㄹ

**4.** 남학생 6명과 여학생 4명으로 구성된 과학 탐구반에서 다음 날 실험 준비를 할 3명의 학생을 임의로 뽑을 때, 뽑힌 여학생의 수를 확률변수 $X$라 하자. 이때, $X$가 가질 수 없는 값은? [3.7점]

① 0 ② 1 ③ 2
④ 3 ⑤ 4

**5.** $-1,\ 0,\ 1,\ 2$가 각각 적힌 공 4개가 들어 있는 주머니에서 임의로 공 2개를 동시에 꺼낸다. 이 때, 나오는 두 수의 곱을 확률변수 $X$라고 할 때, 확률 $P(X=-1)+P(X=2)$의 값은? [3.6점]

① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{3}$
④ $\frac{2}{5}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

**6.** 확률변수 $X$의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

| $X$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 합계 |
|---|---|---|---|---|---|
| $P(X=x)$ | $\frac{1}{4}$ | $3a$ | $\frac{1}{4}$ | $a$ | 1 |

$P(2<X\le 4)$의 값은? (단, $a$는 상수이다.)[3.7점]

① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{3}{8}$
④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{5}{8}$

**7.** 확률변수 $X$의 확률분포가 다음 표와 같을 때, 확률 $P(X\ge 2)$의 값은? [3.5점]

| $X$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 합계 |
|---|---|---|---|---|---|
| $P(X=x)$ | $\frac{1}{10}$ | $\frac{1}{5}$ | $\frac{3}{10}$ | $\frac{2}{5}$ | 1 |

① $\frac{3}{10}$ ② $\frac{2}{5}$ ③ $\frac{1}{2}$
④ $\frac{3}{5}$ ⑤ $\frac{7}{10}$

**8.** 확률변수 $X$의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

| $X$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 합계 |
|---|---|---|---|---|---|
| $P(X=x)$ | $\frac{1}{6}$ | $a$ | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{12}$ | 1 |

확률변수 $10X+2$의 평균은?(단, $a$는 상수이다.)(3.6점)

① 21 ② 23 ③ 25
④ 27 ⑤ 29

**9.** 확률변수 $X$의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

| $X$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 합계 |
|---|---|---|---|---|---|
| $P(X=x)$ | $\frac{1}{4}$ | $a$ | $\frac{1}{4}$ | $3a$ | 1 |

$P(1<X\le 4)$의 값은? (단, $a$는 상수이다.) [4.4점]

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{5}{8}$
④ $\frac{3}{4}$ ⑤ $\frac{7}{8}$

**10.** 이산확률변수 $X$의 확률분포가 다음 표와 같을 때, 확률변수 $Y=aX+b$에 대하여 $E(Y)=8,\ \sigma(Y)=6$이다. 상수 $a,\ b$에 대하여 $a^2+b^2$의 값은? (단, $a>0$이다.) [4.6점]

| $X$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 합계 |
|---|---|---|---|---|---|
| $P(X=x)$ | $\frac{1}{3}$ | $\frac{1}{5}$ | $\frac{1}{5}$ | $\frac{4}{15}$ | 1 |

① 25 ② 26 ③ 27
④ 28 ⑤ 29

**11.** 확률변수 $X$의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

| $X$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 합계 |
|---|---|---|---|---|---|
| $P(X=x)$ | $\frac{1}{8}$ | $a$ | $\frac{1}{4}$ | $b$ | 1 |

$P(X<2)=\frac{5}{8}$일 때, 다음 값들을 구하시오. (단, $a$, $b$는 상수이다.) [6점]

(1) $a=$ [2점]

(2) $b=$ [2점]

(3) $V(8X-5)=$ [2점]

**12.** 확률변수 $X$의 확률분포표에서 $E(X)=\frac{17}{6}$일 때, $a+b$ 의 값은?
(단, $a$,$b$는 상수이다) [3.1점]

| $X$ | 1 | 2 | $a$ | 6 | 합계 |
|---|---|---|---|---|---|
| $P(X=x)$ | $\frac{1}{6}$ | $\frac{1}{3}$ | $\frac{1}{3}$ | $b$ | 1 |

① $\frac{5}{2}$ ② $\frac{19}{6}$ ③ $\frac{13}{3}$
④ $\frac{25}{6}$ ⑤ $\frac{11}{2}$

**13.** 확률변수 $X$의 확률분포를 나타낸 표이다. $P(X>0)$의 값은?(단, $a$는 상수이다) [3.0점]

| $X$ | $-1$ | 0 | 1 | 합계 |
|---|---|---|---|---|
| $P(X=x)$ | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{3}$ | $a$ | 1 |

① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$
④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

**14.** 확률변수 $X$에 대하여 $E(X)=10$, $V(X)=4$일 때, $E(-\frac{1}{2}X+7)+V(2X-4)$의 값은? [4.2점]

① 12 ② 14 ③ 16
④ 18 ⑤ 20

**15.** 확률변수 $X$에 대하여 $E(X)=5$일 때, $E(2X+1)$의 값은?

① 10 ② 11 ③ 15
④ 20 ⑤ 21

**16.** 이산확률변수 $X$에 대하여 $E(X)=10$, $V(X)=4$이다. 이산확률변수 $Y=3X-2$에 대하여 $E(Y)=a$, $V(Y)=b$라 할 때, 상수 $a$, $b$에 대하여 $b-a$의 값은? [4.6점]

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

**17.** 확률변수 $X$에 대하여 $E(3X-1)=5, V(3X-1)=9$일 때 $E(X^2)$의 값은?(3.4점)

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

**18.** 확률변수 $X$에 대하여 $\mathrm{E}(2X+1)=5$, $\mathrm{V}(2X+1)=16$일 때, $\mathrm{E}(X^2)$의값은?[4.8점]

① 6 ② 8 ③ 10 ④ 12 ⑤ 14

**19.** 이산확률변수 $X$의 평균은 5이고 분산은 9일 때, 확률변수 $Y=aX+b$의 평균은 17이고 분산은 81이다. 두 양수 $a$, $b$에 대하여 $a+b$의 값은? [4.5점]

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 10

**20.** 확률변수 $X$의 평균이 10, 분산이 16일 때, $E(2X-1)=a$, $\sigma(2X-1)=b$라 하자. $a+b$의 값은? [3.7점]

① 23 ② 24 ③ 25 ④ 26 ⑤ 27

**21.** 확률변수 $X$에 대하여 $E(X)=-3$, $V(X)=4$일 때, $E(X+1)+V(-2X+3)$의 값은? [3.4점]

① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

**22.** 이산확률변수 $X$가 가질 수 있는 값이 10이하의 모든 자연수이고 $P(X \le x) = ax$를 만족시킬 때, $P(X^2 - 7X + 12 = 0)$의 값은? [4.0점]

① $\frac{1}{20}$ ② $\frac{1}{10}$ ③ $\frac{1}{5}$
④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

**23.** 100원짜리 동전 3개를 동시에 던질 때, 앞면이 나오는 개수를 확률변수 $X$라고 하자. 이때, $P(X \le 2)$의 값은? [4.4점]

① $\frac{3}{8}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{5}{8}$
④ $\frac{3}{4}$ ⑤ $\frac{7}{8}$

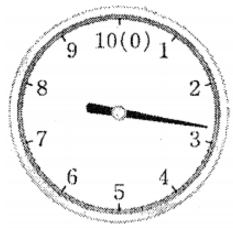
**24.** 열쇠 4개와 이 중 하나에 맞는 잠긴 자물쇠 1개가 있다. 열쇠 4개 중에서 임의로 1개를 택하여 잠긴 자물쇠를 열 때, 자물쇠가 열릴 때까지 확인한 열쇠의 개수를 $X$라 하자. $\mathrm{E}(10X+5)$의 값은? [4.9점]

① 15 ② 20 ③ 25
④ 30 ⑤ 35

**25.** 남학생 5명과 여학생 4명으로 구성된 과학 탐구반에서 실험 준비를 할 3명의 학생을 임의로 뽑을 때, 뽑힌 남학생의 수를 확률변수 $X$라 하자. $\mathrm{P}(X \ge 1)$의 값은? [4.5점]

① $\frac{2}{3}$ ② $\frac{5}{7}$ ③ $\frac{16}{25}$
④ $\frac{6}{7}$ ⑤ $\frac{20}{21}$

**26.** 다음 그림과 같이 일정한 간격으로 눈금이 정해진 원판의 중심을 축으로 하여 자유롭게 회전할 수 있는 바늘이 장치되어 있다고 할 때, 이 바늘을 회전시켜 저절로 멈춘 곳의 눈금을 확률변수 $X$라 하자.
$P(3 \le X \le 6) = \frac{b}{a}$ (단, $a$, $b$는 서로소인 자연수) 일 때, $a+b$의 값은? [3.7점]




① 13 ② 14 ③ 15
④ 16 ⑤ 17

**27.** 주머니 속에 2, 4, 6, 8의 숫자가 각각 하나씩 적힌 4장의 카드가 들어 있다. 이 중에서 임의로 1장을 꺼낼 때, 꺼낸 카드에 적힌 수를 확률변수 $X$라 하자. 이때, $E(X)+V(X)$의 값은? [3.7점]

① 10 ② 11 ③ 12
④ 13 ⑤ 14

**28.** [서술형 4] 확률변수 $X$의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다. $\mathrm{E}(X)=0.250$이고 $Y=10X-2.25$일 때, 다음 물음에 답하시오.

| $X$ | 0.125 | 0.225 | 0.325 | 합계 |
|---|---|---|---|---|
| $\mathrm{P}(X=x)$ | $\frac{1}{4}$ | $a$ | $b$ | 1 |

(1) $\mathrm{E}(Y)$, $\mathrm{V}(Y)$의 값을 구하고 그 과정을 서술하시오. [6.0점]

(2) $\mathrm{V}(Y)$를 이용하여 $\mathrm{V}(X)$를 구하고 그 과정을 서술하시오. [2.0점]

**29.** 불량품 2개를 포함하여 7개의 제품이 들어 있는 상자에서 임의로 2개의 제품을 동시에 뽑아 나오는 불량품의 개수를 확률변수 $X$라 할 때, 다음 물음에 답하시오. [총10.0점]

1－1. 확률변수 $X$의 확률분포를 표로 나타내고 그 과정을 서술하시오. [6.0점]

1－2. $E(7X+1)$, $V(X)$의 값을 각각 구하고 그 과정을 서술하시오. [4.0점]

**30.** 이산확률변수 $X$가 값 $x$를 가질 확률이 $\mathrm{P}(X=x)={}_{n}\mathrm{C}_{x}p^{x}(1-p)^{n-x}$ (단, $x=0, 1, 2, \cdots, n$이고 $0<p<1$)이다. $\mathrm{E}(X)=90$, $\mathrm{V}(X)=36$일 때, $\mathrm{E}(2X-n)$의 값은? (단, $n$은 자연수이다.) [4.5점]

① 21 ② 24 ③ 27
④ 30 ⑤ 33

**31.** 이산확률변수 $X$의 확률질량함수가

$P(X=x)=\dfrac{k}{x^2-1}$ $(x=2, 3, 4, \cdots, 9)$

일 때, 상수 $k$의 값은? [4.8점]

① $\frac{44}{29}$ ② $\frac{45}{29}$ ③ $\frac{46}{29}$ ④ $\frac{47}{29}$ ⑤ $\frac{48}{29}$

**32.** 이산확률변수 $X$의 확률질량함수가

$$\mathrm{P}(X=x)=\begin{cases}\dfrac{1}{7} & (x=2)\\ \dfrac{2}{7} & (x=-1, 0, 1)\end{cases}$$

일 때, $\mathrm{P}(1 \le X \le 2)$의 값은?[4.3점]

① $\frac{1}{7}$ ② $\frac{2}{7}$ ③ $\frac{3}{7}$ ④ $\frac{4}{7}$ ⑤ $\frac{5}{7}$

**33.** 이산확률변수 $X$의 확률질량함수가

$\mathrm{P}(X=x)=k\left(\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{x+1}\right)$ $(x=2, 3, 4, \cdots, 11)$

일 때, 상수 $k$의 값은?[4.8점]

① $\frac{8}{5}$ ② 2 ③ $\frac{12}{5}$ ④ 3 ⑤ $\frac{16}{5}$

**34.** 이산확률변수 $X$의 확률질량함수가

$\mathrm{P}(X=x)=\dfrac{x}{6}$ $(x=1, 2, 3)$일 때, $\mathrm{E}(\mathrm{X})$의 값은? [4.1점]

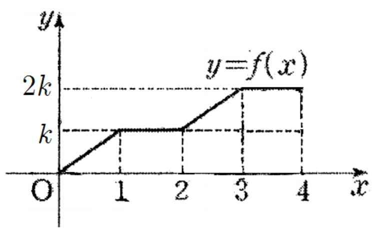
① $\frac{4}{3}$ ② $\frac{5}{3}$ ③ 2 ④ $\frac{7}{3}$ ⑤ $\frac{8}{3}$

**35.** 확률변수 $X$의 확률질량함수가

$P(X=x)=\dfrac{k}{5^x}$ $(x=0, 1, 2)$일 때, 상수 $k$의 값은? [3.3점]

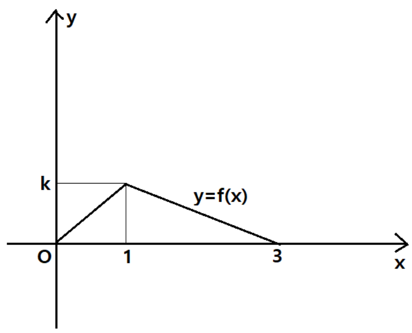
① $\frac{5}{31}$ ② $\frac{10}{31}$ ③ $\frac{15}{31}$ ④ $\frac{20}{31}$ ⑤ $\frac{25}{31}$

**36.** 연속확률변수 $X$가 갖는 값의 범위가 $0 \le x \le 4$이고, 확률밀도함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같을 때, $P(2<x<4)=\frac{q}{p}$ ($p$, $q$는 서로소인 자연수)에 대하여 $p+q$의 값은? [4.3점]




① 14 ② 15 ③ 16
④ 17 ⑤ 18

**37.** 연속확률변수 $X$의 확률밀도함수 $f(x)$의 그래프가 그림과 같을 때, $\mathrm{P}(2 \le X \le 3)$의 값은? [4.4점]




① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$
④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

**38.** 연속확률변수 $X$의 확률밀도함수가 $f(x)=kx$ $(0 \le x \le 2)$일 때, $\mathrm{P}\left(\frac{1}{2} \le X \le \frac{3}{2}\right)$의 값은? (단, $k$는 상수이다.) [4.6점]

① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{1}{6}$ ③ $\frac{1}{4}$
④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

**39.** 연속확률변수 $X$의 확률밀도함수가 $f(x)=kx$ $(0 \le x \le 6)$일 때, 상수 $k$의 값은? [3.7점]

① $\frac{1}{18}$ ② $\frac{1}{16}$ ③ $\frac{1}{14}$
④ $\frac{1}{12}$ ⑤ $\frac{1}{10}$

## 이산확률분포(STEP2)

**40.** 확률변수 $X$의 확률질량함수가

$\mathrm{P}(X=x)=\dfrac{k}{(2x-1)(2x+1)}$ $(x=1,\ 2,\ 3,\ \cdots,\ 10)$

일 때, $\mathrm{P}(X=3)$는? (단, $k$는 상수이다.) [4.4점]

① $\dfrac{3}{50}$ ② $\dfrac{3}{25}$ ③ $\dfrac{9}{50}$
④ $\dfrac{6}{25}$ ⑤ $\dfrac{3}{10}$

**41.** 이산확률변수 $X$의 확률질량함수가

$$P(X=x)=\begin{cases}\dfrac{1}{7}\ (x=-2,0,2)\\ \dfrac{2}{7}\ (x=-1,1)\end{cases}$$

일 때, $P(0\le X\le 2)$의 값은? [3.4점]

① $\dfrac{2}{7}$ ② $\dfrac{3}{7}$ ③ $\dfrac{4}{7}$
④ $\dfrac{5}{7}$ ⑤ $\dfrac{6}{7}$

**42.** 이산확률변수 $X$의 확률질량함수가

$P(X=x)=\dfrac{k}{x(x+2)}$(단, $x=1,2,3,4,5$)일 때, $E(X)$의 값은? [3.7점]

① $\dfrac{453}{250}$ ② $\dfrac{91}{50}$ ③ $\dfrac{457}{250}$
④ $\dfrac{459}{250}$ ⑤ $\dfrac{461}{250}$

**43.** 확률변수 $X$의 확률질량함수가

$$P(X=x)=\frac{{}_3\mathrm{C}_x\times{}_3\mathrm{C}_{3-x}}{20}\quad(x=0,1,2,3)$$

일 때, $\displaystyle\sum_{x=1}^{3}(2x+20)P(X=x)$의 값은?

① 22 ② 23 ③ 24
④ 25 ⑤ 26

**44.** 확률변수 $X$의 확률질량함수가

$P(X=k)=\dfrac{a}{\sqrt{2k+1}+\sqrt{2k-1}}$ $(k=1,2,\cdots,9,10)$일 때, 상수 $a$의 값은? [3.5점]

① $\dfrac{\sqrt{21}-1}{20}$ ② $\dfrac{\sqrt{21}}{20}$ ③ $\dfrac{\sqrt{21}+1}{20}$
④ $\dfrac{\sqrt{21}-1}{10}$ ⑤ $\dfrac{\sqrt{21}+1}{10}$

**45.** 확률변수 $X$의 확률질량함수가

$\mathrm{P}(\mathrm{X}=x)=\dfrac{x+2}{10}$ $(x=-1,\ 0,\ 1,\ 2)$이다.

확률변수 $Y=aX+b$ $(a>0)$의 평균이 0이고, 분산이 1이 되도록 하는 상수 $a$, $b$를 각각 구하고, 그 풀이 과정을 서술하시오. [6점]

**46.** 확률변수 $X$의 확률질량함수가

$P(X=x)=\frac{x}{55}$ $(x=1,2,3,\cdots,10)$일 때, $V(X)$의 값은?[4.0점]

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

**47.** 확률변수 $X$의 확률질량함수가

$$P(X=x)=\frac{k}{x(x+1)} \quad (x=1,\ 2,\ 3,\ \cdots,\ 7)$$

일 때, $P(X=7)$의 값은? (단, $k$는 상수이다.) [4.4점]

① $\frac{1}{100}$ ② $\frac{1}{49}$ ③ $\frac{1}{10}$ ④ $\frac{1}{8}$ ⑤ $\frac{1}{4}$

**48.** 확률변수 $X$가 가지는 값이 1, 2, 3, 4이고 확률변수 $X$의 확률질량함수가 $P(X=x)=a+dx$ $(x=1,\ 2,\ 3,\ 4)$이다. $3P(X=1)=P(X=4)$일 때, $P(X\geq 3)$의 값은? (단, $a$, $d$는 상수) [4.3점]

① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{5}{12}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{2}{3}$

**49.** 이산확률변수 $X$가 취할 수 있는 값이 $0,1,2,3$이고 $X$의 확률질량함수가 $P(X=x)=\begin{cases} 2k+\frac{x}{16} & (x=0,1,2) \\ 2k-\frac{x}{16} & (x=3) \end{cases}$ 일 때,

확률 $P(X^2-4X+3\leq 0)$의 값은? (단, $k$는 상수이다.)

① $\frac{1}{16}$ ② $\frac{1}{8}$ ③ $\frac{3}{8}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

**50.** 이산확률변수 $X$가 갖는 값은 1, 2, $\cdots$, 5이고 $X$의 확률질량함수가 $\mathrm{P}(X=i)=p_i(i=1,\ 2,\ \cdots,\ 5)$이다. $p_1$, $p_2$, $\cdots$, $p_5$가 순서대로 공차가 $d$인 등차수열을 이루고 $d=\frac{1}{2}p_1$을 만족할 때, $\mathrm{V}(2X)$의 값은? [4.7점]

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

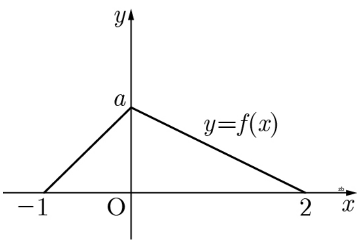
**51.** 연속확률변수 $X$의 범위가 $0 \le X \le 6$이고, 확률변수 $X$의 확률밀도함수 $f(x)$가

$$f(x)=\begin{cases} ax & (0 \le x \le 2) \\ 3a-\frac{a}{2}x & (2 \le x \le 6) \end{cases}$$

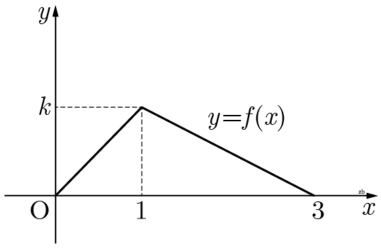
이다. $P(0 \le x \le b)=\frac{5}{6}$일 때, 두 양수 $a$, $b$의 곱 $ab$의 값은? [3.9점]

① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$
④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

**52.** $-1 \le x \le 2$에서 정의된 연속확률변수 $X$의 확률밀도함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같다.
$P(-1 \le X \le 0)=P(b \le X \le 2)$일 때, $3a+b$의 값을 구하시오. (단, $0<b<2$) [6.0점]




**53.** 연속확률변수 $X$가 갖는 값의 범위는 $0 \le X \le 3$이고, $X$의 확률밀도함수 $f(x)$의 그래프는 그림과 같다.
$\mathrm{P}(1 \le X \le a)=\frac{1}{2}$일 때, 상수 $a$의 값은? (단, $k$는 상수)
[5.2점]




① $\frac{5}{4}$ ② $\frac{3}{2}$ ③ $\frac{7}{4}$
④ $2$ ⑤ $\frac{9}{4}$

**54.** $0 \le x \le 6$에서 정의된 연속확률변수 $X$의 확률밀도함수를 $f(x)$라고 할 때, $0 \le x \le 3$인 모든 $x$에 대하여 $f(3-x)=f(3+x)$가 성립한다. $P(0 \le X \le 1)=\frac{1}{3}$일 때, $P(3 \le X \le 5)$의 값은? [3.6점]

① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$
④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

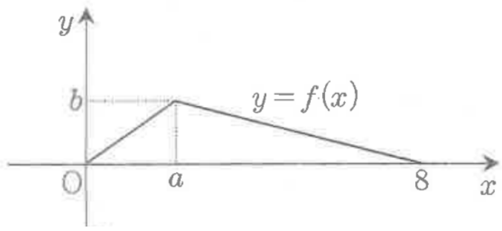
**55.** 연속확률변수 $X$의 확률밀도함수가

$$f(x)=\begin{cases} k(2-x) & (0 \le x \le 2) \\ \frac{k}{3}(x-2) & (2 \le x \le 8) \end{cases}$$

일 때, $\mathrm{P}(4 \le X \le 6)$의 값은? (단, $k$는 상수) [4.2점]

① $\frac{1}{12}$ ② $\frac{1}{6}$ ③ $\frac{1}{4}$
④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{5}{12}$

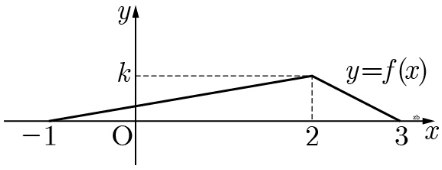
**56.** 연속확률변수 $X$가 갖는 범위는 $0 \le X \le 8$이고, $X$의 확률밀도함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같다.




$P(0 \le X \le a)=\frac{1}{4}$일 때, 두 상수 $a, b$의 합 $a+b$의 값은?

① $\frac{3}{4}$ ② $\frac{8}{5}$ ③ $\frac{9}{4}$
④ $\frac{18}{5}$ ⑤ $\frac{21}{4}$

**57.** $-1 \le x \le 3$에서 정의된 확률변수 $X$의 확률밀도함수 $f(x)$의 그래프가 다음 그림과 같다. $P(0 \le X \le 2)=\frac{b}{a}$라 할 때, $a+b$의 값은? (단, $k$는 상수이고, $a$와 $b$는 서로소인 자연수이다.)




① 3 ② 4 ③ 5
④ 6 ⑤ 7

**58.** 연속확률변수 $X$의 확률밀도함수가

$f(x)=\begin{cases} k+x & (-1 \le x \le 0) \\ k-x & (0 \le x \le 1) \end{cases}$일 때, $\mathrm{P}\left(-\frac{1}{2} \le X \le 0\right)$의 값은? (단, $k$는 상수) [4.0점]

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{3}{8}$ ③ $\frac{1}{2}$
④ $\frac{5}{8}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

**59.** 구간 $[1,\ 16]$의 모든 실수 값을 가지는 연속확률변수 $X$에 대하여 $\mathrm{P}(x \le X \le 2x)=\frac{a}{2}(x+2)$ $(1 \le x \le 8)$가 성립할 때, $\mathrm{P}(2 \le X \le 8)$의 값을 구하고 그 과정을 서술하시오. (단, $a$는 상수이다.) [7.0점]

**60.** 두 이산확률변수 $X$와 $Y$가 가지는 값이 각각 1부터 5까지의 자연수이고

$P(Y=k)=\frac{1}{2}P(X=k)+\frac{1}{10}\,(k=1,2,3,4,5)$이다.

$E(Y)=4$일 때 $E(X)=a$이다. $8a$의 값은?(3.8점)

① 16 ② 24 ③ 32
④ 40 ⑤ 48

**61.** 이산확률변수 $X$의 확률분포가 다음 표와 같을 때, 상수 $a$의 값은? [3.8점]

| $X$ | $-1$ | 0 | 1 | 2 | 합계 |
|---|---|---|---|---|---|
| $\mathrm{P}(X=x)$ | $\frac{1}{4}$ | $a$ | $\frac{1}{12}$ | $\frac{1}{2}$ | 1 |

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{1}{6}$
④ $\frac{1}{7}$ ⑤ $\frac{1}{8}$

**62.** 확률변수 $X$의 확률분포를 나타낸 표이다. $E(X)=1$일 때, $V(7-3X)$의 값은? [3.7점]

| $X$ | 0 | 1 | $a$ | 합계 |
|---|---|---|---|---|
| $P(X=x)$ | $\frac{1}{2}$ | $\frac{2}{5}$ | $\frac{1}{10}$ | 1 |

① $-9$ ② 3 ③ 9
④ 16 ⑤ 27

**63.** 확률변수 $X$의 확률분포가 아래 표와 같을 때, $V(X)$의 값은? [4.6점]

| $X$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 합계 |
|---|---|---|---|---|---|
| $P(X=x)$ | $\frac{1}{6}$ | $\frac{1}{6}$ | $a$ | $3a$ | 1 |

① $\frac{2}{3}$ ② $\frac{4}{3}$ ③ $\frac{5}{3}$
④ $\frac{7}{3}$ ⑤ $\frac{8}{3}$

**64.** 이산확률변수 $X$의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

| $X$ | $a$ | 3 | $b$ | 8 | 계 |
|---|---|---|---|---|---|
| $\mathrm{P}(X=x)$ | $\frac{1}{6}$ | $c^2+\frac{1}{2}c$ | $\frac{1}{2}c$ | $\frac{7}{18}$ | 1 |

$a+b=8$, $\mathrm{P}(X=3a)=\frac{1}{6}$일 때, $abc$의 값은?

(단, $a$, $b$, $c$는 상수이고 $a<3<b<8$이다.) [4.9점]

① 4 ② $\frac{13}{3}$ ③ $\frac{14}{3}$
④ 5 ⑤ $\frac{16}{3}$

**65.** 확률변수 $X$의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

| $X$ | 2 | 4 | 6 | 8 | 합계 |
|---|---|---|---|---|---|
| $P(X=x)$ | $\frac{2}{5}$ | $\frac{3}{10}$ | $\frac{1}{5}$ | $\frac{1}{10}$ | 1 |

$E(X)=b$일 때, 상수 $a,b$의 곱 $ab$의 값은?

① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{3}{10}$ ③ $\frac{3}{5}$
④ $\frac{4}{5}$ ⑤ $\frac{6}{5}$

**66.** 이산확률변수 $X$의 확률질량함수가

$\mathrm{P}(X=x)=ax^2+\frac{1}{6}$ $(x=-1,\ 0,\ 1,\ 2)$이다. $Y=X^2-2$라 할 때,

확률변수 $Y$의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

| $Y$ | $-2$ | $-1$ | $b$ | 계 |
|---|---|---|---|---|
| $\mathrm{P}(Y=y)$ | $c$ | $d$ | $e$ | 1 |

$\frac{cd}{ab}$의 값은? (단, $a$는 상수) [4.2점]

① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$
④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

**67.** 확률변수 $X$의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

| $X$ | 2 | 4 | 8 | 16 | 합계 |
|---|---|---|---|---|---|
| $P(X=x)$ | $\frac{{}_4\mathrm{C}_1}{k}$ | $\frac{{}_4\mathrm{C}_2}{k}$ | $\frac{{}_4\mathrm{C}_3}{k}$ | $\frac{{}_4\mathrm{C}_4}{k}$ | 1 |

$5\times V\left(\frac{3}{2}X+\sqrt{2}\right)$의 값은? (단, $k$는 상수이다.) [4.6점]

① 140 ② 144 ③ 148
④ 152 ⑤ 156

**68.** 이산확률변수 $X$에 대하여 $\mathrm{P}(X=0)=1-\mathrm{P}(X=1)$이다. $\mathrm{E}(X)=3\mathrm{V}(X)$일 때, $\mathrm{P}(X=1)$의 값은? (단, $\mathrm{P}(X=1)\neq 0$) [4.1점]

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$
④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

**69.** 확률변수 $X$의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

| $X$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 계 |
|---|---|---|---|---|---|
| $\mathrm{P}(X=x)$ | $\frac{1}{2}$ | $a$ | $b$ | $\frac{1}{6}$ | 1 |

$X$의 평균이 1일 때, $\sigma(-X)$는 $\frac{m\sqrt{n}}{l}$이다. $m+n+l$의 값은? (단, $a$, $b$, $m$, $n$, $l$는 상수이고, $m$, $l$은 서로소이다.) [4.3점]

① 4 ② 5 ③ 6
④ 7 ⑤ 8

**70.** 확률변수 $X$의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같고, 함수 $f(k)$를 $f(k)=\mathrm{P}(X \geq k)$ $(k=1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6)$라 하자.

| $X$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 합계 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\mathrm{P}(X=x)$ | $\frac{1}{12}$ | $a$ | $b$ | $c$ | $\frac{1}{6}$ | $\frac{1}{12}$ | 1 |

$f(1)=2f(4)$, $f(3)-f(4)=\frac{1}{4}$일 때, $24a$의 값은? [5.2점]

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

**71.** 한 개의 주사위를 2번 던져 나온 눈의 수를 차례로 $a$, $b$라 하자. $a-b$의 값을 확률변수 $X$라 할 때, 확률변수 $Y=6X+1$의 분산 $V(Y)$의 값은?

① 6 ② 35 ③ 70
④ 210 ⑤ 420

**72.** 남학생 5명과 여학생 4명으로 구성된 수학 동아리에서 다음날 발표를 할 3명의 학생을 임의로 뽑을 때, 뽑힌 남학생의 수를 확률변수 $X$라 하자. $E(X)=\frac{q}{p}$일 때, $p+q$의 값은? (단, $p$, $q$는 서로소인 자연수이다.)[3.9점]

① 8 ② 9 ③ 10
④ 11 ⑤ 12

**73.** 1부터 8까지의 자연수가 각각 하나씩 적힌 8개의 공이 들어있는 주머니에서 임의로 1개의 공을 꺼내어 적힌 수를 더하는 시행을 반복한다. 꺼낸 공은 다시 넣지 않으며 첫 번째 꺼낸 공에 적힌 수가 홀수이거나, 꺼낸 공에 적힌 수를 차례로 더하다가 그 합이 홀수가 되면 이 시행을 멈추기로 한다. 시행을 멈출 때까지 꺼낸 공의 개수를 확률변수 $X$라 할 때, $E(X)$의 값을 $\frac{q}{p}$라 하자. $p+q$의 값은? (단, $p$와 $q$는 서로소인 자연수이다.)[4.2점]

① 11 ② 12 ③ 13
④ 14 ⑤ 15

**74.** 불량품 3개를 포함하여 5개의 제품이 들어있는 상자에서 임의로 2개의 제품을 동시에 뽑아서 나오는 불량품의 개수를 확률변수 $X$라 할 때, $V(X)$의 값은? [4.5점]

① $\frac{9}{25}$ ② $\frac{6}{5}$ ③ $\frac{9}{5}$
④ $\frac{16}{45}$ ⑤ $\frac{7}{2}$

**75.** 각 면에 $1, 1, 1, 2, 2, 3$의 숫자가 하나씩 적혀있는 정육면체 모양의 상자가 있다. 이 상자를 던졌을 때, 윗면에 적힌 수를 확률변수 $X$라 하자. 확률변수 $3X+5$의 평균은? [4.5점]

① 3 ② 5 ③ 8
④ 10 ⑤ 13

**76.** 서로 다른 3개의 동전을 동시에 던지는 시행을 $n$번 반복할 때, 3개의 동전이 모두 앞면이 나오는 횟수를 확률변수 $X$라 하자. 임의의 양수 $h$에 대하여 $n$의 값이 한없이 커질수록 확률 $\mathrm{P}\left(\left|\frac{X}{n}-p\right|<h\right)$가 1에 가까워질 때, 상수 $p$의 값은? (단, 각 동전의 앞면과 뒷면이 나올 확률은 $\frac{1}{2}$로 서로 같다.) [3.9점]

① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{3}{8}$
④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{7}{8}$

**77.** 50원짜리 동전 2개, 100원짜리 동전 1개를 동시에 던져서 앞면이 나오는 동전의 금액의 합을 $X$원이라고 하자. 확률변수 $X$의 분산은? [5.2점]

① 3550 ② 3600 ③ 3650
④ 3700 ⑤ 3750

**78.** 어느 씨앗의 발아율은 90%라고 한다. 이 씨앗 중에서 임의로 8개를 심었을 때 발아하는 씨앗의 개수를 확률변수 $X$라고 하자.
$P(X \geq 6)=k \times \frac{9^6}{10^8}$ 일 때, 상수 $k$의 값을 구하시오. [7.0점]

**79.** 비슷한 모양의 5개의 열쇠 중에서 사물함에 맞는 열쇠는 1개만 있다. 5개의 열쇠 중에서 사물함에 맞는 열쇠를 찾기 위해 하나씩 차례로 여는 시도를 하였을 때, 열릴 때까지 시도한 횟수를 확률변수 $X$라 하자. $E(5X-3)$의 값은? [3.6점]

① 12 ② 13 ③ 14
④ 15 ⑤ 16

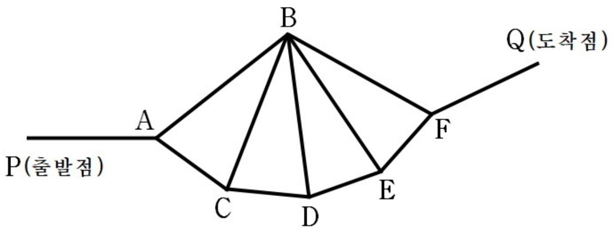
**80.** 주머니에 $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$의 숫자가 각각 하나씩 적혀 있는 공 8개가 있다. 이 주머니에서 임의로 한 개씩 세 번 공을 꺼냈을 때, 세 번째 꺼낸 공에 적힌 숫자를 확률변수 $X$라 하자. $E(8X-2a)=E(6X+a)$를 만족시키는 상수 $a$의 값은? (단, 꺼낸 공은 주머니에 다시 넣지 않는다.)

① 0 ② 1 ③ 2
④ 3 ⑤ 4

**81.** 1부터 5까지 자연수가 각각 적힌 5장의 카드 중에서 임의로 2장을 동시에 뽑을 때, 카드에 적힌 수 중 작은 수를 확률변수 $X$라고 한다. $X$의 표준편차를 구하면? [4.3점]

① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ $\sqrt{3}$
④ 2 ⑤ $\sqrt{5}$

**82.** 그림과 같이 어느 지역의 6개의 관광지 A, B, C, D, E, F를 연결하는 도로망이 있다.




어느 여행사에서는 P지점을 출발하여 A, B, C, D, E, F 6개 지역을 모두 방문하거나 일부 지역만을 방문하면서, 한 번 방문한 관광지는 다시 지나지 않고 Q지점에 도착하는 11가지 경우의 관광코스를 만들었다. 그리고, 한 관광지를 방문할 때마다 5000원씩 요금을 부과하여 각 관광코스별 관광요금을 결정하였다. 예를 들면 $\mathrm{P}\to\mathrm{A}\to\mathrm{B}\to\mathrm{F}\to\mathrm{Q}$ 관광코스의 요금은 $3\times5000$원이다. 한 관광객이 임의로 11개의 관광코스 중 어느 하나를 선택하였을 때, 그 관광코스의 요금을 확률변수 $X$라고 하자. 이때, 확률변수 $\frac{X}{1250}$의 평균은? [5.3점]

① 10 ② 20 ③ 30
④ 40 ⑤ 50

**83.** 자연수 $k$ $(k=1,\ 2,\ 3,\ \cdots,\ 20)$가 적힌 공이 $k$개씩 들어 있는 주머니에서 임의로 1개의 공을 꺼내어 그 공에 적힌 수를 확률변수 $X$라 할 때, $\{\mathrm{E}(X)\}^2+\mathrm{V}(X)$의 값은? [5.3점]

① 190 ② 205 ③ 210
④ 225 ⑤ 231

**84.** 집합 $A=\{2,3,4,5,6\}$의 부분집합 중 임의로 하나를 택할 때, 택한 부분집합의 원소의 개수를 $X$라 하자. 확률변수 $X$의 평균을 $a$, 분산을 $b$라 할 때, 상수 $a$, $b$에 대하여 $a+b$의 값은? [5.3점]

① 3 ② $\frac{15}{4}$ ③ $\frac{25}{4}$
④ $\frac{15}{2}$ ⑤ 10

**85.** 3, 4, 5, 6, 7이 각각 하나씩 적힌 5장의 카드 중에서 임의로 3장의 카드를 동시에 꺼낼 때, 카드에 적힌 수 중에서 두 번째로 큰 수를 $X$라 하자. 확률변수 $X$의 평균과 분산을 각각 구하시오.[4.0점]

**86.** 검은 공 2개와 파란 공 4개가 들어있는 주머니에서 임의로 2개의 공을 꺼낼 때, 꺼낸 검은 공의 개수를 확률변수 $X$라 하자. $V(X)$의 값은?

① $\frac{1}{15}$ ② $\frac{16}{15}$ ③ $\frac{2}{3}$
④ $\frac{16}{45}$ ⑤ $\frac{16}{5}$

**87.** 좌표평면 위의 한 점 $(x,\ y)$에서 세 점 $(x+1,\ y)$, $(x,\ y+1)$, $(x+1,\ y+1)$ 중 한 점으로 이동하는 것을 점프라 하고 점프를 반복하여 점 $(0,\ 0)$에서 점 $(5,\ 2)$까지 이동하는 모든 경우 중에서, 임의로 한 경우를 선택할 때 나오는 점프의 횟수를 확률변수 $X$라 하자. $\mathrm{P}(X=6)=\frac{q}{p}$일 때, $p-q$의 값은? (단, 각 경우가 선택되는 확률은 동일하고, $p$, $q$는 서로소인 자연수이다.) [5.4점]

① 29 ② 30 ③ 31
④ 32 ⑤ 33

**88.** 1개의 주사위를 2번 던져서 나온 눈의 수를 차례로 $a$,$b$라 하자. $f(x)=|2\sin x+1|(0<x<2\pi)$의 그래프와 직선 $y=\frac{b}{a}$가 만나는 서로 다른 점의 개수를 확률변수 $X$라 할 때 $E(X)$의 값은?(4.4점)

① $\frac{41}{18}$ ② $\frac{43}{18}$ ③ $\frac{47}{18}$
④ $\frac{49}{18}$ ⑤ $\frac{53}{18}$

**89.** 이길 확률이 같은 두 사람 $A$,$B$가 게임을 하여 먼저 6번을 이기는 사람이 상금을 모두 갖기로 했다. $A$가 4번, $B$가 3번 이긴 상황에서 게임이 중지되었다. 이때, $A$와 $B$에게 공정하게 상금을 분배하기 위한 상금 비율을 구하는 풀이과정과 답을 쓰시오. [10점]

**90.** 한 개의 주사위를 계속 던져서 나온 눈의 수의 합이 3이상이면 던지는 것을 중단하고, 그 때까지 주사위를 던진 횟수를 확률변수 $X$라 하자. $X$의 확률분포를 표로 나타내고 그 풀이 과정을 서술하시오. [7점]

**91.** 어느 사탕 가게에서는 표와 같이 사탕이 들어있는 세 종류의 행운박스를 고객에게 나누어 주려고 한다. 1000개의 행운 박스 중에서 임의로 택한 행운 박스에 들어 있는 사탕의 개수를 확률변수 $X$라 할 때, $X$의 기댓값은? [3.7점]

| 행운 박스의 종류 | A | B | C | 합계 |
|---|---|---|---|---|
| 들어 있는 사탕의 개수 | 10 | 15 | 20 | |
| 행운 박스의 개수 | 300 | 200 | 500 | 1000 |

① 14 ② 15 ③ 16
④ 17 ⑤ 18

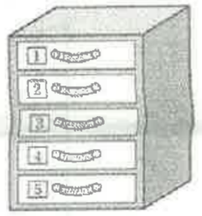
**92.** 점 $P$가 수직선 위의 원점에 놓여 있다. 한 개의 주사위를 던져 나온 눈의 수가 5의 약수이면 점 $P$를 양의 방향으로 1만큼, 5의 약수가 아니면 음의 방향으로 2만큼 움직이는 시행을 반복한다. 점 $P$의 좌표가 3 이상 또는 $-6$ 이하가 되거나 시행 횟수가 4회가 되면 위 시행을 멈춘다고 할 때, 점 $P$의 최종 위치의 좌표를 확률변수 $X$라 하자. $E(X)$를 구하시오. [7.0점]

**93.** 주사위 한 개를 던져서 3의 배수가 나오면 동전을 2번 던지고 3의 배수가 나오지 않으면 동전을 1번 던질 때, 동전을 던져서 나온 앞면의 수를 확률변수 $X$라 하자. 이때 확률변수 $3X+4$의 평균은? [4.6점]

① 2 ② 3 ③ 4
④ 5 ⑤ 6

**94.** 주머니 $A$에는 1이 적힌 공이 3개 ,2가 적힌 공이 2개, 3이 적힌 공이 1개 들어 있고 주머니 $B$에는 2가 적힌 공이 2개 ,3이 적힌 공이 2개 들어 있다. 주머니 $A$와 주머니 $B$에서 각각 임의로 1개의 공을 동시에 꺼내고 서로 바꾸어 주머니 $A$와 주머니 $B$에 공을 넣는 시행을 한 후 각 주머니에 들어 있는 공에 적힌 수의 합을 각각 $a,b$라 하자. $|a-b|$의 값을 확률변수 $X$라 할 때 $V(X)$의 값을 구하시오.(10점)

**95.** 1부터 5까지의 자연수가 각각 하나씩 적혀 있는 5개의 서랍이 있다. 5개의 서랍 중 유민이에게 임의로 2개를 배정해 주려고 한다. 유민이에게 배정되는 서랍에 적혀 있는 자연수 중




작은 수를 확률변수 $X$라 할 때, 다음 물음에 답하시오.

(1) 확률변수 $X$의 확률분포를 표로 나타내시오.

| $X$ | | | | | 합계 |
|---|---|---|---|---|---|
| $P(X=x)$ | | | | | |

(2) 확률변수 $Y=4X-3$이라 할 때, $Y$의 기댓값과 분산을 구하고 그 과정을 논술하시오.

**96.** 1부터 7까지의 자연수가 각각 하나씩 적힌 7개의 공이 들어있는 주머니에서 임의로 1개의 공을 꺼내어 적힌 수를 더하는 시행을 반복한다. 꺼낸 공은 다시 넣지 않으면 , 첫 번째 꺼낸 공에 적힌 수가 짝수이거나 꺼낸 공에 적힌 수를 차례로 더하다가 그 합이 짝수가 되면 이 시행을 멈추기로 한다. 시행을 멈출때까지 꺼낸 공의 개수를 확률변수 $X$라 하자. $E(X)$의 값은?(4.2점)

① 2 ② 3 ③ 4
④ 5 ⑤ 6

**97.** 1부터 5까지의 자연수가 각각 하나씩 적힌 5장의 카드 중에서 임의로 3장의 카드를 동시에 뽑을 때, 카드에 적힌 세 수 중에서 두 번째로 작은 수를 확률변수 $X$라고 하자. $\mathrm{V}(X)$의 값은? [4.6점]

① $\frac{8}{15}$ ② $\frac{3}{5}$ ③ $\frac{2}{3}$
④ $\frac{11}{15}$ ⑤ $\frac{4}{5}$

**98.** 주머니에 1이 적힌 구슬이 $3n$개, 2가 적힌 구슬이 $3(n-1)$개, 3이적힌 구슬이 $3(n-2)$개, $\cdots$, $n$이 적힌 구슬이 3개 들어 있다. 이 주머니에서 임의로 꺼낸 한 개의 구슬에 적힌 수를 확률변수 $X$라 하자. 다음은 $E(X)$를 구하는 과정이다.

> $n$이하의 자연수 $k$에 대하여 $k$가 적힌 구슬의 개수는
> $\boxed{(\quad)}$이므로
> $P(X=k)=\boxed{(\quad)}$ $(k=1,2,\cdots,n)$
> 따라서 확률변수 $X$의 평균은
> $E(X)=\sum_{k=1}^{n} kP(X=k)=\sum_{k=1}^{n} k\boxed{(\quad)}=\boxed{(\quad)}$

(다)에 알맞은 식을 $f(n)$이라 할 때, (가), (나)에 알맞은 식과 $f(49)$의 값은? [4.9점]

| | (가) | (나) | $f(49)$ |
|---|---|---|---|
| ① | $3(n-k+1)$ | $\frac{2(n-k+1)}{n(n+1)}$ | 17 |
| ② | $3(n-k+1)$ | $\frac{2(n-k+1)}{3n(n+1)}$ | 18 |
| ③ | $3(n-k+1)$ | $\frac{2(n-k)}{n(n+1)}$ | 19 |
| ④ | $3(n-k)$ | $\frac{2(n-k+1)}{n(n+1)}$ | 17 |
| ⑤ | $3(n-k)$ | $\frac{2(n-k)}{3n(n+1)}$ | 18 |

**99.** 열쇠 5개와 이 중 하나에 맞는 잠긴 자물쇠 1개가 있다. 열쇠 5개 중에서 임의로 1개를 택하여 잠긴 자물쇠를 열 때, 자물쇠를 열 때 까지 확인한 열쇠의 개수를 $X$라고 하자. 확률변수 $X$의 확률분포를 표로 나타내고, 확률변수 $X$의 표준편차를 구하는 풀이과정과 답을 쓰시오. [10점]

**100.** 1부터 10까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 10개의 공이 들어 있는 주머니에서 임의로 3개의 공을 동시에 꺼내어 다음과 같이 점수를 받는다.

> 주머니에서 꺼낸 3개의 공에 적힌 수 중 4의 배수인 수 1개마다 10점을 받고, 4의 배수가 아닌 수 1개마다 4점을 받는다.

학생 $A$가 주머니에서 임의로 3개의 공을 동시에 꺼내어 학생 $A$가 받은 점수를 확률변수 $X$라 하자. 다음은 $E(5X)$의 값을 구하는 과정이다.

> 1부터 10까지의 자연수 중에서 4의 배수는 2개, 4의 배수가 아닌 수는 8개다.
> 학생 $A$가 주머니에서 임의로 꺼낸 3개의 공에 적힌 수 중 4의 배수인 수의 개수를 확률변수 $Y$라 하자.
> 확률변수 $Y$의 확률분포표는 다음과 같다.
>
> | $Y$ | 0 | 1 | 2 | 합계 |
> |---|---|---|---|---|
> | $P(Y=y)$ | (가) | (나) | $\frac{1}{15}$ | 1 |
>
> 그러므로 $E(Y)=\frac{3}{5}$
>
> 한편, 두 확률변수 $X, Y$의 관계는 $X=$ (다) $Y+12$이므로
> $E(5X)=78$

위의 (가), (나) (다)에 알맞은 수를 각각 $p$, $q$, $r$라 할 때, $(3p+2q)\times r$의 값은?

① 11 ② 14 ③ 17
④ 20 ⑤ 23

**101.** 한 개의 동전을 세 번 던져 나온 결과에 대하여, 다음 규칙에 따라 얻은 점수를 확률변수 $X$라고 하자.

> (가) 같은 면이 연속하여 한 번도 나오지 않으면 0점으로 한다.
> (나) 같은 면이 연속하여 두 번만 나오면 2점으로 한다.
> (다) 세 번 모두 같은 면이 연속하여 나오면 4점으로 한다.

확률변수 $X$의 표준편차 $\sigma(X)$의 값은? (단, 동전의 앞면과 뒷면이 나올 확률은 $\frac{1}{2}$로 서로 같다.)[5.1점]

① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ $\sqrt{3}$
④ 2 ⑤ $\sqrt{5}$

**102.** 연속확률변수 $X$가 갖는 값의 범위가 $0 \le X \le 8$이고 확률변수 $X$의 확률밀도함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.
$\mathrm{P}(4 \le X \le 7)=\frac{q}{p}$일 때, $p+q$의 값은?
(단, $p$와 $q$는 서로소인 자연수이다.) [5.1점]

> (가) $f(x)=f(8-x)$
> (나) $\mathrm{P}(X \ge 1)=5\mathrm{P}(X \ge 7)$

① 4 ② 5 ③ 6
④ 7 ⑤ 8

**103.** 수직선 위의 원점에 있는 점 $P$가 다음 규칙에 따라 움직인다고 한다.

| |
|---|
| (가) 동전을 던져서 앞면이 나오면 $+3$만큼 움직인다.<br>(나) 동전을 던져서 뒷면이 나오면 $-1$만큼 움직인다. |

동전을 12번 던져서 점 $P$를 움직일 때, 점 $P$의 좌표를 확률변수 $X$라 하자. $\sigma(X)$의 값을 구하는 풀이과정과 답을 쓰시오. [10점]

**104.** $0 \le x \le 8$에서 정의된 확률변수 $X$의 확률밀도 함수 $f(x)$가 다음 조건을 모두 만족시킬 때, $P(5 \le X \le 6)$의 값은? [4.3점]

| |
|---|
| (가) $f(4+x)=f(4-x)$<br>(나) $P(2 \le X \le 4) = 4P(0 \le X \le 2)$<br>(다) $P(3 \le X \le 4) = \frac{1}{10}$ |

① $\frac{5}{16}$ ② $\frac{3}{16}$ ③ $\frac{1}{16}$
④ $\frac{3}{10}$ ⑤ $\frac{1}{10}$

**105.** 점 P는 좌표평면 위의 점 $(2,\ 3)$를 출발하여 다음 규칙에 따라 움직인다.

| |
|---|
| (가) 주사위 1개를 던져서 6의 약수의 눈이 나오면 $y$축에<br>대하여 대칭이동 한다.<br><br>(나) 주사위 1개를 던져서 6의 약수 이외의 눈이 나오면 $x$축에 대하여 대칭이동 한다. |

1개의 주사위를 두 번 던진 후 점 P의 $x$좌표를 확률변수 $X$라 할 때, $\mathrm{E}(9X+a)=10$이 되도록 하는 상수 $a$의 값은 ? [4.9점]

① 5 ② 6 ③ 7
④ 8 ⑤ 9

**106.** $-1 \le X \le 1$ 에서 정의된 연속확률변수 $X$의 확률밀도함수가 될 수 있는 것만을 [보기]에서 있는 대로 고른 것은? [4.6점]

| [보 기] |
|---|
| ㄱ. $f(x)=\frac{1}{2}$ ㄴ. $g(x)=\lvert x\rvert$ ㄷ. $h(x)=-\frac{1}{4}x+\frac{1}{2}$ |

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

## 이산확률분포(STEP3)

**107.** 확률변수 $X$의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

| $X$ | 0.325 | 0.425 | 0.525 | 계 |
|---|---|---|---|---|
| $\mathrm{P}(X=x)$ | $a$ | $b$ | $\frac{3}{8}$ | 1 |

$\mathrm{E}(X)=\frac{9}{20}$이고 $\sigma(X)=\frac{\sqrt{c}}{40}$일 때, 상수 $c$의 값은? (단, $a$, $b$는 상수이다.) [5.3점]

① 7 ② 9 ③ 11
④ 13 ⑤ 15

**108.** 확률변수 $X$의 확률질량함수
$\mathrm{P}(X=i)=a+(i-2)d\ (i=1,\ 2,\ 3)$에 대하여 $\mathrm{E}(X)$가 최대일 때, $\sigma(\sqrt{2}X-1)$의 값은? (단, $a>0$, $d>0$) [4.5점]

① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{3}$
④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{2}{3}$

**109.** 주머니에 1이 적힌 공이 $(2n-1)$개, 2가 적힌 공이 $(2n-3)$개, 3이 적힌 공이 $(2n-5)$개, $\cdots$, $n$이 적힌 공이 1개가 들어 있다. 이 주머니에서 임의로 꺼낸 공에 적힌 수를 확률변수 $X$라 하자. 다음은 $E(X)\geq 3$가 되도록 하는 자연수 $n$의 최솟값을 구하는 과정이다.

> $n$ 이하의 자연수 $k$에 대하여 $k$가 적힌 공의 개수는 $(2n-2k+1)$개 이므로
>
> $P(X=k)=\frac{(2n-2k+1)}{\boxed{(가)}}\quad(k=1,2,3,\cdots,n)$
>
> 확률변수 $X$의 평균은 $E(X)=\sum_{k=1}^{n}kP(X=k)$
>
> $=\frac{1}{\boxed{(가)}}\times\sum_{k=1}^{n}k(2n-2k+1)$
>
> $=\boxed{(나)}$
>
> $E(X)\geq 3$에서 $n$의 최솟값은 $\boxed{(다)}$이다.

위의 (가)와 (나)에 알맞은 식을 각각 $f(n)$, $g(n)$이라 하고, (다)에 알맞은 수를 $a$라 할 때, $f(7)\times g(7)+a$의 값은? [5.5점]

① 145 ② 146 ③ 147
④ 148 ⑤ 149

**110.** 좌표평면 위의 한 점 $(x,\ y)$에서 세 점 $(x+1,\ y)$, $(x,\ y+1)$, $(x+1,\ y+1)$ 중 한 점으로 이동하는 것을 점프라 하자. 점프를 반복하여 점 $(0,\ 0)$에서 점 $(2,\ 5)$까지 이동하는 모든 경우 중에서 임의로 한 경우를 선택할 때 나오는 점프의 횟수를 확률변수 $X$라 하자. 다음은 확률변수 $X$의 평균 $E(X)$를 구하는 과정이다. (단, 각 경우가 선택되는 확률은 동일하다.)

점프를 반복하여 점 $(0,\ 0)$에서 점 $(2,\ 5)$까지 이동하는 모든 경우의 수를 $N$이라 하자. 확률변수 $X$가 가질 수 있는 값 중 가장 작은 값을 $k$라 하면 $k=$ $\boxed{\text{(가)}}$ 이고, 가장 큰 값은 $k+2$이다.

$$P(X=k)=\frac{1}{N}\times\frac{5!}{2!3!}=\frac{10}{N}$$

$$P(X=k+1)=\frac{\boxed{\text{(나)}}}{N}$$

$$P(X=k+2)=\frac{1}{N}\times\frac{7!}{2!5!}=\frac{21}{N}$$

이고

$$\sum_{i=k}^{k+2}P(X=i)=1$$

이므로 $N=$ $\boxed{\text{(다)}}$ 이다.

따라서 확률변수 $X$의 평균 $E(X)$는 다음과 같다.

$$E(X)=\sum_{i=k}^{k+2}i\times P(X=i)=\frac{377}{61}$$

위의 (가),(나),(다)에 알맞은 수를 각각 $p,\ q,\ r$이라 할 때, $p,\ q,\ r$을 구하시오. (단, $p,\ q,\ r$은 자연수이다.) [6점]

(1) $p=$ [2점]

(2) $q=$ [2점]

(3) $r=$ [2점]

**111.** $1$부터 $n$까지의 번호를 써놓은 $n$개의 사탕이 들어 있는 주머니에서 $4$개의 사탕을 동시에 꺼내어 그 번호의 최댓값을 확률변수 $X$라 하자. 이때, $X$의 기댓값 $\mathrm{E}(X)=\frac{q}{p}(n+1)$ 일 때, 서로소인 자연수 $p$, $q$에 대하여 $p+q$의 값을 구하시오. (단, $n$은 $4$ 이상의 자연수이다.) [7.0점]

**112.** 어떤 제품 보관 상자 안에 들어 있는 $5$개의 제품 중에는 품질검사를 통과하지 못한 불량품이 $2$개 포함되어 있다. 이 상자에서 임의로 $2$개의 제품을 동시에 꺼낼 때, 꺼낸 제품 중에서 불량품의 개수를 확률변수 $X$라고 하자. 확률변수 $5X-2$의 평균과 분산을 각각 $a$, $b$라 할 때 $a+b$의 값을 구하시오. [7.0점]

**113.** 한 모서리의 길이가 2인 정육면체에서 세 꼭짓점을 택하여 삼각형을 만들려고 한다. 만들어지는 삼각형의 넓이의 제곱을 확률변수 $X$라 할 때 $E(7X-1)$의 값은?(4.4점)

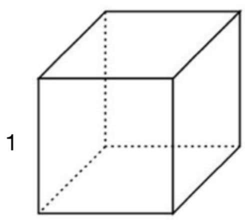
① 41　② 44　③ 47　④ 50　⑤ 53

**114.** 주머니에 2가 적힌 공이 $n$개, 4가 적힌 공이 $(n-1)$개, 6이 적힌 공이 $(n-2)$개, $\cdots$, $2n$이 적힌 공이 1개가 들어있다. 이 주머니에서 임의로 꺼낸 한 개의 공에 적힌 수를 확률변수 $X$라 하자.
다음을 구하시오.[7.0점]
(1) $P(X=2k)$를 구하고 그 풀이과정을 서술하시오.[2.0점]

(2) $E(X)$를 구하고 그 풀이과정을 서술하시오.[3.0점]

(3) $E(X) \geq 6$을 만족하는 $n$의 최솟값을 구하고 그 풀이과정을 서술하시오.[2.0점]

**115.** 한 모서리의 길이가 1인 정육면체에서 세 꼭짓점을 택하여 삼각형을 만들려고 한다. 만들어지는 삼각형의 넓이를 확률변수 $X$라고 할 때, $E(X)=\dfrac{a+b\sqrt{2}+c\sqrt{3}}{14}$이다.
이때, $a+b+c$의 값은? (단, $a, b, c$는 자연수이다.) [5점]




① 7 ② 6 ③ 5
④ 4 ⑤ 3

**116.** 주머니 속에 1,3,5,7,9가 적혀 있는 5개의 공이 들어 있다.
이 중에서 3개를 꺼낼 때, 공에 적힌 수 중에서 가장 작은 값을 확률변수 $X$ 라 하자. 이 때, $X$의 표준편차는? [4.1점]

① $\dfrac{3\sqrt{5}}{5}$ ② $\dfrac{11\sqrt{5}}{5}$ ③ $\dfrac{19\sqrt{5}}{5}$
④ $\dfrac{23\sqrt{5}}{5}$ ⑤ $\dfrac{29\sqrt{5}}{5}$

**117.** 1부터 13까지의 자연수가 각각 하나씩 적힌 13개의 공이 들어있는 주머니에서 임의로 한 개의 공을 꺼내는 시행을 반복한다. 꺼낸 공에 적힌 수를 모두 더하여 그 합이 5의 배수가 되면 이 시행을 멈추기로 할 때, 시행을 멈출 때까지 꺼낸 공의 개수를 확률변수 $X$라 하자. $\mathrm{P}(X \geq 3)$의 값은? (단, 꺼낸 공은 다시 넣지 않는다.) [4.8점]

① $\dfrac{1}{2}$ ② $\dfrac{7}{13}$ ③ $\dfrac{15}{26}$
④ $\dfrac{8}{13}$ ⑤ $\dfrac{17}{26}$

**118.** 점 P 가 수직선 위의 원점에 놓여 있다. 한 개의 주사위를 던져 짝수의 눈이 나오면 점 P 를 양의 방향으로 2 만큼, 홀수의 눈이 나오면 음의 방향으로 1 만큼 움직이는 시행을 반복한다. 점 P 의 좌표가 9 이상 또는 $-4$ 이하가 되거나 시행 횟수가 6 회가 되면 위 시행을 멈춘다고 할 때, 점 P 의 최종 위치의 좌표를 확률변수 $X$ 라 하자. 이때, 확률변수 $X$ 의 평균 $\mathrm{E}(X)$ 의 값은? [5.9점]

① $\frac{23}{8}$ ② $\frac{185}{64}$ ③ $\frac{93}{32}$
④ $\frac{187}{64}$ ⑤ $\frac{47}{16}$

**119.** 비어 있는 파란 상자와 1부터 10까지의 자연수가 각각 하나씩 적힌 10장의 카드가 들어 있는 빨간 상자가 있다. 빨간 상자에서 임의로 한 장의 카드를 뽑아 적혀 있는 수를 확인한 후, 다시 집어넣고 그 수부터 10까지의 자연수를 각각 적은 카드를 하나씩 새로 만들어 파란 상자에 넣는다. 그리고 파란 상자에서 임의로 한 장의 카드를 뽑는다. 파란 상자에서 뽑은 카드에 적힌 수를 확률변수 $X$라 할 때, $\mathrm{E}(4X)$의 값은?
[5.8점]

① 28 ② 29 ③ 30
④ 31 ⑤ 32

**120.** 주머니 A에는 흰 공 2개와 검은 공 1개가 들어 있고, 주머니 B에는 흰 공 1개와 검은 공 2개가 들어 있다. 주머니 A에서 임의로 2개의 공을 동시에 꺼내어 주머니 B에 넣은 다음, 주머니 B에서 임의로 3개의 공을 동시에 꺼낼 때, 나오는 흰 공의 개수를 확률변수 $X$라 하자. $\mathrm{E}(10X)$의 값을 구하고, 그 풀이 과정을 서술하시오. (단, 확률변수 $X$의 확률분포를 반드시 표로 나타내시오.) [8점]

**121.** 이산확률변수 $X$가 갖는 값은 1, 2, 3, 4, 5이고 이산확률변수 $Y$가 갖는 값은 3, 5, 7, 9, 11이다. 상수 $a$에 대하여 $\mathrm{P}(Y=2i+1)=a\times\mathrm{P}(X=i)+2a\,(i=1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5)$이고 $\mathrm{E}(X)=\frac{17}{2}$일 때, $\mathrm{E}(Y)$의 값은? [5.2점]

① 5 ② 6 ③ 7
④ 8 ⑤ 9

**122.** 무게가 1인 추 6개, 무게가 2인 추 3개와 비어 있는 주머니 1개가 있다. 주사위 한 개를 사용하여 다음의 시행을 한다. (단, 무게의 단위는 g이다.)

> 주사위를 한 번 던져 나온 눈의 수가 6의 약수이면 무게가 1인 추 1개를 주머니에 넣고, 눈의 수가 6의 약수가 아니면 무게가 2인 추 1개를 주머니에 넣는다.

위의 시행을 반복하여 주머니에 들어 있는 추의 총무게가 처음으로 6보다 크거나 같을 때, 주머니에 들어 있는 추의 개수를 확률변수 $X$라 하자. $\mathrm{E}(243X-39)$의 값은? [5.5점]

① 1098 ② 1099 ③ 1100
④ 1101 ⑤ 1102

**123.** 두 이산확률변수 $X$, $Y$가 가질 수 있는 값이 각각 1부터 15까지의 자연수이고, 다음 두 조건을 만족한다고 할 때, $E(Y)$의 값은? [5.3점]

> ◦ $E(X)=9$
> ◦ $P(Y=k)=\dfrac{1}{3}P(X=k)+\dfrac{2}{5}\quad(k=1,2,\cdots,15)$

① 9 ② 12 ③ 25
④ 34 ⑤ 51

**124.** 수직선 위의 원점에 있는 점 $P$가 다음 규칙에 따라 움직인다고 한다.

> (가) 두 개의 동전을 동시에 던져 같은 면이 나오면 점 $P$를 양의 방향으로 3만큼 움직인다.
> (나) 두 개의 동전을 동시에 던져 다른 면이 나오면 점 $P$를 음의 방향으로 움직인다.

이 시행을 36번 반복한 후, 점 $P$의 좌표를 확률변수 $X$라 하자. 이때, $E(X)+V(X)$의 값은?

① 225 ② 243 ③ 256
④ 289 ⑤ 354

**125.** 이산확률변수 $X$가 가지는 값이 1, 2, 3, 4이고, 확률변수 $X$의 확률질량함수가 다음 조건을 만족시킨다.

> $\mathrm{P}(X=x)=p_x\ (x=1,\ 2,\ 3,\ 4)$
> $2p_{x+1}=p_x+p_{x+2}\ (x=1,\ 2)$
> $p_2+p_4=\dfrac{2}{5}$

[보기]에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4.5점]

[보 기]

ㄱ. $p_3=\dfrac{1}{5}$
ㄴ. $\mathrm{E}(X)=2$
ㄷ. $\mathrm{V}(3X-1)=9$

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

## 이항분포(STEP1)

**126.** 확률변수 $X$가 이항분포 $B\left(20,\ \frac{1}{2}\right)$를 따를 때, $V(X)$의 값은? [3.4점]

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

**127.** 확률변수 $X$가 이항분포 $\mathrm{B}(100,\ p)$를 따르고, $X$의 평균이 $20$일 때, $X$의 표준편차는? [4.5점]

① 4 ② 6 ③ 8
④ 10 ⑤ 12

**128.** 확률변수 $X$가 이항분포 $B\left(200,\ \frac{1}{10}\right)$을 따를 때, $X$의 평균과 분산의 합은? [4.5점]

① 36 ② 37 ③ 38
④ 39 ⑤ 40

**129.** 확률변수 $X$가 이항분포 $B\left(18,\ \frac{2}{3}\right)$를 따를 때, $E(X)$의 값은? [3.0점]

① 6 ② 8 ③ 10
④ 12 ⑤ 14

**130.** 확률변수 $X$가 이항분포 $B(16,\ \frac{3}{4})$을 따를 때, $X$의 표준편차는? [4.1점]

① 2 ② 3 ③ 4
④ $\sqrt{3}$ ⑤ $\sqrt{5}$

**131.** 확률변수 $X$가 이항분포 $B\left(n,\ \frac{1}{2}\right)$을 따르고 $E(X^2)-V(X)=36$을 만족시킬 때 $n$의 값은?(3.6점)

① 10 ② 12 ③ 14
④ 16 ⑤ 18

**132.** 확률변수 $X$가 이항분포 $B\left(30, \frac{1}{6}\right)$을 따를 때, 확률변수 $Y=-2X+3$에 대하여 $Y$의 평균 $E(Y)$와 분산 $V(Y)$의 값은?[3.8점]

① $E(Y)$ : 5 $V(Y)$ : $\frac{5}{6}$

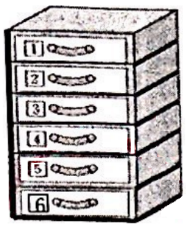
② $E(Y)$ : 5 $V(Y)$ : $\frac{25}{6}$

③ $E(Y)$ : $-7$ $V(Y)$ : $\frac{25}{3}$

④ $E(Y)$ : $-7$ $V(Y)$ : $\frac{50}{3}$

⑤ $E(Y)$ : $-7$ $V(Y)$ : $\frac{59}{3}$

**133.** 1부터 6까지의 자연수가 각각 하나씩 적혀 있는 6개의 서랍이 있다. 6개의 서랍 중 $A$에게 임의로 2개를 배정해주려고 한다. $A$에게 배정되는 서랍에 적혀 있는 자연수 중 작은 수를 확률변수 $X$라 할 때, $E(6X+1)$의 값은? [3.8점]




① 13 ② 15 ③ 17
④ 19 ⑤ 21

## 이항분포(STEP2)

**134.** 이산확률변수 $X$의 확률질량함수가

$P(X=x)={}_{20}C_x\left(\frac{1}{5}\right)^x\left(\frac{4}{5}\right)^{20-x}$ $(x=0,1,2,....,20)$일 때,

$E(2X-6)+V(5X)$의 값은? [3.4점]

① 81 ② 82 ③ 83
④ 84 ⑤ 85

**135.** 확률변수 $X$가 이항분포 $\mathrm{B}(8,p)$를 따르고

$\mathrm{P}(X=0)=\frac{1}{256}$일 때, $\mathrm{V}(X)$의 값은?[4.6점]

① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ $\frac{7}{4}$
④ 2 ⑤ $\frac{9}{4}$

**136.** 확률변수 $X$가 이항분포 $\mathrm{B}\left(n, \frac{1}{3}\right)$을 따르고,

$\mathrm{P}(X=2)=\frac{9}{2}\mathrm{P}(X=1)$일 때, $\mathrm{E}(X^2)$의 값은? [5.0점]

① 43 ② $\frac{131}{3}$ ③ $\frac{133}{3}$
④ 45 ⑤ $\frac{137}{3}$

**137.** 이항분포 $B\left(n, \dfrac{2}{5}\right)$을 따르는 확률변수 $X$에 대하여 $\dfrac{P(X=1)}{P(X=2)} = \dfrac{1}{23}$이 성립할 때, $E(X)$의 값은? [3.9점]

① 16 ② 20 ③ 24
④ 28 ⑤ 32

**138.** 이항분포 $B(n, p)$를 따르는 확률변수 $X$에 대하여 $X$의 평균이 5이고 분산이 4일 때, $\dfrac{n}{p}$의 값은?

① 5 ② 25 ③ 125
④ 150 ⑤ 175

**139.** 확률변수 $X$가 이항분포 $B(n,p)$를 따르고 $E(2X)=30$, $E(2X^2)=474$일 때, $n$의 값은? [4.1점]

① 70 ② 75 ③ 80
④ 85 ⑤ 90

**140.** 이항분포 $B(24,p)$를 따르는 확률변수 $X$의 표준편차가 최대일 때, $V(X)$의 값은? [4.3점]

① $\sqrt{6}$ ② $2\sqrt{3}$ ③ 3
④ 6 ⑤ 12

**141.** 확률변수 $X$가 이항분포 $B(15,p)$를 따르고, $P(X=6) = \dfrac{1}{3}P(X=7)$일 때, $E(4X+7)$의 값은? [4.1점]

① 41 ② 43 ③ 45
④ 47 ⑤ 49

**142.** 이항분포 $\mathrm{B}(10,\ p)$를 따르는 확률변수 $X$에 대하여 $X$의 분산이 최대가 될 때 $X$의 평균 $\mathrm{E}(X)$의 값은? [3.8점]

① 5 ② 4 ③ 3
④ 2 ⑤ 1

**143.** 이항분포 $B(n,p)$를 따르는 확률변수 $X$가 다음 조건을 만족시킨다.

$P(X=2)=\frac{5}{6}P(X=1)$

$E(X)=\frac{3}{2}$

$E\left(\frac{X}{p}+n\right)$의 값을 구하시오.(단, $n$은 2이상의 자연수이다.)(10점)

**144.** 두 확률변수 $X$, $Y$가 각각 이항분포 $\mathrm{B}(3,\ p)$, $\mathrm{B}(3,\ 2p)$를 따른다고 한다. $\mathrm{P}(X\geq 1)=\frac{19}{27}$일 때, $\mathrm{P}(Y=3)$의 값은? (단, $0<p<\frac{1}{2}$) [4.0점]

① $\frac{1}{81}$ ② $\frac{4}{81}$ ③ $\frac{1}{27}$
④ $\frac{4}{27}$ ⑤ $\frac{8}{27}$

**145.** 확률변수 $X$가 이항분포 $B\left(n,\ \frac{1}{4}\right)$을 따르고 $E(X^2)=V(X)+9$를 만족시킬 때, $n$의 값은? [4.6점]

① 10 ② 12 ③ 14
④ 16 ⑤ 18

**146.** 한 개의 주사위를 10번 던질 때, 6의 약수의 눈의 수가 나오는 횟수를 확률변수 $X$라 하자. $\frac{P(X=2)}{P(X=3)}$의 값은? [4.6점]

① $\frac{1}{10}$ ② $\frac{1}{8}$ ③ $\frac{1}{6}$
④ $\frac{2}{21}$ ⑤ $\frac{3}{16}$

**147.** 이항분포 $\mathrm{B}(n,\ p)$를 따르는 확률변수 $X$에 대하여

$\mathrm{V}(X)=12,\ \frac{\mathrm{P}(X=n-1)}{\mathrm{P}(X=n)}=192$

일 때, $\mathrm{E}(X^2)$의 값은? (단, $p\neq 0$) [4.3점]

① 266 ② 268 ③ 270
④ 272 ⑤ 274

**148.** 확률변수 $X$는 이항분포 $B\left(n,\ \frac{1}{8}\right)$을 따르고 $E(2X-3)=5$일 때, $V(-2X+3)$의 값은? [4.6점]

① 11 ② 12 ③ 13
④ 14 ⑤ 15

**149.** 이산확률변수 $X$의 확률질량함수가

$P(X=x)={}_{50}\mathrm{C}_x\left(\frac{2}{5}\right)^x\left(\frac{3}{5}\right)^{50-x}\ (x=0,1,2,\cdots,50)$

일 때, $E(X)+V(2X)$의 값은?

① 20 ② 32 ③ 42
④ 48 ⑤ 68

**150.** 확률변수 $X$의 확률질량함수가

$P(X=x)={}_{90}C_x\left(\frac{1}{5}\right)^x\left(\frac{4}{5}\right)^{90-x}\ (x=0,1,2,\cdots,90)$일 때,

$E(2X-14)+V\left(\frac{5}{3}X+1\right)$의 값은? [4.5점]

① 52 ② 62 ③ 72
④ 82 ⑤ 92

**151.** 연속확률변수 $X$가 갖는 값의 범위가 $0\le X\le 5$이고, 양수 $a$에 대하여 확률변수 $X$의 확률밀도함수 $f(x)$는

$f(x)=\begin{cases}-\frac{a}{3}(x-3) & (0\le x<3)\\ a(x-3) & (3\le x\le 5)\end{cases}$이다.

$P(0\le X\le 3)-2P(3\le X\le b)+P(b\le X\le 5)=0$을 만족시킬 때, $(21a-2b)^2$의 값은?( 단, $3<b<5$이다.) [4.1점]

① $\frac{20}{3}$ ② $\frac{22}{3}$ ③ 8
④ $\frac{26}{3}$ ⑤ $\frac{28}{3}$

**152.** 이항분포 $B(n,\ p)$를 따르는 확률변수 $X$에 대하여 $E(X)=2,\ \sigma(X)=\frac{2\sqrt{10}}{5}$일 때, $P(X=3)=\frac{2^a\times 3^b}{5^c}$이다. 세 자연수 $a,\ b,\ c$에 대하여 $a+b+c$의 값은? [4.0점]

① 25 ② 26 ③ 27
④ 28 ⑤ 29

**153.** 주사위를 $n$번 던져서 3의 배수의 눈이 나오는 횟수를 확률변수 $X$라 하자. $P\left(\left|X-\frac{n}{3}\right|\le 8\right)\ge 0.9974$를 만족시키는 자연수 $n$의 최댓값은? (단, $n$은 충분히 크고, $P(0\le Z\le 3)=0.4987$로 계산한다.) [4.8점]

① 30 ② 31 ③ 32
④ 33 ⑤ 34

**154.** 서로 다른 3개의 동전을 동시에 던져서 뒷면이 나오는 동전의 개수를 확률변수 $X$라 할 때, $X$의 기댓값은? [3.5점]

① $\frac{3}{2}$ ② 1 ③ $\frac{1}{2}$
④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{1}{4}$

**155.** 이산확률변수 $X$의 확률질량함수가

$\mathrm{P}(X=x)={}_{30}\mathrm{C}_{x}\left(\frac{1}{4}\right)^{x}\left(\frac{3}{4}\right)^{30-x}$ $(x=0, 1, 2, \cdots, 30)$

일 때, $\mathrm{E}(2X+1)+\mathrm{V}(2X-1)$의 값은? [5.4점]

① $\frac{101}{4}$ ② $\frac{105}{4}$ ③ $\frac{109}{4}$
④ $\frac{75}{2}$ ⑤ $\frac{77}{2}$

**156.** 확률변수 $X$의 확률질량함수가

$P(X=r)={}_{n}C_{r}\left(\frac{3}{4}\right)^{r}\left(\frac{1}{4}\right)^{n-r}$ $(r=0,\ 1,\ \cdots,\ n)$이고

$E(X)=75$일 때, $n$의 값은? [4.3점]

① 70 ② 80 ③ 90
④ 100 ⑤ 110

**157.** 확률변수 $X$의 확률질량함수가

$P(X=x)={}_{16}\mathrm{C}_{x}\left(\frac{3}{4}\right)^{x}\left(\frac{1}{4}\right)^{16-x}$ $(x=0,\ 1,\ 2,\ 3,\ \cdots,\ 16)$일 때,

$E(X^2)$의 값을 구하고 그 과정을 논술하시오.

**158.** 확률변수 $X$는 이항분포 $B(7, p)$를 따르고, 확률변수 $Y$는 이항분포 $B(3, 1-p^2)$를 따른다고 한다. $E(X)=E(-Y+5)$이 성립할 때, $\frac{P(Y=1)}{P(X=7)}$의 값은?

① 68 ② 69 ③ 70
④ 71 ⑤ 72

**159.** $(2\times1^2-1){}_{40}\mathrm{C}_{1}\left(\frac{1}{4}\right)\left(\frac{3}{4}\right)^{39}+(2\times2^2-2){}_{40}\mathrm{C}_{2}\left(\frac{1}{4}\right)^{2}\left(\frac{3}{4}\right)^{38}+$

$\cdots+(2\times40^2-40)\left(\frac{1}{4}\right)^{40}$의 값은?[4.1점]

① 195 ② 200 ③ 205
④ 210 ⑤ 215

**160.** 흰 공 3개, 검은 공 $x$개가 들어있는 주머니에서 임의로 1개의 공을 꺼내어 색을 확인하고 다시 넣는 시행을 $n$번 반복할 때, 검은 공이 나오는 횟수를 확률변수 $X$라 하자. 확률변수 $X$의 평균이 8, 확률변수 $X^2$의 평균이 68일 때, 두 자연수 $n$, $x$에 대하여 $n+x$의 값은?[4.1점]

① 16 ② 17 ③ 18
④ 19 ⑤ 20

**161.** 한 개의 주사위를 던져 나온 눈의 수 $k$에 대하여 직선 $y=kx$와 포물선 $y=x^2-2x+4$가 만나는 사건을 $A$라고 하자. 한 개의 주사위를 300번 던지는 시행에서 사건 $A$가 일어나는 횟수를 확률변수 $X$라 할 때, $E(X)+V(3X)$의 값은? [5.0점]

① 125 ② 250 ③ 375 ④ 600 ⑤ 625

**162.** 서로 다른 2개의 주사위를 동시에 던져서 나온 두 눈의 수를 각각 $p$, $q$라 할 때, 부등식 $p^2+q^2<13$을 만족시키는 사건을 $A$라 하자. 서로 다른 2개의 주사위를 동시에 던지는 시행을 720번 반복할 때, 사건 $A$가 $n$번 이상 일어날 확률은 0.3085이다. 이때 $n$의 값은?
(단, $Z$가 $\mathrm{P}(0 \le Z \le 0.5)=0.1915$로 계산한다.) [5.7점]

① 125 ② 127 ③ 129 ④ 131 ⑤ 133

**163.** 자유투 성공률이 60%인 학생이 실기 시험에서 자유투를 10번 했을 때, 성공한 횟수를 확률변수 $X$라고 하자. $E(X^2)$의 값은? [4.0점]

① 2.4 ② 6 ③ 8.4 ④ 38.4 ⑤ 40.6

**164.** 발아율이 90%인 씨앗을 100개 심었을 때, 발아되는 씨앗의 개수를 확률변수 $X$라 하자. $X$의 표준편차는?

① 3 ② 9 ③ 27 ④ 81 ⑤ 90

**165.** 한 개의 주사위를 던져 나온 눈의 수 $a$에 대하여 직선 $y=ax-3$과 원 $x^2-8x+y^2+7=0$이 서로 다른 두 점에서 만나는 사건을 $A$라고 하자. 한 개의 주사위를 108번 던지는 독립시행에서 사건 $A$가 일어나는 횟수를 확률변수 $X$라 할 때, $V(3X+2)$의 값은? [5.3점]

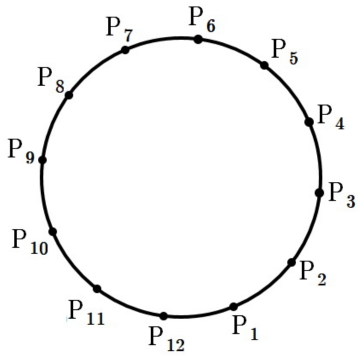
① 135 ② 162 ③ 180 ④ 216 ⑤ 243

**166.** 어느 문화 센터에서 청소년 마술 공연을 기획하고 있다. 이 공연장은 전체 객석의 수보다 많은 관람객이 올 경우 보조 의자를 준비한다고 한다. 다음 공연 기획안을 보고, 보조 의자를 준비해야 할 확률을 $p$라고 할 때, $\frac{4^{31}}{3^{31}}p$의 값은? [5.1점]

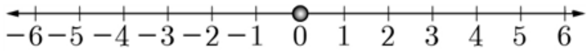
> **공연 기획안**
> - 전체 객석: 30석
> - 예약자: 32명
> - 예약자가 공연에 올 확률: $\frac{3}{4}$

① 8 ② $\frac{33}{4}$ ③ $\frac{17}{2}$
④ $\frac{35}{4}$ ⑤ 9

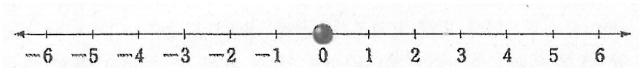
**167.** [서술형 3] 그림과 같이 원의 둘레를 12등분한 점을 각각 $\mathrm{P}_1$, $\mathrm{P}_2$, $\mathrm{P}_3$, $\cdots$, $\mathrm{P}_{12}$라 하고, 점 $\mathrm{P}_k$ $(k=3,\ 4,\ 5,\ \cdots,\ 12)$중에서 임의로 한 점을 택하는 시행을 100회 반복한다. 삼각형 $\mathrm{P}_1\mathrm{P}_2\mathrm{P}_k$가 직각삼각형인 횟수를 확률변수 $X$라 할 때, $X$의 평균과 표준편차를 구하고 그 과정을 서술하시오. [7.0점]




**168.** 아래 그림과 같이 수직선의 원점 위에 바둑돌이 놓여 있다. 한 개의 주사위를 던져서 짝수의 눈이 나오면 양의 방향으로 3만큼, 홀수의 눈이 나오면 음의 방향으로 2만큼 바둑돌을 이동시킨다고 하자. 한 개의 주사위를 다섯 번 던진 후의 바둑돌이 놓인 점이 나타내는 수를 $X$라고 할 때, 확률변수 $X$의 평균과 표준편차를 각각 구하시오.[5.0점]

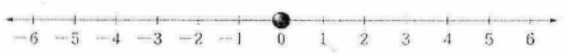



**169.** 다음 그림과 같이 수직선의 원점 위에 바둑돌이 놓여있다. 한 개의 주사위를 던져서 짝수의 눈이 나오면 양의 방향으로 3만큼, 홀수의 눈이 나오면 음의 방향으로 1만큼, 바둑돌을 이동시킨다고 하자. 한 개의 주사위를 다섯 번 던진 후의 바둑돌들이 놓인 점이 나타내는 수를 $X$라고 할 때, 확률변수 $X$의 분산의 값은? [3.8점]




① 12 ② 14 ③ 16
④ 18 ⑤ 20

**170.** 다음 그림과 같이 수직선의 원점 위에 바둑돌이 놓여 있다. 한 개의 주사위를 던져서 짝수의 눈이 나오면 양의 방향으로 1만큼, 홀수의 눈이 나오면 음의 방향으로 2만큼 바둑돌을 이동시킨다고 하자. 한 개의 주사위를 네 번 던진 후의 바둑돌이 놓인 점이 나타내는 수를 $X$라고 할 때, 확률변수 $X$의 평균과 표준편차의 합은? [4.7점]




① $-2$ ② $-1$ ③ $0$
④ $1$ ⑤ $2$

**171.** 어느 공장의 제품은 5개 중 1개의 비율로 불량품이 있다고 한다. 또한, 이 제품을 포장하는 상자는 8개 중 1개의 비율로 불량품이 있다고 한다. 한 상자에 임의로 3개씩 제품을 포장하여 250상자를 만들 때, 제품과 포장 상자 모두 합격품인 상자의 개수를 확률변수 $X$라 하자. $X$의 기댓값은? [5.4점]

① 31 ② 62 ③ 112
④ 155 ⑤ 217

**172.** 한 개의 주사위를 $n$번 던질 때 1의 눈이 나오는 횟수를 확률변수 $X$라 하고, 한 개의 동전을 15번 던질 때, 앞면이 나오는 횟수를 확률변수 $Y$라 하자. $Y$의 분산이 $X$의 분산보다 크게 되도록 하는 $n$의 최댓값은? [5.1점]

① 26 ② 27 ③ 28
④ 29 ⑤ 30

**173.** 흰 공 $x$개, 검은 공 3개가 들어 있는 주머니에서 임의로 1개의 공을 꺼내어 색을 확인하고 다시 넣는 시행을 $n$번 반복할 때, 흰 공이 나오는 횟수를 확률변수 $X$라 하자. 확률변수 $X$의 평균이 4, 확률변수 $X^2$의 평균이 18일 때, 다음 값들을 구하시오. (단, $x$, $n$은 자연수이다.) [6점]

(1) $x=$ [3점]

(2) $n=$ [3점]

**174.** 각면에 숫자 1,2,3,4가 하나씩 적혀 있는 서로 다른 정사면체 모양의 상자가 두 개 있다. 이 두 개의 상자를 동시에 160회 던지는 시행에서 각각의 바닥에 놓인 면에 적혀 있는 수의 합이 소수가 되는 횟수를 확률변수 $X$라 하고 이 두 개의 상자를 동시에 $n$회 던지는 시행에서 각각의 바닥에 놓인 면에 적혀 있는 수의 합이 7이상이 되는 회수를 확률변수 $Y$라 하자.
$E(Y) \geq E\left(\frac{1}{2}X\right)$를 만족시키는 자연수 $n$의 값이 최소일 때 $V(4Y-1)$의 값은?(4.2점)

① 540 ② 555 ③ 570
④ 585 ⑤ 600

**175.** 불량품인 건전지를 포함하여 8개의 건전지가 들어있는 상자에서 임의로 한 개의 건전지를 꺼내어 불량품 여부를 확인하고 다시 넣는 시행을 $n$회 반복할 때, 불량품이 나오는 횟수를 $X$라 하자. $E(X)=40$, $V(X)=15$일 때, 불량품의 개수를 구하고 그 풀이 과정을 서술하시오. [6점]

**176.** 1이 적힌 구슬이 2개, 2가 적혀있는 구슬이 4개, 3이 적혀있는 구슬이 6개 ,$\cdots$,$n$이 적혀 있는 구슬이 $2n$개 들어 있는 주머니에서 임의로 한 개의 구슬을 꺼내어 구슬에 적혀 있는 숫자를 확인하고 다시 주머니에 넣은 시행을 50번 반복한다. 구슬에 적힌 숫자가 $k$인 횟수를 확률변수 $X_k$라 할 때 $X_k$의 평균 $E(X_k)$에 대하여 $\sum_{k=1}^{n} E(X_k)$의 값은?(단,$n$은 자연수)(4.4점)

① 10 ② 20 ③ 30 ④ 40 ⑤ 50

**177.** 정육면체 모양의 주사위 1개를 던져서 나온 눈의 수가 $a$이면 좌표평면 위에 직선 $y=2ax$를 그리는 시행을 한다. 이 시행을 200번 반복할 때 직선 $y=2ax$가 곡선 $y=x^2+6x+3$과 서로 다른 두 점에서 만나도록 그려지는 횟수를 확률변수 $X$라 하자. $V(3X+10)$의 값은?(4.8점)

① 300 ② 350 ③ 400 ④ 450 ⑤ 500

**178.** 재구매율이 60%인 상품을 100명에게 판매하였을 때, 재구매하는 인원수를 확률변수 $X$라 할 때, $V(X)$의 값은? [4점]

① 60 ② 52 ③ 44 ④ 36 ⑤ 24

**179.** 어느 제약 회사에서 새로 개발한 치료약은 특정 질병의 환자에게 90%의 완치율을 보인다고 한다. 이 약을 복용한 400명의 환자 중에서 완치되는 환자 수를 확률변수 $X$라 할 때, $X$의 표준편차는? [3.3점]

① 6 ② 36 ③ 40 ④ 200 ⑤ 360

**180.** 상자 안에 담겨있는 5개의 제품 중에 불량품이 2개 들어 있다. 상자 안에서 2개의 제품을 꺼낼 때, 나올 수 있는 합격품의 개수를 확률변수 $X$라 한다. 이때, 확률변수 $Y=5X-3$의 표준편차는? [3.9점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

**181.** 1이 적힌 면이 2개, 2가 적힌 면이 4개인 정육면체 주사위를 던져서 매번 윗면에 적힌 수에 따라 수직선 위의 원점에 있는 점 $P$를 아래와 같은 규칙으로 연속해서 움직이기로 한다. 주사위를 6번 던졌을 때, 원점과 점 $P$사이의 거리를 확률변수 $X$라고 하자. 이때, $E(X)$의 값은? [5.1점]

> (가) 1의 눈이 나오면 수직선의 양의 방향으로 1만큼씩 이동한다.
> (나) 2의 눈이 나오면 수직선의 양의 방향으로 3만큼씩 이동한다.

① 12 ② 14 ③ 16
④ 18 ⑤ 20

**182.** 두 확률변수 $X$, $Y$가 각각 이항분포 $B\left(n_1, \frac{1}{4}\right)$, $B\left(n_2, \frac{1}{3}\right)$를 따른다. [보기]에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, $n_1$과 $n_2$는 모두 100 이상이다.)

[보기]

ㄱ. $n_1=2000$, $n_2=900$일 때, $V(X)>V(Y)$
ㄴ. $P\left(X \geq \frac{n_1+\sqrt{6n_1}}{4}\right) > P\left(Y \geq \frac{n_2+\sqrt{16n_2}}{3}\right)$
ㄷ. $E(X)=E(Y)$를 만족시키는 최대의 세 자리 자연수 $n_1$, $n_2$에 대하여 $|V(Y)-V(X)|<50$

① ㄱ ② ㄱ,ㄴ ③ ㄱ,ㄷ
④ ㄴ,ㄷ ⑤ ㄱ,ㄴ,ㄷ

## 이항분포(STEP3)

**183.** 확률변수 $X$의 확률질량함수가 $P(X=x)={}_{36}C_x\left(\frac{1}{6}\right)^x\left(\frac{5}{6}\right)^{36-x}$ $(x=0, 1, 2, \cdots, 36)$ 일 때, [보기]에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [5.4점]

[보기]

ㄱ. $E(X)=6$ 이다.
ㄴ. $V(X)=5$, $\sigma(X)=\sqrt{5}$ 이다.
ㄷ. $P(X=x)$가 최대인 $x$의 값은 7이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

**184.** 2개의 주사위 $A$, $B$를 동시에 던지는 시행을 72회 반복하다. 이때 나온 두 수의 곱이 소수가 되는 횟수를 확률변수 $X$, 소수가 되지 않는 횟수를 확률변수 $Y$라 할 때, $3X+\frac{1}{3}Y$의 평균은? [4.3점]

① 18 ② 24 ③ 32
④ 48 ⑤ 56

**185.** 한 개의 주사위를 10번 던져 2이하의 눈이 $k$번 나오면 상금으로 $13^k$원을 받는다고 할 때, 상금의 기댓값은? [4.5점]

① $2^{10}$　② $5^{10}$　③ $2^{20}$
④ $13^{10}$　⑤ $5^{20}$

**186.** 주머니 속에 1부터 20까지의 자연수가 각각 하나씩 적혀 있는 20개의 공이 들어 있다. 이 주머니에서 동시에 5개의 공을 꺼낼 때, 그 공에 적혀 있는 수 중 가장 작은 수를 $X$, 가장 큰 수를 $Y$라 할 때, $E(X)+E(Y)$의 값은? [4.6점]

① $10$　② $\frac{23}{2}$　③ $\frac{31}{3}$
④ $\frac{37}{2}$　⑤ $21$

**187.** 1이 적혀 있는 카드가 2장, 2가 적혀 있는 카드가 3장, 3이 적혀 있는 카드가 5장 들어 있는 상자가 있다. 이 상자에서 카드 두 장을 동시에 꺼낼 때, 두 장의 카드에 적혀 있는 수의 곱을 $X$라 하자. 확률변수 $X$의 기댓값은? [4.7점]

① $\frac{7}{3}$　② $\frac{22}{9}$　③ $5$
④ $\frac{47}{9}$　⑤ $\frac{50}{9}$

**188.** 수직선 위의 원점 위에 바둑돌이 놓여 있다. 한 개의 주사위를 던져서 3의 배수가 나오면 양의 방향으로 3만큼, 3의 배수가 아니면 음의 방향으로 1만큼 바둑돌을 이동시킨다고 하자. 한 개의 주사위를 6번 던진 후의 바둑돌이 놓인 점이 나타내는 수를 $X$라고 할 때, 확률변수 $X$의 표준편차는? [4.8점]

① $\frac{2\sqrt{3}}{3}$　② $\frac{4\sqrt{3}}{3}$　③ $\frac{8\sqrt{3}}{3}$
④ $\frac{2}{3}$　⑤ $\frac{4}{3}$

**189.** 다음은 확률변수 $X$의 확률분포를 나타낸 표이다.

| $X$ | $2$ | $6$ | $10$ | $\cdots$ | $4n+2$ | 계 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $\mathrm{P}(X=x)$ | ${}_n\mathrm{C}_0\left(\frac{b}{4}\right)^n$ | ${}_n\mathrm{C}_1\frac{a}{4}\left(\frac{b}{4}\right)^{n-1}$ | ${}_n\mathrm{C}_2\left(\frac{a}{4}\right)^2\left(\frac{b}{4}\right)^{n-2}$ | | ${}_n\mathrm{C}_n\left(\frac{a}{4}\right)^n$ | $1$ |

$\mathrm{E}(X)=562$, $\sigma(X)=40$일 때, $n$의 값을 구하고, 그 풀이 과정을 서술하시오. (단, $a$, $b$는 $a+b=4$인 실수) [7점]

**190.** 1부터 9까지의 자연수가 하나씩 적힌 9장의 카드 중 임의로 한 장의 카드를 꺼낼 때, 카드에 적힌 숫자가 $k$의 약수이면 2점을 얻고 $k$의 약수가 아니면 1점을 얻는 시행을 162번 반복하여 얻은 점수를 확률변수 $X$라 하자. $99V(X)=E(14X)$를 만족시키는 10이하의 모든 자연수 $k$의 값을 구하는 풀이과정과 정답을 서술하시오.
(단, 카드에 적힌 숫자를 확인한 후 꺼낸 카드는 다시 넣고 시행을 반복한다.) [10.0점]

**191.** 한 개의 동전을 한 번 던지는 시행을 4번 반복할 때, 각 시행에서 나온 결과에 대하여 다음 규칙에 따라 표를 작성한다.

> ◦ 첫 번째 시행에서 앞면이 나오면 ●, 뒷면이 나오면 ○ 를 표시한다.
> ◦ 두 번째 시행부터는
> 1) 뒷면이 나오면 ○를 표시하고
> 2) 앞면이 나왔을 때는, 바로 이전의 시행 결과가 앞면 이면 ○, 뒷면이면 ●를 표시한다.

예를 들어 동전을 4번 던져 '앞면, 뒷면, 뒷면, 앞면' 이 나오면 다음과 같은 표가 만들어진다.

| $X$ | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|
| $P(X=x)$ | ● | ○ | ○ | ● |

한 개의 동전을 4번 던질 때, 작성되는 표에 표시된 ● 의 개수를 확률변수 $X$라 하면 $P(X \geq 2)$의 값은? [5.1점]

① $\frac{1}{8}$　② $\frac{3}{16}$　③ $\frac{5}{16}$
④ $\frac{5}{8}$　⑤ $\frac{15}{16}$

**192.** 서로 다른 10개의 동전을 동시에 던져서 앞면이 $r$개 나오면 $3^r$ 원을 상금으로 받을 때, 상금의 기댓값은? (단, 각 동전의 앞면과 뒷면이 나올 확률은 $\frac{1}{2}$ 로 서로 같다.) [5.6점]

① $2^{10}$　② $3^{10}$　③ $4^{10}$
④ $5^{10}$　⑤ $6^{10}$

## 정규분포(STEP1)

**193.** 연속확률변수 $X$의 확률밀도함수 $f(x)$가

$$f(x)=-\frac{1}{2}x+k \quad (0 \le x \le 2)$$

일 때, $P(1 \le X \le 2)$의 값은? [4.6점]

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$
④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

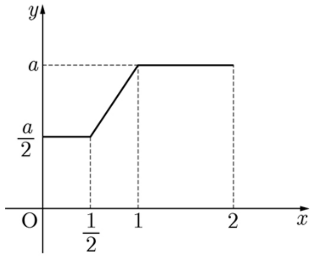
**194.** 두 확률변수 $X$, $Y$가 각각 정규분포 $N(12,\ 4^2)$, $N(32,\ 4^2)$을 따를 때, $P(X \ge 16) = P(Y \le k)$이다. 이때 상수 $k$의 값은?

① 28 ② 30 ③ 32
④ 34 ⑤ 36

**195.** $0 \le x \le 2$에서 정의된 연속확률변수 $X$의 확률밀도함수가 $f(x)=2ax+a$일 때, 상수 $a$의 값은? [4.6점]

① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{1}{4}$
④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

**196.** 연속확률변수 $X$가 갖는 값의 범위는 $0 \le X \le 2$이고 $X$의 확률밀도함수의 그래프는 그림과 같다. 상수 $a$의 값은?[3.8점]




① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{8}{13}$ ③ $\frac{9}{11}$
④ $\frac{9}{10}$ ⑤ 1

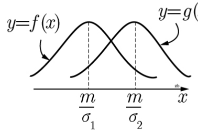
**197.** 연속확률변수 $X$의 확률밀도함수가 $f(x)=kx\,(0 \le x \le 3)$일 때, $\mathrm{P}(2 \le X \le 3)$의 값은? (단, $k$는 상수이다.) [4.5점]

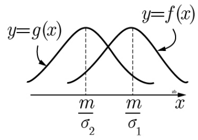
① $\frac{4}{9}$ ② $\frac{5}{9}$ ③ $\frac{2}{3}$
④ $\frac{7}{9}$ ⑤ $\frac{8}{9}$

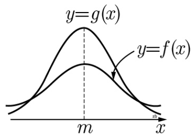
**198.** $-3 \le x \le 3$에서 정의된 연속확률변수 $X$의 확률밀도함수를 $f(x)$라고 할 때, $f(-x)=f(x)$가 성립한다. $P(-1 \le X \le 1)=\frac{1}{6}$일 때, $P(-3 \le X \le 1)$의 값은?[3.9점]

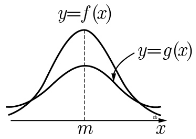
① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{5}{12}$ ③ $\frac{1}{2}$
④ $\frac{7}{12}$ ⑤ $\frac{2}{3}$

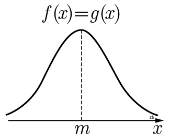
**199.** zb 두 확률변수 $X$, $Y$가 각각 정규분포 $N(m, {\sigma_1}^2)$, $N(m, {\sigma_2}^2)$을 따르고 두 확률변수 $X$, $Y$의 확률밀도함수를 각각 $f(x)$, $g(x)$라고 하자. $\sigma_1 > \sigma_2$일 때, $y=f(x)$, $y=g(x)$의 그래프로 가장 적절한 것은?

① 

② 

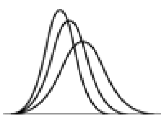
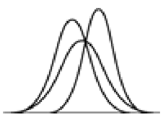
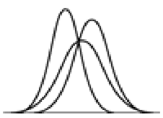
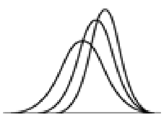
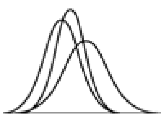
③ 

④ 

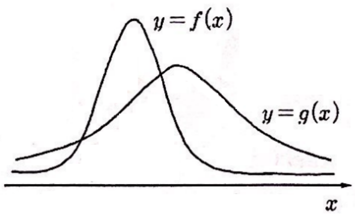
⑤ 


**200.** $A$, $B$, $C$ 세 나라 국민의 하루 여가시간을 각각 $W$분, $X$분, $Y$분이라 하자. 세 확률변수 $W$, $X$, $Y$가 모두 정규분포를 따르고, 평균과 표준편차가 아래 표와 같을 때, 각각의 확률밀도함수의 그래프를 나타낸 것으로 옳은 것은?[3.8점]

| | $A$ | $B$ | $C$ |
|---|---|---|---|
| 평균(분) | 270 | 350 | 300 |
| 표준편차(분) | 60 | 56 | 75 |

① 
② 
③ 
④ 
⑤ 

**201.** 정규분포 $N(m_1,\ a^2)$, $N(m_2,\ b^2)$를 차례로 따르는 두 확률변수 $X$, $Y$의 확률밀도함수를 각각 $f(x)$, $g(x)$라 하자. 두 함수 $y=f(x)$, $y=g(x)$의 그래프가 그림과 같을 때, 옳은 것만을 [보기]에서 있는 대로 고른 것은? (단, $a$, $b$는 양수이다.) [4.2점]




[보 기]

ㄱ. $m_1 < m_2$
ㄴ. $a < b$
ㄷ. $P(X \geq m_1) < P(Y \geq m_1)$

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

**202.** 확률변수 $X$가 정규분포 $N(10, 3^2)$를 따를 때, $P(X \leq 4) = P(X \geq a)$를 만족시키는 상수 $a$의 값은?

① 16 ② 18 ③ 20
④ 22 ⑤ 24

**203.** 확률변수 $X$가 정규분포 $N(120,\ 10^2)$을 따를 때, $P(X \geq 135)$의 값은? [3.7점]

| $z$ | $P(0 \leq Z \leq z)$ |
|---|---|
| 0.5 | 0.19 |
| 1.0 | 0.34 |
| 1.5 | 0.43 |
| 2.0 | 0.48 |

① 0.07 ② 0.16 ③ 0.43
④ 0.84 ⑤ 0.98

**204.** 두 확률변수 $X,\ Y$가 각각 정규분포 $N(10, 4^2)$, $N(28, 4^2)$을 따를 때, $P(X \geq 14) + P(28 \leq Y \leq k) = 0.5$를 만족시키는 상수 $k$의 값은?[3.9점]

① 28 ② 29 ③ 30
④ 31 ⑤ 32

**205.** 확률변수 $X$가 정규분포 $N(50,\ 6^2)$을 따를 때, $P((X-50)^2 \geq 144)$의 값을 다음 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은?

| $z$ | $P(0 \leq Z \leq z)$ |
|---|---|
| 0.5 | 0.1915 |
| 1.0 | 0.3413 |
| 2.0 | 0.4772 |
| 3.0 | 0.4987 |

① 0.0228 ② 0.0456 ③ 0.0668
④ 0.1587 ⑤ 0.3174

**206.** 어느 기차역에 기차가 정시에 도착할 확률은 0.9라 한다. 400회의 운행 중에서 정시에 도착하는 횟수가 354회 이상 366회 이하가 될 확률은? [3.8점]

| $z$ | $P(0 \leq Z \leq z)$ |
|---|---|
| 1.0 | 0.3413 |
| 1.5 | 0.4332 |
| 2.0 | 0.4772 |

① 0.6826 ② 0.7745 ③ 0.8185
④ 0.8664 ⑤ 0.9544

**207.** 어느 농장에서 수확하는 파프리카 1개의 무게는 평균이 $180\,\mathrm{g}$, 표준편차가 $20\,\mathrm{g}$인 정규분포를 따른다고 한다. 이 농장에서 수확한 파프리카 중에서 임의로 선택한 파프리카 1개의 무게가 $190\,\mathrm{g}$ 이상이고 $210\,\mathrm{g}$ 이하일 확률을 아래 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은?

| $z$ | $P(0 \leq Z \leq z)$ |
|---|---|
| 0.5 | 0.1915 |
| 1.0 | 0.3413 |
| 1.5 | 0.4332 |
| 2.0 | 0.4772 |

① 0.0919 ② 0.1359 ③ 0.1498
④ 0.2417 ⑤ 0.2857

**208.** 확률변수 $X$가 이항분포 $B\left(n,\ \frac{1}{6}\right)$을 따르고 $E(X)=30$일 때, $P\left(\frac{n}{9} \le X \le \frac{n}{4}\right)$의 값을 다음 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은?

| $z$ | $P(0 \le Z \le z)$ |
|---|---|
| 1.0 | 0.3413 |
| 1.5 | 0.4332 |
| 2.0 | 0.4772 |
| 2.5 | 0.4938 |
| 3.0 | 0.4987 |

① 0.0115 ② 0.0919 ③ 0.6826
④ 0.7745 ⑤ 0.9759

**209.** 어느 제약 회사에서 만드는 원 모양의 알약은 지름의 길이가 평균이 $6\text{mm}$, 표준편차가 $0.3\text{mm}$인 정규분포를 따른다고 한다. 이 회사에서 만든 알약 중 임의로 선택한 알약 1개의 지름이 $5.4\text{mm}$ 이상 $6.3\text{mm}$ 이하일 확률을 다음 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [4.9점]

| $z$ | $P(0 \le Z \le z)$ |
|---|---|
| 0.5 | 0.1915 |
| 1.0 | 0.3413 |
| 1.5 | 0.4332 |
| 2.0 | 0.4772 |

① 0.5328 ② 0.6247 ③ 0.7745
④ 0.8185 ⑤ 0.9104

**210.** 확률변수 $X$가 이항분포 $B\left(720,\ \frac{1}{6}\right)$을 따를 때, $P(90 \le X \le 135)$의 값은?

| $z$ | $P(0 \le Z \le z)$ |
|---|---|
| 1.5 | 0.4332 |
| 2.0 | 0.4772 |
| 2.5 | 0.4938 |
| 3.0 | 0.4987 |

① 0.7745 ② 0.8185 ③ 0.8465
④ 0.8759 ⑤ 0.9319

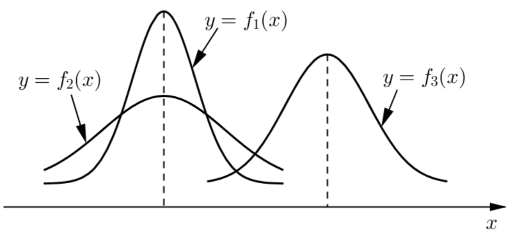
**211.** [보기]는 정규분포 $N(m, \sigma^2)$을 따르는 확률변수 $X$의 확률밀도함수 $f(x)$의 그래프에 대한 성질이다. 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4.5점]

[보 기]
ㄱ. $y$축을 점근선으로 한다.
ㄴ. 최댓값은 $f(m)$이고, 표준편차 $\sigma$값이 커지면 작아진다.
ㄷ. 임의의 실수 $k$에 대하여 $f(m-k)=f(m+k)$이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄷ

## 정규분포(STEP2)

**212.** 정규분포를 따르는 연속확률변수 $X_1$, $X_2$, $X_3$의 확률밀도함수 $f_1(x)$, $f_2(x)$, $f_3(x)$가 아래 그래프와 같다. 각각의 확률변수의 평균과 분산의 크기를 비교했을 때 평균이 가장 큰 확률변수와 분산이 가장 작은 확률변수를 순서대로 나열한 것은? [3.7점]




① $X_1$, $X_2$ ② $X_1$, $X_3$ ③ $X_2$, $X_3$
④ $X_3$, $X_1$ ⑤ $X_3$, $X_2$

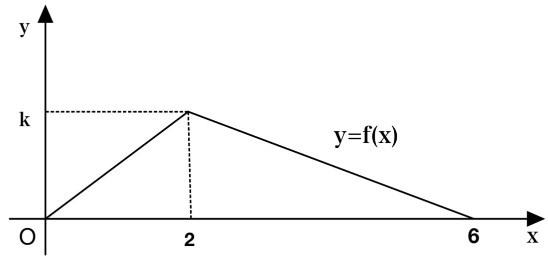
**213.** 양의 실수 $a$, $b$에 대하여 연속확률변수 $X$가 취하는 값의 범위는 $-a \le X \le a$이고, 확률변수 $X$의 확률밀도함수는

$$f(x)=\begin{cases} \frac{1}{10}x+b & (-a \le x \le 0) \\ \frac{b}{2}(a-x) & (0 \le x \le a) \end{cases}$$

이다. $2P(-a \le X \le 0)=3P(0 \le X \le a)$일 때, $a-b$의 값은? [5.1점]

① $\frac{6}{5}$ ② $\frac{7}{5}$ ③ $\frac{8}{5}$
④ $\frac{9}{5}$ ⑤ $2$

**214.** 연속확률변수 $X$의 확률밀도함수 $f(x)$의 그래프가 아래 그림과 같을 때, $P(0 \le X \le 2)$의 값은? [4.1점]




① $\frac{1}{9}$ ② $\frac{2}{9}$ ③ $\frac{1}{3}$
④ $\frac{4}{9}$ ⑤ $\frac{5}{9}$

**215.** 연속확률변수 $X$가 갖는 범위가 $0 \le X \le 4$이고 확률변수 $X$의 확률밀도함수 $f(x)$가

$$f(x)=\begin{cases} ax & (0 \le x \le 2) \\ a(4-x) & (2 \le x \le 4) \end{cases}$$

일 때, $P(1 \le X \le 3)$의 값은? (단, $a$는 상수이다.) [4.7점]

① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{2}{5}$
④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

**216.** $0 \le X \le 10$에서 정의된 연속확률변수 $X$의 확률밀도함수를 $f(x)$라고 할 때, $0 \le x \le 5$인 모든 $x$에 대하여 $f(5-x)=f(5+x)$가 성립한다. $P(0 \le X \le 3)=\frac{1}{4}$일 때, $P(5 \le X \le 7)$의 값은? [4.8점]

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{4}$
④ $\frac{1}{5}$ ⑤ $\frac{1}{10}$

**217.** $0 \le x \le 5$에서 정의된 연속확률변수 $X$의 확률밀도함수가 $f(x)=\frac{1}{5}$일 때, 실수 $t$에 대한 이차방정식 $4t^2+4Xt-X+2=0$이 실근을 갖게 하는 확률변수 $X$의 확률은? [5.2점]

① $\frac{2}{5}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{3}{5}$
④ $\frac{3}{4}$ ⑤ $\frac{4}{5}$

**218.** 연속확률변수 $X$가 갖는 값의 범위가 $1 \le X \le 4$이고, $\mathrm{P}(1 \le X \le x)=a(x-b)$ $(1 \le x \le 4)$가 성립할 때, $\mathrm{P}(1 \le X \le 6a+b)$의 값을 구하고 풀이과정을 서술하시오. (단, $a$, $b$는 상수이다.) [5.0점]

**219.** 연속확률변수 $X$가 갖는 값의 범위가 $0 \le X \le 2$이고 확률변수
$X$의 확률밀도함수 $f(x)$가
$$f(x)=\begin{cases} ax & (0 \le x \le 1) \\ a(2-x) & (1 \le x \le 2) \end{cases}$$
일 때 $P\left(\frac{1}{2} \le X \le \frac{3}{2}\right)$의 값은?(단, $a$는 상수)(3.8점)

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ $\frac{3}{4}$
④ $\frac{4}{5}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

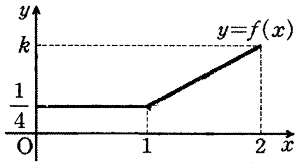
**220.** 연속확률변수 $X$의 확률밀도함수가 $f(x)=k|x-2|\,(0 \le x \le 5)$일 때, $P(1 \le X \le 4)$를 구하면? [4.5점]

① $\frac{3}{13}$ ② $\frac{4}{13}$ ③ $\frac{5}{13}$
④ $\frac{6}{13}$ ⑤ $\frac{7}{13}$

**221.** $0 \le X \le 2$의 모든 실수 값을 가지는 연속확률변수 $X$에 대하여 $P(t \le X \le 2)=a(2-t)(0 \le t \le 2)$이 성립할때 $P(0 \le X \le a)=\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값은?(단, $a$는 상수이고 $p,q$는 서로소인 자연수이다.)(3.8점)

① 5 ② 10 ③ 15
④ 20 ⑤ 25

**222.** 연속확률변수 $X$의 확률밀도함수 $f(x)$의 그래프가 그림과 같을 때, $P\left(X<\frac{3}{2}\right)$의 값은? [3.7점]

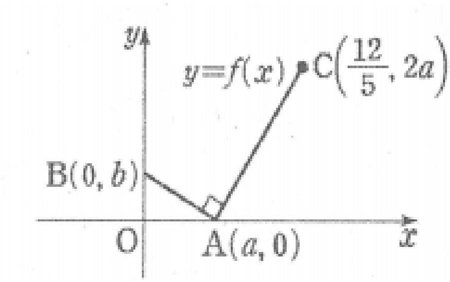



① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{3}{8}$ ③ $\frac{1}{2}$
④ $\frac{5}{8}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

**223.** $0 \le x \le 6$에서 정의된 연속확률변수 $X$의 확률밀도함수를 $f(x)$라고 할 때 $0 \le x \le 3$인 모든 $x$에 대하여 $f(3-x)=f(3+x)$가 성립한다. $P(0 \le X \le 1)=\frac{1}{6}$일 때 $P(3 \le X \le 5)$의 값은?(3.6점)

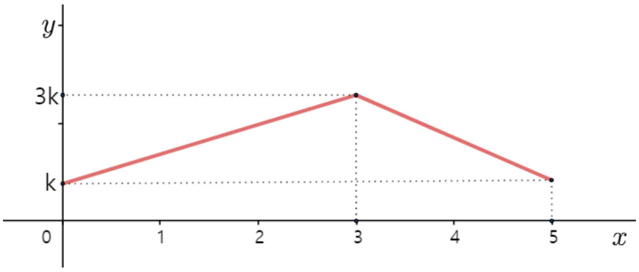
① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{5}$
④ $\frac{1}{6}$ ⑤ $\frac{1}{7}$

**224.** 그림과 같이 좌표평면에 세 점 $A(a,0)\,B(0,b)\,C\left(\frac{12}{5},2a\right)$가 있다. 연속확률변수 $X$가 갖는 값의 범위가 $0 \le X \le \frac{12}{5}$이고 확률변수 $X$의 확률밀도함수 $y=f(x)$의 그래프는 두 선분 $AB, AC$로 이루어진다. $\angle BAC=90^\circ$일 때 두 상수 $a,b$에 대하여 $5(a+b)$의 값은?(단, $0<b<a<\frac{12}{5}$)(4.2점)




① 11 ② 12 ③ 15
④ 17 ⑤ 19

**225.** (서술형4) 구간 $[0,\ 5]$의 모든 실수 값을 가지는 연속확률변수 $X$에 대하여 $X$의 확률밀도함수의 그래프는 그림과 같다.




$P(0 \le X \le 3) = \frac{q}{p}$라 할 때, 다음 값들을 구하시오. (단, $k$는 상수, $p$와 $q$는 서로소인 자연수이다.) [6점]

(1) $k=$ [3점]

(2) $\frac{q}{p}=$ [3점]

**226.** 연속확률변수 $X$의 확률밀도함수가

$$f(x)=\begin{cases} \frac{a}{4}x & (0 \le x \le 1) \\ -\frac{a}{12}(x-4) & (1 \le x \le 4) \\ b(x-4) & (4 \le x \le 5) \end{cases}$$ 이고

$4P(0 \le X \le 1) = P(4 \le X \le 5)$일 때, $3a-b$의 값은? (단, $a$, $b$는 상수이다.)[4.0점]

① 0 ② 1 ③ 2
④ 3 ⑤ 4

**227.** 확률변수 $X$가 정규분포 $\mathrm{N}(m,\ 1^2)$을 따른다. $\mathrm{P}(X \ge 22) = 0.68$, $\mathrm{P}(X \ge 34) = 0.32$일 때, $\mathrm{P}(|X-m| \le 6)$의 값은? [4.0점]

① 0.32 ② 0.34 ③ 0.36
④ 0.38 ⑤ 0.40

**228.** 정규분포 $N(m, 2^2)$을 따르는 확률변수 $X$에 대하여 $P(a-1 \le X \le a+3)$는 $a=6$의 최댓값을 갖는다. 상수 $m$의 값은?

① 3 ② 4 ③ 5
④ 6 ⑤ 7

**229.** 확률변수 $X$는 정규분포 $N(0, {\sigma_1}^2)$을 따르고, 확률변수 $Y$는 정규분포 $N(0, {\sigma_2}^2)$을 따른다. 모든 양의 실수 $k$에 대하여 $P(|X| \le k) = P(|Y| \le 2k)$가 항상 성립할 때, $\left(\frac{\sigma_2}{\sigma_1}\right)^2$의 값은?

① $\frac{1}{16}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ 1
④ 4 ⑤ 16

**230.** 확률변수 $X$는 평균이 $m$, 표준편차가 4인 정규분포를 따르고, 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $P(X \le k) + P(X \le 20 + k) = 1$
(나) $P(X \ge 2k) = 0.0228$

$m$의 값은? (단, $k$는 실수이고, $Z$가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $P(0 \le Z \le 2) = 0.4772$로 계산한다.)

① 12　② 14　③ 20　④ 26　⑤ 28

**231.** 좌표평면 위의 한 점 $(x, y)$에서 두 점 $(x-1, y+1)$, $(x+1, y+2)$ 중 한 점으로 이동하는 것을 점프라 하자. 주사위를 던져서 짝수의 눈이 나오면 $(x, y)$에서 $(x-1, y+1)$로 점프하고 홀수의 눈이 나오면 $(x, y)$에서 $(x+1, y+2)$로 점프한다. 원점 $(0, 0)$에서 출발하여 주사위를 20번 던진 후 점의 위치를 $(a, b)$라 할 때, 확률변수 $X = a + b$라 하자. $E(X) + V(X)$의 값은?[4.1점]

① 55　② 60　③ 65　④ 70　⑤ 75

**232.** 다음은 어느 학생이 받은 $A$, $B$, $C$ 세 과목의 시험 성적표이고, 각 과목별 성적 분포는 정규분포를 따른다고 한다.

(단위 : 점)

| 과목 | 받은 점수 | 학년 평균 | 학년 표준편차 |
|---|---|---|---|
| $A$ | 85 | 76 | 6 |
| $B$ | 86 | 78 | 4 |
| $C$ | 86 | 81 | 2 |

이 학생의 성적과 학년 전체 학생의 성적을 비교할 때, 이 학생의 성적이 상대적으로 우수한 과목부터 차례대로 나열한 것은? [4.8점]

① $A$, $B$, $C$　② $B$, $A$, $C$　③ $B$, $C$, $A$　④ $C$, $A$, $B$　⑤ $C$, $B$, $A$

**233.** 정규분포 $\mathrm{N}(8, 2^2)$을 따르는 확률변수 $X$에 대하여 $\mathrm{P}(k-1 \le X \le k+3)$이 최대가 되도록 하는 상수 $k$의 값은? [5.1점]

① 7　② 8　③ 9　④ 10　⑤ 11

**234.** 확률변수 $Z$가 정규분포 $N(0,\ 1^2)$을 따르고, $P(-2 \le Z \le 2) = a,\ P(1 \le Z \le 2) = b$일 때, $P(-1 \le Z \le 1) = a + kb$이다. 상수 $k$의 값은? (단, $a,\ b$는 상수이다.) [4.8점]

① $-4$ ② $-2$ ③ $1$
④ $2$ ⑤ $4$

**235.** 두 확률변수 $X,\ Y$가 정규분포 $\mathrm{N}(65,\ 12^2),\ \mathrm{N}(58,\ 10^2)$을 따를 때, $\mathrm{P}(65 \le X \le k) = \mathrm{P}(43 \le Y \le 58)$을 만족시키는 상수 $k$의 값은? [4.1점]

① 71 ② 74 ③ 77
④ 80 ⑤ 83

**236.** 정규분포 $\mathrm{N}(m_1, 6^2)$을 따르는 확률변수 $X$의 확률밀도함수를 $f(x)$, 정규분포 $\mathrm{N}(m_2, \sigma^2)$을 따르는 확률변수 $Y$의 확률밀도함수를 $g(x)$라 하자. 두 함수 $f(x),\ g(x)$가 모든 실수 $x$에 대하여 다음 조건을 만족시킬 때, $m_1 + m_2 + \sigma$의 값은? (단, $\sigma > 0$) [5.5점]

(가) $f(12-x) = f(12+x)$ (나) $g(x) = f(x+5)$

① 24 ② 25 ③ 26
④ 27 ⑤ 28

**237.** 정규분포 $N(m, 2^2)$을 따르는 확률변수 $X$에 대하여 확률밀도함수 $f(x)$가 모든 실수 $x$에 대하여 $f(80-x) = f(x)$를 만족한다. 함수 $G(t)$를 $G(t) = P(t-6 \le X \le t)$로 정의할 때, 함수 $G(t)$는 $t = \alpha$일 때, 최댓값 $\beta$를 갖는다. $m + \alpha + \beta$의 값을 주어진 표준정규분포표를 이용하여 구하면?

| $z$ | $P(0 \le Z \le z)$ |
|---|---|
| 1.5 | 0.43 |
| 2.0 | 0.47 |
| 3.0 | 0.49 |

① 43.96 ② 63.98 ③ 83.86
④ 103.96 ⑤ 163.86

**238.** 확률변수 $X$가 정규분포 $N(m,\ \sigma^2)$을 따른다고 한다. $P(2a-2 \le X \le 2a+4)$의 값이 최대가 되도록 하는 실수 $a$에 대하여 다음 표를 이용하여 구한 $P(X \ge 2a+3)$의 값이 $0.0668$일 때, 양수 $\sigma$의 값은? [4.9점]

| $x$ | $P(m \le X \le x)$ |
|---|---|
| $m+0.5\sigma$ | 0.1915 |
| $m+\sigma$ | 0.3413 |
| $m+1.5\sigma$ | 0.4332 |
| $m+2\sigma$ | 0.4772 |

① $\frac{2}{3}$ ② $1$ ③ $\frac{4}{3}$
④ $\frac{5}{3}$ ⑤ $2$

**239.** 두 확률변수 $X$, $Y$는 각각 정규분포 $N(31, a^2)$, $N(50, b^2)$을 따르고 $P(Y \le 56) - P(X \le 37) > 0$을 만족시킬 때, 다음 중 가장 큰 값은? (단, $a > 0$, $b > 0$)

① $P(30 \le X \le 31) + a$
② $P(30 \le X \le 32) + a$
③ $P(30 \le X \le 32) + b$
④ $P(49 \le Y \le 51) + a$
⑤ $P(49 \le Y \le 51) + b$

**240.** 확률변수 $X$가 정규분포 $N(m,\ \sigma^2)$을 따를 때, $P(m \le X \le x)$는 오른쪽 표와 같다. 확률변수 $X$의 평균이 10, 분산이 4일 때, $P(8 \le X \le 14)$의 값은? [4.3점]

| $x$ | $P(m \le X \le x)$ |
|---|---|
| $m+\sigma$ | 0.3413 |
| $m-1.5\sigma$ | 0.4332 |
| $m+2\sigma$ | 0.4772 |
| $m+2.5\sigma$ | 0.4938 |

① 0.7745 ② 0.8185 ③ 0.9104
④ 0.9270 ⑤ 0.9710

**241.** 어느 회사는 전체 직원의 $10\%$가 자격증 $A$를 가지고 있다. 이 회사의 직원 중에서 임의로 400명을 선택할 때, 자격증 $A$를 가진 직원의 비율이 $a\%$ 이상일 확률이 0.9938이다. 아래 표준정규분포표를 이용하여 $a$의 값을 구하면? [5.1점]

| $z$ | $P(0 \le Z \le z)$ |
|---|---|
| 2.00 | 0.4772 |
| 2.25 | 0.4878 |
| 2.50 | 0.4938 |
| 2.75 | 0.4970 |

① 8.75 ② 7 ③ 6.625
④ 6.25 ⑤ 5.875

**242.** 어느 고등학교 2학년 학생들의 수학 성적은 평균이 70점이고 표준편차가 5점인 정규분포를 따른다고 한다. 수학 성적이 $a$점 이상일 확률이 0.02 이하일 때, 양수 $a$의 최솟값을 아래 표준정규분포표를 이용하여 구하면? [4.9점]

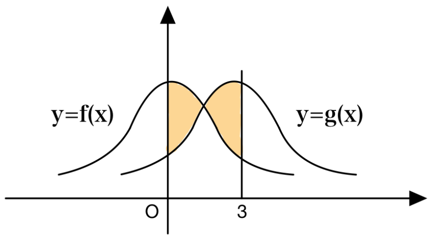
| $z$ | $P(0 \le Z \le z)$ |
|---|---|
| 1.0 | 0.34 |
| 1.5 | 0.43 |
| 2.0 | 0.48 |
| 2.5 | 0.49 |

① 75 ② 78 ③ 80
④ 82 ⑤ 85

**243.** 확률변수 $X$가 평균이 $m$, 표준편차가 $\sigma$인 정규분포를 따르고,
$P(X \le 4) = P(4 \le X \le 13) = 0.35$일 때, $10m + \sigma$의 값은? (단, $Z$가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $P(0 \le Z \le 0.38) = 0.15$, $P(0 \le Z \le 0.52) = 0.2$로 계산한다.) [5.3점]

① 88 ② 89 ③ 90
④ 91 ⑤ 92

**244.** 그림은 각각 정규분포 $N(0,\ 1)$, $N(3,\ 1)$을 따르는 두 확률변수 $X$, $Y$의 확률밀도함수 $y = f(x)$, $y = g(x)$의 그래프이다. 두 확률밀도함수 $y = f(x)$, $y = g(x)$의 그래프와 두 직선 $x = 0$, $x = 3$으로 둘러싸인 색칠한 부분의 넓이를 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [4.1점]




| $z$ | $P(0 \le Z \le z)$ |
|---|---|
| 1.5 | 0.4332 |
| 2.0 | 0.4772 |
| 2.5 | 0.4938 |
| 3.0 | 0.4987 |

① 0.3677 ② 0.4987 ③ 0.7354
④ 0.8185 ⑤ 0.9974

**245.** 일반적으로 수축기 혈압이 100 mmHg 미만이면 저혈압, 140 mmHg 이상이면 고혈압이라고 한다. 어느 대학교의 건강 검진에서 학생들의 수축기 혈압이 평균이 120 mmHg, 표준편차가 10 mmHg인 정규분포를 따른다고 한다. 건강 검진 결과 저혈압이나 고혈압으로 분류될 확률을 $a$라고 하자. 조사 대상 대학생 150명 중에서 건강 검진 결과 저혈압이나 고혈압으로 분류된 학생이 12명 이상일 확률을 $b$라고 할 때, $a$, $b$의 값을 각각 구하시오.
(단, $Z$가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $P(0 \le Z \le 2) = 0.48$, $P(0 \le Z \le 2.5) = 0.49$로 계산한다.)

**246.** 회원 수가 1800명인 어느 동호회의 회장 선거에 출마한 $A$, $B$ 두 후보에 대한 지지율이 각각 $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{3}$라고 한다. 이 지지율대로 동호회원 전원이 기권 없이 투표하였다고 할 때, $B$후보가 1230표 이상을 얻어 회장에 당선될 확률은? (단, 무효표는 없다.) [4.0점]

| $z$ | $P(0 \le Z \le z)$ |
|---|---|
| 1.0 | 0.3413 |
| 1.5 | 0.4332 |
| 2.0 | 0.4772 |

① 0.0228 ② 0.0668 ③ 0.1587
④ 0.2166 ⑤ 0.4332

**247.** 어느 아파트 단지의 전체 가구 중에서 $20\%$는 초등학생 자녀가 있다고 한다. 이 단지에서 임의로 100가구를 택할 때, 이 중 초등학생 자녀가 있는 집이 12가구 이하일 확률을 주어진 표준정규분포표를 이용하여 구하면?

| $z$ | $P(0 \le Z \le z)$ |
|---|---|
| 1.0 | 0.3413 |
| 2.0 | 0.4772 |
| 3.0 | 0.4987 |

① 0.0013 ② 0.0228 ③ 0.1587
④ 0.3413 ⑤ 0.4772

**248.** 확률변수 $X$가 이항분포 $B\left(n, \frac{1}{5}\right)$을 따르고 $E(X)=45$일 때, $P\left(\frac{17}{75}n \le X \le \frac{6}{25}n\right)$의 값을 다음 표준정규분포표를 이용하여 구하면?[4.0점]

| $z$ | $P(0 \le Z \le z)$ |
|---|---|
| 0.5 | 0.1915 |
| 1.0 | 0.3413 |
| 1.5 | 0.4332 |
| 2.0 | 0.4772 |

① 0.0919 ② 0.2417 ③ 0.2857
④ 0.3413 ⑤ 0.4332

**249.** 다음은 어느 백화점에서 판매하고 있는 청바지에 대한 제조회사별 고객의 구매율을 조사한 표이다.

| 제조회사 | $A$ | $B$ | $C$ | $D$ | 합계 |
|---|---|---|---|---|---|
| 구매율(%) | 20 | 25 | 40 | 15 | 100 |

고객 225명이 각각 청바지를 한 벌씩 산다고 할 때, $A$회사의 제품을 선택하는 고객이 54명 이상일 확률을 다음 표준정규분포표를 이용하여 구하시오. [7.0점]

| $z$ | $P(0 \le Z \le z)$ |
|---|---|
| 1.0 | 0.3413 |
| 1.5 | 0.4332 |
| 2.0 | 0.4772 |
| 2.5 | 0.4938 |

**250.** 한 개의 주사위를 $n$회 던지는 시행에서 1의 눈이 나오는 횟수를 확률변수 $X$라고 하자. 시행 횟수 $n=30$, 50일 때, 확률 $P(X=x)$의 값을 컴퓨터 프로그램을 이용하여 아래 표와 같이 구하였다. 다음 물음에 답하시오.

| $x$ \ $n$ | 30 | 50 |
|---|---|---|
| 0 | 0.004 | 0.000 |
| 1 | 0.025 | 0.001 |
| 2 | 0.073 | 0.005 |
| 3 | 0.137 | 0.017 |
| 4 | 0.185 | 0.040 |
| 5 | 0.192 | 0.075 |
| 6 | 0.160 | 0.112 |
| 7 | 0.110 | 0.140 |
| 8 | 0.063 | 0.151 |
| 9 | 0.031 | 0.141 |
| 10 | 0.013 | 0.116 |
| 11 | 0.005 | 0.084 |
| $\cdots$ | $\cdots$ | $\cdots$ |

(1) 위 표를 이용하여 $n=30$, 50일 때, $P\left(\left|\frac{X}{n}-\frac{1}{6}\right|<0.05\right)$를 각각 구하시오. [7.0점]

(2) 다음은 '큰 수의 법칙'에 대한 설명이다. 빈 칸에 들어갈 확률 표현을 쓰시오.

> 어떤 시행에서 사건 $A$가 일어날 수학적 확률이 $p$일 때, $n$회의 독립시행에서 사건 $A$가 일어나는 횟수를 $X$라고 하면, 아무리 작은 임의의 양수 $h$를 택하여도 $n$이 커짐에 따라 확률 $\boxed{\phantom{aaa}}$는 1에 가까워진다.

**251.** 어느 과목의 평가 점수 $X$가 평균이 $m$점이고 표준편차가 $\sigma$점인 정규분포를 따를 때,

$T=10\left(\frac{X-m}{\sigma}\right)+50$을 $X$의 표준점수($T$점수)라고 한다. 다음 물음에 답하시오.

(1) 확률변수 $T$의 평균과 표준편차를 각각 구하시오.

(2) 어떤 평가에서 $A$과목의 평가 점수는 평균이 58점이고 표준편차가 10점인 정규분포를 따르고, $B$과목의 평가 점수는 평균이 68점이고 표준편차 8점인 정규분포를 따른다. 다음 대화를 읽고, 갑과 을 두 학생의 표준점수($T$점수)를 각각 구하여 비교하시오.[7.0점]

> 갑 학생: 나는 이번 평가에서 $A$과목 점수가 78점이야.
> 을 학생: 그래? 나는 $B$과목 점수가 80점인데.

**252.** 어느 회사의 채용 시험에 500명이 응시하였다. 응시자들의 시험 점수는 평균 450점, 표준편차가 40점인 정규분포를 따른다고 한다. 시험 점수가 높은 순으로 60명이 합격한다고 할 때, 합격하려면 적어도 $n$점 이상이 되어야 한다. 이를 만족시키는 최소의 자연수 $n$의 값을 다음 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? (단, 시험 점수는 최소 1점에서 최대 700점 사이의 자연수이다.) [5.4점]

| $z$ | $P(0\le Z\le z)$ |
|---|---|
| 0.92 | 0.32 |
| 1.04 | 0.35 |
| 1.17 | 0.38 |
| 1.28 | 0.40 |

① 496 ② 497 ③ 498
④ 499 ⑤ 500

**253.** 확률변수 $X$가 정규분포 $N(m,\ \sigma^2)$을 따를 때, $P(|X-m| \le k\sigma)=0.6826$이 성립하도록 하는 상수 $k$의 값은? [3.7점]

| $z$ | $P(0 \le Z \le z)$ |
|---|---|
| 0.5 | 0.1915 |
| 1.0 | 0.3413 |
| 1.5 | 0.4332 |
| 2.0 | 0.4772 |
| 2.5 | 0.4938 |

① 0.5 ② 1 ③ 1.5
④ 2 ⑤ 2.5

**254.** 확률변수 $X$는 평균이 $m$, 표준편차가 $\sigma$인 정규분포를 따르고 다음 등식을 만족시킨다.
$P(m \le X \le m+12)-P(X \le m-12)=0.4544$
아래 표준정규분포표를 이용하여 $\sigma$의 값을 구한 것은?

| $z$ | $P(0 \le Z \le z)$ |
|---|---|
| 0.5 | 0.1915 |
| 1.0 | 0.3413 |
| 1.5 | 0.4332 |
| 2.0 | 0.4772 |

① 4 ② 6 ③ 8
④ 10 ⑤ 12

**255.** 확률변수 $X$가 정규분포 $N(m, 4^2)$을 따르고 $P(X \ge 8)=P(X \le 12)$일 때, $F(x)=P(X \ge x)$에 대하여 다음 표준정규분포표를 이용하여 $F(x)-F(x+2)$의 최댓값을 구하면?

| $z$ | $P(0 \le Z \le z)$ |
|---|---|
| 0.25 | 0.0987 |
| 0.5 | 0.1915 |
| 0.75 | 0.2734 |

① 0.0987 ② 0.1915 ③ 0.1974
④ 0.2734 ⑤ 0.3830

**256.** 어느 회사에서 120명을 선발하는 입사 시험에 2000명이 응시하였다. 이 중에서 필기시험을 치러 선발 인원의 1.5배를 1차 합격자로 선발한다고 한다. 1차 필기시험 점수는 평균이 60점, 표준편차가 5점인 정규분포를 따른다고 할 때, 1차 필기시험 합격자의 최저 점수를 구하면? (단, $Z$가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $\mathrm{P}(0 \le \mathrm{Z} \le 1.34)=0.41$로 계산한다.) [4.6점]

① 65.3 ② 66 ③ 66.7
④ 67.4 ⑤ 68.1

**257.** 어느 회사에서 서류 전형에 합격한 입사 지원자 3000명을 대상으로 필기시험을 치러 120명을 뽑았다. 필기시험 점수는 평균이 110점, 표준편차가 20점인 정규분포를 따른다고 할 때, 필기시험 합격자의 최저 점수를 구하시오. (단, $Z$가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $P(0 \le Z \le 1.75) = 0.46$로 계산한다.)

**258.** 한 개의 주사위를 $n$번 던져 나온 눈의 수가 홀수인 횟수를 확률변수 $X$라 하자. $P\left(\left|X-\frac{n}{2}\right| \le 9\right) \ge 0.9544$를 만족시키는 자연수 $n$의 최댓값을 아래 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? (단, $n \ge 40$)

| $z$ | $P(0 \le Z \le z)$ |
|---|---|
| 0.5 | 0.1915 |
| 1.0 | 0.3413 |
| 1.5 | 0.4332 |
| 2.0 | 0.4772 |

① 49 ② 64 ③ 81
④ 100 ⑤ 121

**259.** 어느 농장에서 생산되는 토마토 한 개의 무게는 평균 $240g$, 표준편차 9인 정규분포를 따른다고 한다. 이 농장에서 생산되는 토마토 36개를 임의추출하여 한 상자에 담아 판매하려고 한다. 36개의 토마토를 담은 한 상자의 무게가 $10kg$ 이상이면 특상품으로 분류할 때, 임의의 한 상자가 특상품으로 분류될 확률을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? (단, 상자의 무게는 $1252g$이다.) [4.8점]

| $z$ | $\mathrm{P}(0 \le Z \le z)$ |
|---|---|
| 1.0 | 0.3413 |
| 1.5 | 0.4332 |
| 2.0 | 0.4772 |
| 2.5 | 0.4938 |

① 0.0062 ② 0.0228 ③ 0.0668
④ 0.1587 ⑤ 0.1649

**260.** 확률변수 $X$가 이항분포 $B(720, p)$를 따르고 $P(X=0) = \left(\frac{5}{6}\right)^{720}$일 때, $P(X \ge 140)$의 값을 다음 표준정규분포표를 이용하여 구하면?[4.0점]

| $z$ | $P(0 \le Z \le z)$ |
|---|---|
| 1.0 | 0.3413 |
| 2.0 | 0.4772 |
| 3.0 | 0.4987 |

① 0.0013 ② 0.0228 ③ 0.1587
④ 0.9544 ⑤ 0.9772

**261.** 어느 학교의 급식 신청 인원을 조사하였더니 전체 학생의 $80\%$가 점심 급식을 신청하였고, 전체 학생의 $50\%$가 저녁 급식을 신청하였다. 이 학교 학생 중 임의로 150명을 선택하였을 때, 점심 급식과 저녁 급식을 모두 신청한 학생이 69명 이상일 확률을 아래 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? (단, 점심 급식을 신청하는 사건과 저녁 급식을 신청하는 사건은 서로 독립이다.)

| $z$ | $P(0 \le Z \le z)$ |
|---|---|
| 0.5 | 0.1915 |
| 1.0 | 0.3413 |
| 1.5 | 0.4332 |
| 2.0 | 0.4772 |

① 0.0228 ② 0.0668 ③ 0.1498 ④ 0.1587 ⑤ 0.3085

**262.** 어느 고등학교 2학년 학생들의 모의평가 수학 점수는 평균이 72점, 표준편차가 8점인 정규분포를 따른다고 한다. 수학 점수가 80점 이상인 학생들 중에서 수학 점수가 88점 이상인 학생들이 차지하는 비율을 $\alpha\%$라고 할 때, $2\alpha$의 값은? [5.1점]

| $z$ | $P(0 \le Z \le z)$ |
|---|---|
| 0.5 | 0.19 |
| 1.0 | 0.34 |
| 1.5 | 0.43 |
| 2.0 | 0.48 |

① 21 ② 22 ③ 23 ④ 24 ⑤ 25

**263.** 확률변수 $X$는 평균이 $m$, 표준편차가 5인 정규분포를 따르고, 확률변수 $X$의 확률밀도함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(15) > f(25)$
(나) $f(8) < f(28)$

$m$이 자연수일 때, $P(23 \le X \le 26) = a$이다. $1000a$의 값을 아래 표준정규분포표를 이용하여 구하시오.

| $z$ | $P(0 \le Z \le z)$ |
|---|---|
| 0.6 | 0.226 |
| 0.8 | 0.288 |
| 1.0 | 0.341 |
| 1.2 | 0.385 |
| 1.4 | 0.419 |

**264.** 양의 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $G(t)$가 있다. 평균 $4t-2$, 표준편차 $\frac{1}{t}$인 정규분포를 따르는 확률변수 $X$에 대하여 $G(t) = P(X \le 2)$일 때, 함수 $G(t)$의 최댓값을 다음 표준정규분포표를 이용하여 구한 값은?

| $z$ | $P(0 \le Z \le z)$ |
|---|---|
| 0.5 | 0.1915 |
| 1.0 | 0.3413 |
| 1.5 | 0.4332 |
| 2.0 | 0.4772 |
| 2.5 | 0.4938 |

① 0.6915 ② 0.8413 ③ 0.9332 ④ 0.9772 ⑤ 0.9938

**265.** 어느 회사에서는 두 종류의 막대 모양의 과자 $A$, $B$를 생산하고 있다. 과자 $A$의 길이는 정규분포 $N(12,\ 0.2^2)$을 따르고, 과자 $B$의 길이는 정규분포 $N(15,\ 0.4^2)$을 따른다. 임의로 두 종류의 과자를 하나씩 선택할 때, 과자 $A$의 길이가 $d$이상일 확률과 과자 $B$의 길이가 $d$이하일 확률이 같아지는 $d$의 값은? (단, 과자의 길이의 단위는 $cm$이다.) [4.3점]

① 10 ② 11 ③ 12
④ 13 ⑤ 14

**266.** 어느 빵집에서 판매하는 식빵 한 개의 무게는 평균이 600g이고, 표준편차가 20g인 정규분포를 따른다고 한다. 이 빵집에서 식빵 한 개를 구입할 때, 무게가 580g 이상 630g 이하일 확률을 아래의 표준정규분포를 이용하여 구한 것은? [3.9점]

**표준정규분포표**

| $z$ | $\mathrm{P}(0 \le Z \le z)$ |
|---|---|
| 1.0 | 0.3413 |
| 1.5 | 0.4332 |
| 2.0 | 0.4772 |

① 0.6826 ② 0.7745 ③ 0.8185
④ 0.8664 ⑤ 0.9104

**267.** 어느 귤 농장에서 귤 1개의 당도가 5브릭스 이하이면 '하'등급, 15브릭스 이상이면 '특상'등급으로 분류하고 있다. 이 농장에서 수확한 귤 1개의 당도는 평균이 10브릭스, 표준편차가 2브릭스인 정규분포를 따른다고 한다. 이 농장에서 수확된 10000개의 귤에 대하여 당도 검사를 한 결과, '하'등급이나 '특상'등급으로 분류된 귤이 186개 이하일 확률을 다음 표준정규분포표를 이용하여 구하시오.

| $z$ | $P(0 \le Z \le z)$ |
|---|---|
| 1 | 0.34 |
| 1.5 | 0.43 |
| 2 | 0.48 |
| 2.5 | 0.49 |

**268.** 어느 자격증 시험에서 70점 이상을 받으면 합격이라고 한다. 10000명이 응시한 이 자격증 시험 점수가 평균이 55점이고 표준편차가 $\sigma$점인 정규분포를 따를 때, 합격자 수가 668명이었다. 이 때 $\sigma$의 값은? [4점]

| $z$ | $P(0 \le Z \le z)$ |
|---|---|
| 0.5 | 0.1915 |
| 1.0 | 0.3413 |
| 1.5 | 0.4332 |
| 2.0 | 0.4772 |

① 8 ② 9 ③ 10
④ 11 ⑤ 12

**269.** 확률변수 $X$가 정규분포 $\mathrm{N}(12,\ 6^2)$을 따를 때, $t$에 대한 이차방정식 $t^2-2Xt+9=0$이 허근을 가질 확률을 아래의 표준정규분포를 이용하여 구한 것은? [4.3점]

**표준정규분포표**

| $z$ | $\mathrm{P}(0 \le Z \le z)$ |
|---|---|
| 1.5 | 0.4332 |
| 2.0 | 0.4772 |
| 2.5 | 0.4938 |

① 0.0156 ② 0.0440 ③ 0.0606
④ 0.9332 ⑤ 0.9938

**270.** 확률변수 $X$가 이항분포 $\mathrm{B}\left(100,\ \frac{1}{5}\right)$를 따르고, 확률변수 $Y$가 정규분포 $\mathrm{N}(50,\ 10^2)$을 따른다. $\mathrm{P}(X \ge 30)=\mathrm{P}(Y < a)$일 때, 상수 $a$의 값은? [4.6점]

① 22 ② 23 ③ 24
④ 25 ⑤ 26

**271.** $A$는 1회 시행에서 7점을 얻을 확률이 $\frac{1}{4}$이고, 2점을 잃을 확률이 $\frac{3}{4}$인 게임을 하려고 한다. 0점에서 시작하여 이 게임을 1200회 시행했을 때, 점수가 435점 이상일 확률을 오른쪽 표준정규분포를 이용하여 구한 것은? [4.4점]

**표준정규분포표**

| $z$ | $\mathrm{P}(0 \le Z \le z)$ |
|---|---|
| 0.5 | 0.1915 |
| 1.0 | 0.3413 |
| 1.5 | 0.4332 |

① 0.1587 ② 0.3085 ③ 0.3413
④ 0.4915 ⑤ 0.6587

**272.** 어느 공장에서 생산된 비누 1개의 무게는 표준편차가 $3\,\mathrm{g}$인 정규분포를 따른다고 한다. 이 공장에서 생산된 비누 중에서 $n$개를 임의추출하여 무게를 측정하였더니 평균 무게가 $50\,\mathrm{g}$이었다. 이 공장에서 생산된 비누 무게의 평균 $m$에 대한 신뢰도 $96\%$의 신뢰구간이 $49.6 \le m \le 50.4$ (단위: g)일 때, $n$의 값을 다음 표준정규분포표를 이용하여 구하시오.

| $z$ | $P(0 \le Z \le z)$ |
|---|---|
| 0.5 | 0.20 |
| 1.0 | 0.34 |
| 1.5 | 0.43 |
| 2.0 | 0.48 |
| 3.0 | 0.49 |

**273.** 계란은 무게에 따라 구분되는 데 무게가 $68g$ 이상이면 왕란으로 구분된다. 어느 양계장에서 생산되는 계란 한 개의 무게는 평균이 $59.6g$ 이고 표준편차가 $10g$인 정규분포를 따른다고 한다. 이 양계장에서 생산되는 계란 400개 중에서 왕란이 90개 이상일 확률은? (단, 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한다.) [5점]

| $z$ | $P(0 \le Z \le z)$ |
|---|---|
| 0.84 | 0.300 |
| 0.94 | 0.326 |
| 1.05 | 0.353 |
| 1.15 | 0.375 |
| 1.25 | 0.394 |

① 0.200 ② 0.174 ③ 0.147 ④ 0.125 ⑤ 0.106

**274.** 한 개의 동전을 100번 던져 앞면이 나오는 횟수를 확률변수 $X$라 할 때, $\mathrm{P}(X \ge 55-4k)=0.9772$를 만족시키는 실수 $k$값에 대하여 $4k$의 값을 아래의 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [4.2점]

**표준정규분포표**

| $z$ | $\mathrm{P}(0 \le Z \le z)$ |
|---|---|
| 1.5 | 0.4332 |
| 2.0 | 0.4772 |
| 2.5 | 0.4938 |
| 3.0 | 0.4987 |

① 15 ② 12 ③ 9 ④ 6 ⑤ 3

**275.** 한 개의 주사위를 1800번 던질 때, 5의 약수의 눈이 나오는 횟수가 580번 이상 630번 이하일 확률을 다음 표준정규분포표를 이용하여 구하고, 그 과정을 서술하시오. [10.0점]

| $z$ | $P(0 \le Z \le z)$ |
|---|---|
| 0.5 | 0.1915 |
| 1.0 | 0.3413 |
| 1.5 | 0.4332 |
| 2.0 | 0.4772 |

**276.** 흰 공 2개, 검은 공 3개가 들어 있는 주머니에서 임의로 2개의 공을 동시에 꺼내어 공의 색깔을 확인하고 다시 주머니에 넣는 시행을 150회 반복할 때, 같은 색깔의 공을 꺼내는 횟수를 확률변수 $X$라 하자. 이때, 다음 물음에 답하시오. [총 7점]

(1) $X$의 확률질량함수 $\mathrm{P}(X=x)$를 구하고 그 풀이 과정을 서술하시오. [3점]

(2) 아래의 표준정규분포표를 이용하여 $\mathrm{P}(66 \le X \le 75)$의 값을 구하고 그 풀이 과정을 서술하시오. [4점]

**표준정규분포표**

| $z$ | $\mathrm{P}(0 \le Z \le z)$ |
|---|---|
| 1.0 | 0.3413 |
| 1.5 | 0.4332 |
| 2.0 | 0.4772 |
| 2.5 | 0.4938 |
| 3.0 | 0.4987 |

**277.** 한 개의 주사위를 한 번 던져서 나온 주사위의 눈의 수가 3의 약수이면 3점을 얻고, 3의 약수가 아니면 1점을 잃는 게임이 있다. 이 게임을 72번 반복한 후의 최종 점수가 40점 이상 64점 이하일 확률을 다음 표준정규분포표를 이용하여 구하면?

| $z$ | $P(0 \le Z \le z)$ |
|---|---|
| 1 | 0.3413 |
| 1.5 | 0.4332 |
| 2 | 0.4772 |
| 2.5 | 0.4938 |

① 0.1525 ② 0.1359 ③ 0.3413
④ 0.4938 ⑤ 0.8351

**278.** 발아율이 80%인 씨앗 100개를 뿌릴 때, 발아하는 씨앗의 개수가 88개 이상일 확률을 구하시오. (단, $Z$가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $P(0 \le Z \le 2) = 0.4772$로 계산한다.)[6.0점]

**279.** 어떤 식물의 씨앗의 발아율이 80%라고 한다. 이 식물의 씨앗 100개를 심었을 때, 86개 미만으로 발아할 확률은? (단, 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한다.) [4.1점]

| $x$ | $P(0 \le Z \le x)$ |
|---|---|
| 0.5 | 0.1915 |
| 1.5 | 0.4332 |
| 2.5 | 0.4938 |

① 0.5014 ② 0.5998 ③ 0.6915
④ 0.9332 ⑤ 0.9938

**280.** 서로 다른 두 개의 동전을 동시에 던지는 시행을 $n$회 반복할 때, 두 개 모두 앞면이 나오는 횟수를 확률변수 $X$라 하자. $P\left(\left|X-\frac{n}{4}\right| \le 8\sqrt{3}\right) \ge 0.9544$를 만족시키는 자연수 $n$의 최댓값을 다음 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? (단, $n \ge 90$이다.) [4.8점]

| $z$ | $P(0 \le Z \le z)$ |
|---|---|
| 0.5 | 0.1915 |
| 1.0 | 0.3413 |
| 1.5 | 0.4332 |
| 2.0 | 0.4772 |

① 100 ② 144 ③ 196
④ 256 ⑤ 324

**281.** 어느 공장에서 하루에 10만 개의 비누를 생산하고 있다. 생산되는 비누 1개의 무게는 근사적으로 평균이 $100\text{g}$, 표준편차가 $10\text{g}$인 정규분포를 따른다고 한다. 이 공장에서 비누 4개를 한 상자에 담아서 검사한 후 판매하기로 하고, 제품검사에서 한 상자의 무게가 $340\text{g}$ 미만이면 불량품으로 판정하기로 하였다. 이때 이 공장에서 하루에 예상되는 불량품인 상자의 개수의 평균을 아래 표준정규분포표를 이용하여 구하시오.

| $z$ | $P(0 \le Z \le z)$ |
|---|---|
| 1.0 | 0.34 |
| 2.0 | 0.47 |
| 3.0 | 0.49 |

**282.** 확률변수 $X$는 평균이 $m$, 분산이 36인 정규분포를 따르고, 확률변수 $X$의 확률밀도함수 $f(x)$가 다음 조건 (가), (나)를 만족시킨다.

(가) $f(20) > f(30)$
(나) $f(14) < f(32)$

$P(21 \le X \le 30) = s$라고 할 때,

$10^4 \times s - 10^3$의 값을 다음 표준정규분포표를 이용하여 구하면? (단, $m$은 자연수이다.)

| $z$ | $P(0 \le Z \le z)$ |
|---|---|
| 0.5 | 0.1915 |
| 1.0 | 0.3413 |
| 1.5 | 0.4332 |
| 2.0 | 0.4772 |

① 1498 ② 4328 ③ 6745
④ 7664 ⑤ 8185

**283.** 확률변수 $X$가 정규분포 $N(m, \sigma^2)$을 따르고 확률변수 $X$의 확률밀도함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

| (가) $f(9) > f(13)$ | (나) $f(2) < f(16)$ |
|---|---|

$m$이 자연수일 때, $\sum_{n=1}^{9} P(X \le 2n)$의 값을 구하고 그 풀이과정을 서술하시오.[7.0점]

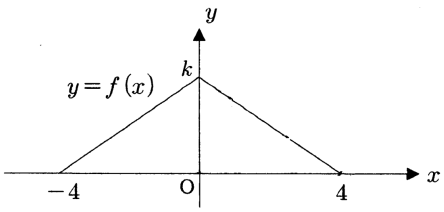
**284.** 정규분포를 따르는 확률변수 $X$와 확률변수 $X$의 확률밀도함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 $x$에 대하여 $f(3-x) = f(3+x)$이다.
(나) 확률변수 $X$의 표준편차는 4이다.

확률변수 $Y$의 확률밀도함수 $g(x)$가 $g(x) = f(x-5)$을 만족할 때, $\mathrm{E}(Y) + \mathrm{V}(Y)$의 값은? [4.7점]

① 12 ② 16 ③ 20
④ 24 ⑤ 28

**285.** $-4 \le X \le 4$에서 정의된 연속확률변수 $X$의 확률밀도함수 $f(x)$의 그래프가 다음과 같을 때, 옳은 것만을 [보기]에서 있는 대로 고른 것은? [5.0점]




[보기]

ㄱ. $k=\frac{1}{2}$

ㄴ. $P(1 \le X \le 3)=\frac{1}{4}$

ㄷ. $P(-2 \le X \le 1 \mid 0 \le X \le 4)=\frac{7}{32}$

① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

**286.** 정규분포 $\mathrm{N}(m, \sigma^2)$ 을 따르는 확률변수 $X$의 정규분포곡선에 대하여 [보기]에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, $\sigma > 0$) [4.7점]

[보 기]

ㄱ. $\mathrm{P}(X \ge m)=\frac{1}{2}$

ㄴ. $\sigma$가 일정할 때, $m$이 커지면 곡선은 왼쪽으로 평행이동한다.

ㄷ. $m$이 일정할 때, $\sigma$가 작아지면 곡선의 중앙 부분이 높아지면서 좁아진다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

**287.** 확률변수 $X$와 $Y$는 평균이 모두 0이고 분산이 각각 $\sigma^2$과 $\frac{\sigma^2}{4}$인 정규분포를 따르고, 확률변수 $Z$는 표준정규분포를 따른다. 두 양수 $a$와 $b$에 대하여 $P(|X| \le a)=P(|Y| \le b)$일 때, 옳은 것만을 [보기]에서 있는 대로 고른 것은?

[보 기]

ㄱ. $a > b$

ㄴ. $P\left(Z < \frac{a}{\sigma}\right)=P(Y < b)$

ㄷ. $P(X \le a)=0.6$일 때, $P(|Y| \le b)=0.4$이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

**288.** 확률변수 $X$가 정규분포 $\mathrm{N}(m, \sigma^2)$을 따르고

$$\mathrm{P}(m-\sigma \le X \le m+\sigma)=a,$$
$$\mathrm{P}(m-2\sigma \le X \le m+\sigma)=b,$$
$$\mathrm{P}(m-2\sigma \le X \le m+3\sigma)=c$$

를 만족시키는 상수 $a$, $b$, $c$에 대하여 [보기]에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, $\sigma > 0$) [5.8점]

[보 기]

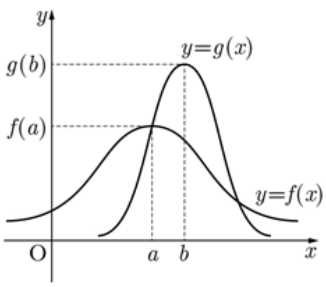
ㄱ. $\mathrm{P}(m-\sigma \le X \le m)=\dfrac{a}{2}$

ㄴ. $\mathrm{P}(|X-m|>3\sigma)=1-a+2b-2c$

ㄷ. $\mathrm{P}(m-3\sigma \le X \le m+\sigma)=a+b-c$

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

**289.** 정규분포를 따르는 두 확률변수 $X$, $Y$의 확률밀도함수를 각각 $f(x)$, $g(x)$라 하자. 두 함수 $y=f(x)$, $y=g(x)$의 그래프가 그림과 같을 때, 옳은 것만을 [보기]에서 있는 대로 고른 것은?[4.0점]




[보 기]

ㄱ. $\sigma(X) > \sigma(Y)$

ㄴ. $P(X \le a) > P(Y \ge b)$

ㄷ. $P(2a-b \le X \le a) > P(a \le X \le b)+\dfrac{1}{100}$

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

## 정규분포(STEP3)

**290.** $a>b$인 두 양수 $a$, $b$에 대하여 연속확률변수 $X$가 갖는 값의 범위는 $-a \le X \le a$이고 $X$의 확률밀도함수 $f(x)$는

$$f(x)=\begin{cases} b\left(\dfrac{x}{a}+1\right) & (-a \le x \le 0) \\ -b\left(\dfrac{x}{a}-1\right) & (0 \le x \le a) \end{cases}$$

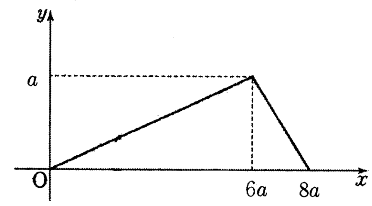
이다. $\mathrm{P}\left(-\dfrac{a}{2} \le X \le b\right)=\dfrac{3}{4}$일 때, $3a-2b$의 값은? [4.8점]

① $\sqrt{2}$ ② $2\sqrt{2}$ ③ $3\sqrt{2}$
④ $4\sqrt{2}$ ⑤ $5\sqrt{2}$

**291.** 확률변수 $X$가 갖는 값의 범위는 $0 \le X \le 6$이고, $X$의 확률밀도함수가 $f(x)=kx$이다. $0 \le t \le 6$에서 정의된 함수 $g(t)$가 $g(t)=P(0 \le X \le t)$이고 $\dfrac{5}{2}f(m)=1-g(m)$일 때, $P(m \le X \le 5)$의 값은? [5.2점]

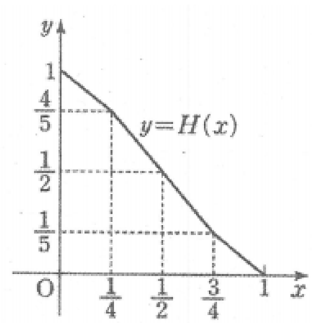
① $\dfrac{2}{9}$ ② $\dfrac{1}{4}$ ③ $\dfrac{7}{12}$
④ $\dfrac{2}{3}$ ⑤ $\dfrac{25}{36}$

**292.** 연속확률변수 $X$가 갖는 값의 범위는 $0 \le X \le 8a$ $(a > 0)$이고, $X$의 확률밀도함수의 그래프가 다음과 같다. $P(a \le X \le b) = \frac{1}{2}$일 때, $ab$의 값은? (단, $a < b < 8a$) [4.7점]




① $\frac{5}{8}$ ② $\frac{5}{4}$ ③ $\frac{3}{2}$
④ $\frac{7}{4}$ ⑤ $\frac{9}{4}$

**293.** 두 연속확률변수 $X, Y$에 대하여 $0 \le x \le 1$에서 두 함수 $G(x), H(x)$를 각각 $G(x) = P(X < x), H(x) = P(Y > x)$라 할 때 함수 $G(x) = x$ $(0 \le x \le 1)$이고 함수 $y = H(x)$의 그래프는 그림과 같다. $P(X < k) = 15P\left(\frac{1}{4} \le Y \le \frac{3}{4}\right)$을 만족시키는 상수 $k$의 값은?(5.0점)




① 7 ② 9 ③ 11
④ 13 ⑤ 15

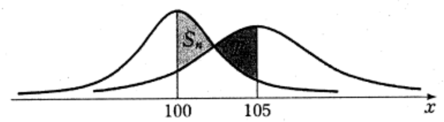
**294.** 두 확률변수 $X$, $Y$가 각각 정규분포 $N(m_1, \sigma^2)$, $N(m_2, \sigma^2)$을 따른다. $P(|Y-10| \le k)$의 값이 최대일 때, 양의 실수 $k$에 대하여 $2P(X \ge k+2) + P(|Y-10| \le k) < 1$을 만족할 때, $m_1 m_2$의 값은? (단, $m_1$, $m_2$는 자연수이다.)[4.2점]

① 10 ② 20 ③ 30
④ 40 ⑤ 50

**295.** 어느 회사에서 서류 전형에 합격한 입사 지원자 4000 명을 대상으로 필기시험을 치러 80 명을 뽑았다. 필기시험 점수는 평균이 220 점, 표준편차가 40 점인 정규분포를 따른다고 할 때, 필기시험 합격자의 최저 점수를 구하시오.
(단, $Z$가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $\mathrm{P}(0 \le Z \le 2) = 0.48$ 로 계산한다.) [4.0점]

**296.** 실험자가 깨어 있는 상태에서 측정한 휴식기 심장 박동수가 분당 60 회 이하이면 서맥, 분당 100 회 이상이면 빈맥이라고 한다. 어느 대학교의 건강 검진에서 학생들의 휴식기 심장 박동수는 평균이 80 회, 표준편차가 10 회인 정규분포를 따른다고 한다. 조사 대상 대학생 600 명 중에서 건강 검진 결과 서맥이나 빈맥으로 분류된 학생이 18 명 이하일 확률을 구하시오. (단, $Z$가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $\mathrm{P}(0 \le Z \le 2) = 0.48$, $\mathrm{P}(0 \le Z \le 1.25) = 0.39$ 로 계산한다.) [5.0점]

**297.** 자연수 $n$에 대하여 확률변수 $X$는 정규분포 $\mathrm{N}(100,\ n^2)$을 따르고, 확률변수 $Y$는 정규분포 $\mathrm{N}(105,\ (n+1)^2)$을 따른다. 다음 그림과 같이 두 확률변수 $X$, $Y$의 정규분포곡선과 직선 $x=100$으로 둘러싸인 색칠한 부분의 넓이를 $S_n$, 두 확률변수 $X$, $Y$의 정류분포곡선과 직선 $x=105$로 둘러싸인 색칠한 부분의 넓이를 $T_n$이라 하자. $\sum_{n=1}^{20}(S_n - T_n) = \mathrm{P}(a \le Z \le 5)$를 만족시키는 상수 $a$의 값은? [5.3점]




① $\frac{1}{7}$　② $\frac{1}{6}$　③ $\frac{4}{21}$
④ $\frac{3}{14}$　⑤ $\frac{5}{21}$

**298.** 확률변수 $X$는 평균이 $m$, 표준편차 4인 정규분포를 따르고, 확률변수 $X$의 확률밀도함수는 $f(x)$이다. 확률변수 $Y$는 평균이 40, 표준편차 $\sigma$인 정규분포를 따른다. 자연수 $m$에 대하여 두 확률변수 $X$, $Y$와 함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $m+\sigma$의 값은?

> (가) $f(6) < f(40)$
> (나) $f(22) > f(28)$
> (다) $P(m \le X \le 30) = P(25 \le Y \le 40)$

① 26　② 29　③ 31
④ 34　⑤ 37

**299.** 어느 회사에서는 두 종류의 과자 $A$, $B$를 생산하고 있다. 과자 $A$의 무게는 정규분포 $N(24, 1.2^2)$을 따르고, 과자 $B$의 무게는 정규분포 $N(18, 0.8^2)$을 따른다. $A$, $B$ 두 종류의 과자를 각각 하나씩 임의로 선택할 때, 과자 $A$의 무게가 $k$ 이상일 확률과 과자 $B$의 무게가 $k$ 이하일 확률이 같아지는 $k$의 값은? (단, 과자의 무게의 단위는 g이다.) [5.4점]

① 20.4　② 20.5　③ 20.6
④ 20.7　⑤ 20.8

**300.** 확률변수 $X$는 평균이 $m$, 표준편차가 $\sigma$인 정규분포를 따르고, $F(x) = P(X \le x)$라 하자. $m$이 정수이고, $0.1587 \le F\left(-\frac{5}{3}\right) \le 0.5$, $F\left(\frac{1}{3}\right) = 0.6915$일 때, $F(k) = 0.9772$를 만족시키는 상수 $k$의 값을 다음 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [5.5점]

| $z$ | $P(0 \le Z \le z)$ |
|---|---|
| 0.5 | 0.1915 |
| 1.0 | 0.3413 |
| 1.5 | 0.4332 |
| 2.0 | 0.4772 |

① $\frac{11}{3}$　② 4　③ $\frac{13}{3}$
④ $\frac{14}{3}$　⑤ 5

**301.** 어느 자격증 시험은 전체 응시자 중 6.7%만이 합격했으며 전체 응시자의 점수는 평균이 300점, 표준편차가 50점인 정규분포를 이루었다. 전체 응시자 중 어느 도시에 거주하는 1000명의 응시자의 점수는 평균이 345점, 표준편차 30점인 정규분포를 이루었다. 이 도시에 거주하는 응시자 중 합격이 예상되는 인원수는? (단, 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한다,) [5.2점]

| $z$ | $P(0 \le Z \le z)$ |
|---|---|
| 1.0 | 0.341 |
| 1.5 | 0.433 |
| 2.0 | 0.477 |

① 79 ② 99 ③ 119
④ 139 ⑤ 159

**302.** 한 개의 주사위를 던져 주사위의 눈의 수가 소수이면 5점을 얻고 소수가 아니면 3점을 잃는다고 하자. 0점에서 시작하여 한 개의 주사위를 100번 던진 후의 점수가 상위 5.48% 이내인 최저 점수를 다음 표준정규분포표를 이용하여 구하면?[4.1점]

| $z$ | $P(0 \le Z \le z)$ |
|---|---|
| 1.5 | 0.4332 |
| 1.6 | 0.4452 |
| 1.7 | 0.4554 |

① 160점 ② 162점 ③ 164점
④ 166점 ⑤ 168점

**303.** 확률변수 $X$는 평균이 $m$, 표준편차가 $\sigma$인 정규분포를 따르고 $F(x)=P(X>x)$라 하자. $m$이 자연수이고 $F\left(\frac{9}{2}\right)=0.0668,\ 0.5 \le F(2) < 0.8413$일 때, $2F(k)+F(4-k)=n+0.3085$를 만족시키는 상수 $k$와 자연수 $n$에 대하여 $k+n$의 값을 다음 표준정규분포표를 이용하여 구하면?[4.3점]

| $z$ | $P(0 \le Z \le z)$ |
|---|---|
| 0.5 | 0.1915 |
| 1.0 | 0.3413 |
| 1.5 | 0.4332 |
| 2.0 | 0.4772 |

① $\frac{5}{2}$ ② $\frac{17}{6}$ ③ $\frac{19}{6}$
④ $\frac{7}{2}$ ⑤ $\frac{23}{6}$

**304.** A와 B 두 사람이 다음 규칙에 따라 게임을 하기로 하였다.

> (가) A와 B가 각각 한 개의 주사위를 한 번씩 던진 후 나온 두 눈의 수의 합을 $x$라 한다.
> (나) $x$가 3의 배수이면 A가 2점을 얻고, 3의 배수가 아니면 B가 1점을 얻는다.

A와 B 두 사람이 이 게임을 72번 하였을 때, A와 B의 점수의 차가 24점 이상일 확률을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구하고, 그 과정을 자세히 서술하시오. (단, $Z$가 표준정규분포표를 따르는 확률변수이다.) [7.0점]

| $z$ | $\mathrm{P}(0 \le Z \le z)$ |
|---|---|
| 0.5 | 0.1915 |
| 1.0 | 0.3413 |
| 1.5 | 0.4332 |
| 2.0 | 0.4772 |

**305.** 어느 공장에서 만든 신제품의 무게는 평균이 62g, 표준편차 3g인 정규분포를 따른다고 한다. 이 신제품 중에서 무게가 56g 미만인 것을 불량품으로 판정한다. 이 공장에서 생산한 신제품 중에서 40000개를 임의로 선택할 때, 불량품이 $k$개 이하일 확률을 아래의 표준정규분포표를 이용하여 구하면 0.07이다. 이때, 상수 $k$의 값은? [4.7점]

**표준정규분포표**

| $z$ | $\mathrm{P}(0 \le Z \le z)$ |
|---|---|
| 1.0 | 0.34 |
| 1.5 | 0.43 |
| 2.0 | 0.48 |
| 2.5 | 0.49 |

① 702 ② 730 ③ 758
④ 786 ⑤ 814

**306.** 한 개의 동전을 던져서 앞면이 나오면 5점을 얻고 뒷면이 나오면 3점을 잃는다고 하자. 0점에서 시작하여 한 개의 동전을 100번 던진 후의 점수가 140점 이상 220점 이하일 확률을 아래 표준정규분포표를 이용하여 구한 값은?

| $z$ | $P(0 \le Z \le z)$ |
|---|---|
| 1.0 | 0.3413 |
| 1.5 | 0.4332 |
| 2.0 | 0.4772 |
| 2.5 | 0.4938 |
| 3.0 | 0.4987 |

① 0.0606 ② 0.1574 ③ 0.6826
④ 0.8400 ⑤ 0.9104

**307.** 실험자가 깨어 있는 상태에서 측정한 휴식기 심장 박동수가 분당 60회 이하이면 서맥, 분당 100회 이상이면 빈맥이라고 한다. 어느 대학교의 건강 검진에서 학생들의 휴식기 심장 박동수는 평균이 80회, 표준편차가 10회인 정규분포를 따른다고 한다. 조사 대상 대학생 40000명 중에서 건강 검진 결과 빈맥으로 분류된 학생이 758명 미만일 확률은? (단, $Z$가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $P(0 \le Z \le 1.5) = 0.43$, $P(0 \le Z \le 2) = 0.48$로 계산한다.)

① 0.02 ② 0.03 ③ 0.05
④ 0.07 ⑤ 0.08

**308.** $A$대학의 $B$학과에서는 500점 만점인 시험을 통해 100명의 신입생을 선발하려고 한다. 이 시험에 응시한 수험생 500명의 점수는 평균이 350점, 표준편차가 40점인 정규분포를 따르고 합격자의 최저점수보다 50점 이상 높은 점수를 받은 수험생에게 장학금을 준다고 한다. 이 시험에 응시한 수험생 중에서 임의로 뽑은 4명 중 3명이 장학금을 받을 확률을 아래의 표준정규분포표를 이용하여 구하면 $k^2 \times 10^{-8}$이다. 이때, 양수 $k$의 값은? [4.8점]

**표준정규분포표**

| $z$ | $\mathrm{P}(0 \le Z \le z)$ |
|---|---|
| 0.80 | 0.30 |
| 1.25 | 0.39 |
| 1.75 | 0.46 |
| 2.05 | 0.48 |

① 48 ② 50 ③ 52
④ 54 ⑤ 56

**309.** 어느 과수원에서 생산된 귤 1개의 무게는 평균 85g, 표준편차 5g인 정규분포를 따른다고 한다. 귤의 무게가 75g이하이거나 95g이상인 경우 판매 불가 상품으로 판정한다고 할 때, 이 과수원에서 생산하는 귤 15000개 중에서 판매 불가 상품의 개수가 $a$가 이상일 확률이 0.07이다. 이 때, $a$의 값을 아래 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [5.0점]

| $z$ | $P(0 \le Z \le z)$ |
|---|---|
| 0.5 | 0.19 |
| 1.0 | 0.34 |
| 1.5 | 0.43 |
| 2.0 | 0.48 |

① 606 ② 612 ③ 618 ④ 624 ⑤ 636

**310.** 어느 고등학교 2학년 300명의 수학 과목 점수는 평균이 55점, 표준편차가 8점인 정규분포를 따른다고 할 때, 상위 48등 이내에 들기 위한 최저 점수를 구하는 풀이과정과 정답을 서술하시오. (단, 동점자는 없고, 주어진 정규분포표를 이용하여 계산한다.) [9.0점]

| $z$ | $P(0 \le Z \le z)$ |
|---|---|
| 0.5 | 0.19 |
| 1.0 | 0.34 |
| 1.5 | 0.43 |
| 2.0 | 0.48 |

**311.** 수직선 위의 원점에 있는 점 $P$는 주사위의 짝수의 눈이 나오면 양의 방향으로 2만큼, 홀수의 눈이 나오면 음의 방향으로 1만큼 움직인다. 주사위 1개를 36번 던질 때, 점 $P$가 36이상의 수에 도착할 확률을 아래 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [4.7점]

| $z$ | $P(0 \le Z \le z)$ |
|---|---|
| 0.5 | 0.1915 |
| 1.0 | 0.3413 |
| 1.5 | 0.4332 |
| 2.0 | 0.4772 |

① 0.0114 ② 0.0228 ③ 0.1587 ④ 0.5328 ⑤ 0.8185

**312.** 어느 제과 회사에서 생산되는 과자 한 봉지에는 경품 스티커가 한 장씩 들어 있다. 스티커는 두 종류인데 같은 확률로 들어 있으며 이 두 종류의 스티커를 각각 한 장씩 모으면 경품을 준다고 한다. 세 봉지를 한 묶음으로 판매하는 어느 가게에서 이 과자를 한 묶음씩 구입한 사람이 모두 192명이라고 할 때, 이 중에서 156명 이하가 경품을 타게 될 확률을 아래 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은?

| $z$ | $P(0 \le Z \le z)$ |
|---|---|
| 0.75 | 0.2734 |
| 1.0 | 0.3413 |
| 1.5 | 0.4332 |
| 2.0 | 0.4772 |

① 0.6587 ② 0.7266 ③ 0.8413 ④ 0.9332 ⑤ 0.9772

**313.** 두 확률변수 $X$, $Y$는 평균이 각각 $m_1$, $m_2(m_1 < m_2)$인 정규분포를 따른다. $X$, $Y$의 확률밀도함수를 각각 $f(x)$, $g(x)$라 할 때, 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) 함수 $y=f(x)$의 그래프를 $x$축의 방향으로 평행이동하면 함수 $y=g(x)$의 그래프와 일치한다.
> (나) $f(t)=g(t)$ $(m_1 < t < m_2)$

$P(m_1 \le X \le t)+P(t \le Y \le m_2)=0.5468$일 때, $P(m_1 \le Y \le m_2)$의 값을 아래 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은?

| $z$ | $P(0 \le Z \le z)$ |
|---|---|
| 0.75 | 0.2734 |
| 1.00 | 0.3413 |
| 1.25 | 0.3944 |
| 1.50 | 0.4332 |
| 2.00 | 0.4772 |

① 0.2374 ② 0.3413 ③ 0.3944
④ 0.4332 ⑤ 0.4772

**314.** $m$, $\sigma$가 자연수일 때, 정규분포 $\mathrm{N}(m,\ \sigma^2)$을 따르는 확률변수 $X$와 정규분포 $\mathrm{N}(0,\ 1)$을 따르는 확률변수 $Z$가 다음 조건을 만족한다.

> (가) $\mathrm{P}(73 \le X \le 76) > \mathrm{P}(76 \le X \le 79)$
> (나) $\mathrm{P}(73 \le X \le 76) > \mathrm{P}(70 \le X \le 73)$
> (다) $\mathrm{P}(0 \le Z \le 1) < \mathrm{P}(74 \le X \le 76) < \mathrm{P}(0 \le Z \le 2)$

$\mathrm{P}(76 \le X \le 79)$의 값을 오른쪽 정규분포표를 이용하여 구한 것은? (단, $Z$는 표준정규분포를 따르는 확률변수이다.) [5.2점]

| $z$ | $\mathrm{P}(0 \le Z \le z)$ |
|---|---|
| 0.4 | 0.1554 |
| 0.5 | 0.1915 |
| 1.0 | 0.3413 |
| 1.5 | 0.4332 |
| 2.0 | 0.4772 |

① 0.044 ② 0.0919 ③ 0.1498
④ 0.2417 ⑤ 0.2857

**315.** 확률변수 $X$의 확률질량함수가

$$P(X=r)={}_{100}C_r\left(\frac{1}{2}\right)^{100} \text{ (단, } r=0,1,2,\cdots,100,\ \left(\frac{1}{2}\right)^0=1\text{)}$$

일 때, $P(X \le 40)$의 값을 아래 표준정규분포표를 이용하여 구하면? [4.9점]

| $z$ | $P(0 \le Z \le z)$ |
|---|---|
| 1.0 | 0.34 |
| 1.5 | 0.43 |
| 2.0 | 0.48 |

① 0.02 ② 0.07 ③ 0.16
④ 0.24 ⑤ 0.48

**316.** 남성의 성염색체는 $XY$, 여성의 성염색체는 $XX$이고, 자녀는 아버지와 어머니로부터 각각 하나씩 성염색체를 물려받는다. 색각 이상 유전자는 $X$ 염색체에 있고 색각 이상은 정상에 대하여 열성 형질이다. 색각 이상 유전자가 있는 $X$ 염색체를 $X'$이라고 하면 성염색체에 따른 색각 이상 여부는 다음과 같다.

| | 남성 | | 여성 | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | $XY$ | $X'Y$ | $XX$ | $XX'$ | $X'X'$ |
| 색각 이상 여부 | 정상 | 색각 이상 | 정상 | 정상 | 색각 이상 |

성염색체가 $XX'$인 여성은 색각 이상 염색체를 가지고 있지만 정상이다. 이러한 성염색체를 가지고 있는 여성을 색각 보인자라고 한다. 아버지는 정상($XY$)이고 어머니는 색각 보인자($XX'$)인 부모 사이에서 태어난 자녀 432명의 색각 이상 여부를 조사하였을 때, 이 중에서 색각 이상자가 81명 이상일 확률을 다음 표준정규분포표를 이용하여 구하시오.

| $z$ | $P(0 \le Z \le z)$ |
|---|---|
| 0.5 | 0.20 |
| 1.0 | 0.34 |
| 1.5 | 0.43 |
| 2.0 | 0.48 |
| 3.0 | 0.49 |

**317.** 확률변수 $X$는 정규분포 $N(m,\ \sigma^2)$ (단, $\sigma > 0$)을 따르고 확률변수 $Z$는 표준정규분포 $N(0,\ 1^2)$을 따른다. 두 확률변수 $X,\ Z$와 확률변수 $X$의 확률밀도함수 $f(x)$에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $f(13) = f(17)$
>
> (나) $P(18 \le X \le 20) = P\left(\dfrac{3}{7} \le Z \le \dfrac{5}{7}\right)$

$Z = aX + b$를 만족시킬 때, 다음 값들을 구하시오. (단, $a$, $b$는 상수이다.) [6점]

(1) $a=$ [3점]

(2) $b=$ [3점]

**318.** 확률변수 $X$가 정규분포 $\mathrm{N}(m,\ \sigma^2)$을 따르고

$\mathrm{P}(\mathrm{m}-\sigma \leq \mathrm{X} \leq \mathrm{m}+\sigma)=a$

$\mathrm{P}(m-2\sigma \leq X \leq m+\sigma)=b$

$\mathrm{P}(m-3\sigma \leq X \leq m+2\sigma)=c$

를 만족시키는 상수 $a,\ b,\ c$에 대하여 [보기]에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, $\sigma>0$) [4.6점]

[보 기]

ㄱ. $\mathrm{P}(\mathrm{m}-\sigma \leq \mathrm{X} \leq \mathrm{m})=\frac{a}{2}$

ㄴ. $\mathrm{P}(|\mathrm{X}-\mathrm{m}| \geq 3\sigma)=1-2a+b-2c$

ㄷ. $\mathrm{P}(\mathrm{m}-3\sigma \leq \mathrm{X} \leq \mathrm{m}+\sigma)=a+b-c$

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

## 통계적 추정 (STEP1)

**319.** $1$부터 $10$까지 자연수가 각각 하나씩 적힌 $10$개의 공이 들어 있는 주머니에서 $2$개의 공을 한 개씩 비복원 추출할 때 경우의 수는? [3.4점]

① 70 ② 80 ③ 90
④ 100 ⑤ 110

**320.** $1$부터 $6$까지의 숫자가 적힌 $6$개의 공이 들어있는 주머니가 있다. 이 주머니에서 크기가 $2$가 되도록 복원 추출했을 때 표본의 평균을 $\overline{X}$라 하자. $P\left(2 \le \overline{X} \le 4\right)=\frac{q}{p}$ ($p$, $q$는 서로소인 자연수)일 때, $p+q$의 값은?[4.3점]

① 58 ② 59 ③ 60
④ 61 ⑤ 62

**321.** 모표준편차가 $32$인 모집단에서 크기가 $n$인 표본을 임의추출하여 구한 표본평균을 $\overline{X}$라 하자. $\sigma(\overline{X})=4$ 일 때, $n$의 값은? [3.7점]

① 4 ② 8 ③ 12
④ 16 ⑤ 64

**322.** 모평균이 $12$, 모표준편차가 $4$인 모집단에서 크기가 $4$인 표본을 임의추출할 때, 표본평균 $\overline{X}$에 대하여 $E(\overline{X})+V(\overline{X})$의 값은?

① 4 ② 8 ③ 14
④ 16 ⑤ 28

**323.** 평균이 $25$이고 표준편차가 $\sigma$인 모집단에서 크기가 $n$인 표본을 임의추출할 때, 표본평균을 $\overline{X}$라고 하자. $E(\overline{X})=\frac{n}{4}$, $V(\overline{X})=\frac{1}{50}$일 때, $\sigma$의 값은?

① $\sqrt{2}$ ② $\sqrt{3}$ ③ $2$
④ $\sqrt{5}$ ⑤ $\sqrt{6}$

**324.** 표준편차가 5인 모집단에서 크기가 $n$인 표본을 임의추출할 때, 표본평균의 표준편차가 $0.2$ 이하가 되도록 하는 $n$의 최솟값은? [4점]

① 441 ② 484 ③ 529
④ 576 ⑤ 625

**325.** $1,\ 1,\ 2,\ 2,\ 4$의 숫자가 각각 하나씩 적힌 5개의 공이 들어 있는 상자에서 $n$개의 공을 임의추출할 때, 공에 적힌 숫자의 평균을 $\overline{X}$라고 하자. $\overline{X}$의 분산이 $\frac{1}{10}$일 때, $n$의 값은? [4점]

① 12 ② 14 ③ 16
④ 18 ⑤ 20

**326.** 확률변수 $X$의 확률분포가 다음 표와 같다. 이 모집단에서 크기가 5인 표본을 임의로 복원추출할 때, 표본평균 $\overline{X}$의 분산은? [3.6점]

| $X$ | 0 | 1 | 2 | 합계 |
|---|---|---|---|---|
| $P(X=x)$ | $\frac{1}{12}$ | $\frac{1}{3}$ | $\frac{7}{12}$ | 1 |

① $\frac{1}{12}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{5}{12}$
④ $\frac{3}{2}$ ⑤ $\frac{8}{3}$

**327.** 확률변수 $X$의 확률분포가 다음 표와 같다. 이 모집단에서 크기가 4인 표본을 임의로 복원추출할 때, 표본평균 $\overline{X}$의 평균과 분산의 곱은? [3.9점]

| $X$ | 1 | 3 | 5 | 합계 |
|---|---|---|---|---|
| $P(X=x)$ | $\frac{1}{5}$ | $\frac{3}{5}$ | $a$ | 1 |

① $\frac{6}{5}$ ② $\frac{8}{5}$ ③ $\frac{12}{5}$
④ $\frac{16}{5}$ ⑤ $\frac{24}{5}$

**328.** 모집단의 확률변수 $X$의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다. 이 모집단에서 크기가 2인 표본을 임의추출하여 구한 표본평균을 $\overline{X}$라고 할 때, $E(\overline{X})$는?

| $X$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 합계 |
|---|---|---|---|---|---|
| $P(X=x)$ | $\frac{1}{4}$ | $\frac{1}{4}$ | $\frac{1}{4}$ | $\frac{1}{4}$ | 1 |

① $\frac{5}{4}$ ② 2 ③ $\frac{5}{2}$
④ $\frac{10}{3}$ ⑤ 5

**329.** 어느 모집단의 확률변수 $X$의 확률질량함수가

$$\mathrm{P}(X=x)={}_{180}\mathrm{C}_{\mathrm{x}}\left(\frac{1}{3}\right)^{\mathrm{x}}\left(\frac{2}{3}\right)^{180-\mathrm{x}}\ (\mathrm{x}=0,\ 1,\ \cdots,\ 180)$$

이고, 이 모집단에서 크기가 40인 표본을 임의추출하여 구한 표본평균을 $\overline{X}$라 할 때, $\mathrm{E}(\overline{X})+\mathrm{V}(\overline{X})$의 값은? [4.4점]

① 61 ② 62 ③ 63 ④ 64 ⑤ 65

**330.** 모집단의 확률변수 $X$의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같고, 이 모집단에서 크기가 2인 표본을 임의추출하여 구한 표본평균을 $\overline{X}$라 할 때, $P(\overline{X}=2)=\dfrac{3}{25}$이다. 다음 물음에 답하시오. (단, $a$, $b$는 양수)

| $X$ | $-2$ | $0$ | $2$ | $4$ | 합계 |
|---|---|---|---|---|---|
| $P(X=x)$ | $\frac{3}{10}$ | $a$ | $b$ | $\frac{1}{10}$ | $1$ |

(1) $a$, $b$의 값을 각각 구하시오.

(2) $E(\overline{X})$와 $V(\overline{X})$의 값을 각각 구하시오.

**331.** 어느 공장에서 생산되는 커피 한 봉지의 무게는 평균 $220\,\mathrm{g}$, 표준편차 $5\,\mathrm{g}$인 정규분포를 따른다고 한다. 이 공장에서 생산된 커피 중에서 임의 추출한 커피 한 봉지의 무게가 $240\,\mathrm{g}$ 이상일 확률과 임의추출한 커피 $n$봉지의 무게의 평균이 $215\,\mathrm{g}$ 이하일 확률이 서로 같을 때, 자연수 $n$의 값은?

① 4 ② 9 ③ 16 ④ 25 ⑤ 36

**332.** 어느 회사에서 생산되는 과일 통조림의 무게는 평균이 250이고, 표준편차가 8인 정규분포를 따른다고 한다. 이 회사에서 생산되는 과일 통조림 중에서 16개를 임의추출할 때, 표본평균이 248이상이고 253이하일 확률을 다음 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? (단, 과일 통조림의 무게의 단위는 g이다.) [4.0점]

| $z$ | $P(0\le Z\le z)$ |
|---|---|
| 0.5 | 0.1915 |
| 1.0 | 0.3413 |
| 1.5 | 0.4332 |
| 2.0 | 0.4772 |

① 0.6823 ② 0.6826 ③ 0.7247 ④ 0.7745 ⑤ 0.9104

**333.** 어느 제과점에서 판매되는 도넛의 무게는 평균이 $60\mathrm{g}$, 표준편차가 $4\mathrm{g}$인 정규분포를 따른다고 한다. 이 제과점에서 판매되는 도넛 중 64개를 임의추출하여 조사한 무게의 표본평균을 $\overline{X}$라 하자. $P(|\overline{X}-60| \le k)=0.8664$를 만족시키는 $k$의 값을 주어진 표준정규분포표를 이용하여 구하면?

| $z$ | $P(0 \le Z \le z)$ |
|---|---|
| 0.5 | 0.1915 |
| 1.0 | 0.3413 |
| 1.5 | 0.4332 |
| 2.0 | 0.4772 |

① 0.36 ② 0.48 ③ 0.50
④ 0.62 ⑤ 0.75

**334.** 어느 도시에 거주하는 직장인의 12월 저축액은 평균이 67만원, 표준편차가 20만원인 정규분포를 따른다고 한다. 이 도시의 직장인 중에서 100명을 임의추출하여 조사한 12월 저축액의 평균이 65만원 이상일 확률을 아래 표준정규분포표를 이용하여 구한 값은?

| $z$ | $P(0 \le Z \le z)$ |
|---|---|
| 1.0 | 0.3413 |
| 2.0 | 0.4772 |
| 3.0 | 0.4987 |

① 0.8185 ② 0.8413 ③ 0.9759
④ 0.9772 ⑤ 0.9987

**335.** 정규분포를 따르는 어느 모집단에서 크기가 100인 표본을 임의추출하여 추정한 모평균 $m$에 대한 신뢰도 $95\%$의 신뢰구간은 $a \le m \le b$이고, 신뢰도를 바꾸지 않고 크기가 $n$인 표본을 임의추출하여 추정한 모평균 $m$에 대한 신뢰구간은 $c \le m \le d$이다. $b-a=2(d-c)$일 때, 자연수 $n$의 값은?

① 25 ② 100 ③ 225
④ 400 ⑤ 625

**336.** 평균이 $m$, 표준편차가 $\sigma$인 정규분포를 따르는 모집단에서 크기가 $n$인 표본을 임의추출하여 추정한 모평균 $m$에 대한 신뢰도 $99\%$의 신뢰구간은 $a \le m \le b$이다. $b-a \le 0.645\sigma$를 만족시키는 자연수 $n$의 최솟값은? (단, $Z$가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $\mathrm{P}(|Z| \le 2.58)=0.99$로 계산한다.)[5.3점]

① 16 ② 25 ③ 36
④ 49 ⑤ 64

**337.** 다음 [보기]의 설명 중 옳은 것의 개수는? [4점]

[보 기]

ㄱ. 표준정규분포는 평균이 0, 분산이 1인 정규분포를 말한다.
ㄴ. 이항분포 $B(n,\ p)$의 그래프는 $n$의 값이 커질수록 좌우가 대칭인 종 모양의 곡선에 가까워진다.
ㄷ. 모평균이 $m$이고 모표준편차가 $\sigma$인 모집단에서 크기가 $n$인 표본을 임의 추출할 때 모집단이 정규분포를 따르면 표본평균 $\overline{X}$도 정규분포를 따른다.
ㄹ. 확률변수 $X$가 $N(m,\ \sigma^2)$을 따르는 정규분포에서 $m$의 값이 일정할 때, $\sigma$값이 작을수록 가운데 부분의 높이는 낮아지고 옆으로 퍼진 모양의 정규분포곡선이 그려진다.

① 0개 ② 1개 ③ 2개
④ 3개 ⑤ 4개

**338.** 어느 회사에서 생산되는 휴대 전화의 배터리 사용 시간은 정규분포를 따른다고 한다. 이 회사에서 생산된 휴대 전화 64대를 임의추출하여 배터리 사용 시간을 조사하였더니 평균이 8시간, 표준편차가 1시간이었다. 이 휴대 전화의 배터리 사용 시간의 모평균 $m$을 신뢰도 95%로 추정한 구간이 $a \le m \le b$라고 할 때, $6(b-a)$의 값은? (단, $P(0 \le Z \le 2) = 0.475$) [4.6점]

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

**339.** 정규분포 $N(m, \sigma^2)$을 따르는 모집단에서 표본을 임의추출하여 모평균 $m$을 추정하려고 한다. [보기]에서 항상 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, $\sigma > 0$인 상수이고, $Z$가 표준정규분포를 따를 때, $P(0 \le Z \le 1.96) = 0.475$로 계산한다.)

[보기]

ㄱ. 모표준편차 $\sigma$가 일정할 때, 표본의 크기가 커지면 표본평균 $\overline{X}$의 분산은 작아진다.
ㄴ. 크기가 $n_1$, $n_2$인 표본을 임의추출하여 신뢰도 95%로 추정한 모평균 $m$의 신뢰구간의 길이를 각각 $l$, $3l$이라고 할 때, $n_1$은 $n_2$의 3배이다.
ㄷ. $0 < \alpha < \beta < 100$이고, 표본이 같을 때, 신뢰도 $\alpha$%로 추정한 모평균 $m$의 신뢰구간을 $\alpha_1 \le m \le \alpha_2$, 신뢰도 $\beta$%로 추정한 모평균 $m$의 신뢰구간을 $\beta_1 \le m \le \beta_2$라 하면 $\beta_1 < \alpha_1 < \alpha_2 < \beta_2$이다.

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ,
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

**340.** 어느 지역의 고등학생의 점심 식사 시간은 평균이 $m$분, 표준편차가 5분인 정규분포를 따른다고 한다. 이 지역에서 고등학생 $n$명을 임의추출하여 점심 식사 시간을 조사한 후 추정한 모평균 $m$에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간이 $a \le m \le b$라고 한다. $b-a$의 값을 '신뢰구간의 길이'라고 할 때, [보기]에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, $Z$가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $\mathrm{P}(|Z| \le 1.96) = 0.95$, $\mathrm{P}(|Z| \le 2.58) = 0.99$로 계산한다.)[5.5점]

[보 기]

ㄱ. 표본의 크기는 같게 하고 신뢰도를 99%로 높이면, 신뢰구간의 길이는 길어진다.

ㄴ. 신뢰도가 일정할 때 표본의 크기를 4배로 하면, 신뢰구간의 길이는 $\frac{1}{2}$배가 된다.

ㄷ. 동일한 표본을 사용할 때, 신뢰도 99%인 신뢰구간은 신뢰도 95%인 신뢰구간을 포함한다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

## 통계적 추정 (STEP2)

**341.** 모집단의 확률변수 $X$의 확률분포를 표로 나타내면 아래와 같고, 이 모집단에서 크기가 3인 표본을 임의추출하여 구한 표본평균을 $\overline{X}$라 할 때, $\mathrm{P}(\overline{X}=4) = \frac{5}{32}$이다. 두 상수 $a$, $b$에 대하여 $\mathrm{P}(X=2)+\mathrm{P}(\overline{X}=3)$의 값은? [4.9점]

| $X$ | 0 | 2 | 5 | 7 | 합계 |
|---|---|---|---|---|---|
| $\mathrm{P}(X=x)$ | $\frac{1}{4}$ | $a$ | $\frac{1}{4}$ | $b$ | 1 |

① $\frac{5}{48}$ ② $\frac{3}{16}$ ③ $\frac{13}{48}$
④ $\frac{17}{48}$ ⑤ $\frac{9}{16}$

**342.** 어느 모집단의 확률변수 $X$의 확률분포가 다음 표와 같다.

| $X$ | 1 | 2 | 3 | 합계 |
|---|---|---|---|---|
| $P(X=x)$ | $a$ | $b$ | $\frac{1}{3}$ | 1 |

이 모집단에서 크기가 2인 표본을 임의추출하여 구한 표본평균을 $\overline{X}$라 하자.
$P(\overline{X}=1) = \frac{1}{4}P(\overline{X}=3)$일 때, $6E(\overline{X})$의 값은?

① 13 ② 15 ③ 17
④ 19 ⑤ 21

**343.** 주머니에 숫자 1, 1, 2, 3이 각각 적힌 공 4개가 들어있다. 이 주머니를 모집단으로 생각하고, 복원추출로 크기가 2인 표본을 뽑을 때의 표본평균을 $\overline{X}$라고 하자. 이때 $P\left(\overline{X}=\frac{5}{2}\right)$의 값은?

① $\frac{1}{16}$ ② $\frac{1}{8}$ ③ $\frac{1}{4}$
④ $\frac{5}{16}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

**344.** 1이 적힌 카드 5장, 2가 적힌 카드 4장, 3이 적힌 카드 3장, 4가 적힌 카드 2장, 5가 적힌 카드 1장이 들어 있는 상자가 있다. 이 상자에서 2장의 카드를 임의추출할 때, 카드에 적힌 수의 평균을 $\overline{X}$라고 하자. 표본평균 $\overline{X}$의 표준편차를 구하시오.

**345.** 정규분포 $N(12, 5^2)$을 따르는 모집단에서 크기가 25인 표본을 임의추출할 때, 표본평균 $\overline{X}$가 10 이상 14 이하일 확률은? (단, $Z$가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $P(0 \le Z \le 2) = 0.48$로 계산한다.)

① 0.02 ② 0.04 ③ 0.48
④ 0.96 ⑤ 0.98

**346.** 1이 적힌 카드 1장, 2가 적힌 카드 2장, 3이 적힌 카드 3장, 4가 적힌 카드 4장, 5가 적힌 카드 5장이 들어 있는 상자가 있다. 이 상자에서 4장의 카드를 임의추출(복원추출)할 때, 카드에 적힌 수의 평균을 $\overline{X}$라고 하자. 표본평균 $\overline{X}$의 분산 $\mathrm{V}(\overline{X})$의 값은?[5.2점]

① $\frac{7}{18}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{11}{18}$
④ $\frac{13}{18}$ ⑤ $\frac{7}{9}$

**347.** 숫자 1, 2, 3, 4, 5가 각각 적힌 공 5개가 들어있는 주머니에서 복원 추출로 공 4개를 꺼낼 때, 공에 적힌 숫자의 평균을 $\overline{X}$라고 하자. $E(\overline{X})+V(\overline{X})$의 값은?

① 3 ② $\frac{7}{2}$ ③ 5
④ $\frac{23}{4}$ ⑤ $\frac{19}{2}$

**348.** 정규분포 $N(0,\ 3^2)$을 따르는 모집단에서 크기가 9인 표본을 임의 추출하여 구한 표본평균을 $\overline{X}$, 정규분포 $N(2,\ 3^2)$을 따르는 모집단에서 크기가 16인 표본을 임의 추출하여 구한 표본평균을 $\overline{Y}$라 할 때, $P(\overline{X} \ge 1) = P(\overline{Y} \le a)$을 만족시키는 상수 $a$의 값은? [4.1점]

① 1 ② $\frac{5}{4}$ ③ $\frac{7}{4}$
④ 2 ⑤ $\frac{9}{4}$

**349.** 0, 2, 6 중 하나의 숫자가 적혀있는 12장의 카드가 있다. 0, 2, 6이 적힌 카드가 적어도 한 장 이상 있을 때, 이 모집단에서 크기가 3인 표본을 복원추출하여 구한 표본평균을 $\overline{X}$라 하자. $E(\overline{X})=3$이고 $V(\overline{X})\geq 2$이 성립할 때, 12장의 카드 중 0, 2, 6이 적힌 카드의 개수를 각각 $a$, $b$, $c$라 하자. $a$, $b$, $c$를 구하시오.

**350.** 정규분포 $N(0,5^2)$을 따르는 모집단에서 크기가 16인 표본을 임의추출하여 구한 표본평균을 $\overline{X}$, 정규분포 $N(1,1^2)$을 따르는 모집단에서 크기가 25인 표본을 임의추출하여 구한 표본평균을 $\overline{Y}$라 하자. $P(\overline{X}\leq 1)=P(\overline{Y}\geq a)$를 만족시키는 상수 $a$의 값은?

① $\frac{12}{25}$ ② $\frac{3}{5}$ ③ $\frac{16}{25}$
④ $\frac{18}{25}$ ⑤ $\frac{21}{25}$

**351.** 주머니 안에 다섯 개의 수 $a,b,c,d,e$가 적힌 다섯 장의 카드가 들어있다. $a,b,c,d,e$가 순서대로 등차수열을 이룰 때, 이 주머니에서 한 개의 카드를 임의로 꺼내어 적힌 숫자를 확인한 다음 다시 주머니에 넣고 또 한 개의 카드를 임의로 꺼내어 숫자를 확인한다. 이렇게 확인한 2개의 카드에 적힌 숫자의 평균을 $\overline{X}$라고 할 때 $\overline{X}$의 평균과 표준편차는 각각 $E(\overline{X})=24$, $\sigma(\overline{X})=8$이다. 이때, $a$와 $e$의 곱을 구하고 그 풀이 과정을 서술하시오. [7점]

**352.** 어느 회사에서 생산한 건전지 1개의 수명은 평균이 $m$시간, 표준편차가 42시간인 정규분포를 따른다고 한다. 이 회사에서 생산한 건전지 49개를 임의추출하여 구한 수명의 평균은 750시간이었다. 이를 이용하여 구한 모평균 $m$에 대한 신뢰도 $\alpha$%의 신뢰구간이 $738.72\leq m\leq 761.28$이라면, 상수 $\alpha$의 값을 아래 정규분포표를 이용하여 구한 것은?

| $z$ | $P(0\leq Z\leq z)$ |
|---|---|
| 1.88 | 0.470 |
| 1.96 | 0.475 |
| 2.05 | 0.480 |

① 93 ② 94 ③ 95
④ 96 ⑤ 97

**353.** 어느 학교에서 나눠주는 책 한 권의 무게는 평균이 $m$, 표준편차가 32인 정규분포를 따른다고 한다. 이 학교에서 나눠준 책 중에서 임의추출한 $n$권의 무게의 평균을 $\overline{X}$라 할 때, $P(m-4\leq\overline{X}\leq m+4)=0.9876$ 을 만족시키는 $n$의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? (단, 무게의 단위는 $g$이다.) {4.2점}

| $z$ | $P(0\leq Z\leq z)$ |
|---|---|
| 1.0 | 0.3413 |
| 1.5 | 0.4332 |
| 2.0 | 0.4772 |
| 2.5 | 0.4938 |

① 100 ② 144 ③ 225
④ 400 ⑤ 625

**354.** 어느 공장에서 생산되는 빵의 무게는 평균이 $200g$, 표준편차가 $12g$인 정규분포를 따른다고 한다. 이 중에서 크기가 $n$인 표본을 임의추출하여 구한 표본평균을 $\overline{X}$라 할 때, $P(\overline{X} \leq 194) \leq 0.0228$를 만족시키는 자연수 $n$의 최솟값을 다음 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [4.4점]

| $z$ | $P(0 \leq Z \leq z)$ |
|---|---|
| 0.5 | 0.1915 |
| 1.0 | 0.3413 |
| 1.5 | 0.4332 |
| 2.0 | 0.4772 |

① 9 ② 16 ③ 25
④ 36 ⑤ 49

**355.** 모표준편차가 5인 정규분포를 따르는 모집단에서 크기가 25인 표본을 임의추출하여 모평균 $m$을 신뢰도 $90\%$로 추정할 때의 신뢰구간의 길이를 $l_1$, 신뢰도 $\alpha\%$로 추정할 때의 신뢰구간의 길이를 $l_2$라 할 때, $l_1 \geq 5l_2$를 만족시키는 실수 $\alpha$의 최댓값을 다음 표준정규분포표를 이용하여 구하면?

| $z$ | $P(0 \leq Z \leq z)$ |
|---|---|
| 0.33 | 0.130 |
| 0.51 | 0.192 |
| 1.00 | 0.341 |
| 1.65 | 0.450 |
| 1.96 | 0.475 |

① 13 ② 19.2 ③ 26
④ 34.1 ⑤ 38.4

**356.** $P$고등학교 화학동아리에서 제작한 천연 핸드워시는 무게가 55.8g이하 이거나 64.2g이상 일 때 불량품으로 분류한다. 이 동아리에서 제작한 핸드워시 한 개의 무게는 평균 60g, 표준편차가 5g인 정규분포를 따른다고 할 때, 이 동아리에서 제작한 핸드워시 600개 중에서 불량품이 216개 이하가 될 확률은? (단, 보관용기의 무게는 무시하고 $P(|Z| \leq 0.84) = 0.6$ 로 계산한다.) [4.8점]

| $z$ | $P(0 \leq Z \leq z)$ |
|---|---|
| 0.5 | 0.19 |
| 1.0 | 0.34 |
| 1.5 | 0.43 |
| 2.0 | 0.48 |

① 0.02 ② 0.19 ③ 0.34
④ 0.48 ⑤ 0.98

**357.** 두 양계장 A, B에서 생산되는 계란 1개의 무게는 각각 정규 분포 $\mathrm{N}(30.2,\ 1^2)$, $\mathrm{N}(29.8,\ 2^2)$을 따른다. 각각의 양계장에서 생산된 계란을 대상으로 크기가 100인 표본을 임의추출하여 그 표본평균이 30g 이상이면 우수한 양계장으로 선정된다. A가 우수한 양계장으로 선정될 확률은 B가 우수한 양계장으로 선정될 확률의 $k$배일 때, $8k$의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구하면? (단, 계란 무게의 단위는 g이며, $Z$가 표준정규분포를 따르는 확률변수이다.) [5.1점]

| $z$ | $\mathrm{P}(0 \leq Z \leq z$ |
|---|---|
| 1.0 | 0.34 |
| 1.5 | 0.43 |
| 2.0 | 0.48 |
| 2.5 | 0.49 |

① 48 ② 49 ③ 50
④ 51 ⑤ 52

**358.** zb 정규분포 $N(45, 10^2)$을 따르는 모집단에서 크기가 25인 표본을 임의추출하여 구한 표본평균을 $\overline{X}$, 정규분포 $N(70, \sigma^2)$을 따르는 모집단에서 크기가 16인 표본을 임의추출하여 구한 표본평균을 $\overline{Y}$라 하자. $P(\overline{X} \leq 48) = P(\overline{Y} \geq 64)$일 때, $P(74 \leq \overline{Y} \leq 80)$의 값을 주어진 표준정규분포표를 이용하여 구하면?

| $z$ | $P(0 \leq Z \leq z)$ |
|---|---|
| 1.0 | 0.3413 |
| 1.5 | 0.4332 |
| 2.0 | 0.4772 |
| 2.5 | 0.4938 |

① 0.0166 ② 0.0606 ③ 0.0919
④ 0.1359 ⑤ 0.1525

**359.** 어느 농장에서 키우는 배 한 개의 무게는 평균이 500, 표준편차가 30인 정규분포를 따른다고 한다. 이 농장에서 키운 배 중에서 9개 씩 임의추출하여 한 상자에 넣어 판매하는데, 배 한 상자의 무게가 $a$이하면 임의추출한 한 상자가 중량 미달로 판단될 확률이 0.0228일 때, 상수 $a$의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? (단, 무게의 단위는 $g$이다.) [4.2점]

| $z$ | $P(0 \leq Z \leq z)$ |
|---|---|
| 1.0 | 0.3413 |
| 1.5 | 0.4332 |
| 2.0 | 0.4772 |
| 2.5 | 0.4938 |

① 4320 ② 4590 ③ 4635
④ 4680 ⑤ 4725

**360.** 어느 회사에서 생산된 배터리 1개의 수명이 모평균이 30시간, 모표준편차가 3시간인 정규분포를 따른다고 한다. 이 배터리 중에서 9개를 임의추출할 때, 배터리 9개의 수명의 총합이 297시간 이상일 확률을 다음 표준정규분포표를 이용하여 구하면?

| $z$ | $P(0 \leq Z \leq z)$ |
|---|---|
| 1 | 0.3413 |
| 1.5 | 0.4332 |
| 2 | 0.4772 |
| 2.5 | 0.4938 |
| 3 | 0.4987 |

① 0.0013 ② 0.0062 ③ 0.0228
④ 0.0668 ⑤ 0.1587

**361.** 어느 회사 직원들의 일주일 동안의 운동 시간은 모평균이 $m$분, 모표준편차가 5분인 정규분포를 따른다고 한다. 이 회사 직원 중 $n$명을 임의추출하여 일주일 동안 운동 시간을 조사하였더니 평균이 $\overline{x}$분이었다. 신뢰도 $99\%$로 추정한 모평균 $m$에 대한 신뢰구간이 $70.71 \leq m \leq 73.29$일 때, $\overline{x}+n$의 값은? (단, $Z$가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $P(0 \leq Z \leq 2.58) = 0.495$로 계산한다.)

① 172 ② 180 ③ 188
④ 196 ⑤ 204

**362.** 평균이 $m$, 표준편차가 $\sigma$인 정규분포를 따르는 모집단에서 크기가 $n$인 표본을 임의추출하여 추정한 모평균 $m$에 대한 신뢰도 99%의 신뢰구간은 $a \le m \le b$이다. $b-a \le 1.032\sigma$를 만족시키는 자연수 $n$의 최솟값은? (단, $Z$가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $P(0 \le Z \le 2.58) = 0.495$로 계산한다.)

① 4 ② 9 ③ 16
④ 25 ⑤ 36

**363.** 정규분포 $N(m, 10^2)$를 따르는 모집단에서 임의추출한 $n$개의 표본으로 모평균을 신뢰도 96%로 추정하면 신뢰구간의 길이가 8이고, 신뢰도 $a$%로 추정하면 신뢰구간의 길이가 6이다. $n+a$의 값을 주어진 표준정규분포표를 이용하여 구하면?

| $z$ | $P(0 \le Z \le z)$ |
|---|---|
| 1.0 | 0.34 |
| 1.5 | 0.43 |
| 2.0 | 0.48 |
| 2.5 | 0.49 |

① 102 ② 111 ③ 118
④ 135 ⑤ 168

**364.** 어느 공장에서 생산되는 제품의 길이는 표준편차가 5인 정규분포를 따른다고 한다. 이 공장에서 생산된 제품 중에서 $n$개를 임의추출하여 제품의 길이를 조사하였더니 평균이 10이었다. 이 공장에서 생산되는 제품의 길이의 평균 $m$에 대한 신뢰도 99%의 신뢰구간이 $8.71 \le m \le 11.29$일 때, $n$의 값은? (단, 길이의 단위는 cm이고, $Z$가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $P(0 \le Z \le 2.58) = 0.4950$으로 계산한다.)

① 100 ② 110 ③ 120
④ 130 ⑤ 140

**365.** 정규분포 $N(m, 2^2)$을 따르는 모집단에서 크기가 16인 표본을 임의추출하여 추정한 모평균 $m$에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간은 $a \le m \le b$이다. $b-a$의 값은? (단, $Z$가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $P(0 \le Z \le 1.96) = 0.475$로 계산한다.)

① 0.98 ② 1.96 ③ 3.92
④ 5.88 ⑤ 7.84

**366.** 어느 제지 회사에서 생산된 두루마리 휴지 1개의 길이는 모평균이 $m$, 모표준편차가 2인 정규분포를 따른다고 한다. 이 회사에서 생산된 두루마리 휴지 196개를 임의추출하여 측정한 길이의 평균은 $a$이었다. 이 회사에서 생산된 두루마리 휴지의 길이의 평균 $m$에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간이 $52.4 \le m \le b$일 때, 상수 $a$, $b$에 대하여 $a+b$의 값은? (단, 휴지 길이의 단위는 m이고, $Z$가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $P(|Z| \le 1.96) = 0.95$로 계산한다.)

① 105.08 ② 105.36 ③ 105.64 ④ 105.92 ⑤ 106.2

**367.** 어느 해 우리나라를 방문한 외국인의 1인당 소비 금액은 평균이 1200달러, 표준편차가 100달러인 정규분포를 따른다고 한다. 이 해 우리나라를 방문한 외국인이 10만 명이라고 할 때, 이 중 소비 금액이 1350달러 이상인 외국인의 수를 주어진 표준정규분포표를 이용하여 구하시오.

| $z$ | $P(0 \le Z \le z)$ |
|---|---|
| 1.0 | 0.3413 |
| 1.5 | 0.4332 |
| 2.0 | 0.4772 |

**368.** 어느 고등학교 1학년 학생들의 수학 점수는 표준편차가 2점인 정규분포를 따른다고 한다. 이 학교 1학년 학생 중에서 16명을 임의추출하여 1학년 전체 학생들의 수학 점수의 평균 $m$을 추정할 때, 신뢰도 88%로 추정한 모평균의 신뢰구간은 $a \le m \le b$이고, 신뢰도 $\alpha$%로 추정한 모평균의 신뢰구간은 $c \le m \le d$라 하자. 이때, $\frac{4}{3}(b-a) \ge d-c$를 만족시키는 실수 $\alpha$의 최댓값을 다음 표준정규분포표를 이용하여 구하면?

| $z$ | $P(0 \le Z \le z)$ |
|---|---|
| 1.04 | 0.35 |
| 1.17 | 0.38 |
| 1.56 | 0.44 |
| 2.08 | 0.48 |

① 70 ② 76 ③ 83 ④ 92 ⑤ 96

**369.** 어느 공장에서 생산되는 고기만두 한 개의 무게는 평균이 100g이고 표준편차가 4g인 정규분포를 따른다고 한다. 이 공장에서 생산되는 고기만두 16개를 한 상자에 담아 판매한다고 할 때, 한 상자의 무게가 1568g이상 1576g이하가 될 확률은? (단, 상자의 무게는 무시한다.) [5.1점]

| $z$ | $P(0 \le Z \le z)$ |
|---|---|
| 1.0 | 0.34 |
| 1.5 | 0.43 |
| 2.0 | 0.48 |

① 0.01 ② 0.05 ③ 0.11 ④ 0.43 ⑤ 0.91

**370.** 어느 고등학교 2학년의 수학 점수는 표준편차가 5점인 정규분포를 따른다고 한다. 이 학교 2학년 학생 중에서 25명을 임의추출하여 2학년 전체의 수학 점수의 평균 $m$을 신뢰도 $90\%$로 추정한 신뢰구간을 $a \le m \le b$, 신뢰도 $\alpha\%$로 추정한 신뢰구간을 $c \le m \le d$라 할 때, $b-a \ge 5(d-c)$를 만족시키는 실수 $\alpha$의 최댓값을 오른쪽 표준정규분포를 이용하여 구한 것은? [4.4점]

| $z$ | $P(0 \le Z \le z)$ |
|---|---|
| 0.33 | 0.130 |
| 0.51 | 0.192 |
| 1.00 | 0.341 |
| 1.65 | 0.450 |
| 1.96 | 0.475 |

① 25 ② 26 ③ 27 ④ 28 ⑤ 29

**371.** 어느 고등학교 학생의 일주일 동안 수학 학습 시간은 평균이 $m$시간, 표준편차가 10시간인 정규분포를 따른다고 한다. 이 학교 학생 중에서 임의로 64명을 뽑아 일주일 동안의 수학 학습 시간을 조사한 표본평균에 대하여 모평균 $m$을 신뢰도 $95\%$로 추정할 때, 모평균과 표본평균의 차의 최댓값은? (단, $Z$가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $P(0 \le Z \le 1.96) = 0.4750$으로 계산한다.)

① 2.15 ② 2.25 ③ 2.35 ④ 2.45 ⑤ 2.55

**372.** 자연수 $n$에 대하여 분산이 $\sigma^2$인 정규분포를 따르는 모집단에서 크기가 $16n$인 표본을 임의추출하여 모평균 $m$을 신뢰도 $86\%$로 추정한 신뢰구간이 $a \le m \le b$이고, 크기가 $9n$인 표본을 임의추출하여 모평균 $m$을 신뢰도 $\alpha\%$로 추정한 신뢰구간이 $c \le m \le d$일 때, $32(b-a) = 15(d-c)$를 만족시키는 상수 $\frac{\alpha}{2}$의 값을 오른쪽 정규분포표를 이용하여 구한 것은? (단, $Z$가 표준정규분포를 따르는 확률변수이다.) [4.9점]

| $z$ | $\mathrm{P}(0 \le Z \le z)$ |
|---|---|
| 1.0 | 0.34 |
| 1.5 | 0.43 |
| 2.0 | 0.48 |
| 2.4 | 0.49 |

① 34 ② 40 ③ 43 ④ 48 ⑤ 49

**373.** 어느 비행기 탑승객의 짐의 무게는 평균이 $18\mathrm{kg}$이고 표준편차가 $4\mathrm{kg}$인 정규분포를 따른다고 한다. 이 비행기 탑승객 중에서 16명을 임의추출할 때, 짐의 평균 무게가 $17\mathrm{kg}$이하일 확률은? [4.3점]

| $z$ | $P(0 \le Z \le z)$ |
|---|---|
| 1.0 | 0.3413 |
| 2.0 | 0.4772 |
| 3.0 | 0.4987 |

① 0.0228 ② 0.1587 ③ 0.4772 ④ 0.8185 ⑤ 0.9987

**374.** 어느 제과점에서 생산되는 과자 한 상자의 무게는 표준편차가 $5$인 정규분포를 따른다고 할 때, 다음 물음에 답하시오. (단, 과자 한 상자의 무게의 단위는 g이다.) [총 10.0점]

3-1. 이 제과점에서 생산된 과자 상자 중 임의추출한 $100$개의 과자 상자의무게의 표본평균이 $255$일 때, 모평균 $m$의 신뢰도 $99\%$인 신뢰구간을 구하고, 그 과정을 서술하시오. (단, $Z$가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $P(|Z| \le 2.58) = 0.99$ 로 계산한다.) [4.0점]

3-2. 이 제과점에서 생산된 과자 상자 중 임의추출한 $16$개의 과자 상자의 무게의 표본평균을 $\overline{x}$라 할 때, 신뢰도 $95\%$로 추정한 모평균 $m$에 대한 신뢰구간이 $\overline{x}-c \le m \le \overline{x}+c$이었다. 이 제과점에서 임의로 선택한 과자 한 상자의 무게가 $m+2c$ 이상일 확률을 다음 표준정규분포표를 이용하여 구하고, 그 과정을 서술하시오. [6.0점]

| $z$ | $P(0 \le Z \le z)$ |
|---|---|
| 0.49 | 0.1879 |
| 0.98 | 0.3365 |
| 1.47 | 0.4292 |
| 1.96 | 0.4750 |

**375.** 25명 채용하는 어느 회사의 입사시험에 1000명이 지원하였다. 이 입사시험의 성적은 정규분포를 이루고, 1000명의 입사시험은 각각 $x_1$, $x_2$, $\cdots$, $x_{1000}$이다.

$x_1 + x_2 + \cdots + x_{1000} = 70000$

$(x_1 - 70)^2 + (x_2 - 70)^2 + \cdots + (x_{1000} - 70)^2 = 100000$

일 때, 이 회사의 입사시험에 합격한 지원자의 입사시험 성적의 최솟값을 다음 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? (단, 입사시험 성적의 동점자는 없다.)

| $z$ | $P(0 \le Z \le z)$ |
|---|---|
| 1.53 | 0.4370 |
| 1.96 | 0.4750 |
| 2.54 | 0.4945 |
| 2.75 | 0.4970 |
| 3.08 | 0.4990 |

① 79.6 ② 85.4 ③ 89.6
④ 95.4 ⑤ 97.5

**376.** 어느 고등학교 2학년 학생들의 수학 점수는 표준편차가 5점인 정규분포를 따른다고 한다. 이 학교 2학년 학생 중에서 100명을 임의추출하여 2학년 전체의 수학 점수 평균 $m$을 신뢰도 90%로 추정한 신뢰구간은 $a \le m \le b$이고, $t$%로 추정하면 신뢰구간은 $c \le m \le d$라 할 때, $5(d-c) \le 4(b-a)$를 만족시키는 실수 $t$의 최댓값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구하면? (단, $Z$가 표준정규분포를 따르는 확률변수이다.) [4.9점]

| $z$ | $\mathrm{P}(0 \le Z \le z$ |
|---|---|
| 1.0 | 0.341 |
| 1.32 | 0.410 |
| 1.65 | 0.450 |
| 1.96 | 0.475 |

① 80 ② 82 ③ 84
④ 86 ⑤ 88

**377.** 어느 고등학교 학생들의 1개월 자율학습실 이용 시간은 평균이 $m$, 표준편차가 10인 정규분포를 따른다고 한다. 이 고등학교 학생 25명을 임의추출하여 1개월 자율학습실 이용 시간을 조사한 표본평균이 $\overline{x_1}$일 때, 모평균 $m$에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간이 $60-a \le m \le 60+a$이었다. 또 이 고등학교 학생 $n$명을 임의추출하여 1개월 자율학습실 이용 시간을 조사한 표본평균이 $\overline{x_2}$일 때, 모평균 $m$에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간이 아래와 같다.

$$\frac{14}{15}\overline{x_1}-\frac{5}{8}a \le m \le \frac{14}{15}\overline{x_1}+\frac{5}{8}a$$

이때, $\overline{x_1}+\overline{x_2}-n$의 값은? (단, 이용 시간의 단위는 시간이고, $Z$가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $P(0 \le Z \le 1.96)=0.475$로 계산한다.)

① 51 ② 52 ③ 53
④ 54 ⑤ 55

**378.** 어느 공장에서 생산되는 $A$제품의 수명은 정규분포 $N(m,\ 625)$를 따른다고 한다. $A$제품 $n$개를 임의추출하여 구한 수명의 평균을 $\overline{x}$라 하자. 신뢰도 95%로 모평균 $m$을 추정하였을 때, 표본평균 $\overline{x}$와 모평균 $m$의 차가 5시간 이하가 되게 하는 $n$의 최솟값은?
(단, 수명의 단위는 시간이고 $P(|Z| \le 1.96)=0.95$로 계산한다.)
[4.6점]

① 94 ② 95 ③ 96
④ 97 ⑤ 98

**379.** 모평균 $m$의 신뢰구간이 $\alpha \le m \le \beta$일 때, $\beta-\alpha$를 신뢰구간의 길이라고 한다. 정규분포를 따르는 어느 모집단에서 크기가 10인 표본을 임의추출하여 모평균을 신뢰도 $\alpha$%로 추정한 신뢰구간의 길이가 20이라고 하자. 동일한 신뢰도로 모평균을 추정했을 때 신뢰구간의 길이가 4가 되도록 하는 표본의 크기는?
[4.8점]

① 125 ② 165 ③ 210
④ 250 ⑤ 300

**380.** 표준편차가 $\sigma$인 정규분포를 따르는 모집단에서 크기가 $n$인 표본을 임의추출하여 모평균 $m$을 신뢰도 95%로 추정한 신뢰구간이 $51.08 \le m \le 58.92$이다. 같은 표본을 이용하여 모평균 $m$을 신뢰도 99%로 추정한 신뢰구간에 속하는 자연수 $m$의 개수는?
(단, $P(|Z| \le 1.96)=0.95$, $P(|Z| \le 2.58)=0.99$로 계산한다.)
[4.5점]

① 7 ② 8 ③ 9
④ 10 ⑤ 11

**381.** 어느 농장에서 생산하는 블루베리 1개의 무게는 평균이 $1.5\,\mathrm{g}$, 표준편차가 $0.2\,\mathrm{g}$인 정규분포를 따른다고 한다. 이 농장에서 생산한 블루베리 100개를 한 상자에 포장하는데, 한 상자 안에 들어 있는 블루베리의 전체 무게가 $145\,\mathrm{g}$ 미만이면 불량품으로 판정한다고 한다. 이 농장에서 생산한 100만 개의 블루베리를 상자에 포장하였을 때, 불량품으로 판정될 상자의 개수의 평균을 구하시오. (단, $Z$가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $\mathrm{P}(0 \le Z \le 2.5) = 0.4938$로 계산하고, 상자의 무게는 고려하지 않는다.)[5.0점]

**382.** 어느 고등학교에서 2학년 학생들의 키를 조사하였더니 평균 $m\mathrm{cm}$, 표준편차는 $5\mathrm{cm}$인 정규분포를 따른다고 한다. 이 학교 2학년 학생들 중에서 임의로 $n$명을 추출하여 구한 평균이 $\overline{x}\mathrm{cm}$이라 할 때, 모평균 $m$에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간이 $163.04\mathrm{cm} \le \mathrm{m} \le 166.96\mathrm{cm}$이라 한다. 이때, $\overline{x}$의 값과 자연수 $n$의 값의 합은? (단, $Z$는 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $\mathrm{P}(0 \le Z \le 1.96) = 0.475$로 계산한다.) [4.6점]

① 150　② 160　③ 170
④ 180　⑤ 190

**383.** 모집단의 확률변수 $X$는 정규분포 $\mathrm{N}(m,\ 1)$을 따르고, 이 모집단에서 크기가 4인 표본을 임의추출하여 구한 표본평균을 $\overline{X}$라 하자. 양의 실수 $k$에 대하여 $f(k) = \mathrm{P}(0 \le X \le m+k+2)$, $g(k) = \mathrm{P}(0 \le \overline{X} \le m+k)$라 할 때, [보기]에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, $m \ge 0$) [5.1점]

[보기]
ㄱ. $m=2$이면 $f(1) < g(1)$이다.
ㄴ. $f(k) = g(k)$이면 $k \le 1$이다.
ㄷ. $m > 0$이면 $2f(m) > g(m)$이다.

① ㄴ　② ㄷ　③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

**384.** $A$고등학교 전체 학생의 키는 표준편차가 $5cm$인 정규분포를 따른다고 한다. $A$고등학교 전체 학생 중에서 크기가 각각 $n_1$, $n_2$인 표본을 임의추출하여 구한 학생의 키의 표본평균을 각각 $\overline{X_1}$, $\overline{X_2}$라 하자. 그리고 표본의 크기가 $n_1$일 때, 모평균 $m$에 대한 신뢰도 $a\%$의 신뢰구간의 길이를 $l_1$, 표본의 크기가 $n_2$일 때, 모평균 $m$에 대한 신뢰도 $b\%$의 신뢰구간의 길이를 $l_2$라 하자. [보기]에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, 모평균 $m$의 신뢰구간이 $\alpha \le m \le \beta$일 때, $\beta - \alpha$를 신뢰구간의 길이라고 한다.) [4.7점]

[보 기]
ㄱ. $a=b$일 때, $n_1 < n_2$이면 $l_1 > l_2$이다.
ㄴ. $n_1 < n_2$이면 $P\left(\overline{X_1} \le m+10\right) < P\left(\overline{X_2} \le m+10\right)$이다.
ㄷ. $n_1 = n_2$일 때, $l_1 > l_2$이면 $a > b$이다.

① ㄱ　② ㄴ　③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

**385.** 정규분포를 따르는 모집단에서 표본을 임의추출하여 모평균을 추정할 때, 다음 [보기] 중 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

[보기]

ㄱ. 표본의 크기가 일정할 때, 신뢰도가 낮아지면 신뢰구간의 길이는 짧아진다.
ㄴ. 신뢰도가 높아지고 표본의 크기가 작아지면 신뢰구간의 길이는 짧아진다.
ㄷ. 모평균 $m$의 신뢰구간이 $[L, U]$일 때, 신뢰도 $95\%$의 신뢰구간이란 모평균 $m$이 신뢰구간 $[L, U]$에 포함될 확률이 $95\%$라는 의미이다.

① ㄱ ② ㄱ,ㄴ ③ ㄱ,ㄷ
④ ㄴ,ㄷ ⑤ ㄱ,ㄴ,ㄷ

**386.** 정규분포 $N(10,\ 2^2)$을 따르는 모집단에서 임의추출한 크기 $n$인 표본의 표본평균을 $\overline{X}$, 표준정규분포를 따르는 확률변수를 $Z$라 하자. [보기]에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, $a$, $b$는 상수) [4.6점]

[보 기]

ㄱ. $V(\overline{X})=\dfrac{2}{\sqrt{n}}$
ㄴ. $P(\overline{X}\le 10-a)=P(\overline{X}\ge 10+a)$
ㄷ. $P(\overline{X}\ge a)=P(Z\le b)$이면 $a+\dfrac{2}{\sqrt{n}}b=10$이다.

① ㄴ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

**387.** 정규분포 $\mathrm{N}(12, 3^2)$을 따르는 모집단에서 임의추출한 크기 $n$인 표본의 표본평균을 $\overline{X}$, 표준정규분포를 따르는 확률변수를 $Z$라 하자. [보기]에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, $a$, $b$는 상수이다.)[5.7점]

[보 기]

ㄱ. $\mathrm{V}(\overline{X})=\dfrac{9}{n}$
ㄴ. $\mathrm{P}(\overline{X}\ge 12+a)=\mathrm{P}(\overline{X}\le 12-a)$
ㄷ. $\mathrm{P}(Z\le b)=\mathrm{P}(\overline{X}\ge a)$이면 $a+\dfrac{3b}{\sqrt{n}}=10$

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

**388.** 모표준편차가 1인 정규분포를 따르는 모집단에서 크기 $n$인 표본을 임의추출하여 구한 표본평균을 $\overline{X}$, 모평균 $m$에 대한 신뢰도 $95\%$의 신뢰구간을 $a_n\le m\le b_n$이라 하자. 옳은 것만을 [보기]에서 있는 대로 고른 것은? (단, $Z$가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $P(0\le Z\le 1.96)=0.475$로 계산한다.)

[보 기]

ㄱ. $b_2-a_2=1.96$
ㄴ. $(b_4-a_4)^2=2(b_8-a_8)^2$
ㄷ. $b_n-a_n\le 0.25$이기 위한 자연수 $n$의 최솟값은 76이다.

① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

**389.** 정규분포 $N(m,\ \sigma^2)$을 따르는 모집단에서 크기가 $n$인 표본을 임의추출하여 모평균 $m$을 신뢰도 $95\%$, 신뢰도 $99\%$로 추정한 신뢰구간이 각각 $a \le m \le b$, $c \le m \le d$일 때, $f(n)=b-a$, $g(n)=d-c$라고 하자. [보기]에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, $P(|z| \le 2)=0.95$, $P(|z| \le 3)=0.99$로 계산한다.) [4.7점]

ㄱ. $f(4)=4$이면 $\sigma=2$이다.
ㄴ. $f(2n)=\frac{1}{2}f(n)$
ㄷ. $f(3n)>g(n)$

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

## 통계적 추정 (STEP3)

**390.** 다음은 어느 모집단의 확률분포표이다. 이 모집단에서 크기가 2인 표본을 임의추출하여 구한 표본평균을 $\overline{X}$라 하자. $E(\overline{X})=25$일 때, $P(\overline{X} \le 20)$의 값은?

| $X$ | 10 | 20 | 30 | 40 | 합계 |
|---|---|---|---|---|---|
| $P(X=x)$ | $2a$ | $a$ | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{2}-3a$ | 1 |

① $\frac{11}{32}$ ② $\frac{23}{64}$ ③ $\frac{12}{32}$
④ $\frac{25}{64}$ ⑤ $\frac{13}{32}$

**391.** 정규분포 $N(m,\ 20^2)$을 따르는 모집단에서 크기가 $n$인 표본을 임의추출할 때, 표본평균과 모평균의 차가 1 이하일 확률은 0.96이다. 이때 자연수 $n$의 값을 구하시오. (단, $Z$가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $P(0 \le Z \le 2)=0.48$로 계산한다.)

**392.** 어느 분식집에서 판매하는 고기만두의 무게는 평균이 $m$이고 표준편차가 $\sigma$인 정규분포에 따른다고 한다. 이 분식집에서 판매하는 고기만두 중 36개를 임의추출하여 구한 무게의 표본평균의 값이 $\overline{x}$이고, 이를 이용하여 구한 모평균 $m$에 대한 신뢰도 99%의 신뢰구간이 $\overline{x}-a \le m \le \overline{x}+a$이다. 이 분식점에서 판매하는 고기만두 중 임의추출한 64개의 고기만두의 무게 평균이 $m+\frac{1}{2}a$ 이상일 확률을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? (단, 무게의 단위는 $g$이다.) [4.7점]

| $z$ | $P(0 \le Z \le z)$ |
|---|---|
| 0.98 | 0.3365 |
| 1.29 | 0.4015 |
| 1.72 | 0.4573 |
| 1.96 | 0.4750 |
| 2.58 | 0.4950 |

① 0.0050 ② 0.0250 ③ 0.0427
④ 0.0985 ⑤ 0.1635

**393.** 어느 도시의 스포츠 센터 모든 회원의 한 달 동안 이용 시간은 표준편차 12시간인 정규분포를 따른다고 한다. 두 조사자 $A$, $B$가 도시의 스포츠 센터 회원 중에서 임의로 36명을 선택하여 한 달 동안 스포츠 센터를 이용한 시간을 조사한 결과는 다음과 같다.

| 조사자 | 조사 인원 | 한 달 동안 스포츠 센터를 이용한 평균시간 |
|---|---|---|
| $A$ | 12명 | 36시간 |
| $B$ | 24명 | 30시간 |

이 36명의 조사 결과를 이용하여 이 도시의 스포츠 센터 모든 회원의 한 달 동안 스포츠 센터 이용 시간의 평균 $m$을 신뢰도 95%로 추정한 신뢰구간은? (단, $P(|Z| \le 1.96)=0.95$로 계산한다.) [4.8점]

① $[26.08,\ 33.92]$ ② $[28.08,\ 35.92]$
③ $[30.08,\ 37.92]$ ④ $[32.08,\ 39.92]$
⑤ $[34.08,\ 41.92]$

**394.** 어느 과수원에서 수확한 과일 한 개의 무게는 평균이 $300\,g$, 표준편차가 $15\,g$인 정규분포를 따른다고 한다. 이 과수원에서는 수확한 과일을 9개씩 포장하여 상자 단위로 출하하는데, 과일 한 상자의 무게가 $2610\,g$ 이하이면 재포장한다. 과일 상자 10000개를 출하한다고 할 때, 재포장하는 과일 상자의 개수의 평균을 주어진 표준정규분포표를 이용하여 구하면?

| $z$ | $P(0 \le Z \le z)$ |
|---|---|
| 0.5 | 0.19 |
| 1.0 | 0.34 |
| 1.5 | 0.43 |
| 2.0 | 0.48 |

① 170 ② 180 ③ 190
④ 200 ⑤ 210

**395.** 어느 과수원에서 생산되는 사과 한 개의 무게는 평균이 $85\,g$, 표준편차가 $12\,g$인 정규분포를 따른다고 한다. 이 과수원에서 생산된 사과 중에서 임의로 선택한 36개를 한 상자에 담아 판매할 때, 사과 한 상자의 무게가 $2970\,g$ 미만이면 기준 미달로 판정한다. 이 과수원에서 생산된 사과 36개가 들어 있는 사과 상자 900개를 임의로 택할 때, 이 상자 중 기준 미달인 상자가 99개 이상 나올 확률을 아래 표준정규분포표를 이용하여 구한 값은? (단, 상자의 무게는 고려하지 않는다.)

| $z$ | $P(0 \le Z \le z)$ |
|---|---|
| 1.00 | 0.34 |
| 1.25 | 0.40 |
| 1.50 | 0.43 |
| 1.75 | 0.46 |

① 0.08 ② 0.10 ③ 0.12
④ 0.14 ⑤ 0.16

**396.** 어느 고등학교 학생들의 1개월 자율학습실 이용시간은 평균이 $m$, 표준편차가 1인 정규분포를 따른다고 한다. 이 고등학교 학생 36명을 임의추출하여 1개월 자율학습실 이용시간을 조사한 표본평균이 $\overline{x_1}$일 때, 모평균 $m$에 대한 신뢰도 99%의 신뢰구간이 $90-a \le m \le 90+a$이었다. 또 이 고등학교 학생 $n$명을 임의추출하여 1개월 자율학습실 이용시간을 조사한 표본평균이 $\overline{x_2}$일 때, 모평균 $m$에 대한 신뢰도 99%의 신뢰구간이 다음과 같다.

$$\frac{17}{18}\overline{x_1}-\frac{2}{3}a \le m \le \frac{17}{18}\overline{x_1}+\frac{2}{3}a$$

이때, $n+\overline{x_2}$의 값은? (단, 이용 시간의 단위는 시간이고, $a$는 상수이며, $Z$가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $P(0 \le Z \le 2.58)=0.495$로 계산한다.)

① 94 ② 99 ③ 149
④ 166 ⑤ 171

**397.** 숫자 1이 적혀 있는 공 10개, 숫자 2가 적혀 있는 공 20개, 숫자 3이 적혀 있는 공 30개가 들어 있는 주머니가 있다. 이 주머니에서 임의로 한 개의 공을 꺼내어 공에 적혀 있는 수를 확인한 후 다시 넣는다. 이와 같은 시행을 12번 반복하여 확인한 12개의 수의 합을 $Y$라 할 때, 확률변수 $Y$의 분산은?

① $\frac{20}{9}$ ② $\frac{25}{6}$ ③ $\frac{31}{5}$
④ $\frac{25}{4}$ ⑤ $\frac{20}{3}$

**398.** 어느 회사에서 생산하는 초콜릿 한 개의 무게는 평균이 $m$, 표준편차가 $\sigma$인 정규분포를 따른다고 한다. 이 회사에서 생산하는 초콜릿 중에서 임의추출한 크기가 25인 표본을 조사하였더니 초콜릿 무게의 표본평균의 값이 $\overline{x}$이었다. 이 결과를 이용하여, 이 회사에서 생산하는 초콜릿 한 개의 무게의 평균 $m$에 대한 신뢰도 99%의 신뢰구간을 구하면 $1.471 \le m \le 1.729$이다. $\frac{\sigma}{\overline{x}}=k$일 때, $96k$의 값은? (단, 무게의 단위는 g이고, $Z$가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $P(0 \le Z \le 2.58)=0.495$로 계산한다.)

① 10 ② 15 ③ 20
④ 25 ⑤ 30

**399.** 평균이 $m$, 분산이 4인 정규분포를 따르는 모집단에서 크기가 $n$인 표본을 임의추출하여 구한 표본평균 $\overline{X}$에 대하여 함수 $f(m)$을

$f(m)=\mathrm{P}\left(\overline{X} \le 1.29 \times \frac{4}{\sqrt{n}}\right)$ 이라 하자. $f(0)+f(1) \le 1.0477$을 만족시키는 자연수 $n$의 최솟값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구하고, 그 과정을 자세히 서술하시오. [7.0점]

| $z$ | $\mathrm{P}(0 \le Z \le z$ |
|---|---|
| 1.29 | 0.4015 |
| 1.62 | 0.4474 |
| 2.58 | 0.4951 |
| 3.24 | 0.4994 |

**400.** 어느 회사 직원들의 하루 여가 활동 시간은 평균이 $m$분, 표준편차가 10분인 정규분포를 따른다고 한다. 이 회사 직원 중 3명을 임의로 택했을 때, 이 중에서 여가 활동 시간이 60분 이하인 직원이 한 명 또는 두 명일 확률이 $\frac{3}{4}$이다. 이 회사 직원 중 임의로 택한 한 명의 여가 활동 시간이 49분 이하 또는 73분 이상일 확률을 주어진 표준정규분포표를 이용하여 구하면?

| $z$ | $P(0 \le Z \le z)$ |
|---|---|
| 1.1 | 0.36 |
| 1.3 | 0.40 |
| 1.5 | 0.43 |
| 1.7 | 0.46 |

① 0.17 ② 0.21 ③ 0.24
④ 0.76 ⑤ 0.86

**401.** 모평균이 $m_1$, 모표준편차가 5인 정규분포를 따르는 모집단 $A$에서 크기가 25인 표본 $x_1$, $x_2$, $\cdots$, $x_{25}$를 임의추출한 결과를 이용하여 구한 모집단 $A$의 모평균 $m_1$에 대한 신뢰도 99%의 신뢰구간이 $43.32 \le m_1 \le 48.48$이었다. 모평균이 $m_2$, 모표준편차가 5인 정규분포를 따르는 모집단 $B$에서 크기가 25인 표본 $y_1$, $y_2$, $\cdots$, $y_{25}$를 임의추출한 결과 $\sum_{k=1}^{25} x_k = 0.9\sum_{k=1}^{25} y_k$가 성립할 때 이를 이용하여 구한 모집단 $B$의 모평균 $m_2$에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간은? (단, $Z$가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $P(|Z| \le 1.96) = 0.95$, $P(|Z| \le 2.58) = 0.99$로 계산한다.)

① $49.04 \le m_2 \le 52.96$ ② $49.06 \le m_2 \le 52.98$
③ $49.08 \le m_2 \le 53.00$ ④ $43.10 \le m_2 \le 53.02$
⑤ $49.12 \le m_2 \le 53.04$

**402.** 어느 고등학교 학생 200명의 수학시험 점수는 평균이 58점이고 표준편차가 8점인 정규분포를 따른다고 한다. 방과 후 프로그램을 50점 미만인 학생은 반드시 참여해야 하고, 70점 이상인 학생은 참여할 수 없다. 임의의 한 학생의 수학 점수가 62점 미만인 사건과 임의의 한 학생이 방과 후 프로그램에 참여하는 사건은 독립이다. 수학 점수가 62점 이상이면서 방과 후 프로그램에 참여하는 학생이 31명일 때, 수학 점수가 50점 이상 62점 미만인 학생들 중 방과 후 프로그램에 참여하고 있는 학생들의 인원을 주어진 표준정규분포표를 이용하여 구하시오.

| $z$ | $P(0 \le Z \le z)$ |
|---|---|
| 0.5 | 0.19 |
| 1.0 | 0.34 |
| 1.5 | 0.43 |
| 2.0 | 0.48 |

**403.** 모집단의 확률변수 $X$는 정규분포 $N(50,\ 6^2)$을 따르고 이 모집단에서 크기가 9인 표본을 임의추출하여 구한 표본평균을 $\overline{X}$라 하자. 부등식 $\mathrm{P}(38 \le X \le 44) < \mathrm{P}(38+k \le \overline{X} \le 40+k)$를 만족시키는 자연수 $k$의 값의 합을 구하고, 그 과정을 자세히 서술하시오. [7.0점]

**404.** 어느 농장에서 생산하는 블루베리 1개의 무게는 평균이 $1.5\,\mathrm{g}$, 표준편차가 $0.2\,\mathrm{g}$인 정규분포를 따른다고 한다. 이 농장에서 생산한 블루베리 100개를 한 상자에 포장하는데, 한 상자 안에 들어 있는 블루베리의 전체 무게가 $146\,\mathrm{g}$ 미만이면 불량품으로 판정한다고 한다. 이 농장에서 생산한 100만 개의 블루베리를 상자에 포장하였을 때, 불량품으로 판정될 상자의 개수의 평균을 아래 표준정규분포표를 이용하여 구한 값은?

| $z$ | $P(0 \le Z \le z)$ |
|---|---|
| 1.0 | 0.3413 |
| 1.5 | 0.4332 |
| 2.0 | 0.4772 |
| 2.5 | 0.4938 |
| 3.0 | 0.4987 |

① 13 ② 62 ③ 228
④ 668 ⑤ 1587

**405.** 평균이 $m$이고 표준편차가 $\sigma$인 정규분포를 따르는 모집단의 확률변수 $X$라 하고, 이 모집단에서 임의추출한 크기가 $n$인 표본의 표본평균을 $\overline{X}$라 하자. 확률변수 $Y$를 $Y=5\overline{X}-2$라 할 때, 두 확률변수 $X$, $Y$가 다음 조건을 만족시킨다. $m+n$의 값은?

> 모든 실수 $k$에 대하여
> $P(X \ge k)+P(Y \ge 40-k)=1$이다.

① 32 ② 33 ③ 34
④ 35 ⑤ 36

**406.** 정규분포 $N(m, 2^2)$을 따르는 모집단에서 임의추출한 크기 13인 표본과 크기 7인 표본의 표본평균을 각각 $\overline{X_A}$, $\overline{X_B}$라 하고, $\overline{X_A}$와 $\overline{X_B}$의 분포를 이용하여 추정한 모평균 $m$에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간을 각각 $a \le m \le b$, $c \le m \le d$라고 하자. 옳은 설명만을 [보기]에서 있는 대로 고른 것은?

[보 기]

ㄱ. $\overline{X_A}$의 분산은 $\overline{X_B}$의 분산보다 작다.
ㄴ. $P(\overline{X_A} \ge m+4) < P(\overline{X_B} \ge m+4)$
ㄷ. $d-c < b-a$

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

**407.** 정규분포 $N(m_1, {\sigma_1}^2)$을 따르는 모집단에서 크기가 $n_1$인 표본의 평균을 $\overline{X_1}$이라 할 때, 함수 $f(k)=P(\overline{X_1} \le m_1+k)$라 하고, 정규분포 $N(m_2, {\sigma_2}^2)$을 따르는 모집단에서 크기가 $n_2$인 표본의 평균을 $\overline{X_2}$라 할 때, 함수 $g(k)=P(\overline{X_2} \le m_2+k)$라 하자. 옳은 설명만을 [보기]에서 있는 대로 고른 것은?

[보 기]

ㄱ. $\sigma_1 n_1 = \sigma_2 n_2$이면 $f(k) \le g(k)$이다.
ㄴ. $n_1 = n_2$이고 $\sigma_2 = 2\sigma_1$이면 $f(k)=g(2k)$이다.
ㄷ. $n_1 < n_2$, $\sigma_1 > \sigma_2$이면 $f(k) < g(k)$이다.

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

**408.** 어느 모집단의 확률변수 $X$는 정규분포 $N(m, \sigma^2)$을 따른다. 이 모집단에서 임의추출한 크기 $n$인 표본의 표본평균을 $\overline{X}$라 하자. 양수 $k$에 대하여 함수 $f(k)$, $g(k)$를 $f(k)=P(|X-m| \le k\sigma)$, $g(k)=P(|\overline{X}-m| \le k\sigma)$라 할 때, 옳은 설명만을 [보기]에서 있는 대로 고른 것은?

[보 기]

ㄱ. $f(k)=2P(0 \le Z \le k)$

ㄴ. $n=9$이면 $2f(1)-g(1)>0$이다.

ㄷ. $f(1)<g\left(\frac{1}{3}\right)<f(3)$을 만족시키는 자연수 $n$의 개수는 71이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

## 한눈에 보는 정답

1. 정답 ② ⑤
2. 정답 ②
3. 정답 ③
4. 정답 ⑤
5. 정답 ③
6. 정답 ③
7. 정답 ⑤
8. 정답 ④
9. 정답 ④
10. 정답 ②
11. 정답 (1) $a=\frac{1}{2}$ (2) $b=\frac{1}{8}$ (3) 47
12. 정답 ②
13. 정답 ①
14. 정답 ④
15. 정답 ②
16. 정답 ④
17. 정답 ③
18. 정답 ②
19. 정답 ①
20. 정답 ⑤
21. 정답 ②
22. 정답 ③
23. 정답 ⑤
24. 정답 ④
25. 정답 ⑤
26. 정답 ①
27. 정답 ①
28. 정답 (1) $\mathrm{E}(Y)=\frac{1}{4}$, $\mathrm{V}(Y)=\frac{11}{16}$ (2) $\mathrm{V}(X)=\frac{11}{1600}$
29. 정답 (1)

| $X$ | 0 | 1 | 2 | |
|---|---|---|---|---|
| $P(X=x)$ | $\frac{{}_5C_2}{{}_7C_2}$ | $\frac{{}_2C_1\times{}_5C_1}{{}_7C_2}$ | $\frac{{}_2C_2}{{}_7C_2}$ | 1 |

(2) 5, $\frac{50}{147}$

30. 정답 ④
31. 정답 ②
32. 정답 ③
33. 정답 ③
34. 정답 ④
35. 정답 ⑤
36. 정답 ④
37. 정답 ①
38. 정답 ⑤
39. 정답 ①
40. 정답 ①
41. 정답 ③
42. 정답 ④
43. 정답 ①
44. 정답 ⑤
45. 정답 $a=1$, $b=-1$
46. 정답 ⑤
47. 정답 ②
48. 정답 ⑤
49. 정답 ⑤
50. 정답 ②
51. 정답 ④
52. 정답 $4-\sqrt{2}$
53. 정답 ④
54. 정답 ①
55. 정답 ③
56. 정답 ③
57. 정답 ③
58. 정답 ②
59. 정답 $\frac{10}{23}$
60. 정답 ④
61. 정답 ③
62. 정답 ⑤
63. 정답 ②
64. 정답 ①
65. 정답 ⑤
66. 정답 ④
67. 정답 ③
68. 정답 ④
69. 정답 ⑤
70. 정답 ④
71. 정답 ④
72. 정답 ①
73. 정답 ④
74. 정답 ①
75. 정답 ④
76. 정답 ①
77. 정답 ⑤
78. 정답 181
79. 정답 ①
80. 정답 ④
81. 정답 ①
82. 정답 ②
83. 정답 ③
84. 정답 ②
85. 정답 $E(X)=5$, $V(X)=\frac{3}{5}$
86. 정답 ④
87. 정답 ③
88. 정답 ③
89. 정답 11 : 5

90. 정답

| $X$ | 1 | 2 | 3 | 합계 |
|---|---|---|---|---|
| $P(X=x)$ | $\frac{2}{3}$ | $\frac{11}{36}$ | $\frac{1}{36}$ | 1 |

$P(X=1)=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$

$P(X=2)=\frac{1}{6}\times\frac{5}{6}+\frac{1}{6}\times1=\frac{11}{36}$

$P(X=3)=\frac{1}{6}\times\frac{1}{6}\times1=\frac{1}{36}$

91. 정답 ③
92. 정답 ④
93. 정답 ⑤
94. 정답 2
95. 정답 (1)

| $X$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 계 |
|---|---|---|---|---|---|
| $P(X=x)$ | $\frac{4}{{}_5C_2}$ | $\frac{3}{{}_5C_2}$ | $\frac{2}{{}_5C_2}$ | $\frac{1}{{}_5C_2}$ | 1 |

(2) $E(X)=\frac{4+6+6+4}{10}=2$

$V(X)=\frac{4+12+18+16}{10}-2^2=1$

$E(Y)=4\times2-3=5$

$V(Y)=16\times1=16$

96. 정답 ①
97. 정답 ②
98. 정답 ①
99. 정답 $\sigma(X)=\sqrt{2}$
100. 정답 ②
101. 정답 ②
102. 정답 ①
103. 정답 $4\sqrt{3}$
104. 정답 ④
105. 정답 ④
106. 정답 ⑤
107. 정답 ①
108. 정답 ⑤
109. 정답 ④
110. 정답 (1) $p=5$ (2) $q=30$ (3) $r=61$
111. 정답 9
112. 정답 11
113. 정답 ③
114. 정답 (1) $\frac{2(n-k+1)}{n(n+1)}$ (2) $\frac{2(n+2)}{3}$ (3) 7
115. 정답 ①
116. 정답 ①
117. 정답 ⑤
118. 정답 ④
119. 정답 ④
120. 정답 14
121. 정답 ④
122. 정답 ③
123. 정답 ⑤
124. 정답 ②
125. 정답 ⑤
126. 정답 ⑤
127. 정답 ①
128. 정답 ③
129. 정답 ④
130. 정답 ④
131. 정답 ②
132. 정답 ④
133. 정답 ②
134. 정답 ②
135. 정답 ④
136. 정답 ③
137. 정답 ④
138. 정답 ③
139. 정답 ②
140. 정답 ④
141. 정답 ⑤
142. 정답 ①
143. 정답 12
144. 정답 ⑤
145. 정답 ②
146. 정답 ⑤
147. 정답 ②
148. 정답 ④
149. 정답 ⑤
150. 정답 ②
151. 정답 ⑤
152. 정답 ③
153. 정답 ③
154. 정답 ①
155. 정답 ⑤
156. 정답 ④
157. 정답 147
158. 정답 ⑤
159. 정답 ③
160. 정답 ④
161. 정답 ⑤
162. 정답 ①
163. 정답 ④
164. 정답 ①
165. 정답 ⑤
166. 정답 ④
167. 정답 $\mathrm{E}(X)=20$, $\sigma(X)=4$
168. 정답 $E(X)=\frac{5}{2}, \sigma(X)=\frac{5\sqrt{5}}{2}$
169. 정답 ⑤

170. 정답 ④
171. 정답 ③
172. 정답 ①
173. 정답 (1) $x=3$ (2) $n=8$
174. 정답 ④
175. 정답 5
176. 정답 ⑤
177. 정답 ④
178. 정답 ⑤
179. 정답 ①
180. 정답 ③
181. 정답 ②
182. 정답 ⑤
183. 정답 ③
184. 정답 ⑤
185. 정답 ⑤
186. 정답 ⑤
187. 정답 ④
188. 정답 ③
189. 정답 490
190. 정답 2, 3, 5, 7
191. 정답 ③
192. 정답 ①
193. 정답 ①
194. 정답 ①
195. 정답 ①
196. 정답 ②
197. 정답 ②
198. 정답 ④
199. 정답 ③
200. 정답 ②
201. 정답 ⑤
202. 정답 ①
203. 정답 ①
204. 정답 ⑤
205. 정답 ②
206. 정답 ①
207. 정답 ④
208. 정답 ⑤
209. 정답 ④
210. 정답 ⑤
211. 정답 ④
212. 정답 ④
213. 정답 ③
214. 정답 ③
215. 정답 ⑤
216. 정답 ③
217. 정답 ⑤
218. 정답 $\frac{2}{3}$
219. 정답 ③
220. 정답 ③
221. 정답 ①
222. 정답 ③
223. 정답 ①
224. 정답 ①
225. 정답 (1) $k=\frac{1}{10}$ (2) $\frac{q}{p}=\frac{3}{5}$
226. 정답 ③
227. 정답 ③
228. 정답 ⑤
229. 정답 ④
230. 정답 ⑤
231. 정답 ⑤
232. 정답 ⑤
233. 정답 ①
234. 정답 ②
235. 정답 ⑤
236. 정답 ②
237. 정답 ③
238. 정답 ③
239. 정답 ④
240. 정답 ②
241. 정답 ④
242. 정답 ③
243. 정답 ①
244. 정답 ③
245. 정답 $a=0.04$, $b=0.01$
246. 정답 ②
247. 정답 ②
248. 정답 ①
249. 정답 0.0668
250. 정답 (1) $n=30$일 때, 0.537 $n=50$일 때, 0.66
(2) $P\left(\left|\frac{X}{n}-p\right|<h\right)$
251. 정답 (1) $E(T)=50$, $\sigma(T)=10$
(2) 갑의 표준점수는 70, 을의 표준점수는 65으로 갑의 표준점수가 더 높다.
252. 정답 ②
253. 정답 ②
254. 정답 ②
255. 정답 ③
256. 정답 ③
257. 정답 145점
258. 정답 ③
259. 정답 ②
260. 정답 ②
261. 정답 ②

262. 정답 ⑤
263. 정답 131
264. 정답 ②
265. 정답 ④
266. 정답 ②
267. 정답 0.16
268. 정답 ③
269. 정답 ③
270. 정답 ④
271. 정답 ①
272. 정답 225
273. 정답 ⑤
274. 정답 ①
275. 정답 0.7745
276. 정답 (1) $\mathrm{P}(\mathrm{X}=x)={}_{150}\mathrm{C}_{x}\left(\frac{2}{5}\right)^{\mathrm{x}}\left(\frac{3}{5}\right)^{150-\mathrm{x}}$ (2) 0.1525
277. 정답 ①
278. 정답 0.0228
279. 정답 ④
280. 정답 ④
281. 정답 250
282. 정답 ②
283. 정답 4.5
284. 정답 ④
285. 정답 ①
286. 정답 ③
287. 정답 ③
288. 정답 ③
289. 정답 ①
290. 정답 ②
291. 정답 ②
292. 정답 ②
293. 정답 ②
294. 정답 ①
295. 정답 300
296. 정답 0.11
297. 정답 ⑤
298. 정답 ④
299. 정답 ①
300. 정답 ③
301. 정답 ⑤
302. 정답 ③
303. 정답 ⑤
304. 정답 0.0456
305. 정답 ③
306. 정답 ②
307. 정답 ④
308. 정답 ⑤
309. 정답 ⑤
310. 정답 63점
311. 정답 ②
312. 정답 ⑤
313. 정답 ④
314. 정답 ⑤
315. 정답 ①
316. 정답 0.99
317. 정답 (1) $a=\frac{1}{7}$ (2) $b=-\frac{15}{7}$
318. 정답 ①
319. 정답 ③
320. 정답 ②
321. 정답 ⑤
322. 정답 ④
323. 정답 ①
324. 정답 ⑤
325. 정답 ①
326. 정답 ①
327. 정답 ①
328. 정답 ③
329. 정답 ①
330. 정답 (1) $a=\frac{2}{5}$, $b=\frac{1}{5}$ (2) $E(\overline{X})=\frac{1}{5}$, $V(\overline{X})=\frac{89}{50}$
331. 정답 ③
332. 정답 ④
333. 정답 ⑤
334. 정답 ②
335. 정답 ④
336. 정답 ⑤
337. 정답 ④
338. 정답 ③
339. 정답 ④
340. 정답 ⑤
341. 정답 ②
342. 정답 ①
343. 정답 ②
344. 정답 $\frac{\sqrt{7}}{3}$
345. 정답 ④
346. 정답 ①
347. 정답 ②
348. 정답 ②
349. 정답 $a=4, b=3, c=5$
350. 정답 ⑤
351. 정답 320
352. 정답 ②
353. 정답 ④
354. 정답 ②
355. 정답 ③
356. 정답 ①

357. 정답 ②
358. 정답 ⑤
359. 정답 ①
360. 정답 ①
361. 정답 ①
362. 정답 ④
363. 정답 ②
364. 정답 ①
365. 정답 ②
366. 정답 ③
367. 정답 6680명
368. 정답 ⑤
369. 정답 ②
370. 정답 ②
371. 정답 ④
372. 정답 ⑤
373. 정답 ②
374. 정답 (1) $253.71 \leq m \leq 256.29$ (2) $0.1635$
375. 정답 ③
376. 정답 ②
377. 정답 ②
378. 정답 ④
379. 정답 ④
380. 정답 ⑤
381. 정답 62
382. 정답 ⑤
383. 정답 ④
384. 정답 ⑤
385. 정답 ③
386. 정답 ④
387. 정답 ③
388. 정답 ①
389. 정답 ①
390. 정답 ④
391. 정답 1600
392. 정답 ③
393. 정답 ②
394. 정답 ④
395. 정답 ⑤
396. 정답 ④
397. 정답 ⑤
398. 정답 ②
399. 정답 71
400. 정답 ④
401. 정답 ①
402. 정답 53명
403. 정답 55
404. 정답 ③
405. 정답 ①
406. 정답 ③
407. 정답 ④
408. 정답 ⑤

## 정답과 풀이

1.정답 ② ⑤
몸무게와 머리둘레 주행거리는 일정범위에 있는 모든 실수값을 가지므로 이산확률변수가 아니다.

2.정답 ②

| $X$ | 0 | 1 | 2 | 계 |
|---|---|---|---|---|
| $P(X=x)$ | $\frac{{}_2C_2}{{}_5C_2}$ | $\frac{{}_2C_1 \times {}_3C_1}{{}_5C_2}$ | $\frac{{}_3C_2}{{}_5C_2}$ | 1 |

$E(X)=\frac{6}{5}$

3.정답 ③
연속확률변수는 길이, 시간, 무게, 온도와 같은 것

4.정답 ⑤
$X\in\{0,1,2,3\}$ 이므로 $X$가 가질 수 없는 값은 $4$이다.

5.정답 ③
$X=-1$인 경우는 4개의 공 중에서 $-1$과 1의 공을 동시에 뽑는 경우 뿐이므로 $P(X=-1)=\frac{1}{{}_4C_2}=\frac{1}{6}$이다.
$X=2$인 경우는 4개의 공 중에서 1과 2의 공을 동시에 뽑는 경우 뿐이므로 $P(X=2)=\frac{1}{{}_4C_2}=\frac{1}{6}$이다.
따라서, $P(X=-1)+P(X=2)=\frac{1}{3}$

6.정답 ③
$3a+a=\frac{1}{2},\ a=\frac{1}{8}$
$P(X=3)+P(X=4)=\frac{1}{4}+\frac{1}{8}=\frac{3}{8}$

7.정답 ⑤
$P(X\geq 2)=\frac{3}{10}+\frac{2}{5}=\frac{7}{10}$

8.정답 ④
$\sum_{i=1}^{n} p_i=1$을 이용하면 $a=\frac{1}{4}$
$E(X)=\sum_{i=1}^{n} p_i x_i=\frac{5}{2}, E(10X+2)=10E(X)+2=27$

9.정답 ④
확률의 총합은 1이므로 $\frac{1}{4}+a+\frac{1}{4}+3a=1$에서 $a=\frac{1}{8}$이다.
$\therefore P(1<X\leq 4)=1-P(X=1)=1-\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$

10.정답 ②
$\mathrm{E}(X)=\frac{3+2\times3+3\times4}{15}=\frac{7}{5},\ \mathrm{E}(X^2)=\frac{3+2^2\times3+3^2\times4}{15}=\frac{17}{5}$
$V(X)=\frac{17}{5}-\left(\frac{7}{5}\right)^2=\frac{36}{25}\quad \sigma(X)=\frac{6}{5}$
$\frac{7}{5}a+b=8,\ \frac{6}{5}a=6$이므로 $a=5,\ b=1\ \ a^2+b^2=25+1=26$

11.정답 (1) $a=\frac{1}{2}$ (2) $b=\frac{1}{8}$ (3) 47

| $X$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 합계 |
|---|---|---|---|---|---|
| $P(X=x)$ | $\frac{1}{8}$ | $a$ | $\frac{1}{4}$ | $b$ | 1 |

에서 확률의 총합은 1이므로 $a+b=\frac{5}{8}$이고,
$P(X<2)=P(X=0)+P(X=1)=\frac{1}{8}+a=\frac{5}{8}$이므로
$a=\frac{1}{2},\ b=\frac{1}{8}$이다.
또한, $E(X)=1\times\frac{1}{2}+2\times\frac{1}{4}+3\times\frac{1}{8}=\frac{11}{8}$이고
$E(X^2)=1^2\times\frac{1}{2}+2^2\times\frac{1}{4}+3^2\times\frac{1}{8}=\frac{21}{8}$이므로
$V(X)=E(X^2)-\{E(X)\}^2=\frac{21}{8}-\left(\frac{11}{8}\right)^2=\frac{47}{64}$이다.
$\therefore V(8X-5)=64V(X)=47$

12.정답 ②

13.정답 ①

14.정답 ④
$E(-\frac{1}{2}X+7)=-\frac{1}{2}\times E(X)+7=2$
$V(2X-4)=4\times V(X)=16$
$\therefore 18$

15.정답 ②
$E(2X+1)=2E(X)+1=11$

16.정답 ④
$a=3E(X)-2=28,\ b=3^2V(X)=36$ 이므로 $b-a=8$ 이다.

17.정답 ③
$V(X)=E(X^2)-(E(X))^2$
$3E(X)-1=5,\ 9V(X)=9$ 그러므로 5

18.정답 ②
$\mathrm{E}(2X+1)=2\mathrm{E}(X)+1=5,\ \mathrm{E}(X)=2$
$\mathrm{V}(2X+1)=4\mathrm{V}(X)=16,\ \mathrm{V}(X)=4$
$\mathrm{E}(X^2)=\mathrm{V}(X)+\{\mathrm{E}(X)\}^2=4+2^2=8$

19.정답 ①

문제에서 $E(X)=5,\ V(X)=9$이므로

$E(Y)=E(aX+b)=aE(X)+b=5a+b=17$

$V(Y)=V(aX+b)=a^2V(X)=9a^2=81$

$\therefore a=3(\because a>0),\ b=2$

$\therefore a+b=5$

20. 정답 ⑤

$a=2\times E(X)-1=19$

$b=2\times \sigma(X)=8$

$a+b=27$

21. 정답 ②

$E(X+1)=E(X)+1=-2,\ V(-2X+3)=4V(X)=16$

22. 정답 ③

$P(X\le 10)=10a=1$

$\therefore a=\frac{1}{10}$

$P(X^2-7X+12=0)=P(X=3)+P(X=4)$

$=P(X\le 4)-P(X\le 2)$

$=4a-2a=2a=\frac{1}{5}$

23. 정답 ⑤

전체- 3개 모두 뒷면 나오는 확률

$1-\left(\frac{1}{2}\right)^3=\frac{7}{8}$

24. 정답 ④

$\mathrm{P}(X=1)=\frac{1}{4}$

$\mathrm{P}(X=2)=\frac{3}{4}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{4}$

$\mathrm{P}(X=3)=\frac{3}{4}\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$

$\mathrm{P}(X=4)=\frac{3}{4}\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}\times 1=\frac{1}{4}$

이므로 확률변수 $X$의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

| $X$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 합계 |
|---|---|---|---|---|---|
| $\mathrm{P}(X=x)$ | $\frac{1}{4}$ | $\frac{1}{4}$ | $\frac{1}{4}$ | $\frac{1}{4}$ | 1 |

$\mathrm{E}(X)=1\times\frac{1}{4}+2\times\frac{1}{4}+3\times\frac{1}{4}+4\times\frac{1}{4}=\frac{5}{2}$

$\mathrm{E}(10X+5)=10\mathrm{E}(X)+5=10\times\frac{5}{2}+5=30$

25. 정답 ⑤

여사건의 확률을 이용하면 여학생이 모두 뽑힌 경우는

$\mathrm{P}(X=0)=\frac{{}_4\mathrm{C}_3}{{}_9\mathrm{C}_3}=\frac{4}{84}=\frac{1}{21}$이므로

$\mathrm{P}(X\ge 1)=1-\mathrm{P}(X=0)=1-\frac{1}{21}=\frac{20}{21}$

26. 정답 ①

$\frac{3}{10}$

27. 정답 ①

| $X$ | 2 | 4 | 6 | 8 | |
|---|---|---|---|---|---|
| $P(X=x)$ | $\frac{1}{4}$ | $\frac{1}{4}$ | $\frac{1}{4}$ | $\frac{1}{4}$ | 1 |

$E(X)=\frac{2+4+6+8}{4}=5$

$V(X)=\frac{4+16+36+64}{4}-5^2=5$

28. 정답 (1) $\mathrm{E}(Y)=\frac{1}{4}$, $\mathrm{V}(Y)=\frac{11}{16}$ (2) $\mathrm{V}(X)=\frac{11}{1600}$

| $X$ | 0.125 | 0.225 | 0.325 | 합계 |
|---|---|---|---|---|
| $Y=10X-2.25$ | $-1$ | 0 | 1 | |
| $\mathrm{P}(X=x)$ | $\frac{1}{4}$ | $a$ | $b$ | 1 |

(1) 주어진 확률변수 $X$의 확률분포표에서 모든 확률의 합은 1이므로

$\frac{1}{4}+a+b=1,\ a+b=\frac{3}{4}$

이다. 또한 $\mathrm{E}(X)=0.250$이므로 $Y$의 평균은

$\mathrm{E}(Y)=\mathrm{E}(10X-2.25)=10\mathrm{E}(X)-2.25=2.5-2.25=0.25=\frac{1}{4}$

이고,

$\mathrm{E}(Y)=-1\times\frac{1}{4}+0\times a+1\times b=-\frac{1}{4}+b=\frac{1}{4}$

$\therefore\ b=\frac{1}{2},\ a=\frac{1}{4}$

이다. 한편 $Y$의 분산은

$\mathrm{V}(Y)=\mathrm{E}(Y^2)-\{\mathrm{E}(Y)\}^2$

$=(-1)^2\times\frac{1}{4}+0^2\times\frac{1}{4}+1^2\times\frac{1}{2}-\left(\frac{1}{4}\right)^2=\frac{11}{16}$

이다.

(2) $\mathrm{V}(Y)=\frac{11}{16}$이므로

$\mathrm{V}(Y)=\mathrm{V}(10X-2.25)=100\mathrm{V}(X)=\frac{11}{16}$

이다. 따라서 $\mathrm{V}(X)=\frac{11}{1600}$이다.

29. 정답 (1)

| $X$ | 0 | 1 | 2 | |
|---|---|---|---|---|
| $P(X=x)$ | $\frac{{}_5C_2}{{}_7C_2}$ | $\frac{{}_2C_1\times{}_5C_1}{{}_7C_2}$ | $\frac{{}_2C_2}{{}_7C_2}$ | 1 |

(2) 5, $\frac{50}{147}$

(1)

| $X$ | 0 | 1 | 2 | |
|---|---|---|---|---|
| $P(X=x)$ | $\frac{{}_5C_2}{{}_7C_2}$ | $\frac{{}_2C_1\times{}_5C_1}{{}_7C_2}$ | $\frac{{}_2C_2}{{}_7C_2}$ | 1 |

(2) $E(X)=\dfrac{10+2}{21}=\dfrac{4}{7}$

$E(X^2)=\dfrac{10+4}{21}=\dfrac{2}{3}$

$E(7X+1)=7E(X)+1=5$

$V(X)=\dfrac{2}{3}-\left(\dfrac{4}{7}\right)^2=\dfrac{50}{147}$

30. 정답 ④

$\mathrm{E}(X)=np=90,\ \mathrm{V}(X)=np(1-p)=36$

$1-p=\dfrac{36}{90}=\dfrac{2}{5}$이므로 $p=\dfrac{3}{5}$

$n\times\dfrac{3}{5}=90$이므로 $n=150$

$\mathrm{E}(2X-150)=2\mathrm{E}(X)-150=180-150=30$

31. 정답 ②

$\sum_{x=2}^{9}P(X=x)=1$이므로

$k\sum_{x=2}^{9}\dfrac{1}{(x-1)(x+1)}=\dfrac{k}{2}\left(1-\dfrac{1}{3}+\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{4}+\cdots\dfrac{1}{7}-\dfrac{1}{9}+\dfrac{1}{8}-\dfrac{1}{10}\right)=1$

$\dfrac{k}{2}\left(1+\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{9}-\dfrac{1}{10}\right)=1\quad \dfrac{29}{45}k=1\quad \therefore k=\dfrac{45}{29}$

32. 정답 ③

$P(X=1)=\dfrac{2}{7},\ P(X=2)=\dfrac{1}{7}$

$P(1\le X\le 2)=\dfrac{2}{7}+\dfrac{1}{7}=\dfrac{3}{7}$

33. 정답 ③

$\sum_{x=2}^{11}k\left(\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{x+1}\right)=k\left\{\left(\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{3}\right)+\left(\dfrac{1}{3}-\dfrac{1}{4}\right)+\cdots+\left(\dfrac{1}{11}-\dfrac{1}{12}\right)\right\}$

$=k\times\dfrac{5}{12}=1$

$k=\dfrac{12}{5}$

34. 정답 ④

$\mathrm{E}(X)=1\times\dfrac{1}{6}+2\times\dfrac{2}{6}+3\times\dfrac{3}{6}=\dfrac{7}{3}$

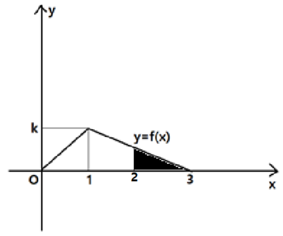
35. 정답 ⑤

36. 정답 ④

$1=\dfrac{k}{2}+k+\dfrac{3k}{2}+2k,\ k=\dfrac{1}{5}$

$P(2<x<4)=\dfrac{7}{2}k=\dfrac{7}{10}$

37. 정답 ①

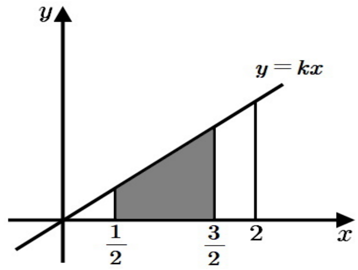



$\dfrac{1}{2}\times 3k=1\quad k=\dfrac{2}{3}\quad \left(1,\ \dfrac{2}{3}\right),\ (3,\ 0)$을 지나는 직선은

$y=-\dfrac{1}{3}x+1$이므로 $x=2$일 때 $y$는 $\dfrac{1}{3}$이다.

따라서 $\mathrm{P}(2\le X\le 3)=\dfrac{1}{2}\times 1\times\dfrac{1}{3}=\dfrac{1}{6}$

38. 정답 ⑤




$X$의 확률밀도함수 $f(x)=kx$가 $0\le x\le 2$에서 $x$축과 이루는 넓이는 1이므로

$\dfrac{1}{2}\times 2\times 2k=2k=1,\ k=\dfrac{1}{2}$

이다. 따라서

$\mathrm{P}\left(\dfrac{1}{2}\le x\le\dfrac{3}{2}\right)=\dfrac{1}{2}\times\left(\dfrac{3}{4}+\dfrac{1}{4}\right)\times 1=\dfrac{1}{2}$

39. 정답 ①

$P(S)=\dfrac{1}{2}\times 6\times 6k=18k=1$

$\therefore k=\dfrac{1}{18}$

40. 정답 ①

$\mathrm{P}(X=1)+\mathrm{P}(X=2)+\cdots+\mathrm{P}(X=10)$

$=\dfrac{k}{1\times 3}+\dfrac{k}{3\times 5}+\cdots+\dfrac{k}{19\times 21}$

$=\dfrac{k}{2}\left(1-\dfrac{1}{21}\right)$

$=\dfrac{10}{21}k$

$=1$

따라서 $k=\dfrac{21}{10}$이다.

그러므로 $\mathrm{P}(X=3)=\dfrac{\frac{21}{10}}{5\times 7}=\dfrac{3}{50}$이다.

41. 정답 ③

$P(0 \le X \le 2) = \frac{1}{7} + \frac{2}{7} + \frac{1}{1} = \frac{4}{7}$

42. 정답 ④

| $X$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 계 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $P(X=x$ | $\frac{k}{2}(1-\frac{1}{3}$ | $\frac{k}{2}(\frac{1}{2}-$ | $\frac{k}{2}(\frac{1}{3}-$ | $\frac{k}{2}(\frac{1}{4}-$ | $\frac{k}{2}(\frac{1}{5}-$ | 1 |

$\frac{k}{2}(1+\frac{1}{2}-\frac{1}{6}-\frac{1}{7})=1 \quad \frac{k}{2}\times\frac{63-7-6}{42}=1$

$k=\frac{42}{25}$

$E(X)=\frac{42}{25}(\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}+\frac{1}{6}+\frac{1}{7})=\frac{459}{250}$

43. 정답 ①

$\sum_{x=1}^{3}(2x+20)P(X=x)=\sum_{k=1}^{3}\frac{x({}_3C_x)^2}{20}+\sum_{k=1}^{3}20\frac{({}_3C_x)^2}{20}$

$=\frac{1}{10}(({}_3C_1)^2+2({}_2C_2)^2+3({}_3C_3)^2)+(({}_3C_1)^2+({}_3C_2)^2+({}_3C_3)^2)$

$=\frac{1}{10}(9+18+3)+(9+9+1)=22$

44. 정답 ⑤

45. 정답 $a=1,\ b=-1$

$\mathrm{E}(X)=(-1)\times\frac{1}{10}+0\times\frac{2}{10}+1\times\frac{3}{10}+2\times\frac{4}{10}=1$

$\mathrm{E}(X^2)=1\times\frac{1}{10}+0\times\frac{2}{10}+1\times\frac{3}{10}+4\times\frac{4}{10}=2$

따라서 $\mathrm{V}(X)=2-1=1$이다.

$\mathrm{E}(Y)=a\mathrm{E}(X)+b=a+b=0$

$\mathrm{V}(Y)=a^2\mathrm{V}(X)=a^2=1$

따라서 $a=1,\ b=-1$이다.

46. 정답 ⑤

$V(X)=E(X^2)-\{E(X)\}^2$

$=\sum_{k=1}^{10}k^2\times\frac{k}{55}-\left(\sum_{k=1}^{10}k\times\frac{k}{55}\right)^2=55-49=6$

47. 정답 ②

$P(X=x)=\frac{k}{x(x+1)}\ (x=1,2,3,\cdots,7)$이므로

$\sum_{k=1}^{7}\frac{k}{x(x+1)}=\sum_{k=1}^{7}k\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{x+1}\right)=k\left(1-\frac{1}{8}\right)=\frac{7k}{8}=1$

$(\because 확률의총합=1)$

$\therefore k=\frac{8}{7}$

$P(X=7)=\frac{k}{7\times8}=\frac{8}{7}\times\frac{1}{56}=\frac{1}{49}$

48. 정답 ⑤

확률의 총합은 1이므로

$\sum_{x=1}^{4}P(X=x)=\sum_{x=1}^{4}(a+dx)=4a+10d=1$

$3P(X=1)=P(X=4)$에서 $3(a+d)=a+4d \rightarrow 2a=d$

두 식을 연립하면 $a=\frac{1}{24},\ d=\frac{1}{12}$

$P(X\ge3)=P(X=3)+P(X=4)=a+3d+a+4d=2a+7d$

$=2\times\frac{1}{24}+7\times\frac{1}{12}=\frac{2}{3}$

49. 정답 ⑤

| $x$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 계 |
|---|---|---|---|---|---|
| $P(X=x)$ | $2k$ | $2k+\frac{1}{16}$ | $2k+\frac{2}{16}$ | $2k-\frac{3}{16}$ | 1 |

$8k=1 \quad k=\frac{1}{8}$

$P(X^2-4X+3\le0)=P(1\le X\le3)=1-\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$

50. 정답 ②

$p_1+p_2+\cdots+p_5=1$

첫째항이 $p_1$이고 공차가 $\frac{1}{2}p_1$인 등차수열의 일반항은

$p_n=p_1+(n-1)\times\frac{1}{2}p_1=\frac{1}{2}p_1(n+1)$

$\sum_{n=1}^{5}\left\{\frac{p_1}{2}(n+1)\right\}=\frac{p_1}{2}\sum_{n=1}^{5}(n+1)=\frac{p_1}{2}\left(5+\frac{5\times6}{2}\right)=10p_1=1$

$p_1=\frac{1}{10}$

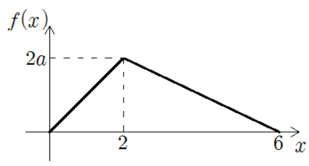
| $X$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 합계 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $\mathrm{P}(X=x)$ | $\frac{1}{10}$ | $\frac{3}{20}$ | $\frac{1}{5}$ | $\frac{1}{4}$ | $\frac{3}{10}$ | 1 |

$\mathrm{E}(X)=\frac{2+6+12+20+30}{20}=\frac{7}{2}$

$\mathrm{V}(X)=\frac{2+12+36+80+150}{20}-\frac{49}{4}=\frac{7}{4}$

$\mathrm{V}(2X)=4\mathrm{V}(X)=7$

51. 정답 ④




$2a+4a=1,\quad\therefore a=\frac{1}{6}$

$P(b\le X\le6)=\frac{1}{6}$

$\frac{1}{2}\times(6-b)\times\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{12}b\right)=\frac{1}{6}$, $\therefore b=4$

52. 정답 $4-\sqrt{2}$

$-1\le x\le 2$ 에서 확률밀도함수와 $x$ 축으로 둘러싸인 부분의 넓이는

$\frac{1}{2}\times 3a=1$ 에서 $a=\frac{2}{3}$

즉 $P(-1\le X\le 0)=\frac{1}{2}\times 1\times a=\frac{1}{3}$ 이며

$P(b\le X\le 2)=\frac{1}{2}(2-b)\frac{1}{3}(2-b)=\frac{1}{6}(2-b)^2=\frac{1}{3}$ 에서

$2-b=\pm\sqrt{2}$

$0<b<2$ 이므로 $b=2-\sqrt{2}$ 이다.

따라서 $3a+b=2+(2-\sqrt{2})=4-\sqrt{2}$ 이다.

53. 정답 ④

$0\le X\le 3$ 이고, $X$ 의 확률밀도함수 $f(x)$ 의 그래프는 그림과 같다.

$P(1\le X\le a)=\frac{1}{2}$ 일 때, 상수 $a$ 의 값은

전체 넓이 $=\frac{1}{2}\times 3\times k=1$ 에서 $k=\frac{2}{3}$ 이다.

$P(0\le X\le 1)=\frac{1}{3}$, $P(1\le X\le 3)=\frac{2}{3}$ 이므로

$P(1\le X\le a)=\frac{2}{3}-\frac{1}{2}(3-a)\frac{1}{3}(3-a)$

$=\frac{2}{3}-\frac{1}{6}(3-a)^2=\frac{1}{2}$ (단, $0\le a\le 3$)

이다. 따라서 $a=2$ 이다.

54. 정답 ①

$3\le x\le 6$까지가 $\frac{1}{2}$이므로 $0\le x\le 1$ 과 $5\le x\le 6$까지의 넓이가 $\frac{1}{3}$으로 동일하므로 $3\le x\le 5$까지의 넓이는 $\frac{1}{2}-\frac{1}{3}=\frac{1}{6}$

55. 정답 ③

$\frac{1}{2}\times 2\times 2k+\frac{1}{2}\times 6\times 2k=8k=1$이므로 $k=\frac{1}{8}$이다.

따라서 $\mathrm{P}(4\le X\le 6)=\frac{1}{2}\times 2\times\left(\frac{2}{3}k+\frac{4}{3}k\right)=2k=\frac{1}{4}$이다.

56. 정답 ③

$1=\frac{1}{2}\times 8\times b$ $b=\frac{1}{4}$

$P(0\le X\le a)=\frac{1}{2}\times a\times\frac{1}{4}=\frac{1}{4}$ $a=2$

$a+b=\frac{9}{4}$

57. 정답 ③

넓이 $1=\frac{1}{2}\times 4\times k$ $k=\frac{1}{2}$

$P(0\le X\le 2)=(\frac{1}{6}+\frac{1}{2})\times 2\times\frac{1}{2}=\frac{2}{3}$ (사다리꼴넓이)

58. 정답 ②

$f(x)$와 $x$축으로 둘러싸인 부분의 넓이는

$2\times\frac{1}{2}\times 1\times(k-1+k)=2k-1=1$이므로 $k=1$이다.

따라서 $\mathrm{P}\left(-\frac{1}{2}\le X\le 0\right)=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\left(\frac{1}{2}+1\right)=\frac{3}{8}$이다.

59. 정답 $\frac{10}{23}$

$x=1$일 때, $\mathrm{P}(1\le X\le 2)=\frac{3}{2}a$

$x=2$일 때, $\mathrm{P}(2\le X\le 4)=2a$

$x=3$일 때, $\mathrm{P}(4\le X\le 8)=3a$

$x=4$일 때, $\mathrm{P}(8\le X\le 16)=5a$

전체 확률의 합은 1이므로 위 확률을 변변 더하면

$\mathrm{P}(1\le X\le 16)=\frac{23}{2}a=1$, $a=\frac{2}{23}$

이다. 따라서 구하고자 하는 확률은

$\mathrm{P}(2\le X\le 8)=\mathrm{P}(2\le X\le 4)+\mathrm{P}(4\le X\le 8)=5a=5\times\frac{2}{23}=\frac{10}{23}$

이다.

60. 정답 ④

$E(Y)=\sum_{k=1}^{5}k\times P(Y=k)=\sum_{k=1}^{5}\left(\frac{k}{2}P(X=k)+\frac{k}{10}\right)$

$=\frac{1}{2}E(X)+\frac{3}{2}=4$

$E(X)=5$

61. 정답 ③

$\frac{1}{4}+a+\frac{1}{12}+\frac{1}{2}=1$ 이므로 $a=\frac{1}{6}$ 이다.

62. 정답 ⑤

63. 정답 ②

(확률의 합) $=\frac{1}{6}+\frac{1}{6}+a+3a=1$ $\therefore a=\frac{1}{6}$

$E(X)=\frac{1}{6}+\frac{2}{6}+\frac{9}{6}=2$

$E(X^2)=\frac{1}{6}+\frac{4}{6}+\frac{27}{6}=\frac{32}{6}=\frac{16}{3}$

$V(X)=\frac{16}{3}-4=\frac{4}{3}$

64. 정답 ①

전체 확률의 합이 1이므로

$\frac{1}{6}+c^2+\frac{1}{2}c+\frac{1}{2}c+\frac{7}{18}=c^2+c+\frac{5}{9}=1$이다. 정리하면

$9c^2+9c-4=(3c-1)(3c+4)=0$에서 $c=\frac{1}{3}$을 얻는다.

(ⅰ) $\mathrm{P}(X=a)=\frac{1}{6}$에서 $3a=a$인 경우 $a=0$, $b=8$을 얻는데 이는 조건을 만족하지 않는다.

(ⅱ) $\mathrm{P}(X=b)=\frac{1}{6}$에서 $3a=b$인 경우 $a+b=8$과 연립하면 $a=2$, $b=6$을 얻는다. 이는 조건을 만족한다.

따라서 $abc=2\times6\times\frac{1}{3}=4$이다.

65. 정답 ⑤

$\frac{2}{5}+a+\frac{1}{5}+\frac{1}{10}=1 \quad a=\frac{3}{10}$

$E(X)=2\times\frac{2}{5}+4\times\frac{3}{10}+6\times\frac{1}{5}+8\times\frac{1}{10}=4=b$

$ab=\frac{6}{5}$

66. 정답 ④

$X$의 확률의 합에서 $a+\frac{1}{6}+\frac{1}{6}+a+\frac{1}{6}+4a+\frac{1}{6}=6a+\frac{2}{3}=1$

따라서 $a=\frac{1}{18}$이다.

$\mathrm{P}(X=-1)=\frac{2}{9}$, $\mathrm{P}(X=0)=\frac{1}{6}$, $\mathrm{P}(X=1)=\frac{2}{9}$, $\mathrm{P}(X=2)=\frac{7}{18}$

$c=\mathrm{P}(Y=-2)=\mathrm{P}(X=0)=\frac{1}{6}$

$d=\mathrm{P}(Y=-1)=\mathrm{P}(X=-1)+\mathrm{P}(X=1)=\frac{4}{9}$

$X=2$이면 $Y=2$이므로 $b=2$이다.

따라서 $\frac{cd}{ab}=\frac{\frac{1}{6}\times\frac{4}{9}}{\frac{1}{18}\times2}=\frac{2}{3}$이다.

67. 정답 ③

$k={}_4C_1+{}_4C_2+{}_4C_3+{}_4C_4=15$

$E(X)=\frac{1}{15}(8+24+32+16)=\frac{16}{3}$

$$V(X)=\frac{1}{15}(16+96+256+256)-\left(\frac{16}{3}\right)^2$$
$$=\frac{624}{15}-\frac{256}{9}=\frac{1872-1280}{45}=\frac{592}{45}$$

이다. 따라서

$5\times V\left(\frac{3}{2}X+\sqrt{2}\right)=5\times\frac{9}{4}\times V(X)=5\times\frac{9}{4}\times\frac{592}{45}=148$ 이다.

68. 정답 ④

$\mathrm{P}(X=1)=p$라 하면 $\mathrm{P}(X=0)=1-p$

$\mathrm{E}(X)=0\times(1-p)+1\times p=p$

$\mathrm{E}(X^2)=0^2\times(1-p)+1^2\times p=p$

$\mathrm{V}(X)=\mathrm{E}(X^2)-\{\mathrm{E}(X)\}^2=p-p^2$

$\mathrm{E}(X)=3\mathrm{V}(X)$에서 $p=3(p-p^2)$이므로 $p=0$ 또는 $\frac{2}{3}$이다.

그런데 $p\neq0$이므로 $p=\frac{2}{3}$이다.

69. 정답 ⑤

확률의 합에서 $\frac{1}{2}+a+b+\frac{1}{6}=1$이므로 $a+b=\frac{1}{3}$

$\mathrm{E}(X)=a+2b+\frac{1}{2}=1$이므로 $a+2b=\frac{1}{2}$

두 식을 연립하면 $a=\frac{1}{6}$, $b=\frac{1}{6}$이다.

$\mathrm{E}(X^2)=a+4b+\frac{3}{2}=\frac{7}{3}$

$\mathrm{V}(X)=\mathrm{E}(X^2)-\{\mathrm{E}(X)\}^2=\frac{7}{3}-1=\frac{4}{3}$

$\mathrm{V}(-X)=\mathrm{V}(X)=\frac{4}{3}$이므로 $\sigma(-X)=\sqrt{\frac{4}{3}}=\frac{2\sqrt{3}}{3}$이다.

따라서 $m=2$, $n=3$, $l=3$, $m+n+l=8$이다.

70. 정답 ④

$f(1)=\mathrm{P}(X\geq1)=1$, $f(4)=\mathrm{P}(X\geq4)=c+\frac{1}{6}+\frac{1}{12}=c+\frac{1}{4}$에서

$f(1)=2f(4)$이므로

$1=2\left(c+\frac{1}{4}\right)$, $c=\frac{1}{4}$

이다. 또한

$f(3)-f(4)=\mathrm{P}(X\geq3)-\mathrm{P}(X\geq4)=\mathrm{P}(X=3)=b=\frac{1}{4}$

이므로

$a=1-\left(\frac{1}{12}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{6}+\frac{1}{12}\right)=1-\frac{5}{6}=\frac{1}{6} \quad \therefore\ a=\frac{1}{6}$

이다. 따라서 $24a=4$이다.

71. 정답 ④

| $X$ | -5 | -4 | -3 | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $P(X$ | $\frac{1}{36}$ | $\frac{2}{36}$ | … | | $\frac{5}{36}$ | $\frac{6}{36}$ | $\frac{5}{36}$ | $\frac{4}{36}$ | … | | $\frac{1}{36}$ |

$m=0$

$V(X)=\frac{25+32+27+16+5}{36}\times2=\frac{105}{18}$

$V(6X+1)=36\times\frac{105}{18}=210$

72. 정답 ①

| $X$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 계 |
|---|---|---|---|---|---|
| $P(X=x)$ | $\frac{{}_4C_3}{{}_9C_3}$ | $\frac{{}_5C_1\times{}_4C_2}{{}_9C_3}$ | $\frac{{}_5C_2\times{}_4C_1}{{}_9C_3}$ | $\frac{{}_5C_3}{{}_9C_3}$ | 1 |

$E(X)=\frac{5}{3}$, $5+3=8$

73. 정답 ④

| $X$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 계 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $P(X=$ | $\frac{4}{8}$ | $\frac{4}{8}\times$ | $\frac{4}{8}\times\frac{3}{7}\times$ | $\frac{4}{8}\times\frac{3}{7}\times\frac{2}{6}\times$ | $\frac{4}{8}\times\frac{3}{7}\times\frac{2}{6}\times\frac{1}{5}\times$ | 1 |

$E(X)=\frac{9}{5}$

74. 정답 ①

확률분포표를 만들면 아래와 같다.

| $X$ | 0 | 1 | 2 | 합계 |
|---|---|---|---|---|
| $P(X=x)$ | $\frac{{}_3C_0\times{}_2C_2}{{}_5C_2}$ | $\frac{{}_3C_1\times{}_2C_1}{{}_5C_2}$ | $\frac{{}_3C_2\times{}_2C_0}{{}_5C_2}$ | 1 |

$E(X)=\sum_{i=0}^{2}i\times P(X=i)=\frac{6}{5}$

$E(X^2)=\sum_{i=0}^{2}i^2\times P(X=i)=\frac{9}{5}$이므로

$V(X)=E(X^2)-\{E(X)\}^2=\frac{9}{5}-\left(\frac{6}{5}\right)^2=\frac{9}{25}$

75. 정답 ④

문제에서 주어진 조건대로 확률분포표를 만들면 아래와 같다.

| $X$ | 1 | 2 | 3 | 합계 |
|---|---|---|---|---|
| $P(X=x)$ | $\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$ | $\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$ | $\frac{1}{6}$ | 1 |

$E(X)=1\times\frac{1}{2}+2\times\frac{1}{3}+3\times\frac{1}{6}=\frac{5}{3}$이므로

$E(3X+5)=3E(X)+5=10$

76. 정답 ①

$\frac{X}{n}$ 은 통계적 확률, $p$는 수학적 확률이므로

$p={}_3C_3\left(\frac{1}{2}\right)^3=\frac{1}{8}$ 이다.

77. 정답 ⑤

앞면이 나오는 동전의 금액의 합을 $X$원의 확률분포는 다음과 같다.

| $X$ | 0 | 50 | 100 | 150 | 200 | 합계 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $P(X=x)$ | $\frac{1}{8}$ | $\frac{2}{8}$ | $\frac{2}{8}$ | $\frac{2}{8}$ | $\frac{1}{8}$ | 1 |

평균 $E(X)=\frac{1}{8}(0+100+200+300+200)=100$

분산

$V(X)=\frac{1}{8}\{(-100)^2+2\times(-50)^2+2\times0^2+2\times50^2+100^2\}$

$=\frac{30000}{8}=3750$

78. 정답 181

$P(X\geq6)=P_6+P_7+P_8$

$={}_8C_6\left(\frac{9}{10}\right)^6\left(\frac{1}{10}\right)^2+{}_8C_7\left(\frac{9}{10}\right)^7\left(\frac{1}{10}\right)+{}_8C_8\left(\frac{9}{10}\right)^8$

$=\frac{9^6}{10^8}\left({}_8C_6+9\cdot{}_8C_7+9^2\cdot{}_8C_8\right)$

$=\frac{9^6}{10^8}(28+72+81)=\frac{9^6}{10^8}\times181$ 이다.

따라서 $k=181$ 이다.

79. 정답 ①

시도한 횟수를 확률변수 $X$라 하였고, 각 시도마다 열쇠가 맞을 확률은 동일하므로 확률질량함수는 $P(X=x)=\frac{1}{5}$이다.

따라서, $E(5X-3)=5E(X)-3=5\sum_{x=1}^{5}x\times\frac{1}{5}-3=12$

80. 정답 ④

$8E(X)-2a=6E(X)+a$

$E(X)=\frac{3}{2}a$

$E(X)=(1+2+3+.....+8)\times\frac{1}{8}$

$a=\frac{2}{3}\times\frac{1}{8}\times\frac{8\times9}{2}=3$

81. 정답 ①

문제의 조건에 맞추어 확률분포표를 만들면 아래와 같다.

| $X$ | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|
| $P(X=x)$ | $\frac{{}_4C_1}{{}_5C_2}=\frac{4}{10}$ | $\frac{{}_3C_1}{{}_5C_2}=\frac{3}{10}$ | $\frac{{}_2C_1}{{}_5C_2}=\frac{2}{10}$ | $\frac{{}_1C_1}{{}_5C_2}=\frac{1}{10}$ |

$E(X)=1\times\frac{4}{10}+2\times\frac{3}{10}+3\times\frac{2}{10}+4\times\frac{1}{10}=2$

$E(X^2)=1^2\times\frac{4}{10}+2^2\times\frac{3}{10}+3^2\times\frac{2}{10}+4^2\times\frac{1}{10}=5$

$V(X)=E(X^2)-\{E(X)\}^2=1$

$\sigma(X)=\sqrt{V(X)}=1$

82. 정답 ②

모든 관광코스와 그 요금은 다음과 같다.

(ⅰ) 3군데를 들르는 경우 : 15,000원

$A\to B\to F$

(ⅱ) 4군데를 들르는 경우 : 20,000원

$A\to B\to E\to F$

$A\to C\to B\to F$

(ⅲ) 5군데를 들르는 경우 : 25,000원

$A\to B\to D\to E\to F$

$A\to C\to D\to E\to F$

$A\to C\to B\to E\to F$

$A\to C\to D\to B\to F$

(ⅳ) 6군데를 들르는 경우 : 30,000원

$A\to B\to C\to D\to E\to F$

$A\to C\to B\to D\to E\to F$

$A\to C\to D\to B\to E\to F$
$A\to C\to D\to E\to B\to F$
이므로 확률변수 $X$의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

| $X$ | 15000 | 20000 | 25000 | 30000 | 합계 |
|---|---|---|---|---|---|
| $\mathrm{P}(X=x)$ | $\frac{1}{11}$ | $\frac{2}{11}$ | $\frac{4}{11}$ | $\frac{4}{11}$ | 1 |

$\mathrm{E}(X)=15000\times\frac{1}{11}+20000\times\frac{2}{11}+25000\times\frac{4}{11}+30000\times\frac{4}{11}$
$=25000$

$\therefore\ \mathrm{E}\left(\frac{X}{1250}\right)=\frac{\mathrm{E}(X)}{1250}=\frac{25000}{1250}=20$

83. 정답 ③

전체 공의 개수는 $1+2+3+\cdots+20=\frac{20\cdot21}{2}=210$개 이므로

이고, $\mathrm{P}(X=k)=\frac{k}{210}\ (k=1,\ 2,\ 3,\ \cdots,\ 20)$이다. 따라서

$\{\mathrm{E}(X)\}^2+\mathrm{V}(X)=\mathrm{E}(X^2)=\sum_{k=1}^{20}k^2\cdot\frac{k}{210}$

$=\sum_{k=1}^{20}\frac{k^3}{210}$

$=\frac{1}{210}\left(\frac{20\cdot21}{2}\right)^2=210$

84. 정답 ②

$P(X=k)=\frac{{}_5C_k}{2^5}=\frac{{}_5C_k}{32}$ 이므로

$a=\sum_{k=0}^{5}\left(k\times\frac{{}_5C_k}{32}\right)=\frac{5}{2}$,

$b=\sum_{k=0}^{5}\left(k^2\times\frac{{}_5C_k}{32}\right)-\left(\frac{5}{2}\right)^2=\frac{5}{4}$

이다. 따라서 $a+b=\frac{15}{4}$ 이다.

[다른 풀이]

$P(X=k)=\frac{{}_5C_k}{2^5}={}_5C_k\left(\frac{1}{2}\right)^k\left(\frac{1}{2}\right)^{5-k}$ 에서

확률변수 $X$는 이항분포 $\mathrm{B}\left(5,\frac{1}{2}\right)$를 따르므로

$a+b=5\times\frac{1}{2}+5\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{15}{4}$ 이다.

85. 정답 $E(X)=5$ , $V(X)=\frac{3}{5}$

$X\in\{4,5,6\}$ 이며

$P(X=4)=\frac{{}_1C_1\cdot{}_3C_1}{{}_5C_3}=\frac{3}{10}$,

$P(X=5)=\frac{{}_2C_1\cdot{}_2C_1}{{}_5C_3}=\frac{4}{10}$,

$P(X=6)=\frac{{}_3C_1\cdot{}_1C_1}{{}_5C_3}=\frac{3}{10}$ 이므로

$E(X)=\frac{4\times3+5\times4+6\times3}{10}=5$ 이며

$V(X)=\frac{4^2\times3+5^2\times4+6^2\times3}{10}-5^2=\frac{256}{10}-25=\frac{3}{5}$ 이다.

86. 정답 ④

| $X$ | 0 | 1 | 2 | 계 |
|---|---|---|---|---|
| $P$ | $\frac{{}_4C_2}{{}_6C_2}$ | $\frac{{}_2C_1\times{}_4C_1}{{}_6C_2}$ | $\frac{{}_2C_2}{{}_6C_2}$ | 1 |

$E(X)=\frac{10}{15}=\frac{2}{3}$

$V(X)=\frac{8+4}{15}-(\frac{2}{3})^2=\frac{16}{45}$

87. 정답 ③

점프 횟수가 7인 경우의 수는 →, →, →, →, →, ↑, ↑를

순서대로 나열하는 경우의 수이므로 $\frac{7!}{5!2!}=21$

점프 횟수가 6인 경우의 수는 →, →, →, →, ↑, ↗를

순서대로 나열하는 경우의 수이므로 $\frac{6!}{4!}=30$

점프 횟수가 5인 경우의 수는 →, →, →, ↗, ↗를 순서대로

나열하는 경우의 수이므로 $\frac{5!}{3!2!}=10$

$\mathrm{P}(X=6)=\frac{30}{21+30+10}=\frac{30}{61}$

$\therefore p-q=31$

88. 정답 ③

$f(x)=|2\sin x+1|\,(0<x<2\pi)$의 그래프는 $y=2\sin x+1$의

그래프를 $y>0$인 부분은 그대로, $y<0$인 부분은 $x$축에 대하여

대칭 이동하여 그린다.

이를 토대로 확률변수$X$의 값에 따른 확률을 구해본다

$X=0$인 경우 $\frac{b}{a}>3$일 때 교점이 존재하지 않는다. $\frac{3}{36}$

$X=1$인 경우 $\frac{b}{a}=3$일 때 교점이 1개 존재. $\frac{2}{36}$

$X=2$인 경우 $1\le\frac{b}{a}<3$이다. $\frac{16}{36}$

$X=4$인 경우 $0<\frac{b}{a}<1$이다. $\frac{15}{36}$

89. 정답 11 : 5

$\frac{1}{4}+{}_2C_1(\frac{1}{4})(\frac{1}{2})+{}_3C_1(\frac{1}{8})(\frac{1}{2})$

$=\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{3}{16}=\frac{11}{16}$

11 : 5

90. 정답

| $X$ | 1 | 2 | 3 | 합계 |
|---|---|---|---|---|
| $P(X=x)$ | $\frac{2}{3}$ | $\frac{11}{36}$ | $\frac{1}{36}$ | 1 |

$P(X=1)=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$

$P(X=2)=\frac{1}{6}\times\frac{5}{6}+\frac{1}{6}\times 1=\frac{11}{36}$

$P(X=3)=\frac{1}{6}\times\frac{1}{6}\times 1=\frac{1}{36}$

91. 정답 ③

$\mathrm{P}(X=10)=\frac{3}{10}$, $\mathrm{P}(X=15)=\frac{1}{5}$, $\mathrm{P}(X=20)=\frac{1}{2}$

$\mathrm{E}(X)=10\times\frac{3}{10}+15\times\frac{1}{5}+20\times\frac{1}{2}=16$

92. 정답 ④

(가)$=\sum_{k=1}^{n}(2n-2k+1)=2n^2-n(n+1)+n=n^2=f(n)$

(나)=

$\frac{1}{n^2}\sum_{k=1}^{n}k(2n+1-2k)=\frac{1}{n^2}\left\{\frac{(2n+1)n(n+1)}{2}-\frac{1}{3}n(n+1)(2n+1)\right\}$

$=\frac{(n+1)(2n+1)}{6n}=g(n)$

(다)$=8=a$

$f(7)\times g(7)+a=7^2\times\frac{8\times 15}{6\times 7}+8=140$

93. 정답 ⑤

| $X$ | 0 | 1 | 2 | |
|---|---|---|---|---|
| $P(X=x)$ | $\frac{1}{3}\times\frac{1}{4}+\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{3}\times\frac{2}{4}+\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{3}\times\frac{1}{4}$ | 1 |

$E(X)=\frac{1}{2}+\frac{1}{6}=\frac{2}{3}$

$E(3X+4)=3E(X)+4=6$

94. 정답 2

주머니에서 공을 꺼내어 바꾸는 경우는 $A$주머니 1,2,3에 $B$주머니 2, 3인 경우

1,2인 경우 $|a-b|=2$ $\frac{3}{6}\times\frac{2}{4}=\frac{1}{4}$

1,3인 경우 $|a-b|=4$ $\frac{3}{6}\times\frac{2}{4}=\frac{1}{4}$

2,2인 경우 $|a-b|=0$ $\frac{2}{6}\times\frac{2}{4}=\frac{1}{6}$

2,3인 경우 $|a-b|=2$ $\frac{2}{6}\times\frac{2}{4}=\frac{1}{6}$

3,2인 경우 $|a-b|=2$ $\frac{1}{6}\times\frac{2}{4}=\frac{1}{12}$

3,3인 경우 $|a-b|=0$ $\frac{1}{6}\times\frac{2}{4}=\frac{1}{12}$

$E(X)=0\times\frac{1}{4}+2\times\frac{1}{2}+4\times\frac{1}{4}=2$

$V(X)=4\times\frac{1}{2}+16\times\frac{1}{4}-2^2=2$

95. 정답

(1)

| $X$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 계 |
|---|---|---|---|---|---|
| $P(X=x)$ | $\frac{4}{{}_5C_2}$ | $\frac{3}{{}_5C_2}$ | $\frac{2}{{}_5C_2}$ | $\frac{1}{{}_5C_2}$ | 1 |

(2) $E(X)=\frac{4+6+6+4}{10}=2$

$V(X)=\frac{4+12+18+16}{10}-2^2=1$

$E(Y)=4\times 2-3=5$

$V(Y)=16\times 1=16$

96. 정답 ①

$X=1$ 처음 꺼낸 공이 짝수인 경우 $\frac{3}{7}$

$X=2$ 둘 다 홀수인 공을 꺼낸 경우 $\frac{4}{7}\times\frac{3}{6}=\frac{2}{7}$

$X=3$ 홀+짝+홀 $\frac{4}{7}\times\frac{3}{6}\times\frac{3}{5}=\frac{6}{35}$

$X=4$ 홀+짝+짝+홀 $\frac{4}{7}\times\frac{3}{6}\times\frac{2}{5}\times\frac{3}{4}=\frac{3}{35}$

$X=5$ 홀+짝+짝+짝+홀 $\frac{4}{7}\times\frac{3}{6}\times\frac{2}{5}\times\frac{1}{4}\times\frac{3}{3}=\frac{1}{35}$

$E(X)=\sum_{i=1}^{5}x_i p_i=2$

97. 정답 ②

$\mathrm{P}(X=2)=\frac{{}_1\mathrm{C}_1\times{}_3\mathrm{C}_1}{{}_5\mathrm{C}_3}=\frac{3}{10}$

$\mathrm{P}(X=3)=\frac{{}_2\mathrm{C}_1\times{}_2\mathrm{C}_1}{{}_5\mathrm{C}_3}=\frac{2}{5}$

$\mathrm{P}(X=4)=\frac{{}_3\mathrm{C}_1\times{}_1\mathrm{C}_1}{{}_5\mathrm{C}_3}=\frac{3}{10}$

$\mathrm{E}(X)=2\times\frac{3}{10}+3\times\frac{2}{5}+4\times\frac{3}{10}=3$

$\mathrm{E}(X^2)=4\times\frac{3}{10}+9\times\frac{2}{5}+16\times\frac{3}{10}=\frac{48}{5}$

따라서 $\mathrm{V}(X)=\mathrm{E}(X^2)-\{\mathrm{E}(X)\}^2=\frac{48}{5}-9=\frac{3}{5}$이다.

98. 정답 ①

99. 정답 $\sigma(X)=\sqrt{2}$

| $X$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 계 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $P(X=x$ | $\frac{1}{5}$ | $\frac{4}{5}\times\frac{1}{4}$ | $\frac{4}{5}\times\frac{3}{4}\times$ | $\frac{1}{5}$ | $\frac{1}{5}$ | 1 |

$E(X)=\frac{15}{5}=3$

$V(X)=\frac{1+4+9+16+25}{5}-9=2$

$\sigma(X)=\sqrt{2}$

100. 정답 ②

$4,8/1,2,3,5,6,7,9,10$

| $Y$ | 0 | 1 | 2 |
|---|---|---|---|
| | ${}_8C_3/{}_{10}C_3$ | $2\times{}_8C_2/{}_{10}C_3$ | $\frac{1}{5}$ |

가$=\frac{7}{15}$ 나$=\frac{7}{15}$

$E(Y)=\frac{3}{5}$

$X=6Y+12$ 다$=6$

$(3p+2q)\times r=(3\times\frac{7}{15}+2\times\frac{7}{15})\times 6$

$=\frac{35}{15}\times 6=\frac{7}{3}\times 6=14$

101. 정답 ②

$(H,H,H)$, $(T,T,T)$ : 4점

$(H,H,T),(T,H,H),(T,T,H),(H,T,T)$ : 2점

$(H,T,H),(T,H,T)$ : 0점

| $X$ | 0 | 2 | 4 | 합계 |
|---|---|---|---|---|
| $P(X=x)$ | $\frac{1}{4}$ | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{4}$ | 1 |

$V(X)=0^2\times\frac{1}{4}+2^2\times\frac{1}{2}+4^2\times\frac{1}{4}-\left(0\times\frac{1}{4}+2\times\frac{1}{2}+4\times\frac{1}{4}\right)^2=2$

$\sigma(X)=\sqrt{2}$

102. 정답 ①

$f(x)$는 $x=4$에 대하여 대칭이므로

$\mathrm{P}(0\le \mathrm{X}\le 4)=\mathrm{P}(4\le \mathrm{X}\le 8)=\frac{1}{2}$이고

$\mathrm{P}(X\ge 7)=\mathrm{P}(X\le 1)$이다.

$\mathrm{P}(X\ge 1)=1-\mathrm{P}(X\le 1)=1-\mathrm{P}(X\ge 7)=5\mathrm{P}(X\ge 7)$

$\therefore\ \mathrm{P}(X\ge 7)=\frac{1}{6}$

따라서 $\mathrm{P}(4\le X\le 7)=\frac{1}{2}-\mathrm{P}(X\ge 7)=\frac{1}{2}-\frac{1}{6}=\frac{1}{3}$

$\therefore\ p+q=3+1=4$

103. 정답 $4\sqrt{3}$

$B(12,\frac{1}{2})\to N(6,3)$

$Y=3X+(12-X)(-1)=4X-12$

$\sigma(Y)=4\sqrt{3}$

104. 정답 ④

조건 (가)에 의하면 확률밀도함수가 $x=4$에 대칭이므로

$P(0\le x\le 4)=P(4\le x\le 8)=0.5$

조건 (나)에 의해

$P(0\le x\le 2)+P(2\le x\le 4)$

$=P(0\le x\le 2)+4P(0\le x\le 2)=0.5$

$\therefore P(0\le x\le 2)=0.1$

$P(2\le x\le 4)=0.4$

조건 (다)에 의해

$P(2\le x\le 3)=P(2\le x\le 4)-P(3\le x\le 4)$

$=0.4-0.1=0.3$

$P(5\le x\le 6)=P(2\le x\le 3)$

$=0.3$

105. 정답 ④

두 번 던진 후의 $x$좌표가 2일 때 6의 약수가 2번 나오거나 또는 6의 약수 이외의 눈이 2번 나온 경우.

두 번 던진 후의 $x$좌표가 $-2$일 때 첫 번째 6의 약수의 눈이 나오고 두 번째에는 6의 약수 이외의 눈이 나오는 경우와 그 반대 경우이다.

따라서 확률변수 $X$의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

| $X$ | $-2$ | 2 | 합 |
|---|---|---|---|
| $\mathrm{P}(X=x)$ | $\frac{4}{9}$ | $\frac{5}{9}$ | 1 |

$\mathrm{E}(X)=\frac{2}{9}$이므로 $\mathrm{E}(9X+a)=9\mathrm{E}(X)+a=10$

$\therefore a=8$

106. 정답 ⑤

$-1\le x\le 1$에서 $f(x)\ge 0$이고, $x$축과 둘러싸인 부분의 넓이가 1이어야 한다.

따라서 ㄱ, ㄴ, ㄷ 모두 참이다.

107. 정답 ①

$Y=10X-2.25$라 하면

$\mathrm{E}(Y)=10\mathrm{E}(X)-2.25=\frac{9}{2}-\frac{9}{4}=\frac{9}{4}$

$a+2b+\frac{9}{8}=\frac{9}{4}$에서 $a+2b=\frac{9}{8}$을 얻고, $a+b=\frac{5}{8}$과 연립하면

$a=\frac{1}{8}$, $b=\frac{1}{2}$를 얻는다.

$\mathrm{V}(Y)=1^2\times\frac{1}{8}+2^2\times\frac{1}{2}+3^2\times\frac{3}{8}-\left(\frac{9}{4}\right)^2=\frac{7}{16}$이고,

$\mathrm{V}(Y)=100\mathrm{V}(X)=\frac{c}{16}$에서 $c=7$을 얻는다.

108. 정답 ⑤

$\mathrm{P}(X=1)+\mathrm{P}(X=2)+\mathrm{P}(X=3)=a-d+a+a+d=3a=1$

따라서 $a=\frac{1}{3}$이다.

$\frac{1}{3}-d\ge 0$, $\frac{1}{3}+d\ge 0$이고, $d>0$이므로 $0<d\le\frac{1}{3}$이다.

$\mathrm{E}(X)=\left(\frac{1}{3}-d\right)+\frac{2}{3}+3\left(\frac{1}{3}+d\right)=2d+2$이므로 $d=\frac{1}{3}$일 때,

$\mathrm{E}(X)$는 최대이므로 $\mathrm{E}(X)=\frac{8}{3}$이다.

따라서 $\mathrm{P}(X=i)=\frac{1}{3}+\frac{1}{3}(i-2)=\frac{i}{3}-\frac{1}{3}$이다.

$\mathrm{E}(X^2)=1^2\times 0+2^2\times\frac{1}{3}+3^2\times\frac{2}{3}=\frac{22}{3}$

$V(X)=\frac{22}{3}-\frac{64}{9}=\frac{2}{9}$이므로 $\sigma(X)=\frac{\sqrt{2}}{3}$이다.

그러므로 $\sigma(\sqrt{2}X-1)=\sqrt{2}\sigma(X)=\frac{2}{3}$이다.

109. 정답 ④

(가)$=\sum_{k=1}^{n}(2n-2k+1)=2n^2-n(n+1)+n=n^2=f(n)$

(나)=

$\frac{1}{n^2}\sum_{k=1}^{n}k(2n+1-2k)=\frac{1}{n^2}\left\{\frac{(2n+1)n(n+1)}{2}-\frac{1}{3}n(n+1)(2n+1)\right\}$

$=\frac{(n+1)(2n+1)}{6n}=g(n)$

(다)$=8=a$

$f(7)\times g(7)+a=7^2\times\frac{8\times15}{6\times7}+8=140$

110. 정답 (1) $p=5$ (2) $q=30$ (3) $r=61$

(0, 0)에서 (2, 5)까지 점프를 하여 최소 횟수로 이동하려면 $(x+1,\ y+1)$을 최대한 많이 사용해야 하므로 $(x+1,\ y+1)$ 2회, $(x,\ y+1)$ 3회를 점프하는 경우이다. 따라서 (가)에 들어갈 알맞은 수는 5이다.

$P(X=k+1)=P(X=6)$이므로

$(x+1,\ y+1)$ 1회, $(x+1,\ y)$ 1회, $(x,\ y+1)$ 4회를 점프하는 경우이다. 따라서 이를 배열하는 방법의 수는 $\frac{6!}{4!}$이므로 (나)에 들어갈 알맞은 수는 30이다.

$\sum_{i=k}^{k+2}P(X=i)=1$이므로 $\frac{10}{N}+\frac{30}{N}+\frac{21}{N}=\frac{61}{N}=1$에서

$N=61$이므로

(다)에 들어갈 알맞은 수는 61이다.

111. 정답 9

$P(X=k)=\frac{{}_{k-1}C_3}{{}_nC_4}$ 이므로

$$E(X)=\sum_{k=4}^{n}kP(X=k)$$
$$=\sum_{k=4}^{n}k\cdot\frac{{}_{k-1}C_3}{{}_nC_4}$$
$$=\frac{1}{{}_nC_4}\sum_{k=4}^{n}k\cdot\frac{(k-1)!}{(k-4)!\,3!}$$
$$=\frac{4}{{}_nC_4}\sum_{k=4}^{n}\frac{k!}{(k-4)!\,4!}$$
$$=\frac{4}{{}_nC_4}\sum_{k=4}^{n}{}_kC_4$$
$$=\frac{4}{{}_nC_4}\times{}_{n+1}C_5$$
$$=\frac{4}{5}(n+1)$$

따라서 $p+q=5+4=9$ 이다.

112. 정답 11

$P(X=0)=\frac{{}_3C_2}{{}_5C_2}=\frac{3}{10}$,

$P(X=1)=\frac{{}_3C_1\times{}_2C_1}{{}_5C_2}=\frac{6}{10}$,

$P(X=2)=\frac{{}_2C_2}{{}_5C_2}=\frac{3}{10}$ 이므로

$E(X)=\frac{1}{10}(0+6+2)=\frac{4}{5}$

$V(X)=\frac{1}{10}(0+6+4)-\left(\frac{4}{5}\right)^2=1-\frac{16}{25}=\frac{9}{25}$ 이다.

$a=E(5X-2)=5E(X)-2=2$

$b=V(5X-2)=5^2V(X)=9$

따라서 $a+b=2+9=11$ 이다.

113. 정답 ③

전체 삼각형의 개수는 ${}_8C_3=56$개다

$X=4$인 경우는 각 면에서 서로 다른 3개의 점을 선택하는 경우이므로 세 변의 길이는 2, 2, $2\sqrt{2}$인 직각이등변삼각형 $\frac{6\times4}{56}$

$X=8$인 경우는 세 변의 길이가 2, $2\sqrt{2}$, $2\sqrt{3}$인 직각삼각형 $\frac{12\times2}{56}$

$X=12$인 경우는 세 변의 길이가 모두 $2\sqrt{2}$인 정삼각형 $\frac{8}{56}$

$E(7X-1)=7E(X)-1=7\times\frac{48}{7}-1=47$

114. 정답 (1) $\frac{2(n-k+1)}{n(n+1)}$ (2) $\frac{2(n+2)}{3}$ (3) 7

| $X$ | 2 | 4 | 6 | $\cdots$ | $2n$ | 계 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $P(X=x)$ | $\frac{n}{\frac{n(n+1)}{2}}$ | $\frac{n-1}{\frac{n(n+1)}{2}}$ | $\frac{n-2}{\frac{n(n+1)}{2}}$ | $\cdots$ | $\frac{1}{\frac{n(n+1)}{2}}$ | 1 |

(1) $\frac{2(n+1-k)}{n(n+1)}$ $(k=1,\ 2,\ 3,\ \cdots,\ n)$

(2) $\sum_{k=1}^{n}2k\times\frac{2(n+1-k)}{n(n+1)}=\frac{4}{n(n+1)}\sum_{k=1}^{n}(nk+k-k^2)=\frac{2(n+2)}{3}$

(3) $\frac{2(n+2)}{3}\geq6,\ n\geq7,\ n=7$

115. 정답 ①

삼각형의 넓이인 확률변수 $X$는 $\frac{1}{2}$, $\frac{\sqrt{2}}{2}$, $\frac{\sqrt{3}}{2}$

(전체 삼각형의 개수) $={}_8C_3=56$

$P(X=\frac{1}{2})=\frac{24}{56}=\frac{3}{7}$

$P(X=\frac{\sqrt{2}}{2})=\frac{24}{56}=\frac{3}{7}$

$P(X=\frac{\sqrt{3}}{2})=\frac{8}{56}=\frac{1}{7}$

$E(X)=\frac{1}{2}\times\frac{3}{7}+\frac{\sqrt{2}}{2}\times\frac{3}{7}+\frac{\sqrt{3}}{2}\times\frac{1}{7}$

$=\frac{3+3\sqrt{2}+\sqrt{3}}{14}$

$a+b+c=7$

116. 정답 ①

$P(X=1)=\frac{{}_4C_2}{{}_5C_3}=\frac{6}{10}$, $P(X=3)=\frac{{}_3C_2}{{}_5C_3}=\frac{3}{10}$,

$P(X=5)=\frac{{}_2C_2}{{}_5C_3}=\frac{1}{10}$

$E(X)=\frac{6+9+5}{10}=2$, $E(X^2)=\frac{6+27+25}{10}=\frac{58}{10}$

$\sigma(X)=\sqrt{\frac{58}{10}-2^2}=\frac{3\sqrt{5}}{5}$

117. 정답 ⑤

1부터 13까지의 자연수는 5로 나눈 나머지를 기준으로 (1, 6, 11), (2, 7, 12), (3, 8, 13), (4, 9), (5, 10)으로 분류할 수 있다.

(1, 6, 11) 중 하나의 자연수와 (4, 9) 중 하나의 자연수의 합이 5의 배수이고 (2, 7, 12) 중 하나의 자연수와 (3, 8, 13) 중 하나의 자연수의 합이 5의 배수이다.

$\mathrm{P}(X=1)=\frac{2}{13}$

$\mathrm{P}(X=2)=\frac{3}{13}\times\frac{2}{12}\times2+\frac{3}{13}\times\frac{3}{12}\times2=\frac{5}{26}$

따라서 $\mathrm{P}(X\geq3)=1-\frac{2}{13}-\frac{5}{26}=\frac{17}{26}$이다.

118. 정답 ④

점 $P$의 최종 위치의 좌표를 확률변수 $X$라 하면 이는 짝수, 홀수의 발생 횟수에 따라 결정된다.

점 $P$의 좌표가 9 이상 또는 $-4$ 이하가 되거나 시행 횟수가 6회가 되면 위 시행을 멈춘다고 할 때, 가능한 경우 및 확률은 다음 표와 같다.

| 짝수 횟수 | 홀수 횟수 | 최종 위치 | 확률 |
|---|---|---|---|
| 5 | 0 | 10 | $\left(\frac{1}{2}\right)^5=\frac{1}{32}=\frac{2}{64}$ |
| 5 | 1 | 9 | $({}_6C_5-1)\times\left(\frac{1}{2}\right)^6=\frac{5}{64}$ |
| 4 | 2 | 6 | ${}_6C_4\times\left(\frac{1}{2}\right)^6=\frac{15}{64}$ |
| 3 | 3 | 3 | ${}_6C_3\times\left(\frac{1}{2}\right)^6=\frac{20}{64}$ |
| 2 | 4 | 0 | $({}_6C_2-1)\times\left(\frac{1}{2}\right)^6=\frac{14}{64}$ |
| 1 | 5 | $-3$ | $({}_6C_1-2)\times\left(\frac{1}{2}\right)^6=\frac{4}{64}$ |
| 0 | 4 | $-4$ | $\left(\frac{1}{2}\right)^4=\frac{1}{16}=\frac{4}{64}$ |

따라서 확률변수 $X$의 평균은

$E(X)=\frac{20+45+90+60+0+(-12)+(-16)}{64}=\frac{187}{64}$ 이다.

119. 정답 ④

$\mathrm{P}(X=1)=\frac{1}{10}\times\frac{1}{10}$

$\mathrm{P}(X=2)=\frac{1}{10}\times\frac{1}{10}+\frac{1}{10}\times\frac{1}{9}$

$\mathrm{P}(X=3)=\frac{1}{10}\times\frac{1}{10}+\frac{1}{10}\times\frac{1}{9}+\frac{1}{10}\times\frac{1}{8}$

$\vdots$

$\mathrm{P}(X=10)=\frac{1}{10}\times\frac{1}{10}+\frac{1}{10}\times\frac{1}{9}+\frac{1}{10}\times\frac{1}{8}+\cdots+\frac{1}{10}\times\frac{1}{1}$

$\mathrm{E}(X)=\sum_{k=1}^{10}k\mathrm{P}(X=k)$

$=(1+2+3+\cdots+10)\times\frac{1}{10}\times\frac{1}{10}$

$+(2+3+\cdots+10)\times\frac{1}{10}\times\frac{1}{9}$

$+(3+\cdots+10)\times\frac{1}{10}\times\frac{1}{8}$

$+\cdots+10\times\frac{1}{10}\times\frac{1}{1}$

$=\frac{11}{20}+\frac{12}{20}+\frac{13}{20}+\cdots+\frac{20}{20}=\frac{31}{4}$

$\therefore \mathrm{E}(4X)=31$

120. 정답 14

① $X=0$

A에서 흰 공 1개, 검은 공 1개가 꺼내진 경우

$\frac{{}_2\mathrm{C}_1\times{}_1\mathrm{C}_1}{{}_3\mathrm{C}_2}\times\frac{{}_3\mathrm{C}_3}{{}_5\mathrm{C}_3}=\frac{2}{3}\times\frac{1}{10}=\frac{1}{15}$

따라서 $\mathrm{P}(X=0)=\frac{1}{15}$이다.

② $X=1$

A에서 흰 공 2개가 꺼내진 경우