과목	이산수학 기출문제	단원	기본적인 세기 방법

1. 특정 프로젝트에 지원한 5명의 위원 A, B, C, D, E가 있다. 다음은 이 5명의 위원이 작업할 수 있는 요일을 각각 ○ 기호로 표시한 것이다. 이 프로젝트를 수행하기 위하여 5명의 위원 중 4명을 선발하여 서로 다른 요일에 배치하는 경우의 수를 구하시오. (단, 선발된 위원은 일주일 중 하루만 작업한다.) [2019]

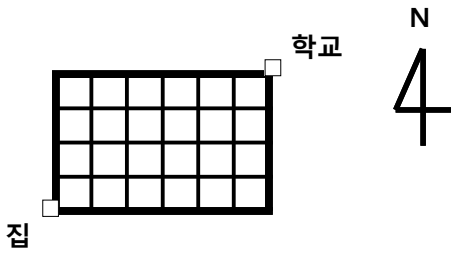
요일 / 위원	월	화	수	목	금	토	일
A	○	○	○	○			
B	○		○				
C	○	○		○			
D					○	○	
E					○		○

- 정의/정리 -

- 풀이 -

과목	이산수학 기출문제	단원	순열

2. 그림은 집과 학교 사이의 도로를 나타낸 것이다. 굵은 선은 대로(大路)를, 가는 선은 소로(小路)를 나타낸다. 직선 도로를 따라갈 때, 한 교차로와 다음 교차로 사이를 구간이라 하자. 집에서 출발하여 각 교차로에서 동쪽 또는 북쪽 방향만을 택하여 학교까지 갈 때, 대로를 두 구간만 지나는 경로의 개수는? [2009 모의평가]



① 30 ② 32 ③ 60
④ 120 ⑤ 210

- 정의/정리 -

- 풀이 -

3. 자연수

$N = a\times 10^4 + b\times 10^3 + c\times 10^2 + d\times 10 + e$

에 대하여 다음 두 조건을 모두 만족하는 N의 개수를 구하시오. [2006]

(ⅰ) $\{a, b, c, d, e\} \subset \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$
(ⅱ) $\{1, 3, 5, 7\} \subset \{a, b, c, d, e\}$

- 정의/정리 -

- 풀이 -

4. A 고등학교에는 체조 선수가 5명이 있다. 어떤 체조 선수권 대회에 출전하기 위해서는 학교에서 실시하는 두 번의 자격 테스트를 통과해야 하는데, 1차 테스트를 통과한 사람만이 2차 테스트에 도전할 수 있다고 한다. 1차, 2차 테스트를 통과한 선수들의 집합을 각각 S, T라고 할 때, 두 집합 S, T가 구성될 수 있는 방법의 수는? (단, 각 테스트에 통과한 선수가 한 명도 없을 수 있다.) [2009]

① 2^5 ② $6 \cdot 2^5$ ③ 3^5
④ $10 \cdot 2^5$ ⑤ 4^5

- 정의/정리 -

- 풀이 -

5. 다음 조건을 만족하는 정수해 (x, y, z)는 모두 몇 개인가? [1999]

$$\begin{cases} x+y-z=10 \\ x>0, y>2, z<3 \end{cases}$$

- 정의/정리 -

- 풀이 -

6. 같은 종류의 물건 n개를 m명의 학생에게 나누어주는 경우의 수를 $f(n,m)$이라 할 때, 다음 물음에 답하시오. [2004]

(1) $f(6,3)$의 값을 구하시오.

(2) 모든 자연수 n에 대하여 다음 등식이 성립함을 수학적 귀납법을 이용하여 증명하시오.

$$f(1,m)+f(2,m)+\cdots+f(n,m)=f(n,m+1)-1$$

- 정의/정리 -

- 풀이 -

7. $\sum_{i=1}^{9}\sum_{j=1}^{9} {}_iC_j$의 값은?

(단, 기호 ${}_iC_j$는 서로 다른 i개에서 j개를 택하는 조합의 수이다.) [1993]

① 1024 ② 1020

③ 1017 ④ 1013

- 정의/정리 -

- 풀이 -

8. 일반화된 이항계수 $\binom{-\frac{1}{2}}{n}$이 $\binom{2n}{n}=f(n)\times\binom{-\frac{1}{2}}{n}$

을 만족할 때. $f(n)$과 $\sum_{n=0}^{\infty}\binom{2n}{n}\left(-\frac{1}{8}\right)^n$의 값을 풀이 과정과 함께 쓰시오.
(단, n은 음이 아닌 정수이다.) [2021]

- 정의/정리 -

- 풀이 -

9. 빨간색, 노란색, 파란색 구슬이 각각 20개씩 들어 있는 바구니에서 30개의 구슬을 한꺼번에 꺼낸다고 하자. 꺼낸 구슬 중 빨간색, 노란색, 파란색 구슬의 개수를 각각 x, y, z라 할 때, 서로 다른 모든 순서쌍 (x, y, z)의 개수는? [2010]

① 331 ② 341 ③ 351
④ 361 ⑤ 371

- 정의/정리 -

- 풀이 -

10. 어느 회사에서 신입 사원을 채용하려고 한다. 면접 위원 A, B, C, D는 면접 점수표에 각각 점수를 1점에서 6점까지 줄 수 있다. 면접 점수의 합이 14점이 되는 면접 점수표의 가짓수는? (단, 각 면접 위원이 주는 점수는 자연수이다.) [2011]

면접 점수표

면접 위원	A	B	C	D	계
점수					14

① 138 ② 142 ③ 146
④ 150 ⑤ 154

- 정의/정리 -

- 풀이 -

11. A, B, C, D, E 다섯 종류의 과자가 있다.
이 중에서 A 과자를 4개 이상 포함하지 않도록 과자 12개를 택하는 경우의 수는?
(단, 각 종류의 과자는 12개 이상씩 있다.) [2013]

① 1310 ② 1315 ③ 1320
④ 1325 ⑤ 1330

- 정의/정리 -

- 풀이 -

12. 1부터 1008까지의 자연수 중 1008과 서로소 (relatively prime)인 자연수의 개수를 구하시오. [2005]

- 정의/정리 -

- 풀이 -

13. 점화식

$a_1 = 1,\ a_2 = 1,\ 6a_n = 5a_{n-1} - a_{n-2}\ (n \geq 3)$

의 특성다항식(고유다항식, characteristic polynomial)과 이 점화식을 만족시키는 수열 $\{a_n\}$의 일반항 a_n을 각각 구하시오. [2018]

- 정의/정리 -

- 풀이 -

14. 점화식

$$d_0 = 1,$$

$$d_1 = \frac{3}{2} + 4\sqrt{5},$$

$$d_n = 3d_{n-1} - d_{n-2} \quad (n \geq 2)$$

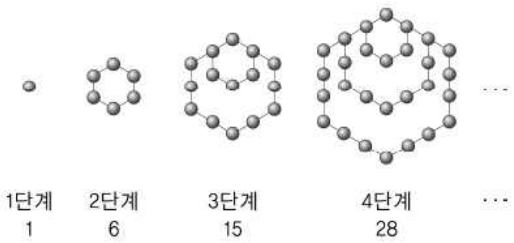
에 대하여 $d_n = ap^n + bq^n$일 때, $a+b+p+q$의 값은? (단, a, b, p, q는 상수이다.) [2013]

① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

- 정의/정리 -

- 풀이 -

15. 다음 그림과 같은 규칙으로 구슬이 배열되어 있다.



n단계에서의 구슬의 개수를 a_n이라 할 때, 두 항 a_n과 a_{n+1} 사이의 점화 관계(recurrence relation)를 구하고, a_n을 n에 관한 다항식으로 나타내시오. [2008]

- 정의/정리 -

- 풀이 -

16. 수열 $\{a_n\}$이

$$a_0 = a_1 = 0,\ a_n = 1\ (n \geq 2)$$

를 만족시킬 때, $\{a_n\}$의 생성함수(generating function) $f(x)$를 구하시오. 또한, 수열 $\{b_n\}$이 $0 < x < 1$에서 $\sqrt{f(x)} = \sum_{n=0}^{\infty} b_n x^n$을 만족시킬 때, b_5의 값을 풀이 과정과 함께 쓰시오. [2024]

- 정의/정리 -

- 풀이 -

과목	이산수학 기출문제	단원	생성함수

17. 자연수 n에 대하여, 방정식
$x+y+z=n$ (단, $1 \le x \le 7$, $0 \le y$, $0 \le z$)
을 만족하는 정수해의 개수를 a_n이라 하자.
a_n의 생성함수 $f(x)$를 구하고, 이를 이용하여 a_{15}를 구하시오. [2014]

- 정의/정리 -

- 풀이 -

18. 점화식

$$a_0 = 1,\ a_n + a_{n-1} = (-1)^n \quad (n \geq 1)$$

을 만족하는 수열 $\{a_n\}$의 생성함수(generating function) $g(x)$를 풀이 과정과 함께 쓰시오.

또한 함수

$$f(x) = \begin{cases} g(x), & -\frac{1}{3} < x < 1 \\ 0, & \text{그 외의 경우} \end{cases}$$

가 연속확률변수 X의 확률밀도함수일 때, 확률변수 X의 기댓값을 풀이 과정과 함께 쓰시오. [2020]

- 정의/정리 -

- 풀이 -

19. 점화식

$$a_0 = 1,\ a_n = \frac{1}{2}a_{n-1} + \frac{1}{2^n}\ (n \geq 1)$$

을 만족하는 수열 $\{a_n\}$의 생성함수와 $\sum_{n=0}^{\infty} n a_n$의 값을 각각 풀이 과정과 함께 쓰시오. [2016]

- 정의/정리 -

- 풀이 -

20. 수열 $\{a_n\}$이

$a_0 = 2,\ a_{n+1} = -2(n+1)a_n + 3(n+1)!\ \ (n \geq 0)$

을 만족시킨다. $b_n = \dfrac{a_n}{n!}\ \ (n \geq 0)$인 수열 $\{b_n\}$의 생성함수(generating function) $f(x)$를 풀이 과정과 함께 쓰시오. 또한 수열 $\{a_n\}$의 일반항 a_n을 풀이 과정과 함께 쓰시오. [2023]

- 정의/정리 -

- 풀이 -

21. 수열 $\{a_n\}$이 점화식

$$a_0=0,\ a_1=2,\ a_n=4a_{n-1}-4a_{n-2}(n\geq 2)$$

를 만족시킨다. 이 점화식의 특성다항식(고유다항식, characteristic polynomial)과 수열 $\{a_n\}$의 일반항을 순서대로 구하시오.

또한 수열 $\{a_n\}$의 생성함수(generating function)를 $f(x)$라 할 때, $\sum_{n=0}^{\infty}b_nx^n=x\left(f\left(\frac{x}{2}\right)\right)^3$을 만족시키는 수열 $\{b_n\}$의 일반항을 풀이 과정과 함께 쓰시오. [2026]

- 정의/정리 -

- 풀이 -

22. 숫자 $1, 2, 3, 4, 5$를 다음 규칙

> (가) $1, 2, 3$은 각각 홀수 번 사용한다.
> (나) 4와 5의 사용 횟수는 각각 음이 아닌 정수이다.

에 따라 일렬로 나열하여 8자리 자연수를 만들려고 할 때, 만들 수 있는 서로 다른 자연수의 개수는? [2012]

① $\frac{1}{8}(5^8 - 3^9 - 6)$

② $\frac{1}{8}(5^8 - 3^9 + 2)$

③ $\frac{1}{8}(5^8 - 3^9 + 10)$

④ $\frac{1}{8}(5^8 - 3^9 + 18)$

⑤ $\frac{1}{8}(5^8 - 3^9 + 26)$

- 정의/정리 -

- 풀이 -

23. 꼭짓점의 개수가 6 인 단순그래프(simple graph)에 대하여 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [2013]

<보기>

ㄱ. 꼭짓점의 차수(degree)가 $4, 4, 3, 3, 2, 0$ 인 단순그래프가 존재한다.

ㄴ. 꼭짓점의 차수가 $2, 2, 2, 2, 2, 2$인 단순그래프는 유일하다.

ㄷ. 꼭짓점의 차수가 $d_1, d_2, d_3, d_4, d_5, d_6$ $(d_1 > d_2 > d_3 > d_4 > d_5 > d_6 > 0)$인 단순그래프가 존재한다.

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

- 정의/정리 -

- 풀이 -

24. 사각형 R의 내부에 7개의 점이 찍혀있다. 사각형 R의 4개의 꼭짓점을 포함한 11개의 점들 중에서 두 점씩 적당히 선택하여 두 점을 양 끝점으로 하는 선분을 그리되 어떤 두 선분도 교차되지 않게 하면서 사각형 R를 삼각형과 사각형만으로 분할하였다. 각 점의 차수(degree)가 4일 때, 분할의 결과로 생긴 삼각형의 개수는? (단, 사각형 R의 4개의 변도 선분으로 생각한다.) [2009]

〈도움말〉
- 선분(변, edge)은 곧은 선 또는 구부러진 선을 모두 의미한다.
- 삼(사)각형이란 세(네) 개의 점과 세(네) 개의 선분으로 둘러싸인 도형을 말한다.
- '사각형 R를 분할한다'라는 것은 사각형 R를 내부가 겹치지 않는 다각형들로 빈틈없이 채운다는 것이다.

① 7 ② 8 ③ 9
④ 10 ⑤ 11

- 정의/정리 -

- 풀이 -

25. 단순평면그래프(simple planar graph)에 대한 <보기>의 명제 중 옳은 것을 모두 고른 것은? [2010]

<보기>

ㄱ. 완전이분그래프 $K_{3,4}$는 평면그래프가 아니다.

ㄴ. 모든 꼭짓점의 차수(degree)가 6이상인 평면그래프가 존재한다.

ㄷ. 꼭짓점의 개수가 30인 평면그래프를 변(edge)이 교차하지 않게 평면에 그렸을 때, 하나의 면(face)만 사각형이고 나머지 면은 모두 삼각형이면 변의 개수는 83이다. (단, 여기서 삼각형(사각형)이라 함은 3(4)개의 변으로 둘러싸인 면을 의미하고, 외부영역(unbounded region)도 면으로 간주한다.)

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

- 정의/정리 -

- 풀이 -

26. 다섯 마리의 물고기 A, B, C, D, E가 있다. A는 B를, B는 C를, C는 D를, D는 E와 A를 잡아먹는다. 잡아먹히는 물고기가 생기지 않도록 다섯 마리의 물고기를 서로 다른 모양의 어항 4개에 넣는 방법의 수는?
(단, 빈 어항이 남아 있어도 된다.) [2009 모의평가]

① 36 ② 108 ③ 144
④ 216 ⑤ 252

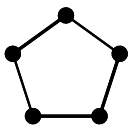
- 정의/정리 -

- 풀이 -

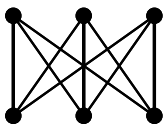
27. 꼭짓점을 공유하지 않는 두 그래프, 회로(cycle) C_5와 완전이분그래프(complete bipartite graph) $K_{3,3}$에 대하여 다음 조건을 만족하는 그래프를 G라 하자.

> (가) $V(G)=V(C_5)\cup V(K_{3,3})$
> (나) $E(G)=E(C_5)\cup E(K_{3,3})$
> $\cup\{xy \mid x\in V(C_5),\ y\in V(K_{3,3})\}$

그래프 G의 모든 꼭짓점(vertex)의 차수(degree)의 합이 m, 그래프 G의 채색수(chromatic number)가 n일 때, $m+n$의 값은?
(단, 그래프 H에 대하여 $V(H)$는 H의 꼭짓점의 집합, $E(H)$는 H의 변(edge)의 집합이고, xy는 두 꼭짓점 x와 y가 양끝점(endpoint)인 변이다.)
[2012]



C_5



$K_{3,3}$

① 90 ② 91 ③ 92 ④ 93 ⑤ 94

- 정의/정리 -

- 풀이 -

28. 다음 조건 ①, ②에 의해 정의된 그래프 G의 변(edge)의 개수를 구하고, G는 평면그래프(planar graph)가 아님을 보이시오. 그리고 그래프 G의 채색수(chromatic number) $\chi(G)$를 풀이 과정과 함께 쓰시오. [2015]

> ① 그래프 G의 꼭짓점의 집합은 아홉 개의 원소로 구성된
> $V(G)=\{v_2, v_3, v_4, v_5, v_6, v_7, v_8, v_9, v_{10}\}$
> 이다.
> ② 두 꼭짓점 v_a와 v_b는 두 정수 a와 b가 서로소일 때만 인접한다. 예를 들어, v_2와 v_7은 인접하지만 v_4와 v_{10}은 인접하지 않는다.

- 정의/정리 -

- 풀이 -

29. 꼭짓점의 집합이 $V=\{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6, v_7\}$ 인 단순그래프(simple graph) G가 다음 〈조건〉을 만족시킨다.

〈조건〉

(가) $n \in \{1, 7\}$이면 $\deg(v_n) \le \chi(K_n)$ 이다.

(나) $n \in \{2, 3, 4, 5, 6\}$이면 $\deg(v_n) \le \chi(K_{n,n})$ 이다.

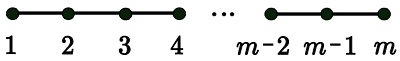
이때, $\sum_{n=1}^{7} \deg(v_n)$의 값이 최대가 되도록 하는 G의 변(edge)의 개수를 풀이 과정과 함께 쓰시오. (단, $\deg(v_n)$은 꼭짓점 v_n의 차수(degree)이고, $\chi(K_n)$과 $\chi(K_{n,n})$은 각각 완전그래프(complete graph) K_n과 완전이분그래프(complete bipartite graph) $K_{n,n}$의 채색수(chromatic number)이다.) [2025]

- 정의/정리 -

- 풀이 -

과목	이산수학 기출문제	단원	색칠문제

30. 단순그래프 G와 음이 아닌 정수 n에 대하여, n 보다 작거나 같은 개수의 색으로 그래프 G를 적절하게 색칠하는 (즉, 변으로 연결된 두 꼭짓점을 서로 다른 색으로, 모든 꼭짓점을 칠하는) 방법의 수를 $P_G(n)$이라 하면 $P_G(n)$은 n에 대한 다항식이다. 또, m개의 꼭짓점을 가진 선형 그래프 (linear graph 또는 path graph) L_m은 다음과 같다.

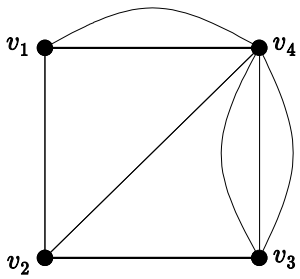


이 때, $G=L_m$의 다항식 $P_G(n)$을 구하고, $P_G(n)$을 사용하여 이 그래프를 적절하게 색칠하는 데 필요한 색의 최소 개수를 구하시오. [2005]

- 정의/정리 -

- 풀이 -

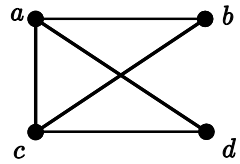
31. 다음 그래프의 인접행렬(adjacency matrix)을 A라 할 때, A의 모든 성분의 합을 구하시오. [2017]



- 정의/정리 -

- 풀이 -

32. 그림과 같이 주어진 그래프에서 꼭짓점 a, b, c, d 순서의 인접행렬(adjacency matrix) A에 대하여 A^4은 다음과 같다.



$$A^4 = \begin{bmatrix} 15 & 9 & 14 & 9 \\ 9 & 10 & 9 & 10 \\ 14 & 9 & 15 & 9 \\ 9 & 10 & 9 & 10 \end{bmatrix}$$

인접행렬 A를 구하고, 행렬 A^4에서 1행 3열의 값 14가 무엇을 의미하는지 쓰시오. [2007]

- 정의/정리 -

- 풀이 -

33. G는 꼭짓점이 v_1, v_2, $\cdots$, v_n $(n \geq 3)$이고 변의 개수가 $m(m \geq 1)$인 단순그래프 (simple graph)이다. G의 인접행렬(adjacency matrix)과 근접행렬(결합행렬, incidence matrix)을 각각 A와 B라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 모두 고른 것은? [2011]

<보기>

ㄱ. A^2의 대각합(trace), 즉 모든 (i, i) 성분의 합은 $2m$이다.

ㄴ. 자연수 $k \geq 3$에 대하여 A^k의 대각합은 G에서 길이가 k인 회로(cycle)의 개수이다.

ㄷ. BB^T의 (i, i) 성분은 꼭짓점 v_i의 차수(degree)와 같다.

(단, B^T는 행렬 B의 전치행렬이다.)

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ

④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

- 정의/정리 -

- 풀이 -

34. 꼭짓점의 집합이 $V=\{x_1, x_2, x_3, x_4\}$이고 변(edge)의 집합이 $E=\{e_1, e_2, e_3, e_4\}$인 단순그래프(simple graph) G에 대하여, 4차 정사각행렬 $B=(b_{ij})$를

$$b_{ij}=\begin{cases}1 & (x_i\text{와 } e_j\text{가 근접(incidence)한 경우})\\ 0 & (\text{그 외의 경우})\end{cases}$$

$$(i, j=1, 2, 3, 4)$$

로 정의하자. d_i가 꼭짓점 x_i의 차수(degree)이고 G의 인접행렬(adjacency matrix) A에 대하여

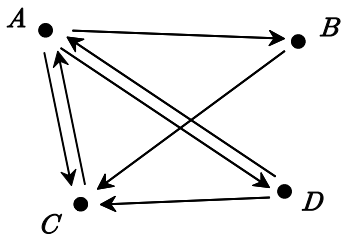
$$B=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\1&1&1&0\\0&1&0&1\\0&0&1&1\end{pmatrix},\quad L=\begin{pmatrix}d_1&0&0&0\\0&d_2&0&0\\0&0&d_3&0\\0&0&0&d_4\end{pmatrix}-A$$

일 때, L의 행렬식(determinant)의 값을 풀이 과정과 함께 쓰시오. 또한, 꼭짓점 x_1에서 꼭짓점 x_4로 가는 길이가 4인 길(경로, walk)의 개수를 풀이 과정과 함께 쓰시오. [2022]

- 정의/정리 -

- 풀이 -

35. 다음 그래프는 어느 도시의 A, B, C, D 네 지점 사이에서 자동차로 곧바로 갈 수 있는 경우를 화살표로 나타내고 있다. 예를 들면, A지점에서 B지점으로 향하는 화살표는 A지점에서 B지점으로 자동차로 곧바로 갈 수 있지만 B지점에서 A지점으로는 곧바로 갈 수 없음을 나타낸다.
다음 물음에 답하시오. [2003]



(1) 주어진 그래프를 인접행렬(adjacent matrix)로 나타내시오.

(2) 어떤 지점에서 다른 지점으로 갈 때, '곧바로 또는 한 지점을 거쳐서' 갈 수 있는지 없는지를 알 수 있는 행렬을 구하시오.
(단, (1)에서 구한 인접행렬을 이용하시오.)

- 정의/정리 -

- 풀이 -