

소수와 합성수

1. 소수 : 1과 자기 자신을 약수로 가지는수 (약수가 2개) $\Rightarrow$ 1부터 20까지의 소수는 반드시 암기하기

(2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19)

$\rightarrow$ 2는 소수중 유일한 짝수

$\rightarrow$ 큰수중 소수를 찾을때는 반드시 19까지는 나눠 봐야 한다, 나누어지지 않는것이 소수다

2. 합성수 : 1과 소수가 아닌 자연수 (약수가 3개 이상)

※ 약수의 갯수가 홀수개인것 $\Rightarrow$ 제곱수

약수의 갯수가 3개인것 $\Rightarrow$ (소수)²

1은 소수도 합성수도 아니다.

11부터 20까지의 제곱수는 암기하면 앞으로 편해질꺼야

121, 144, 169, 196, 225, 256, 289, 324, 361, 400

특히 시험에 잘 나오는 제곱수

거듭제곱으로 나타내기

$$1. \underbrace{a \times a \times \dots \times a}_{m\text{개}} \times \underbrace{b \times b \times \dots \times b}_{n\text{개}} = a^m \times b^n$$

$\rightarrow$ 문자나 숫자가 달라질때 사이에는 X를 사용한다

+를 사용하면 거듭제곱으로 나타낼때 +를 써야 한다

$$\Rightarrow \begin{array}{l} 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256, 512, 1024 \\ 3, 9, 27, 81, 243, 729 \\ 5, 25, 125, 625, 3125 \end{array} \Rightarrow 2^{10}, 3^6, 5^5 \text{까지 꼭 암기 해둬}$$

수학 공부 시간이 앞으로 단축 될꺼야

소인수분해

$\rightarrow$ 소수 + 약수 $\Rightarrow$ 소인수분해해서 표현할때 밑에 있는수

1. 1보다 큰 자연수를 소인수만의 곱으로 나타내는것

※ 소인수분해할때 소수가 작을것부터 차례대로 하고 더이상 나눌수없으면 다음소수로 넘어간다.

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 420} \\ 2 \overline{) 210} \\ 3 \overline{) 105} \\ 5 \overline{) 35} \\ 7 \end{array}$$

$$\Rightarrow 2^2 \times 3 \times 5 \times 7 \Rightarrow \text{여기서 소인수는 뭐야 } 2, 3, 5, 7$$

2. 자연수의 제곱인수 만들기 $\Rightarrow$ 지수가 짝수가 되도록 해야 한다.

① 주어진수를 소인수분해 한다.

② 지수가 짝수가 되게 하는 소인수를 찾는다

③ 지수가 짝수가 되게 하는 소인수 $\times n^2$ (단, n은 자연수)

3. 약수, 배수 관련 문제

① 소인수분해 한다 $A = a^m \times b^n \times c^l$ (단, a, b, c는 소수) $\Rightarrow$ 거듭제곱꼴로 표현된수가 주어질때는

② 약수의 갯수 = $(m+1)(n+1)(l+1)$

밑이 모두 소수로 되어 있는지 반드시 확인하기

③ 약수중 □의 배수 갯수 문제 : 소인수분해 한것중 □의 수만큼을 지우고 약수갯수 공식을 사용한다.

④ 약수의 총합 = $(a^0 + a^1 + \dots + a^m)(b^0 + b^1 + \dots + b^n)(c^0 + c^1 + \dots + c^l)$

※ 약수 찾기 : 소인수분해 한것보다 어떤 소수에 대해 지수가 크면 안된다.

배수 찾기 : 소인수분해 한것보다 어떤 소수에 대해 지수가 작으면 안된다.

공약수와 최대 공약수

1. 최대 공약수 구하는 방법 (소인수분해후 공통인 소인수중 작은것의 곱)

- ① 각각의 수를 소인수분해한다
- ② 공통인 소인수의 거듭제곱에서 지수가 작거나 같은것을 택하여 곱한다

2. 공약수 구하는 방법

- ① 최대 공약수를 구한다
- ② 최대 공약수의 약수를 구하면 공약수가 된다

※ 서로소 - 최대공약수가 1인 두 자연수
(서로 약분할수 없는수)

공배수와 최소공배수

1. 최소 공배수 구하는 방법 (소인수분해후 모든 소인수중 큰것의 곱)

- ① 각각의 수를 소인수분해한다
- ② 모든 소인수의 거듭제곱에서 지수가 크거나 같은것을 택하여 곱한다

2. 공배수 구하는 방법

- ① 최소 공배수를 구한다
- ② 최소 공배수의 배수를 구하면 공배수가 된다

3. 최대공약수 또는 최소공배수가 주어질때 문제 해결 방법

- ① 각각의 수를 소인수분해하여 세로로 나열한다
- ② 최대 공약수와 최소 공배수로 각각의 수 밑에 소인수분해하여 나열한다

$$A = 2^a \times 3^b \times 5^c$$

$$B = 2^d \times 5^e \times 7^f$$

$$C = 3^g \times 5^h \times 7^i$$

$$G =$$

$$L =$$

※ 소인수가 같은것끼리 줄을 맞춰서 쓴다
숫자가 주어지지 않을때는 빈칸으로 남겨둔다

- ③ 최대 공약수와 최소 공배수 구하는 방법을 참고하여 가능한 수의 경우를 구한다

4. 최대 공약수가 주어질때 문제 해결 방법

- ① 각각의 수를 최대 공약수를 사용하여 나열한다

$$A = G \times a$$

$$B = G \times b$$

$$L = G \times a \times b$$

※ A와 b는 서로소이므로 같은 소인수가 들어갈수 없다

※ A+B, A-B, AB에 최대 공약수는 항상 존재한다

→ AB에는 G^2 이 존재한다는 것에 주의

- ② 최소 공배수를 소인수분해하여 A와 b에 같은 소인수가 들어가지 않도록 배열한다

※ A와 b중 하나가 1이 될수도 있다는 것에 주의해야 한다.

5. 자연수로 나누기, 자연수를 나누기 문제 해결 방법

① 어떤 자연수를 x 로 놓고 검산식을 작성한다

※ A 를 B 로 나눴을때 나머지가 R 이라 의 검산식

$$\Rightarrow A = BQ + R \quad \left[\begin{array}{l} \text{남는것 } R > 0 \\ \text{부족한것 } R < 0 \end{array} \right.$$

→ ※ R 은 B 보다 작은수가 되는것에 항상 주의해야함 ($0 \leq R < B$ 정수)

② x 가 A 에 들어가는 문제 $\Rightarrow$ 최소공배수 문제

$$\begin{array}{l} \text{(유형 1)} \quad x = 3Q_1 + 1 \\ \quad \quad \quad x = 4Q_2 + 1 \\ \hline \quad \quad \quad x = 12Q + 1 \end{array}$$

<나머지가 같은 경우는 그대로 써주면 된다>

$$\begin{array}{l} \text{(유형 2)} \quad x = 3Q_1 + 1 \\ \quad \quad \quad x = 4Q_2 + 2 \\ \hline \quad \quad \quad x = 12Q + 10 \end{array}$$

<나머지가 다른 경우는 나누는 수와 차이가 나는수만큼 써주면 된다>

※ Q 는 0보다 크거나 같은 정수

※ 심화 유형

$$\begin{array}{l} x = 3Q_1 + 1 \\ x = 4Q_2 + 3 \\ \hline x = 12Q + 7 \end{array}$$

□ 나머지에 규칙이 없을때는 나누는 수가 큰수의 숫자에서 최소공배수보다 작은수를 찾는다

□ 찾은수중에서 다른식에 만족하는 수를 찾아서 쓴다

→ 3, 7, 11 중 어떤식을 만족하는 수는 7이 된다

③ x 가 B 에 들어가는 문제 $\Rightarrow$ 최대공약수 문제

: 상수항을 이항하여 최대공약수를 이용한다 ※ 이때 x 는 R 보다 항상 커야 한다는 점에 주의

6. 분수를 자연수로 만드는 문제 해결 방법 (분모를 소거해야 한다)

① 곱하는 수가 자연수인지 분수인지 판단하여 정리

$$\text{ex) } \left[\begin{array}{l} \frac{B}{A} \times Q \\ \frac{D}{C} \times Q \end{array} \right] \quad \text{or} \quad \left[\begin{array}{l} \frac{B}{A} \times \frac{Q}{P} \\ \frac{D}{C} \times \frac{Q}{P} \end{array} \right]$$

② 분모가 소거되도록 만족하는 수를 구한다

$P = B$ 와 D 의 최대공약수

$Q = A$ 와 C 의 최소공배수