1. 다음 이중적분의 값을 구하시오.

(1) $\iint_D e^{\frac{y}{x}}\,dA$,

$D=\{(x,\,y)\,|\,0\le y\le x^2,\ 0\le x\le 1\}$

[1992]

(2) $\iint_D \frac{|y|}{\sqrt{(x-2)^2+y^2}}\,dx\,dy$,

$D=\{(x,\,y)\,|\,x^2+y^2\le 1\}$ [2011]

(3) $\int_0^1\int_{y^{\frac{1}{3}}}^1 6\sqrt{1+x^4}\,dx\,dy$ [1999]

(4) $\int_0^1\int_{\sqrt{y}}^1 7y^2\sin(x^7)\,dx\,dy$ [2014]

(5) $\iint_R y\,dA$,

$R=\{(x,\,y)\,|\,1\le xy\le 2,\ 1\le xy^2\le 3\}$

[1995]

(6) $\iint_R \sin\{(y-2x)^2\}dA$, R은 세 점 $(0,\,0)$, $\left(-\frac{1}{2},\,0\right)$, $(0,\,1)$을 꼭짓점으로 하는 삼각형과 그 내부 [2009 모의평가]

(7) $\iint_D 3\cos(x^3)\,dA$,

$D=\{(x,\,y)\in\mathbb{R}^2\,|\,0\le x\le 1,\ 0\le y\le x^2\}$

[2017]

- 정의/정리 -

- 풀이 -

2. 좌표평면에서 영역 A가
$A=\{(x,\ y)\in\mathbb{R}^2 \mid x\geq 0,\ y\geq 0,\ 1\leq x+y\leq 3\}$
일 때, 변수변환 $2x=u+v$, $2y=u-v$를
사용하여 중적분

$$\iint_A \frac{1}{x+y}\, e^{\frac{x-y}{x+y}}\, dx\, dy$$

의 값을 구하시오. [2018]

- 정의/정리 -

- 풀이 -

3. 양의 실수 t에 대하여 함수 f를

$$f(t)=\int_0^{\sqrt{t}}\int_y^{\sqrt{t}}\frac{1}{2+\sin(x^2)}\,dx\,dy$$

로 정의할 때, $f'\left(\frac{\pi}{2}\right)$의 값을 구하시오. [2012]

- 정의/정리 -

- 풀이 -

4. 포물면 $z = 4 - x^2 - y^2$ 과 xy 평면으로 둘러싸인 입체의 부피를 구하시오. [1993]

- 정의/정리 -

- 풀이 -

5. 좌표평면에서 영역 D가

$$D=\{(x,\ y)\in \mathbb{R}^2 \mid 0\le x\le 2,\ 0\le y\le 9\}$$

일 때, 함수 $f: D\to \mathbb{R}$ 를 다음과 같이 정의하자.

$$f(x,\ y)=\begin{cases} y, & y\ge sin\sqrt{x} \\ \sin\sqrt{x}, & y<\sin\sqrt{x} \end{cases}$$

두 반복적분의 합

$$\int_0^2\int_0^9 f(x,\ y)\,dydx+\int_0^2\int_0^{\sin\sqrt{x}}(y-\sin\sqrt{x})\,dydx$$

의 값을 구하시오. [2016]

- 정의/정리 -

- 풀이 -

6. 함수 $f(x, y)=\dfrac{x^2}{\left(\sqrt{x^2+y^2}\right)^3}$ 에 대하여 다음 적분의 값을 풀이 과정과 함께 쓰시오.

$$\int_{\frac{1}{\sqrt{2}}}^{1}\int_{\sqrt{1-y^2}}^{y}(f(x, y)-\lfloor x+y \rfloor)dxdy$$

$$+\int_{1}^{\sqrt{2}}\int_{0}^{y}f(x, y)dxdy+\int_{\sqrt{2}}^{2}\int_{0}^{\sqrt{4-y^2}}f(x, y)dxdy$$

(단, $\lfloor x \rfloor$ 는 x 보다 크지 않은 최대 정수이다.)
[2021]

- 정의/정리 -

- 풀이 -

7. 좌표평면의 영역

$D(t)$

$= \{(x, y) \mid x \geq 0,\ y \geq 0,\ x^2 + y^2 \leq 1,\ x + y \geq t\}$

$(0 \leq t \leq 1)$

과 함수 $f(x, y) = \sqrt{|8x^2 + 8y^2 - 1|}$ 에 대하여

$g(t) = \iint_{D(t)} f(x, y)\,dx\,dy$ 라 하자.

$g(0)$과 $g'\left(\frac{1}{2}\right)$의 값을 풀이 과정과 함께 쓰시오.

[2024]

- 정의/정리 -

- 풀이 -

8. 좌표평면에서 자연수 n에 대하여 영역 D_n이

$$D_n = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid (x-y)^2 + x^2 \le n\}$$

일 때, 다음 극한값을 구하시오.

$$\lim_{n \to \infty} \iint_{D_n} e^{-\lfloor (x-y)^2 + x^2 \rfloor} dx dy$$

(단, $\lfloor x \rfloor$는 x보다 크지 않은 최대 정수이다.)
[2019]

- 정의/정리 -

- 풀이 -

9. 실수 t에 대하여

$$g(t)=\frac{1}{\pi}\iint_D (x^2+y^2+1)^t\,dx\,dy$$

라 할 때, $g(-2)$와 $\lim_{t\to 0} g(t)^{\frac{1}{t}}$의 값을 순서대로 쓰시오.

(단, $D=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 : x^2+y^2\le 1\}$이다.) [2022]

- 정의/정리 -

- 풀이 -

10. 좌표평면에서 원 $x^2+y^2=4$ 위를 반시계방향으로 한 바퀴 도는 곡선을 C라 할 때, 선적분

$$\int_C (3+yx^2)dx+(2-xy^2)dy$$

의 값을 구하시오. [2009]

- 정의/정리 -

- 풀이 -

11. 다음 그림과 같이 반시계 방향의 단순닫힌곡선 (simple closed curve) $C: x^2+y^2=4$가 주어졌을 때,

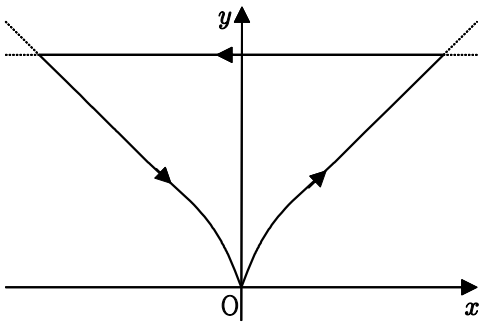
$$\int_C \left(e^{\sin x}-4x^2y\right)dx+\left(e^{\cos y}+4xy^2\right)dy$$

의 값을 구하시오. [2015]

- 정의/정리 -

- 풀이 -

12. 좌표평면에서 곡선 $y^3 = x^2$과 직선 $y = 1$로 둘러싸인 부분을 D라 하고 영역 D의 경계(boundary)를 시계반대방향으로 한 바퀴 도는 곡선을 C라 하자. 영역 D의 넓이와 선적분 $\int_C -y\,dx + x\,dy$의 값을 각각 구하시오. [2020]



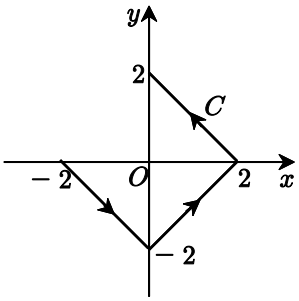
- 정의/정리 -

- 풀이 -

13. 그림과 같이 좌표평면에서 곡선 C는 점 $(-2, 0)$에서 시작하여 점 $(0, -2)$와 점 $(2, 0)$을 지나 점 $(0, 2)$까지 선분으로 연결한 경로이다.

$$\int_C (3 + ye^x)dx + e^x dy$$

의 값을 구하시오. [2016]



- 정의/정리 -

- 풀이 -

14. 좌표평면의 영역 D를

$$D=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \mid -1\le xy\le 1,\ a\le x\le a+1\}$$

(단, a는 양수)

이라 하고, 이 영역의 경계를 시계반대방향으로 한 바퀴 도는 곡선을 C라고 하자. 영역 D의 넓이가 $2\ln 2$일 때, a의 값과 선적분

$$\int_C (2x-y)dx+(2x-y)dy$$

의 값을 순서대로 구하시오. [2025]

- 정의/정리 -

- 풀이 -

15. 함수 $f:\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ 을 $f(x,y)=x^4+y^4-xy^2$ 이라 하자. $t \neq 0$ 인 상수 t 에 대하여 직선 $y=tx$ 와 등위곡선(level curve) $f(x,y)=0$ 의 원점 이외의 교점을 구하시오. 또한 영역

$$\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \mid f(x,y)\le 0,\ y\ge 0\}$$

의 넓이를 풀이 과정과 함께 쓰시오.

※ 다음은 필요하면 사용할 수 있다. [2026]

$$\int_0^\infty \frac{dt}{1+t^4}=\frac{\sqrt{2}\,\pi}{4}$$

- 정의/정리 -

- 풀이 -

16. 실수 a에 대하여 좌표평면의 영역 $D(a)$를

$$D(a)=\{(x,\ y)\mid x^2+y^2\le(1+a)^2\}$$

이라 할 때 중적분 $\iint_{D(a)}(x^2+y^2)\,dA$를 구하시오. 또한 좌표공간의 영역 Ω를

$$\Omega=\{(x,\ y,\ z)\mid x^2+y^2\le(1+z)^2,\ 0\le z\le 1\}$$

이라 할 때, 삼중적분

$$\iiint_{\Omega} z(x^2+y^2)\,dV$$

의 값을 구하시오. [2023]

- 정의/정리 -

- 풀이 -

17. 3차원 공간 $\mathbb{R}^3$에서 영역

$$D=\left\{(x,\ y,\ z)\in\mathbb{R}^3 \mid x^2+y^2+\frac{z^2}{4}\le 1\right\}$$

일 때, $\iiint_D z^2\,dx\,dy\,dz$의 값을 구하시오. [2010]

- 정의/정리 -

- 풀이 -

18. 매개변수방정식

$$x = 4t - t^2,\ y = t^2 + 1\ (0 \le t \le 1)$$

로 주어진 곡선 $y = f(x)$가 있다. 이 곡선 위의 두 점 $(0,\ f(0))$, $(3,\ f(3))$을 연결하는 직선의 기울기와 곡선 위의 점 $(c,\ f(c))$에서의 접선의 기울기가 같게 되는 값 c를 구간 $(0,\ 3)$에서 구하시오. [2015]

- 정의/정리 -

- 풀이 -

19. 구간 $[0,\ 2]$에서 정의된 두 함수 f와 α가 다음과 같을 때, f는 α에 관하여 Riemann- Stieltjes 적분가능함을 보이고, RS-적분 $\int_0^2 f\,d\alpha$의 값을 구하시오. [2007]

$$f(x)=\begin{cases} x, & 0 \le x < 1 \\ 2x, & 1 \le x \le 2 \end{cases},\quad \alpha(x)=\begin{cases} 1, & 0 \le x \le 1 \\ 2, & 1 < x \le 2 \end{cases}$$

- 정의/정리 -

- 풀이 -

20. 좌표평면의 영역
$D=\{(x,\ y)\in\mathbb{R}^2 | 0\le x\le 4,\ 0\le y\le 4,\ x+y\le 4\}$
에서 함수 $f(x,\ y)=4x-2xy+y^2$의 최댓값과 최솟값의 합을 구하시오. [2017]

- 정의/정리 -

- 풀이 -

21. 다음과 같이 정의된 함수 $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ 가 $(0, 0)$ 에서 연속이 되도록 하는 자연수 n 의 최솟값을 구하시오. [2019]

$$f(x, y) = \begin{cases} \dfrac{x^n y^n}{x^{30} + y^{30}} & , (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & , (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

- 정의/정리 -

- 풀이 -