내신대비 모의고사

[객관식]

1. 함수

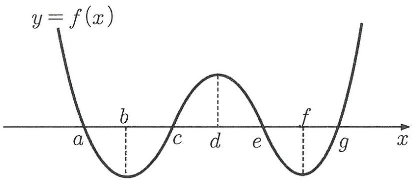
$$f(x)=x^3+ax^2-9x+3$$

이 $x=1$에서 극솟값을 가질 때, 함수 $f(x)$의 극댓값은?

(단, a는 상수)

① 29 ② 30 ③ 31
④ 32 ⑤ 33

2. 사차함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같을 때, 다음 중 부등식 $f(x)f'(x)<0$을 만족하는 x의 값의 범위가 될 수 없는 것은?



① $x<a$ ② $b<x<c$ ③ $d<x<e$
④ $f<x<g$ ⑤ $x>g$

3. 함수 $f(x)=x^3+6x^2+9x$의 그래프를 y축의 방향으로 a만큼 평행이동시켰더니 함수 $y=g(x)$의 그래프가 되었다. 이때 방정식 $g(x)=0$이 서로 다른 세 실근을 갖도록 하는 정수 a의 합은?

① 6 ② 8 ③ 9
④ 10 ⑤ 11

4. 곡선 $y=f(x)$는 점 $(0,\ -2)$를 지나고 이 곡선 위의 임의의 점 $(x,\ f(x))$에서의 접선의 기울기는 $3x^2-6x-2$일 때, $f(2)$의 값은?

① -12 ② -10 ③ -8
④ -6 ⑤ -4

5. 함수 $f(x)=\int \frac{x^3}{x^2+x+1}dx-\int \frac{1}{x^2+x+1}dx$에 대하여 $f(2)=1$일 때, $f(1)$의 값은?

① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1
④ $\frac{3}{2}$ ⑤ 2

6. 함수 $f(x)=-3x^2+5x$에 대하여 정적분 $\int_1^2 f(x)dx+\int_{-2}^1 f(x)dx-\int_4^2 f(x)dx$ 의 값은?

① -52 ② -42 ③ -32
④ -24 ⑤ 42

7. 두 함수

$$f(x)=x^3-x^2-x+1,\ \ g(x)=-x^2+2x+a$$

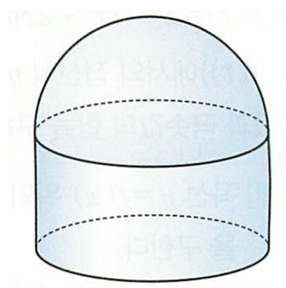
에 대하여 닫힌구간 $[0,\ 2]$에서

$$f(x)\geq g(x)$$

가 성립하도록 하는 실수 a의 최댓값은?

① -5 ② -4 ③ -3
④ -2 ⑤ -1

8. 오른쪽 그림과 같이 원기둥 모양의 벽과 반구 모양의 지붕으로 된 실내 농구장을 설계하려고 한다. 원기둥의 밑면의 반지름의 길이와 높이의 합이 $45\,\mathrm{m}$로 일정할 때, 원기둥의 부피가 최대인 경우의 실내 농구장의 부피는?



① 30000π ② 31000π
③ 31500π ④ 32000π ⑤ 32500π

9. 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시각 $t(t \geq 0)$에서의 위치 x_1, x_2가 각각

$$x_1 = t^3 - 2t^2 + 3t,\ x_2 = t^2 + 3t$$

이다. $t > 0$에서 두 점 P, Q의 속도가 서로 같아지는 순간의 두 점 P, Q의 가속도의 합은?

① 2 ② 4 ③ 6
④ 8 ⑤ 10

10. 정적분 $\int_{-3}^{2}(2|x|+1)dx$는?

① 14 ② 16 ③ 18
④ 20 ⑤ 22

11. 두 다항함수 $f(x)$, $g(x)$가

$$f(x) = \int xg(x)\,dx,\ \frac{d}{dx}\{f(x) - g(x)\} = 4x^3 + 2x$$

를 만족시킬 때, $g(1)$의 값은?

① 10 ② 11 ③ 12
④ 13 ⑤ 14

12. 지면으로부터 40m의 높이에서 처음 속도 30m/s초로 위로 던진 물체의 t초 후의 높이 $x = -5t^2 + 30t + 40$인 관계가 성립한다. 다음 [보기] 중 옳은 것을 있는 대로 고르면?

[보 기]

ㄱ. 물체가 최고높이에 도달하는 데 걸리는 시간은 3초이다.
ㄴ. 물체의 최고높이는 85m이다.
ㄷ. 물체가 땅에 떨어질 때까지 움직인 거리는 130m이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

13. 최고차항의 계수가 양수인 다항함수 $f(x)$가 다음 조건을 모두 만족시킬 때, $f(a)$의 값은?
(단, a는 상수이고, C는 적분상수이다.)

> (가) 함수 $y=f(x)$의 그래프는 원점에 대하여 대칭이다.
> (나) $\int \{f(x)+f(x)f'(x)dx\}=\frac{9}{2}x^6+\frac{15}{4}x^4+ax^2+C$

① 0 ② 2 ③ 4
④ 6 ⑤ 8

14. $\lim_{h\to 0}\frac{1}{h}\int_{1-h}^{1+h}(x-2)(x+1)dx$의 값은?

① -5 ② -4 ③ -3
④ -2 ⑤ -1

15. 다항함수 $f(x)$가 임의의 실수 x에 대하여

$$f(x)=6x^2+\int_0^1 (2x+1)f(t)dt$$

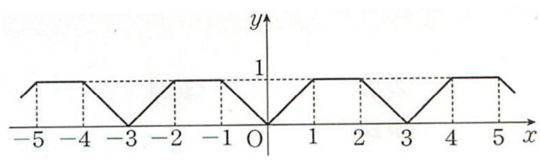
를 만족할 때, $\int_0^1 f(x)dx$의 값은?

① -3 ② -2 ③ -1
④ 1 ⑤ 2

16. 함수 $f(x)$는 모든 실수 x에 대하여 $f(x+3)=f(x)$를 만족시키고

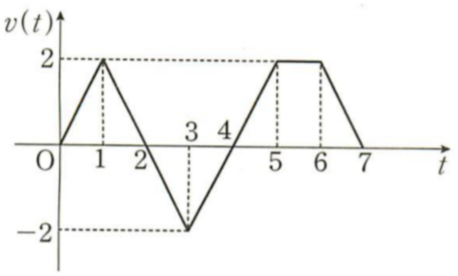
$$f(x)=\begin{cases} x & (0\le x<1) \\ 1 & (1\le x<2) \\ -x+3 & (2\le x<3) \end{cases}$$

이다. $\int_{-a}^{a} f(x)dx=13$일 때, 상수 a의 값은?



① 10 ② 12 ③ 14
④ 16 ⑤ 18

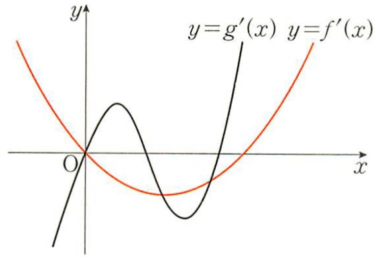
17. 원점을 출발하여 수직선 위를 7초 동안 움직이는 점 P의 t초 후의 속도 $v(t)$가 다음 그림과 같을 때, 다음 설명 중 옳은 것을 모두 고르면?



ㄱ. 점 P는 출발하고 나서 1초 동안 멈춘 적이 있었다.
ㄴ. 점 P는 움직이는 동안 방향을 4번 바꿨다.
ㄷ. 점 P는 출발하고 나서 4초 후 출발점에 있었다.

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

18. 다음 그림은 삼차함수 $y=f(x)$와 사차함수 $y=g(x)$의 도함수 $y=f'(x)$와 $y=g'(x)$의 그래프이다. 옳은 것을 **보기**에서 모두 고른 것은? (단, $f'(0)=0,\ g'(0)=0$)



[보 기]

ㄱ. $x<0$에서 $y=f(x)-g(x)$는 증가한다.
ㄴ. $y=f(x)-g(x)$는 한 개의 극솟값을 갖는다.
ㄷ. $h(x)=f'(x)-g'(x)$라 할 때, $h'(x)=0$은 서로 다른 2개의 양의 실근을 갖는다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[주관식]

19. 다음을 구하시오.

(1) $\int (2x^3 - x + 1)dx$

(2) $\int_{1}^{-2} (6x^2 + 2x - 5)dx$

20. 함수 $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - ax^2 + 3ax$의 역함수가 존재하도록 하는 모든 정수 a의 개수를 구하시오.

21. 곡선 $y=3x|x|$와 x축 및 직선 $x=-1$, $x=a$로 둘러싸인 도형의 넓이가 28일 때, 양수 a의 값을 구하시오.

22. 연속함수 $f(x)$가 모든 실수 x, y에 대하여

$$f(x+y)=f(x)+f(y)$$

를 만족시킬 때, $\int_{-2}^{1} f(x)dx+\int_{-1}^{2} f(x)d$의 값을 구하시오.

23. 수직선 위를 움직이는 두 점 A, B의 시각 t에서의 위치가 각각

$$f(t)=t^3-2t+2,\ g(t)=-t^3+2t^2-6t+4$$

일 때, 선분 AB의 중점 M이 운동 방향을 몇 번 바꾸는지 구하시오.

24. 자연수 n에 대하여 방정식 $|2x^3-6x-1|=n$의 서로 다른 실근의 개수를 a_n이라 할 때, $a_1+a_2+a_3+\cdots+a_{10}$의 값을 구하시오.

정답 및 풀이

1. 정답 ②

$f(x)=x^3+ax^2-9x+3$에서 $f'(x)=3x^2+2ax-9$

$f(x)$가 $x=1$에서 극솟값을 가지므로 $f'(1)=3+2a-9=0$

$\therefore\ a=3$

$f(x)=x^3+3x^2-9x+3$에서

$f'(x)=3x^2+6x-9=3(x+3)(x-1)$

$f'(x)=0$에서 $x=-3$ 또는 $x=1$

$f(x)$의 증가와 감소를 나타내면 다음 표와 같다.

x	$\cdots$	-3	$\cdots$	1	$\cdots$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	↗	극대	↘	극소	↗

따라서 $f(x)$는 $x=-3$에서 극대이고 극댓값 $f(-3)=30$을 갖는다.

2. 정답 ⑤

$f(x)f'(x)<0$에서

$f(x)>0,\ f'(x)<0$ 또는 $f(x)<0,\ f'(x)>0$

(i) $f(x)>0,\ f'(x)<0$일 때,

$f(x)$의 함숫값이 양수이고 $f(x)$가 감소하는 구간은

$x<a$ 또는 $d<x<e$

(ii) $f(x)<0,\ f'(x)>0$일 때,

$f(x)$의 함숫값이 음수이고 $f(x)$가 증가하는 구간은

$b<x<c$ 또는 $f<x<g$

(i), (ii)에서 x의 값의 범위가 될 수 없는 것은 ⑤ $x>g$이다.

3. 정답 ①

$y=x^3+6x^2+9x$의 그래프를 y축의 방향으로 a만큼 평행이동시키면

함수 $y=g(x)$의 그래프가 되므로 $g(x)=f(x)+a$

$\therefore\ g(x)=x^3+6x^2+9x+a$

방정식 $x^3+6x^2+9x+a=0$의 실근의 개수는

두 함수 $f(x)=x^3+6x^2+9x,\ y=-a$의 그래프의 교점의 개수와

같다.

$f'(x)=3x^2+12x+9=3(x+1)(x+3)$

$f'(x)=0$에서 $x=-3$ 또는 $x=-1$

함수 $f(x)$의 증가와 감소를 나타내면 다음 표와 같다.

x	$\cdots$	-3	$\cdots$	-1	$\cdots$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	↗	극대	↘	극소	↗

$x=-3$일 때, 극댓값 $f(-3)=0$

$x=-1$일 때, 극솟값 $f(-1)=-4$

$y=f(x)$의 그래프를 그리면 오른쪽 그림과 같다.

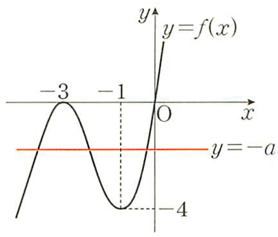
주어진 방정식이 서로 다른 세 실근을 가지려면 두 함수 $y=f(x)$와 $y=-a$의 그래프가 서로 다른 세

점에서 만나야 하므로 $-4<-a<0$

$\therefore\ 0<a<4$

따라서 정수 a는 $1,\ 2,\ 3$이므로

$1+2+3=6$



4. 정답 ②

곡선 $y=f(x)$ 위의 임의의 점에서 접선의 기울기가

$f'(x)=3x^2-6x-2$이므로

$f(x)=\int(3x^2-6x-2)dx=x^3-3x^2-2x+C$

이때 곡선 $y=f(x)$가 점$(0,\ -2)$를 지나므로 $f(0)=-2=C$

$\therefore\ f(x)=x^3-3x^2-2x-2$

따라서 $f(x)=x^3-3x^2-2x-2$이므로

$f(2)=8-12-4-2=-10$

5. 정답 ②

$$f(x)=\int\frac{x^3}{x^2+x+1}dx-\int\frac{1}{x^2+x+1}dx$$

$$=\int\frac{x^3-1}{x^2+x+1}dx$$

$$=\int\frac{(x-1)(x^2+x+1)}{x^2+x+1}dx$$

$$=\int(x-1)\,dx=\frac{1}{2}x^2-x+C$$

$f(2)=1$에서 $f(2)=2-2+C=1$에서 $C=1$

따라서 $f(x)=\dfrac{1}{2}x^2-x+1$이므로 $f(1)=\dfrac{1}{2}$

6. 정답 ②

$$\int_1^2 f(x)dx+\int_{-2}^1 f(x)dx-\int_4^2 f(x)dx$$

$$=\int_{-2}^1 f(x)dx+\int_1^2 f(x)dx+\int_2^4 f(x)dx$$

$$=\int_{-2}^4 f(x)dx$$

$$=\int_{-2}^4(-3x^2+5x)dx$$

$$=\left[-x^3+\frac{5}{2}x^2\right]_{-2}^4$$

$$=-42$$

7. 정답 ⑤

$h(x)=f(x)-g(x)$라 하면

$h(x)=(x^3-x^2-x+1)-(-x^2+2x+a)$

$=x^3-3x+1-a$

$h'(x)=3x^2-3=3(x-1)(x+1)$

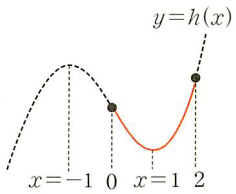
$h'(x)=0$에서 $x=-1$ 또는 $x=1$

닫힌구간 $[0,\ 2]$에서 함수 $h(x)$의 증가와 감소를 나타내면 다음 표와 같다.

x	0	$\cdots$	1	$\cdots$	2
$h'(x)$		$-$	0	$+$	
$h(x)$	$1-a$	↘	$-1-a$	↗	$3-a$

구간 $[0,\ 2]$에서 함수 $h(x)$는 $x=1$일 때, 극소이면서 최소이므로 주어진 부등식이 항상 성립하려면 $h(1)=-1-a\geq 0$이어야 한다.

따라서 $a\leq -1$이므로 구하는 실수 a의 최댓값은 -1



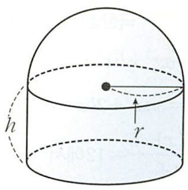
8. 정답 ③

오른쪽 그림과 같이 원기둥의 밑면의 반지름의 길이를 r, 높이를 h라 하면 $r+h=45$이므로

$h=45-r$

$r>0,\ 45-r>0$이므로 $0<r<45$

원기둥의 부피 $\mathrm{V}(r)$라 하면



$\mathrm{V}(r)=\pi r^2 h=\pi r^2(45-r)=\pi(45r^2-r^3)$

$\mathrm{V}'(r)=\pi(90r-3r^2)=-3\pi r(r-30)$이므로

$\mathrm{V}'(r)=0$에서 $r=0$ 또는 $r=30$

열린구간 $(0,\ 45)$에서 함수 $\mathrm{V}(r)$의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

r	(0)	$\cdots$	30	$\cdots$	(45)
$\mathrm{V}'(r)$		$+$	0	$-$	
$\mathrm{V}(r)$		↗	극대	↘	

함수 $\mathrm{V}(r)$는 $r=30$에서 극대이면서 최대이다.

이때 $h=45-30=15$

즉 밑면의 반지름 30, 높이는 15

따라서 구하는 실내 농구장의 부피는

$\pi r^2 h+\frac{1}{2}\cdot\frac{4}{3}\pi r^3=\pi\cdot 30^2\cdot 15+\frac{1}{2}\cdot\frac{4}{3}\pi\cdot 30^3=31500\pi$

9. 정답 ⑤

점 P의 시각 t에서의 속도를 v_1, 가속도를 a_1이라 하면

$v_1=\frac{dx_1}{dt}=3t^2-4t+3$

$a_1=\frac{dv_1}{dt}=6t-4$

점 Q의 시각 t에서의 속도를 v_2, 가속도를 a_2이라 하면

$v_2=\frac{dx_2}{dt}=2t+3$

$a_2=\frac{dv_2}{dt}=2$

두 점 P, Q의 속도가 서로 같아지는 순간의 시각 t는

방정식 $v_1=v_2$의 실근이므로 $3t^2-4t+3=2t+3$에서 $3t(t-2)=0$

$\therefore\ t=0$ 또는 $t=2$

이때 $t>0$이므로 $t=2$

따라서 $t=2$일 때, 두 점 P, Q의 가속도는 각각 8, 2이므로 그 합은 $8+2=10$

10. 정답 ③

$\int_{-3}^{2}(2|x|+1)dx=\int_{-3}^{0}(-2x+1)dx+\int_{0}^{2}(2x+1)dx$

$=\left[-x^2+x\right]_{-3}^{0}+\left[x^2+x\right]_{0}^{2}=18$

11. 정답 ⑤

$f(x)=\int xg(x)\,dx$에서 양변을 x에 대하여 미분하면

$f'(x)=xg(x)$ $\cdots\cdots$ ㉠

$\frac{d}{dx}\{f(x)-g(x)\}=4x^3+2x$에서

$f'(x)-g'(x)=4x^3+2x$ $\cdots\cdots$ ㉡

㉠을 ㉡에 대입하면

$xg(x)-g'(x)=4x^3+2x$ $\cdots\cdots$ ㉢

이때 ㉢의 양변을 비교하면 함수 $g(x)$는 최고차항의 계수가 4인 이차함수이므로 $g(x)=4x^2+ax+b$ ($a,\ b$는 상수)이라 하자.

$g(x)=4x^2+ax+b$에서 $g'(x)=8x+a$

㉢에 대입하면

$xg(x)-g'(x)=x(4x^2+ax+b)-(8x+a)$

$=4x^3+ax^2+(b-8)x-a$

$=4x^3+2x$

계수를 비교하면

$a=0,\ b-8=2$에서 $b=10$

따라서 $g(x)=4x^2+10$이므로 $g(1)=4+10=14$

12. 정답 ⑤

물체의 t초 후의 속도를 $v\,\mathrm{m/s}$라 하면

$v=\frac{dx}{dt}=-10t+30$

ㄱ. 최고 지점에 도달했을 때, 물체의 속도는 $v=0$이므로

$v=30-10t=0$ $\therefore\ t=3$ [참]

즉 물체가 최고 높이에 도달할 때까지 걸린 시간은 3초이다.

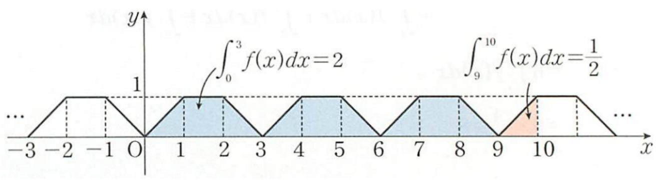
ㄴ. 물체의 최고 높이는 $t=3$일 때의 높이이므로
$x(3)=-45+90+40=85(\mathrm{m})$ [참]
ㄷ. 물체가 땅에 떨어질 때까지 움직인 거리는
$(85-40)+85=130(\mathrm{m})$ [참]
따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄷ이다.

13. 정답 ③
조건 (나)의 등식의 양변을 x에 대하여 미분하면
$$f(x)+f(x)f'(x)=27x^5+15x^3+2ax \quad \cdots\cdots ㉠$$
$f(x)$의 차수를 n이라 하면 좌변의 차수가
$n+(n-1)=2n-1$이므로
$$2n-1=5 \qquad \therefore\ n=3$$
즉 $f(x)$는 삼차함수이므로 조건 (가)에 의하여
$$f(x)=px^3+qx \ \ (p, q\text{는 상수, } p>0)$$
라 하면
$$f'(x)=3px^2+q$$
㉠에서
$$\begin{aligned}&px^3+qx+(px^3+qx)(3px^2+q)\\&=px^3+qx+(3p^2x^5+4pqx^3+q^2x)\\&=3p^2x^5+(4pq+p)x^3+(q^2+q)x\\&=27x^5+15x^3+2ax\end{aligned}$$
이 식은 x에 대한 항등식이므로
$$3p^2=27,\ 4pq+p=15,\ q^2+q=2a$$
$$\therefore\ p=3,\ q=1,\ a=1 \ (\because\ p>0)$$
따라서 $f(x)=3x^3+x$이므로
$$f(a)=f(1)=3+1=4$$

14. 정답 ②
$f(x)=(x-2)(x+1)$이라 하고 $f(x)$의 한 부정적분을 $F(x)$라고 하면
$$\begin{aligned}&\lim_{h\to0}\frac{1}{h}\int_{1-h}^{1+h}f(t)\,dt\\&=\lim_{h\to0}\frac{F(1+h)-F(1-h)}{h}\\&=\lim_{h\to0}\frac{F(1+h)-F(1)-F(1-h)+F(1)}{h}\\&=\lim_{h\to0}\frac{F(1+h)-F(1)}{h}+\lim_{h\to0}\frac{F(1-h)-F(1)}{-h}\\&=F'(1)+F'(1)=2F'(1)\\&=2f(1)=2\cdot(-1)\cdot2=-4\end{aligned}$$

15. 정답 ②
$$f(x)=6x^2+\int_0^1(2x+1)f(t)dt=6x^2+(2x+1)\int_0^1 f(t)dt$$
$$\int_0^1 f(t)dt=k \ \ (k\text{는 상수}) \quad \cdots\cdots ㉠$$
로 놓으면 $f(x)=6x^2+(2x+1)k$ ······ ㉡
㉡을 ㉠에 대입하면
$$k=\int_0^1 f(t)dt=\int_0^1(6t^2+2kt+k)dt=\left[2t^3+kt^2+kt\right]_0^1=2+2k$$
즉 $k=2+2k$에서 $k=-2$
따라서 $\displaystyle\int_0^1 f(t)dt=\int_0^1 f(x)dx=-2$

16. 정답 ①
$y=f(x)$의 그래프가 y축에 대하여 대칭이므로
$$\int_{-a}^{a}f(x)dx=2\int_0^a f(x)dx=13 \qquad \therefore\ \int_0^a f(x)dx=\frac{13}{2}$$
$y=f(x)$의 그래프에서 $\displaystyle\int_0^3 f(x)dx=\frac{1}{2}\cdot(3+1)\cdot1=2$
이고 함수 $f(x)$는 모든 실수 x에 대하여 $f(x+3)=f(x)$이므로
$$\int_0^3 f(x)dx=\int_3^6 f(x)dx=\int_6^9 f(x)dx=2$$
$$\therefore\ \int_0^9 f(x)dx=\int_0^9 f(x)dx+\int_3^6 f(x)dx+\int_6^9 f(x)dx=2+2+2=6$$
이때 $\displaystyle\int_0^a f(x)dx=\int_0^9 f(x)dx+\int_9^a f(x)dx=\frac{13}{2}$이므로
$$6+\int_9^a f(x)dx=\frac{13}{2} \qquad \therefore\ \int_9^a f(x)dx=\frac{1}{2}$$



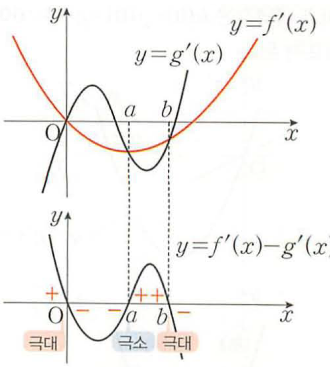
따라서 $\displaystyle\int_9^{10}f(x)dx=\int_0^1 f(x)dx=\frac{1}{2}$이므로 $a=10$

17. 정답 ②
시각 $t=0$에서 $t=2$까지 수직선의 양의 방향으로 2만큼 움직이고
시각 $t=2$에서 $t=4$까지는 음의 방향으로 2만큼 움직이며
시각 $t=4$에서 $t=7$까지는 양의 방향으로 4만큼 움직인 다음 멈춘다.
ㄱ. 1초 동안 멈춘다는 것은 $v(t)=0$인 구간의 길이가 1이 되는 t의 구간이 존재한다는 것인데, 주어진 그림에 의하면 $v(t)=0$인 t의 값이 연속적으로 나타나는 경우가 없다. [거짓]
ㄴ. 방향이 바뀐다는 것은 속도 $v(t)$의 값이 양에서 음으로, 혹은 음에서 양으로 바뀐다는 것이다.
주어진 그림을 보면 $v(t)=0$인 t의 값은 $t=2,\ t=4$이고 이 시각에 $v(t)$의 부호가 바뀌므로 점 P는 운동방향을 2번 바꾼 것이다. [거짓]
ㄷ. 출발 후 다시 출발점으로 돌아온다는 것은 위치가 0이라는

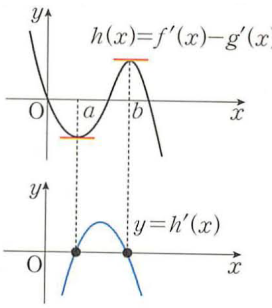
것이다. 그런데 $\int_0^4 v(t)dt = 0$이므로 $t=4$인 순간의 동점 P의 위치는 출발점이다. [참]
따라서 옳은 것은 ㄷ이다.

18. 정답 ⑤
ㄱ. $x<0$에서 $f'(x)>g'(x)$이므로 $y'=f'(x)-g'(x)>0$
즉 $y=f(x)-g(x)$는 증가한다. [참]
ㄴ. $f'(x)=g'(x)$의 세 근을 $0,\ a,\ b\ (0<a<b)$라 하고
$f'(x)-g'(x)=0$에서 $x=0$ 또는 $x=a$ 또는 $x=b$
함수 $y=f(x)-g(x)$의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	$\cdots$	0	$\cdots$	a	$\cdots$	b	$\cdots$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	↗	극대	↘	극소	↗	극대	↘



즉 $y=f(x)-g(x)$는 $x=a$에서 극솟값이 존재한다. [참]
ㄷ. $f'(x)=g'(x)$의 세 근을 $0,\ a,\ b\ (0<a<b)$라 하고
$f'(x)-g'(x)=0$에서 $x=0$ 또는 $x=a$ 또는 $x=b$이므로
$h(x)=f'(x)-g'(x)=kx(x-a)(x-b)$ (단, $k<0$)
$y=h(x),\ y=h'(x)$의 개형은 다음 그림과 같으므로
$h'(x)=0$은 서로 다른 2개의 양의 실근을 갖는다. [참]



따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄷ이다.

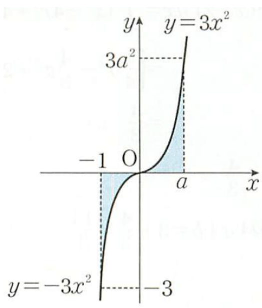
19. 정답 (1) $\frac{1}{2}x^4-\frac{1}{2}x^2+x+C$ (2) 0

(1) $\int(2x^3-x+1)dx = \int 2x^3\,dx - \int x\,dx + \int 1\,dx$
$=2\int x^3\,dx - \int x\,dx + \int 1\,dx$
$=\frac{1}{2}x^4-\frac{1}{2}x^2+x+C$

(2) $\int_1^{-2}(6x^2+2x-5)dx$
$=-\int_{-2}^{1}(6x^2+2x-5)dx$
$=-\left[2x^3+x^2-5x\right]_{-2}^{1}$
$=-\{(2+1-5)-(-16+4+10)\}$
$=0$

20. 정답 4
함수 $f(x)$의 역함수가 존재하기 위해서는 $f(x)$가 일대일대응이어야 한다.
$f(x)$의 최고차항의 계수가 양수이므로 $f(x)$는 실수 전체의 집합에서 증가해야 하므로 $f'(x)\geq 0$이어야 한다.
$f(x)=\frac{1}{3}x^3-ax^2+3ax$에서 $f'(x)=x^2-2ax+3a\geq 0$이어야 하므로 이차방정식 $x^2-2ax+3a=0$의 판별식을 D라 하면
$\frac{D}{4}=a^2-3a\leq 0,\ a(a-3)\leq 0$
$\therefore\ 0\leq a\leq 3$
따라서 정수 a의 개수는 $0,\ 1,\ 2,\ 3$이므로 4개다.

21. 정답 3
곡선 $y=3x|x|=\begin{cases}3x^2 & (x\geq 0)\\ -3x^2 & (x<0)\end{cases}$와 x축 및 직선 $x=-1,\ x=a$로 둘러싸인 도형의 넓이는



$-\int_{-1}^{0}(-3x^2)dx+\int_0^a 3x^2\,dx$
$=\int_{-1}^{0}3x^2\,dx+\int_0^a 3x^2\,dx$
$=\left[x^3\right]_{-1}^{0}+\left[x^3\right]_0^a$
$=a^3+1$
따라서 $a^3+1=28$이므로 $a^3=27$
$\therefore\ a=3$

22. 정답 0
$f(x+y)=f(x)+f(y)$ ······㉠
$x=0,\ y=0$을 ㉠에 대입하면
$f(0)=f(0)+f(0)$ $\therefore\ f(0)=0$
또 ㉠에 y대신 $-x$를 대입하면
$f(0)=f(x)+f(-x)$
$\therefore\ f(-x)=-f(x)$

따라서 함수 $f(x)$는 기함수이므로

$$\int_{-2}^{1} f(x)dx+\int_{-1}^{2} f(x)dx$$
$$=\int_{-2}^{0} f(x)dx+\int_{0}^{1} f(x)dx+\int_{-1}^{0} f(x)dx+\int_{0}^{2} f(x)dx$$
$$=\int_{-2}^{2} f(x)dx+\int_{-1}^{1} f(x)dx$$
$$=0+0=0$$

23. 정답 1번

점 M의 시각 t에서의 위치를 $m(t)$라 하면

$$m(t)=\frac{1}{2}\{f(t)+g(t)\}=t^2-4t+3$$

점 M의 속도를 v라 하면 $v=m'(t)=2t-4$

운동 방향을 바꾸는 순간의 속도는 0이므로 $v=0$에서 $t=2$

따라서 점 M은 $t=2$에서 운동 방향을 1번 바꾼다.

24. 정답 34

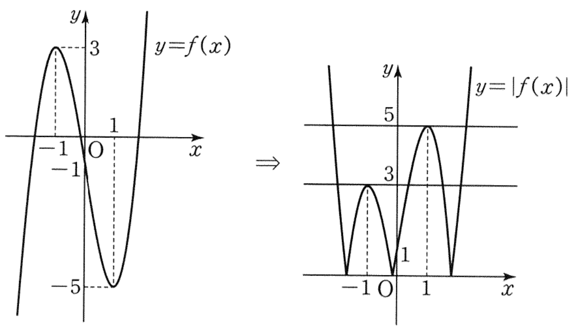
$f(x)=2x^3-6x-1$이라 하면

$f'(x)=6x^2-6=6(x+1)(x-1)$이므로

함수 $f(x)$는 $x=-1$에서 극댓값 $f(-1)=3$,

$x=1$에서 극솟값 $f(1)=-5$를 갖는다.

이때, 함수 $y=|f(x)|$의 그래프는 다음과 같다.



$a_1=a_2=6,\ a_3=5,\ a_4=4,\ a_5=3,\ a_6=a_7=a_8=a_9=a_{10}=2$

$\therefore\ a_1+a_2+a_3+\cdots+a_{10}=6\times 2+5+4+3+2\times 5=34$