

문자를 사용한 식

1. 순서

- ① 부호 + 숫자 + 문자 순서로 작성한다. ex) $+5x - 3y + 7$
- ② 문자는 알파벳 순서로 쓰고 같은 문자의 굵은 거듭제곱으로 나타낸다.

※ 괄호와 같은 특수 문자는 가장 뒤에 쓰는데 표기한다.

2. 생략 가능한 경우

- ① 가장 앞에 오는 +는 생략이 가능하다
- ② 문자 앞에 오는 숫자 +1과 -1에서 1은 생략 가능하다
ex) $+1a = +a$, $-1b = -b$ $-0.1c = -0.1c(x)$
- ③ 숫자 $\times$ 문자, 문자 $\times$ 문자에서 $\times$ 는 생략 가능하다.
ex) $2 \times a = 2a$ $x \times y = xy$ ※ 숫자 $\times$ 숫자에서는 $\times$ 생략 불가능하나 $\cdot$ 으로 대체 가능하다
④ $\div$ 는 $\times$ 역수로 바꿀수 있다. $\Rightarrow 3 \times 5 = 3 \cdot 5$

식의 값

1. 대입 : 문자 대신에 수를 바꾸어 넣는 것 ※ 항상 괄호를 사용하여 대입한다

ex) $3d + 5$ 에서 $d = -2$ 일때 $3(-2) + 5 = 3 \times (-2) + 5 = -1$
↳ 괄호는 문자이므로 숫자와 괄호 사이에 $\times$ 생략됨

2. 식의 값 : 문자에 숫자를 대입하여 나오는 값

※ 분수에 분수를 대입할때 주의

$$a = \frac{1}{2} \quad b = \frac{2}{3} \text{ 일때 } \frac{a}{b}$$

$$\text{방법 1. } \frac{a}{b} = a \div b = \frac{1}{2} \div \frac{2}{3} = \frac{1}{2} \times \frac{3}{2} = \frac{3}{4}$$

$$\text{방법 2. } \frac{a}{b} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{2}{3}} = \frac{3}{4}$$

↳ 분자에서 분모에

식 세울때 필요한 공식들

$$1. \text{ 짝수} = 2x \quad \text{홀수} = 2x - 1$$

$$2. \text{ 연속하는 두 자연수(정수)} = x, x+1$$

$$\text{연속하는 세 자연수(정수)} = x-1, x, x+1$$

$$\text{연속하는 세 짝수(홀수)} = x-2, x, x+2$$

※ 연속하는 수는 1씩 차이 나게 쓰면 리는데 가운데를 기준으로 쓰면 연산이 편하다.

$$3. \text{ 십의 자리가 } a \text{ 일의 자리가 } b \text{ 인수} = 10a + b$$

$$\text{백의 자리가 } a \text{ 십의 자리가 } b \text{ 일의 자리가 } c \text{ 인수} = 100a + 10b + c$$

$$4. \text{ 할} = \frac{1}{10} \quad \text{푼} = \frac{1}{100} \quad \text{리} = \frac{1}{1000}$$

$$5. A \text{의 } r\% \text{ 증가} = A(1 + \frac{r}{100})$$

$$A \text{의 } r\% \text{ 감소} = A(1 - \frac{r}{100})$$

※ 초등때는 $A + \frac{r}{100}A$ 로 식을 썼으나 중등이상부터는 증가, 감소가 반복될때 식이 복잡해 지므로 괄호를 사용하는게 편함

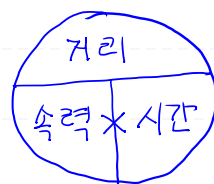
$$\text{ex) } A \text{의 } b\% \text{ 증가후 } c\% \text{ 감소} = A(1 + \frac{b}{100})(1 - \frac{c}{100})$$

6. 거리, 속도, 시간 공식

$$① \text{ 거리} = \text{속력} \times \text{시간}$$

$$② \text{ 속력} = \frac{\text{거리}}{\text{시간}}$$

$$③ \text{ 시간} = \frac{\text{거리}}{\text{속력}}$$



7. 농도 공식

$$① \text{ 농도} = \frac{\text{소금}}{\text{소금물}} \times 100$$

$$② \text{ 소금의 양} = \frac{\text{농도}}{100} \times \text{소금물}$$

※ 일반적으로 농도와 소금물이 주어지므로 소금 구하는 공식이 훨씬 중요하다.

다항식의 용어 문제

- 항의 개수는 중간에 있는 $+$, $-$ 앞에서 나누어 개수를 센다 $\Rightarrow$ 항은 부호, 숫자, 문자까지 하나씩 항이라
 ex) $3x^2 - 4x + 5 \Rightarrow$ 항은 $3x^2$, $-4x$, $+5$ 로 3개가 된다.
 $\hookrightarrow$ 문자가 없이 숫자로만 이루어진 항을 상수항이라 한다.
- 계수란 문자 앞에 곱해진 수를 의미한다. * 이때 부호까지 써야 한다.
 * 상수항은 문자가 없으므로 자신이 계수가 된다.
- 단항식은 항이 1개이고 다항식은 항이 1개 이상이므로 단항식으로 다항식이 된다는 것에 주의
 * 분모에 문자가 포함된 것은 다항식이 아니다
- 차수는 문자가 곱해진 개수를 의미하며 다항식의 차수는 항중에서 가장 큰 항의 차수를 정해진다.
 ex) $6x^2y + 4x^2 + 5xy + 3x + 7 \Rightarrow$ 전체식은 3차식
 $\begin{matrix} \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 3차 & 2차 & 2차 & 1차 & 0차 \end{matrix}$
- 일차식 고르는 문제는 계산하여 정리한후 가장 높은 차수가 1차인식이다
 * 꼭 계산한후 판단해야 하는 이유는 2차인것 같은데 계산하면 2차가 소거되므로 하고 1차인것 같은데 계산해서 소거되는것이 있기로 하기 때문이다.
 또한 분모에 문자가 포함된 식은 다항식이 아니므로 1차식이 아니다.
- 종류항 고르는 문제는 문자가 같은지 확인하고 모든 문자의 차수도 같아야 한다.
 * 상수항끼리는 모두 종류항이 된다는 것에 주의하자

일차식의 계산방법

1. 덧셈과 뺄셈

- 분배 법칙을 이용하여 괄호를 풀다 * 괄호앞에 $-$ 있을때 제발 주의(해줘)
- 종류항끼리 모아서 계산한다.
 * 계수에 문자가 있을때 $ax + 3x = (a+3)x$ 로 정리하는것로 꼭 알아두

2. 괄호가 여러개인 일차식의 덧셈과 뺄셈

- 소괄호를 푼다
- 계산하여 정리한다 $\rightarrow$ 정리할때는 높은 차수부터 정리하는게 좋아
- 중괄호를 푼다
- 계산하여 정리한다
- 대괄호를 푼다.
- 계산하여 정리한다.

* 제발 쓰기 귀찮아 부분적으로 계산하지 마!
 등호 위치를 맞춰서 세로로 정리하면서 풀어야
 실수가 나오지 않아

3. 분수꼴인 일차식의 덧셈과 뺄셈

- 분자에 식이 있는 것은 식에 괄호를 해준다
- 통분하는데 분수를 하나만 쓴다
- 분자의 괄호를 풀고 종류항끼리 계산한다.

주의) 분수앞에 $-$ 가올때 실수가 많으므로 꼭 괄호를 쓰자
 답을 구한후 분자와 분자의 모든 계수가 약분될때만
 약분할수 있다는 것에 주의. $\frac{-5x+4}{6}$ (x)

$$\begin{aligned} \frac{2x-1}{3} - \frac{3x-2}{2} &= \frac{(2x-1)}{3} - \frac{(3x-2)}{2} \\ &= \frac{2(2x-1) - 3(3x-2)}{6} \\ &= \frac{4x-2-9x+6}{6} \\ &= \frac{-5x+4}{6} = -\frac{5}{6}x + \frac{2}{3} \end{aligned}$$

식 주하는 문제 해결 방법

1. 문자에 일차식을 대입하기

- 문자로 된 식이 복잡하면 식을 간단히 정리한다
- 문자에 식을 대입한다.

$$\text{ex) } A = -2x + 3y \quad 2A - B - (3A - 4B)$$

$$B = 4x + y \text{ 일때 } = 2A - B - 3A + 4B \\ = -A + 3B$$

$$\star \text{ 반드시 괄호를 사용하는것 잊지 마! } \Rightarrow = -(-2x + 3y) + 3(4x + y) \\ = 2x - 3y + 12x + 3y = 14x$$

2. 어떤식 구하기

- 어떤 다항식에서 A를 뺐더니 다항식 B가 되었다

$$\square - A = B \quad \star A에 꼭 괄호를 해줘$$

- 어떤 다항식을 구한다 $\square = B + A$

- 바르게 계산한 식을 구하는 문제라면 $\square$ 를 이용하여 바른식 구하는것 명심해

등식 [항등식 : 항상 등호가 성립하는 등식

방정식 : 값에 값에 따라 참이 되기도 거짓이 되기도 하는 등식

1. 등식의 성질 문제 해결 방법

- 좌변이 어떤 등식의 성질을 사용하든지 보고 우변과 비교한다

- 복잡하게 나오는 경우는 한문자만 남도록 정리한후 복잡한 식으로 바꾼다.

$\star$ 등식의 성질중 나눌때 문자로 나누는 경우는 문자가 0이 아니라는 조건이 반드시 있어야 한다는것 주의해

$$\star 2a = -8b \text{ 이면 } a + 4 = -4(b-1) \\ \div 2 \downarrow \quad \div 2 \downarrow \\ a = -4b \\ +4 \downarrow \quad +4 \downarrow \\ a + 4 = -4b + 4 = -4(b-1) \text{ 이므로 성립한다}$$

2. 항등식이 되는 조건

- 양변을 계산하여 내림차순으로 정리 한다

- 동류항끼리 계수를 비교해서 같아야 된다

$\star$ 문자 계수일때는 괄호 사용해서 정리해

$$ax + 5 + 3x + b = 4x + 7$$

$$\Rightarrow (a+3)x + (5+b) = 4x + 7$$

3. 일차 방정식 찾기

- 모든 항을 좌변으로 이항하여 정리한다

- 최고차항이 1차인 등식이 일차 방정식이다

$$ax + b = 0 \text{ 꼴 } a \neq 0$$

$$ax^2 + bx + c = 0 \text{ 꼴 } a = 0, b \neq 0$$

4. 일차방정식 풀이 방법

① 괄호가 있으면 분배 법칙을 이용하여 풀다

② 계수를 정수로 바꾼다

①번과 ②번은 순서를 바꿔 킴다

i) 분수계수 : 양변에 분모의 최소 공배수를 곱하여 정리한다

ii) 소수계수 : 양변에 10, 100, 1000 ... 을 곱하여 정리한다

★ 소수와 분수가 동시에 나올때는 분수로 바꾸어 정리하는게 편하다

③ 이항을 이용하여 $ax=b$ 꼴로 정리한다

④ 양변을 a 로 나누어 해를 구한다

★ 주의 : 분수에서 분자가 식일때 괄호를 해 놓으면 실수가 줄어

5. 방정식의 해가 주어진 경우

① 해를 x 에 대입한 후 방정식 풀이 방법을 이용하여 미지수의 값을 구한다.

② 두 방정식의 해가 같은 경우는 한식에서 해를 구하여 다른 방정식에 대입하여 해결한다.

일차방정식의 해에 대한 조건이 주어진 경우

1. 해가 정수인 경우

① 주어진 방정식의 해를 미지수를 포함한 식으로 나타낸다

② 해가 정수가 되도록 하는 미지수의 값을 구한다. ★ 자연수인지 정수인지 확인 반드시 필요해

2. 해를 구할수 있는 방정식이 주어진 경우

① 해를 구할수 있는 방정식의 해를 먼저 구한다 ★ 반드시 미지수가 없는 방정식의 해를

② 해에 대한 조건을 이용하여 다른 방정식의 해를 구한다. 먼저 구하는게 중요해

3. 특수한 해를 갖는 방정식

① 이항을 이용하여 $ax=b$ 꼴로 정리한다

② 해가 없을 조건 $a=0$ $b \neq 0$

해가 무수히 많을 조건 $a=0$ $b=0$

일차 방정식의 활용 문제 풀이

1. 미지수 정하기 → 일반적으로 구하려는 것을 x 로 놓지만 문제에 따라 식을 간단하게 하는것을 x 로 놓는다

2. 방정식 세우기

주의사항 ① 어떤수에 a 를 더하거나 뺀후 b 를 구하는 문제는 반드시 괄호를 사용한다 → $b(x+a)$

② 과거와 비교하는 문제는 과거의 것을 x 로 놓는것이 중요하다.

③ 과부족 문제는 검산식을 쓴다 → a 개씩 나누어주면 b 개가 남는다 = $ax+b$

④ 어떤일을 완성하는데 x 일이 걸린다면 전체를 1로 놓고 하루에 할수 있는 일의 양은 $\frac{1}{x}$ 이라

⑤ 둘레를 둘라가 만나는 것은 반대 방향일때 거리의 합이 한바퀴

같은 방향일때 거리의 차가 한바퀴 되는것 기억해

⑥ 시계 문제는 시침과 분침이 12시 기준으로 움직인 각을 구해서 문제를 해결해야해

ex) A 시 x 분 → 시침 = $30^\circ \times A + \frac{1}{2} \times x$, 분침 = $6x$

3. 방정식 풀기

4. 검산하기 ★ 구하고자 하는 x 값이 맞는지 답을 문제에 대입하여 문제의 뜻에 맞는지

반드시 확인해야 함