실 용 기 구 학 [2nd Edition]

Machines and Mechanisms : *Applied Kinematic Analysis*

David H. Myszka

제3장 벡터(Vector)

mdae 기계설계·자동화공학부
기계설계·자동화공학부 SCHOOL OF MECHANICAL DESIGN & AUTOMATION ENGINEERING

1. Scalar & Vector

a) Scalar(스칼라) : 양적 개념만 포함하는 물리량, 크기만 가지고 있다.
Ex] 60 km/h의 속력, 내 몸무게는 75kg 등 단지 크기만을 고려한 것
길이, 속력, 온도, 시간, 일, 일률, 질량, 에너지 등

b) Vector(벡터) : 크기와 방향을 가지고 있는 물리량
Ex] 동쪽으로 60 km/s의 속력, 변위, 속도, 가속도, 힘, 무게, 운동량, 충격량, 전기장, 자기장 등

어떤 물리량을 측정할 때 그것과 같은 종류의 어떤 일정량을 기준으로 하여 주어진 양이 그 일정량의 몇 배가 되는가를 측정하게 되는데, 그 기준이 되는 일정량을 단위(單位)라고 한다.

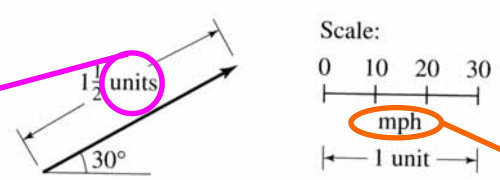


Figure 3.1 A 45 mph velocity vector.

왼쪽 그림과 같이 화살표의 길이가 크기를, 화살표의 방향이 벡터 방향을 나타낸다.

Miles Per Hour (시속)

1 mile = 1.6 km

※ 참고
- **Speed(속력) : 물체가 가진 빠르기만 해당함**
- **Velocity(속도) : 여기서부터 어디까지 방향이 설정된 상태(변위)임**
- **Displacement(변위) : 예를들어 점P가 위치를 바꾸어 점Q로 옮겼다고 할 때 점P의 변위는 벡터 P→Q로 나타낼 수 있다. 벡터 P→Q란 P에서 Q로 향하는 방향과 P에서 Q까지의 길이 (또는 거리)를 가지는 양이다.**

2. 해석적 벡터 해석의 삼각함수법

2-1. Right triangle(직각삼각형)

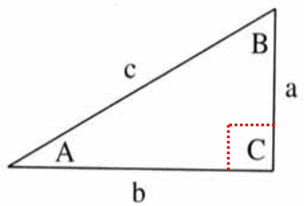


Figure 3.2 The right triangle.

※ 각도 **A**에 대한 기본 삼각함수법

$$\sin\angle A = \frac{a}{c}$$

$$\cos\angle A = \frac{b}{c}$$

$$\tan\angle A = \frac{a}{b}$$

※ 각도 **B**에 대한 기본 삼각함수법

$$\sin\angle B = \frac{b}{c}$$

$$\cos\angle B = \frac{a}{c}$$

$$\tan\angle B = \frac{b}{a}$$

Pythagoreans theorem(피타고라스 정리) : 직각삼각형의 직각을 포함하는 두 변 위의 정사각형 넓이의 합은 빗변 위의 정사각형의 넓이와 같다.

$$a^2 + b^2 = c^2$$

삼각형 세 내각의 합은 **180**도 이므로 빗변의 두 내각의 합은

$$\angle A + \angle B = 90^\circ$$

예제

예제 3.1

그림 **3.3**은 실린더 **BC**로써 수직상승시키는 기중기를 나타낸다.
암 **AB**를 그림과 같이 위치시키기 위한 실린더의 요구길이를 구하여라.

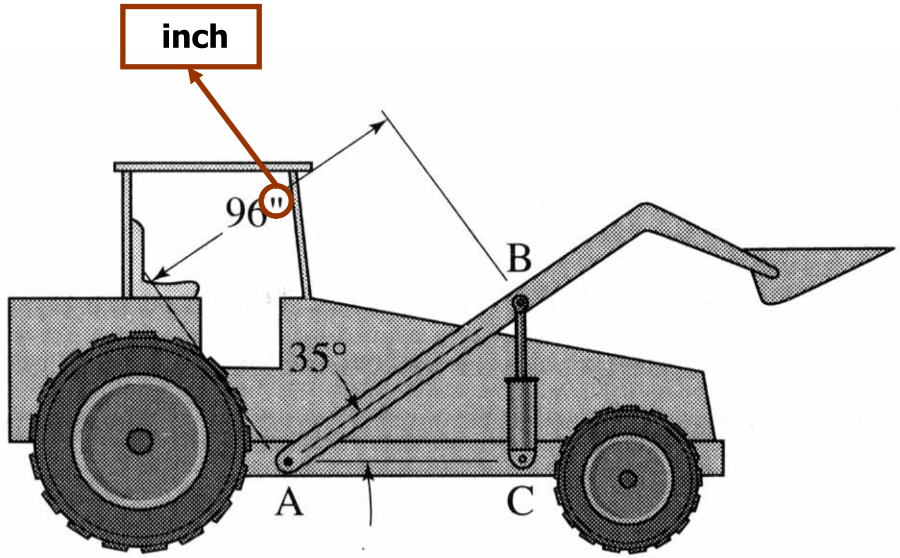
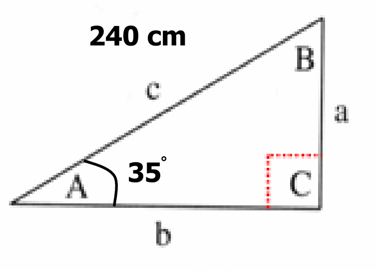


Figure 3.3 Front loader for Example Problem 3.1.

Example 3.1 Solution



$$\sin \angle A = \frac{a}{c} \qquad \cos \angle A = \frac{b}{c}$$

수직변 **BC**는

$$\sin 35^\circ = \frac{BC}{240} \qquad \therefore BC = 240 \cdot \sin 35^\circ = 137.66(cm)$$

수평변 **AC**는

$$\cos 35^\circ = \frac{AC}{240} \qquad \therefore AC = 240 \cdot \cos 35^\circ = 196.60(cm)$$

예제 3.2

그림 **3.4**는 **25**도 각도로 기울어진 **240 cm** 길이의 견인봉을 가진 레커트럭이다.
견인봉 끝이 트럭으로부터 벗어나는 최대 길이를 구하여라.

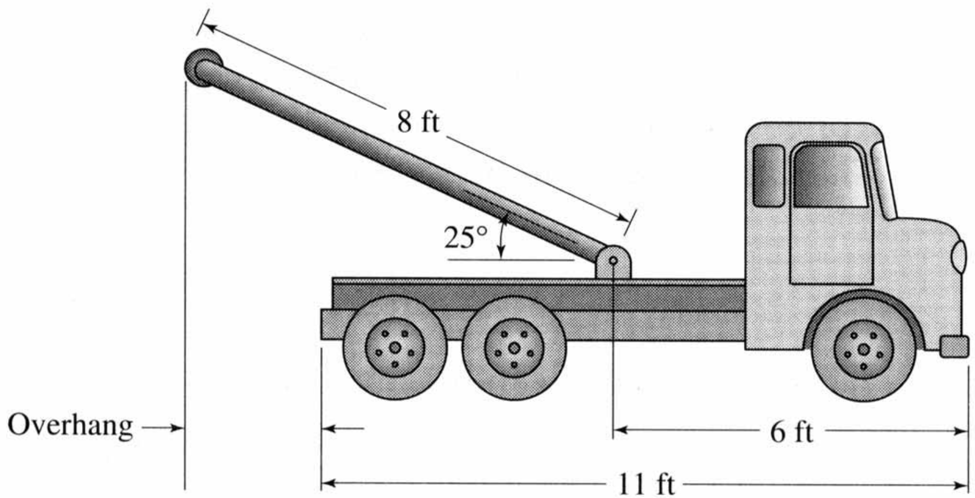


Figure 3.4 Tow truck for Example Problem 3.2.

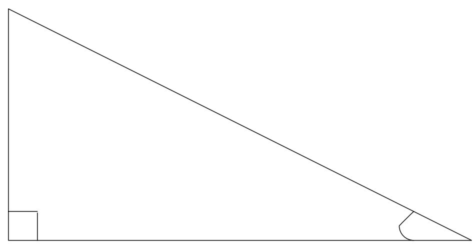
※ 참고

8 ft = 243.839 cm
6 ft = 182.879 cm
11 ft = 335.279 cm

1 ft = 30.479 cm

예제

Example 3.2 Solution



$$\cos\angle A = \frac{b}{c}$$

견인봉의 수평투영길이**(AC)**는 B

$$\cos 25^\circ = \frac{AC}{240} \qquad \therefore AC = 240 \cdot \cos 25^\circ = 217.51cm$$

c 240 cm

그리고 투영으로부터 벗어난 최대 길이는 a

$$(180 + 217.51) - 330 = 67.51cm$$

25°

C

b

2-2. Oblique triangle(일반삼각형)

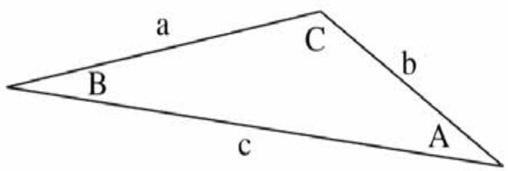


Figure 3.5 The oblique triangle.

$$\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$$

- **Law of sines(사인법칙)**

$$\frac{a}{\sin \angle A} = \frac{b}{\sin \angle B} = \frac{c}{\sin \angle C}$$

- **Law of cosines(코사인법칙)**

a) 코사인 제**1**법칙

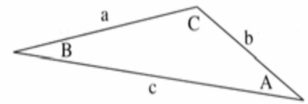
$$a = b\cos C + c\cos B$$
$$b = c\cos A + a\cos C$$
$$c = a\cos B + b\cos A$$

b) 코사인 제**2**법칙

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$$
$$b^2 = c^2 + a^2 - 2ca\cos B$$
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos C$$

일반삼각형 해법

※ 일반삼각형에 대한 해법 4가지



[경우 1] 한 변의 길이(a)와 두 내각(∠A, ∠B)이 주어질 때

a) 먼저 각도 **C**를 구한다.

$$\angle C = 180^\circ - \angle A - \angle B$$

b) 사인법칙으로부터 나머지 변의 길이를 구할 수 있다.

$$b = a\left(\frac{\sin \angle B}{\sin \angle A}\right)$$

$$c = a\left(\frac{\sin \angle C}{\sin \angle A}\right)$$

[경우 2] 두 변의 길이(a, b)와 한 변 끝의 내각(∠A)이 주어질 때

a) 먼저 사인법칙으로부터 내각(**∠B**)를 구한다.

$$\angle B = \sin^{-1}\left\{\left(\frac{b}{a}\right)\sin \angle A\right\}$$

b) 나머지 내각(**∠C**)를 구한다.

$$\angle C = 180^\circ - \angle A - \angle B$$

c) 코사인법칙을 이용하여 나머지 변의 길이 **c**를 구한다.

$$c = \sqrt{\left\{a^2 + b^2 - 2ab\cos \angle C\right\}}$$

[경우 3] 두 변의 길이(a, b)와 그 사이각(∠C)이 주어질 때

a) 먼저 코사인법칙으로부터 나머지 변의 길이 **c**를 구한다.

$$c = \sqrt{\left\{a^2 + b^2 - 2ab\cos \angle C\right\}}$$

b) 사인법칙을 이용하여 내각(**∠A**)를 구한다.

$$\angle A = \sin^{-1}\left\{\left(\frac{a}{c}\right)\sin \angle C\right\}$$

c) 나머지 내각(**∠B**)를 구한다.

$$\angle B = 180^\circ - \angle A - \angle C$$

[경우 4] 세 변의 길이(a, b, c)가 주어질 때

a) 먼저 코사인법칙으로부터 하나의 내각을 구한다.

$$\angle C = \cos^{-1}\left\{\frac{\left(a^2 + b^2 - c^2\right)}{2ab}\right\}$$

b) 사인법칙을 이용하여 또 하나의 내각을 구한다.

$$\angle A = \sin^{-1}\left\{\left(\frac{a}{c}\right)\sin \angle C\right\}$$

c) 나머지 내각을 구할 수 있다.

$$\angle B = 180^\circ - \angle A - \angle C$$

예제 3.3

그림 **3.6**에서 암 **AB**를 그림과 같이 자세를 유지하기 위한 실린더의 길이를 계산하시오**.**

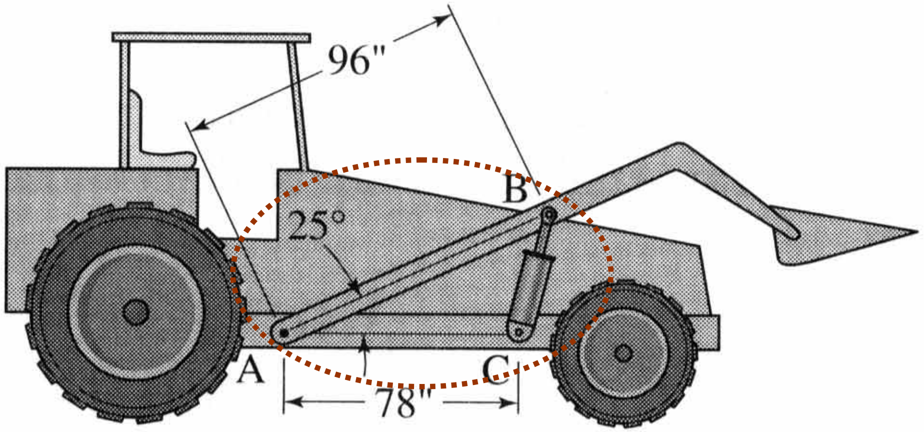
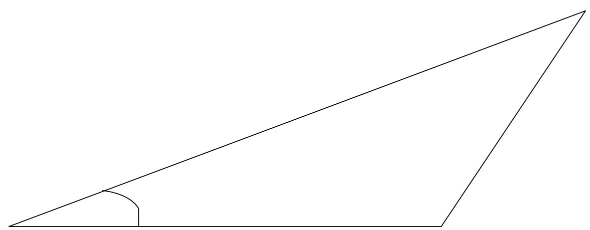


Figure 3.6 Front loader for Example Problem 3.3.

Example 3.3 Solution



[경우 3] 두 변의 길이(a, b)와 그 사이각(∠C)이 주어질 때

a) 먼저 코사인법칙으로부터 나머지 변의 길이 **c**를 구한다.

$$c = \sqrt{\{a^2 + b^2 - 2ab\cos\angle C\}}$$

b) 사인법칙을 이용하여 내각(∠A)를 구한다.

$$\angle A = \sin^{-1}\left\{\left(\frac{a}{c}\right)\sin\angle C\right\}$$

c) 나머지 내각(∠B)를 구한다.

$$\angle B = 180^\circ - \angle A - \angle C$$

a)

$$a = \sqrt{\{b^2 + c^2 - 2bc\cos\angle A\}}$$

$$= \sqrt{\{(195^2 + 240^2) - 2\cdot 195\cdot 240\cdot \cos 25\}}$$

0.9

$$= 103.897cm$$

b)

$$\angle B = \sin^{-1}\left\{\left(\frac{b}{a}\right)\sin\angle A\right\}$$

$$= \sin^{-1}\left\{\left(\frac{195}{103.897}\right)\sin 25\right\}$$

$$= 52.485^\circ$$

B

240 cm

c)

$$\angle C = 180^\circ - \angle A - \angle B$$

$$= 180 - 25 - 52.485$$

$$= 102.515^\circ$$

25°

A

C

195 cm

예제 3.4

그림 **3.7**은 엔진에서의 구동기구이다**.** 그림의 순간에 대해 크랭크각을 구하여라**.**

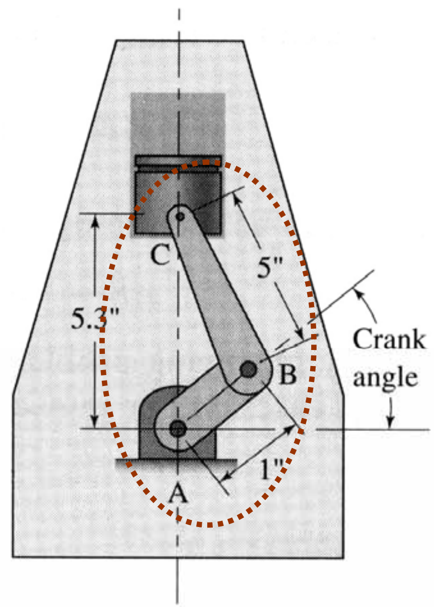
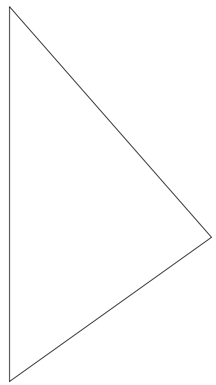


Figure 3.7 Engine linkage for Example Problem 3.4.

예제

Example 3.4 Solution



[경우 4] 세 변의 길이(a, b, c)가 주어질 때

a) 먼저 코사인법칙으로부터 하나의 내각을 구한다.

$$\angle C = \cos^{-1}\left\{\frac{\left(a^2+b^2-c^2\right)}{2ab}\right\}$$

b) 사인법칙을 이용하여 또 하나의 내각을 구한다.

$$\angle A = \sin^{-1}\left\{\left(\frac{a}{c}\right)\sin\angle C\right\}$$

c) 나머지 내각을 구할 수 있다.

$$\angle B = 180^\circ - \angle A - \angle C$$

a)

$$\angle A = \cos^{-1}\left\{\frac{\left(b^2+c^2-a^2\right)}{2bc}\right\}$$

$$= \cos^{-1}\left\{\frac{13.25^2+2.5^2-12.5^2}{2\cdot 13.25\cdot 2.5}\right\}$$

$$= 67.3^\circ$$

$$\therefore crank\_angle = 90^\circ - 67.3^\circ = 22.7^\circ$$

b)

$$\angle C = \sin^{-1}\left\{\left(\frac{c}{a}\right)\sin\angle A\right\}$$

$$= \sin^{-1}\left\{\left(\frac{2.5}{12.5}\right)\sin 67.3^\circ\right\}$$

$$= 10.6^\circ$$

c)

$$\angle B = 180^\circ - \angle A - \angle C$$

$$= 180^\circ - 67.3^\circ - 10.6^\circ$$

$$= 102.1^\circ$$

벡터 더하기

2-3. 도식적 벡터 더하기 (+>)

● 벡터 더하기는 다음과 같이 표현한다.

$$R = A+>B+>C+>D+>\cdots$$

Resultant(합성)

벡터에 대한 합

● 벡터 더하기에 대한 교환 및 결합법칙의 성립

$$R = \left(A+>B+>C\right) = \left(C+>B+>A\right) = \left(B+>A+>C\right) = \cdots$$

● 벡터를 합성하는 과정의 도식적 방법

⇒ 수동 제도기법, **Auto CAD**로 가능함.

예제 3.5

그림 **3.8**에서 두 속도 벡터 **A, B**의 합성을 구하시오**.**

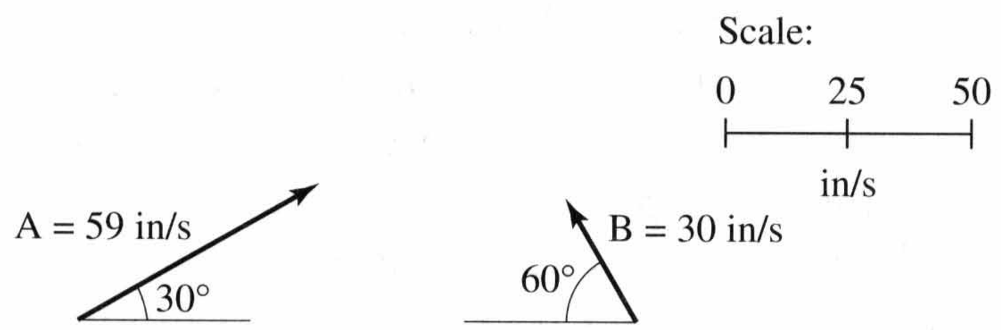
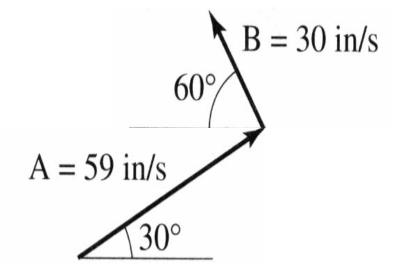
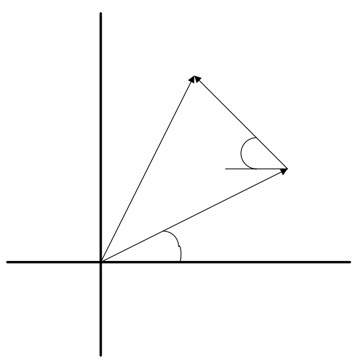
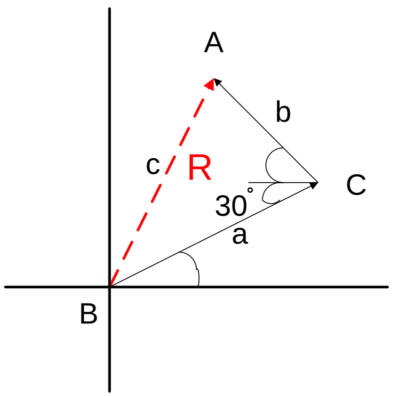


Figure 3.8 Vectors for Example Problem 3.5.

Example 3.5 Solution







∴ C의 각은 90도

[경우 3] 두 변의 길이(a, b)와 그 사이각(∠C)이 주어질 때

a) 먼저 코사인법칙으로부터 나머지 변의 길이 c를 구한다.

$$c = \sqrt{\{a^2 + b^2 - 2ab\cos\angle C\}}$$

$$= \sqrt{59^2 + 30^2 - 2\cdot 59\cdot 30\cdot \cos 90^\circ}$$

($\cos 90^\circ$ → **0**)

$$= 66.189 m/s$$

b) 사인법칙을 이용하여 내각(∠A)를 구한다.

$$\angle A = \sin^{-1}\left\{\left(\frac{a}{c}\right)\sin\angle C\right\}$$

$$= \sin^{-1}\left\{\left(\frac{59}{66.189}\right)\sin 90^\circ\right\}$$

($\sin 90^\circ$ → **1**)

$$= 62.999^\circ = 63^\circ$$

c) 나머지 내각(∠B)를 구한다.

$$\angle B = 180^\circ - \angle A - \angle C$$

$$= 180^\circ - 63^\circ - 90^\circ$$

$$= 27^\circ$$

d) 따라서 크기와 방향을 함께 표현한 합성 벡터는

$$R = 66.189 m/s \quad \angle 57^\circ$$

예제

예제 3.6

그림 **3.10**에서 **4**개의 힘 벡터 **A, B, C** 그리고 **D**의 합력을 구하시오**.**

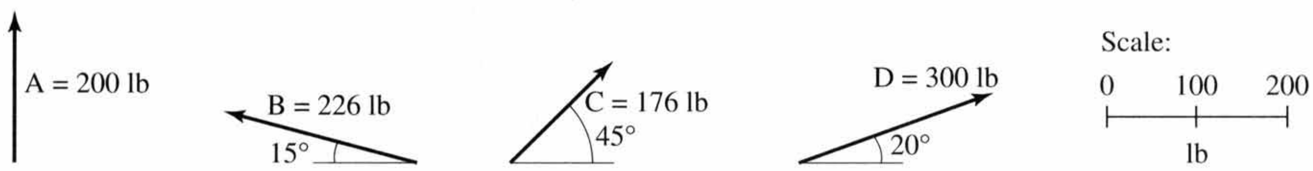
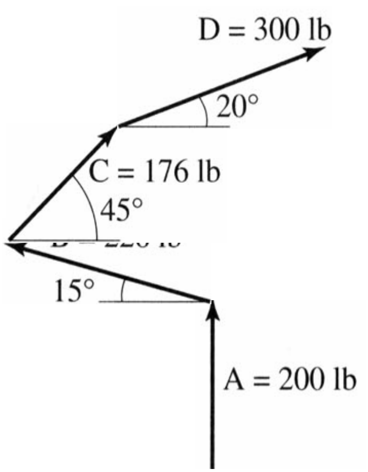
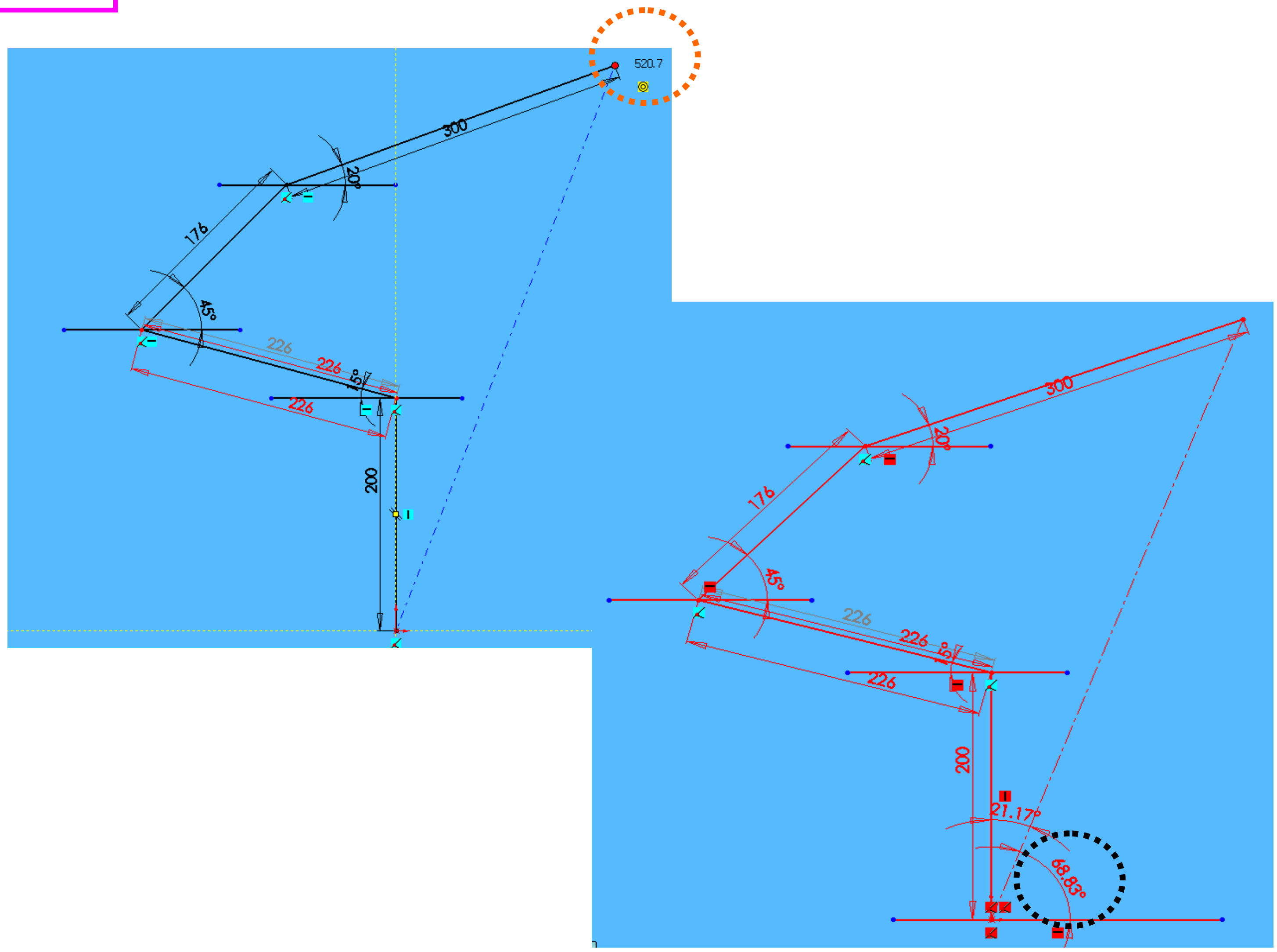


Figure 3.10 Vectors for Example Problem 3.6.

예제

Example 3.6 Solution





예제 3.7

그림 **3.12**의 두 가속도 벡터의 합성을 구하시오.

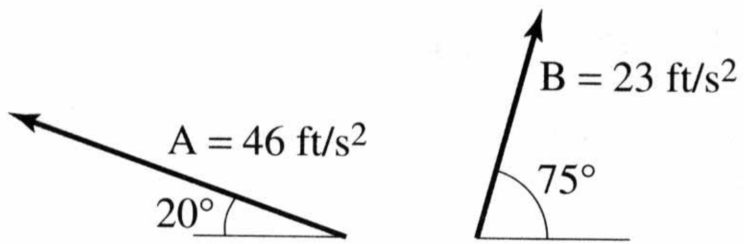
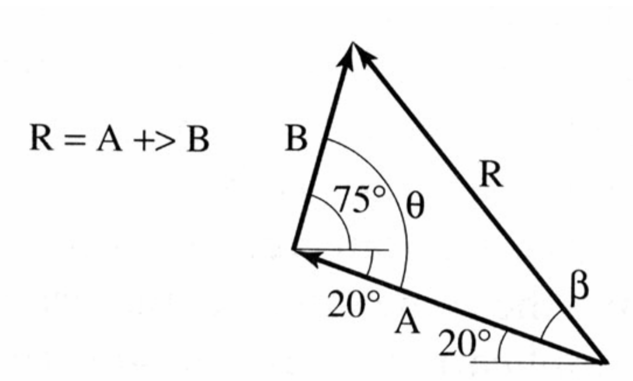


Figure 3.12 Vectors for Example Problem 3.7.

Example 3.7 Solution



[경우 3] 두 변의 길이(a, b)와 그 사이각(∠C)이 주어질 때

a) 먼저 코사인법칙으로부터 나머지 변의 길이 **r**을 구한다.

$$r = \sqrt{\{a^2 + b^2 - 2ab\cos\angle\theta\}}$$
$$= \sqrt{46^2 + 23^2 - 2\cdot 46\cdot 23\cos 95^\circ}$$
$$= 53.19 m/s^2$$

-0.0871

b) 사인법칙을 이용하여 **A**와 **R**의 사이각(∠**B**)를 구한다.

$$\angle B = \sin^{-1}\left\{\left(\frac{b}{c}\right)\sin\angle C\right\}$$
$$= \sin^{-1}\left\{\left(\frac{23}{53.19}\right)\sin 95^\circ\right\}$$
$$= 25.5^\circ$$

0.996

c) 나머지 내각(∠**A**)를 구한다.

$$\angle A = 180^\circ - \angle B - \angle C$$
$$= 180^\circ - 25.5^\circ - 95^\circ$$
$$= 59.5^\circ$$

d) 따라서 크기와 방향을 함께 표현한 합성 벡터는

$$R = 53.19 m/s^2 \angle 134.5^\circ$$

or

$$R = 53.19 m/s^2 \quad 45.5^\circ$$

벡터의 분해

2-4. 벡터의 분해

- 두 개 이상의 벡터합성에 대한 또 다른 방법으로써 임의 벡터를 직교성분으로 분해하는 것.
- 벡터의 분해는 합성의 역과정임.
- 즉, 항상 직각삼각형으로 표현된다.

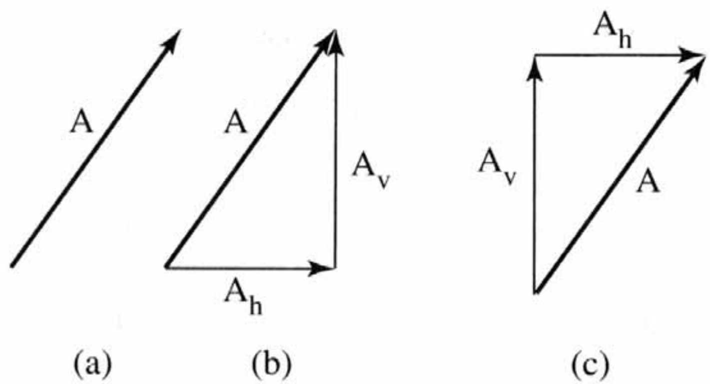


Figure 3.14 Components of a vector.

Horizontal(수평)

$$A_h = A\cos\theta_x$$

$$A_v = A\sin\theta_x$$

Vertical(수직)

수평축과의 각도

θ_x가 **90**도와 **180**도 사이이면 A_h 는 음수의 값을 갖는다

예제 3.8

그림 **3.15**는 **3.5kN**의 힘을 나타낸다**.** 이 힘의 수평 및 수직 분력을 구하시오**.**

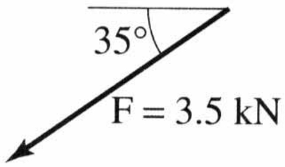


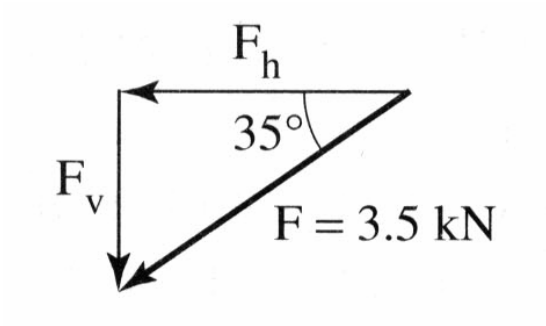
Figure 3.15 Force vector for Example Problem 3.8.

Example 3.8 Solution

$$\sin 35^\circ = \frac{F_v}{3.5}$$

$$\cos 35^\circ = \frac{F_h}{3.5}$$

벡터 **F**의 시작점에서 수평분력을 그리고
그 끝점에서 다시 수직분력을 그리면 아래와 같다.



$$F_h = 3.5 \cdot \cos 35^\circ = 2.87kN \angle -180^\circ$$

$$F_v = 3.5 \cdot \sin 35^\circ = 2.0kN \angle -90^\circ$$

2-5. 해석적 벡터 더하기(+>) : 분해법

- 각 벡터의 수평과 수직으로의 성분분해를 이용하여 모든 벡터의 합성을 구할 수 있다.
- 여기서는 부호에 대한 규약으로 수평의 경우 오른쪽 방향을 양수, 수직의 경우 위쪽 방향을 양수로 한다.
- 일단 수평 또는 수직으로 성분분해된 것은 크기만을 다루므로 스칼라량이다.

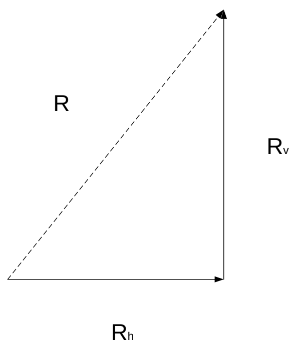
$$R_h = A_h + B_h + C_h + D_h + \cdots$$

$$R_v = A_v + B_v + C_v + D_v + \cdots$$

- 위 두 합성성분 **R_h**와 **R_v**는 합성되어 직각삼각형의 빗변의 길이 및 각도를 가진다.

$$R = \sqrt{R_h^2 + R_v^2}$$

$$\theta_x = \tan^{-1}\left(\frac{R_v}{R_h}\right)$$



이것이 모든 벡터를 합성한 결과이다

예제

예제 3.9

그림 **3.17**은 훅에 작용하는 **3**가지 힘을 나타낸다**.** 합력을 구하시오**.**

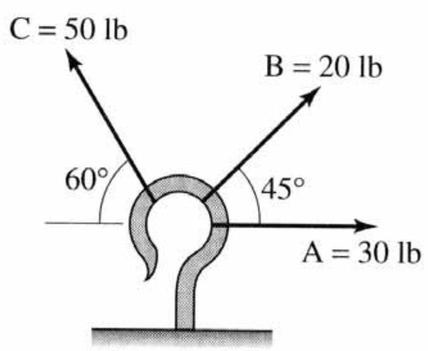


Figure 3.17 Forces for Example Problem 3.9.

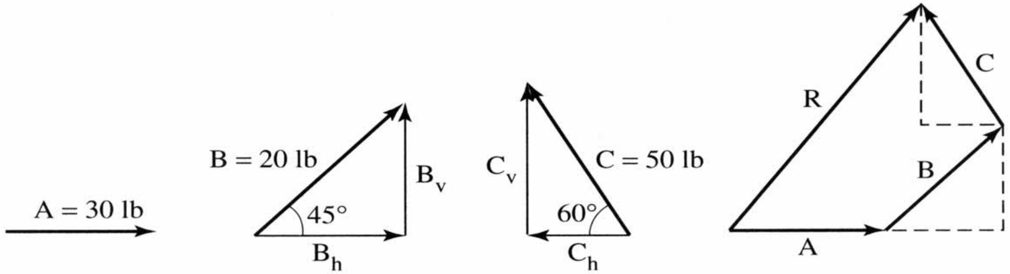


Figure 3.18 Components of vectors in Example Problem 3.9.

Example 3.9 Solution

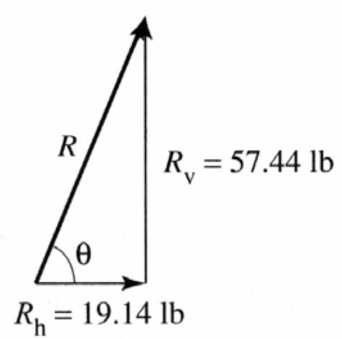
표 3.1

벡터	기준각도 Θ_x	수평성분 $F_h=F\cos\Theta_x$	수직성분 $F_v=F\sin\Theta_x$
A	0도	$A_h=(30)\cos 0$ $= +30$	$A_v=(30)\sin 0$ $= 0$
B	45도	$B_h=(20)\cos 45$ $= +14.14$	$B_v=(20)\sin 45$ $= +14.14$
C	120도	$C_h=(50)\cos 120$ $= -25$	$C_v=(50)\sin 120$ $= 43.3$
		$R_h=19.14$	$R_v=57.44$

a) 따라서 벡터의 합성은

$$R=\sqrt{R_h^2+R_v^2}=\sqrt{19.14^2+57.44^2}=60.54N$$

b) 또한 합력의 각도는



$$\tan\theta_x=\left(\frac{R_v}{R_h}\right)=\frac{57.44}{19.14}=3.001$$

$$\theta_x=\tan^{-1}(3.001)=71.57^\circ$$

b) 3가지 힘의 합력은

$$R=60.54N\angle 71.57^\circ$$

2-6. 벡터 빼기(->)

벡터량 사이의 차이를 구할 때 벡터 빼기가 이용되며 기호는 **->**

$$R = A -> B = A + > (- > B)$$

Resultant(합성)

벡터에 대한 차

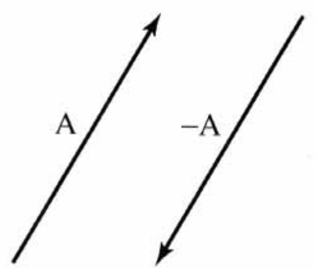


Figure 3.20 Negative vector.

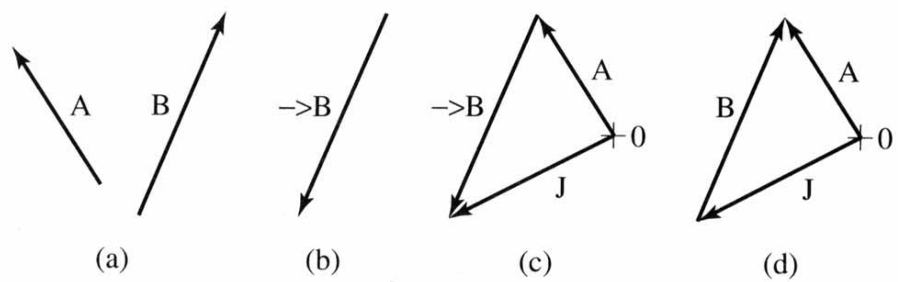


Figure 3.21 Vector subtraction.

예제 3.10

그림 **3.22**에서 벡터 **A**에서 벡터 **B**를 뺀 결과, 즉 **R=A->B**를 구하시오.

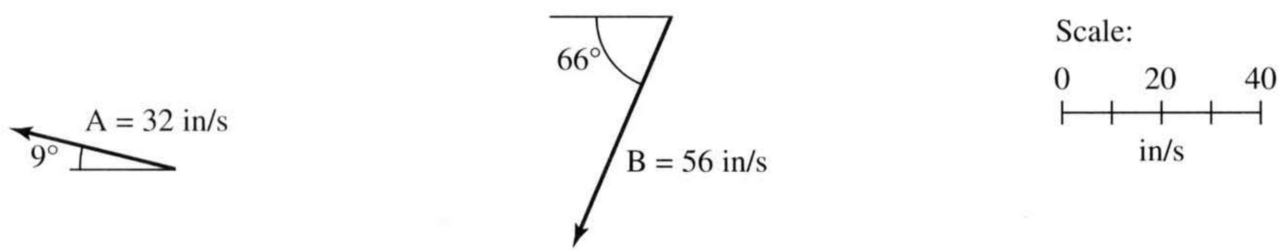
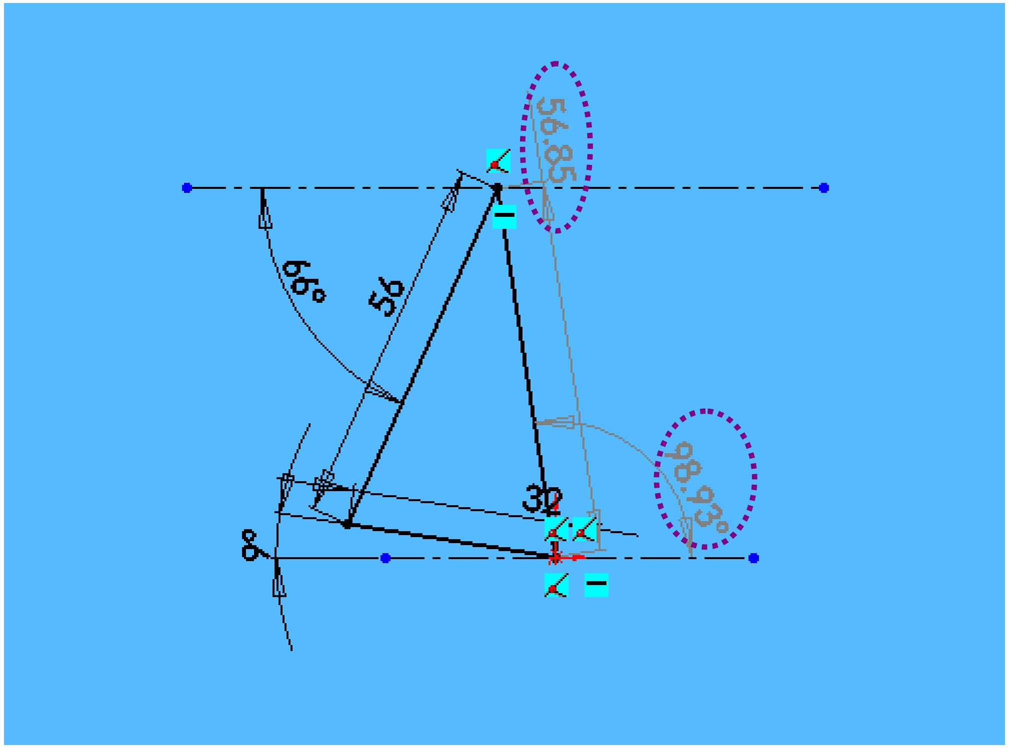


Figure 3.22 Vectors for Example Problem 3.10.

Example 3.10 Solution



예제 3.11

그림 3.24에서 합력 R=A->B->C+>D를 구하시오.

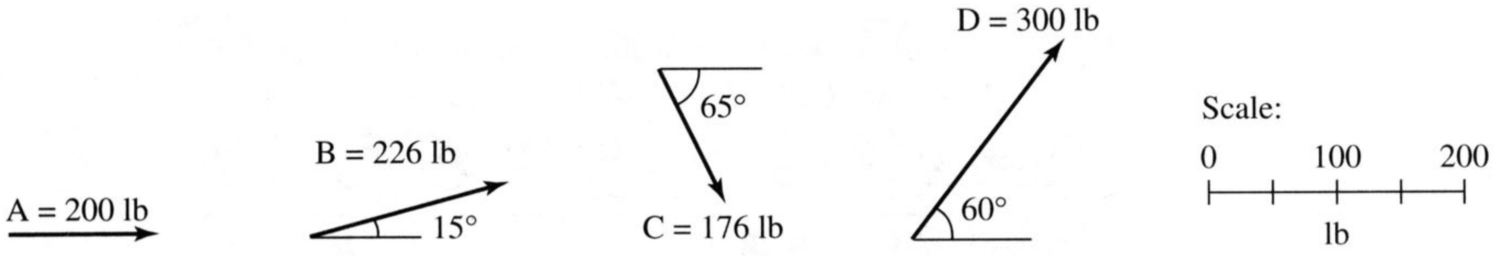


Figure 3.24 Vectors for Example Problem 3.11.

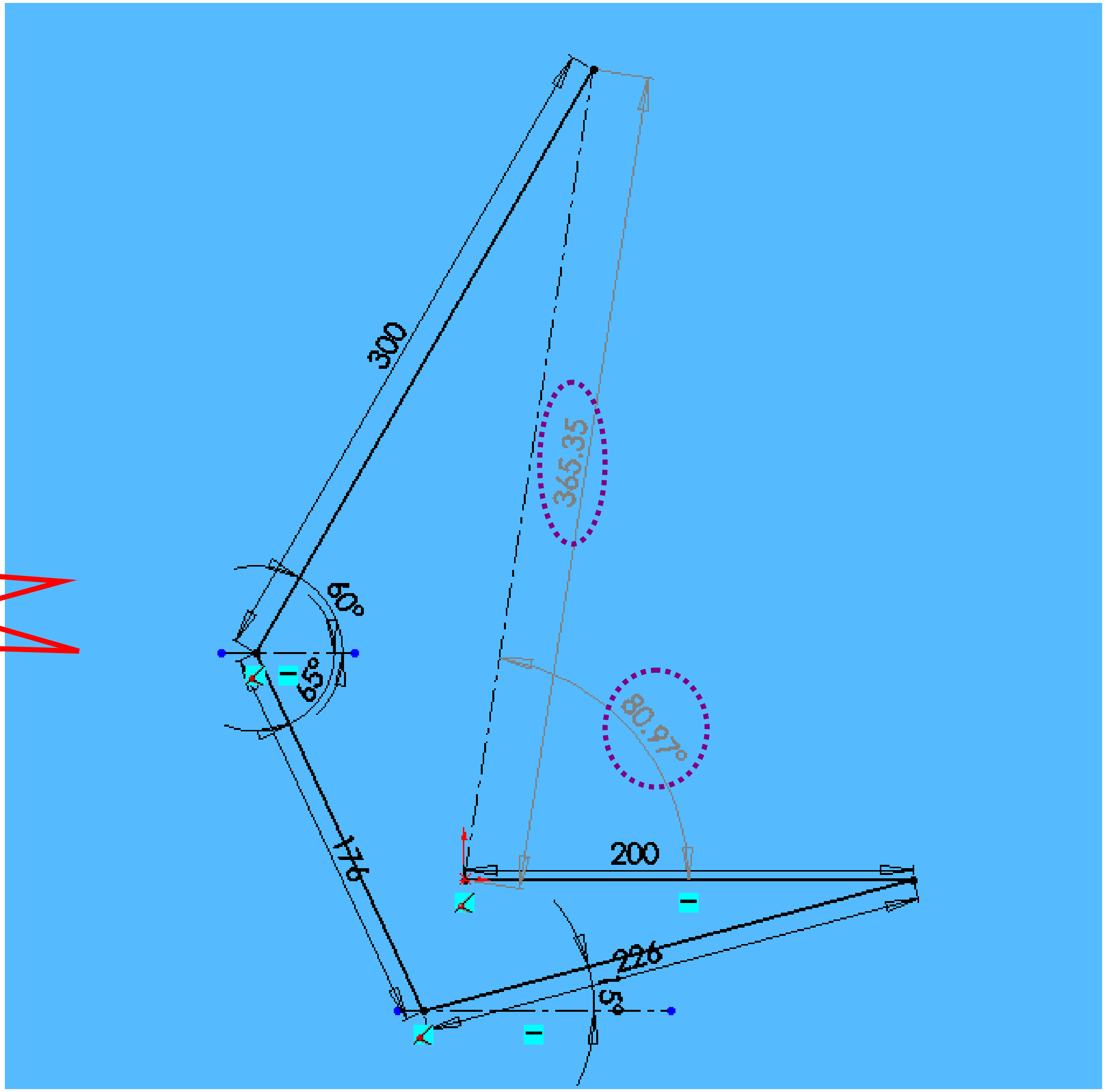
예제

Example 3.11 Solution

R=A->B->C+>D

B+>(->C)

+>는 끝점에 시작점을 연결하며
->는 끝점에 끝점을 연결한다.



예제 3.12

그림 **3.26**에서 합력 **R=A->B**의 벡터를 구하시오.

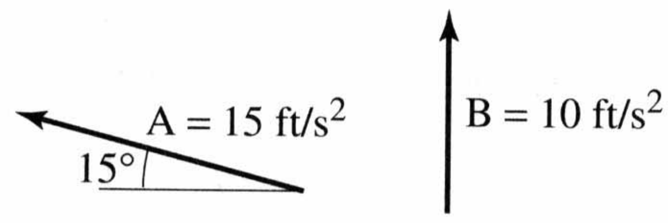


Figure 3.26 Vectors for Example Problem 3.12.

예제

Example 3.12 Solution

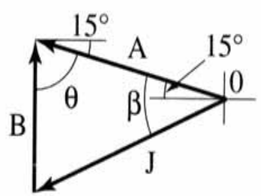


Figure 3.27 The result for Example Problem 3.12.

[경우 3] 두 변의 길이(a, b)와 그 사이각(∠C)이 주어질 때

a) 먼저 코사인법칙으로부터 나머지 변의 길이 **c**를 구한다.

$$c = \sqrt{\{a^2 + b^2 - 2ab\cos\angle C\}}$$

b) 사인법칙을 이용하여 내각**(∠A)**를 구한다.

$$\angle A = \sin^{-1}\left\{\left(\frac{a}{c}\right)\sin\angle C\right\}$$

c) 나머지 내각**(∠B)**를 구한다.

$$\angle B = 180^\circ - \angle A - \angle C$$

a) 먼저 코사인법칙으로부터 나머지 변의 길이 **R**을 구한다.

$$R = \sqrt{\{A^2 + B^2 - 2AB\cos\angle\theta\}}$$

$$= \sqrt{\{15^2 + 10^2 - 2\cdot 15\cdot 10\cos\angle 75^\circ\}}$$

0.2588

$$= 15.727 m/s^2$$

b) 사인법칙을 이용하여 내각**(∠β)**를 구한다.

$$\angle\beta = \sin^{-1}\left\{\left(\frac{B}{R}\right)\sin\angle\theta\right\}$$

$$= \sin^{-1}\left\{\left(\frac{10}{15.727}\right)\sin\angle 75^\circ\right\}$$

$$= 37.9^\circ$$

c) 나머지 내각**(∠γ)**를 구한다.

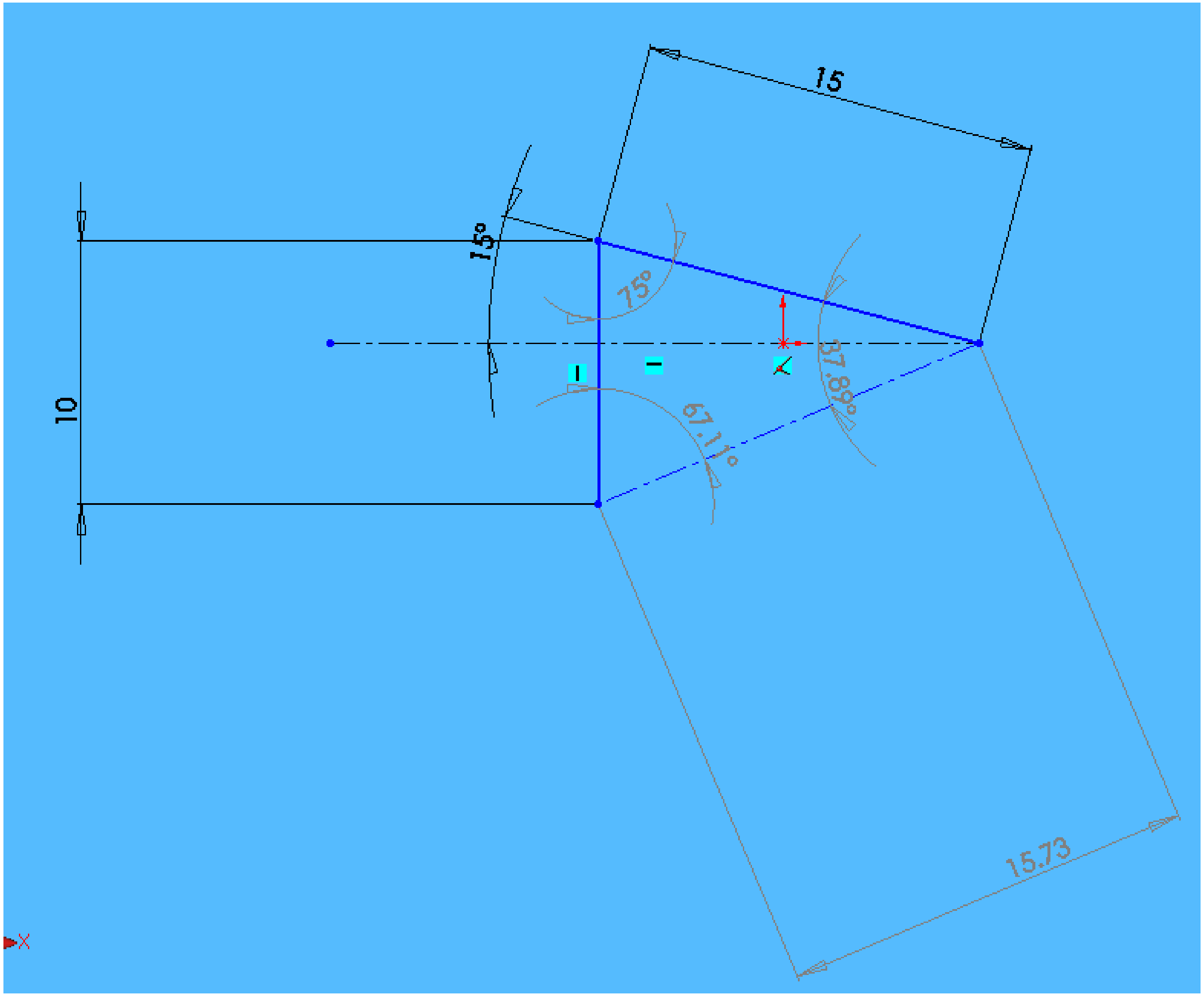
$$\angle\gamma = 180^\circ - \angle\theta - \angle\beta$$

$$= 180^\circ - 75^\circ - 37.9^\circ$$

$$= 67.1^\circ$$

$$\therefore R = 15.727 m/s^2 \quad 22.9^\circ$$

예제



2-7. 해석적 벡터 빼기(->) : 분해법

- 삼각형법의 경우 2개의 벡터에 대해서만 적용가능하나 이 성분분해법은 2개 이상의 벡터에 대한 더하기, 빼기에도 적용될 수 있다.

$$R = A+>B->C+>D+>\cdots$$

- 여기서는 부호에 대한 규약으로 수평의 경우 오른쪽 방향을 양수, 수직의 경우 위쪽 방향을 양수로 한다.
- 수평 및 수직으로 분해된 값은 스칼라량이므로 부호를 고려하여 더하기 또는 빼기를 하면 된다.

$$R_h = A_h + B_h - C_h + D_h + \cdots$$
$$R_v = A_v + B_v - C_v + D_v + \cdots$$

예제 3.13

그림 **3.28**에서 **4**개의 속도벡터에 대해 **R=A->B+>C+>D**를 해석적으로 구하시오**.**

Figure 3.28 Forces for Example Problem 3.13.

Example 3.13 Solution

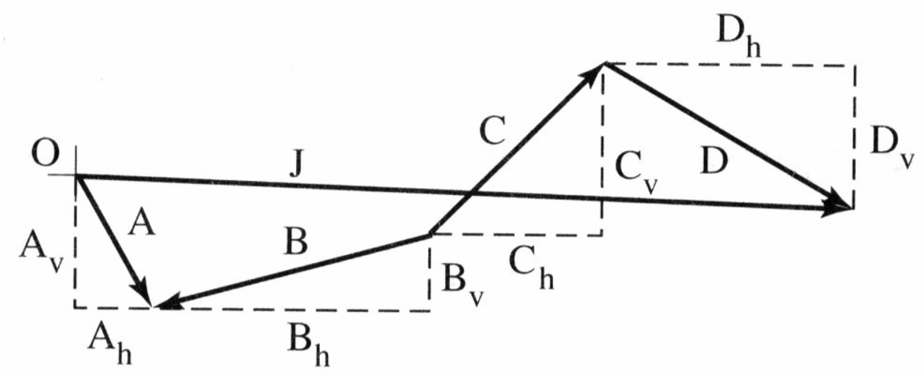
표 3.2

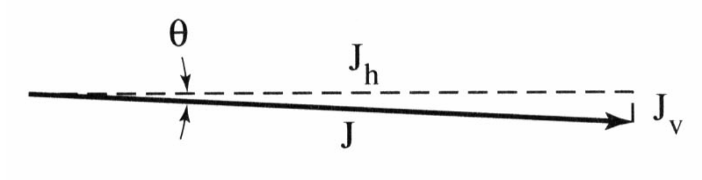
벡터	기준각도 Θ_x	h-수평성분 $F_h = F\cos\Theta_x$	v-수직성분 $F_v = F\sin\Theta_x$
A	300도	A_h=(6)cos300 = +3	A_v=(6)sin300 = -5.19
B	195도	B_h=(12)cos195 = -11.59	B_v=(12)sin195 = -3.11
C	45도	C_h=(8)cos45 = +5.66	C_v=(8)sin45 = +5.66
D	330도	D_h=(10)cos330 = +8.66	D_v=(10)sin330 = -5

$$R_h = A_h - B_h + C_h + D_h$$
$$= (+3) - (-11.59) + (+5.66) + (+8.66)$$
$$= +28.91 m/s$$

$$R_v = A_v - B_v + C_v + D_v$$
$$= (-5.19) - (-3.11) + (+5.66) + (-5)$$
$$= -1.42 m/s$$

예제





- 벡터 **R**의 크기는

$$R = \sqrt{R_h^2 + R_v^2}$$
$$= \sqrt{(+28.91)^2 + (-1.42)^2}$$
$$= +28.94 m/s$$

- 수평축에 대한 각도는

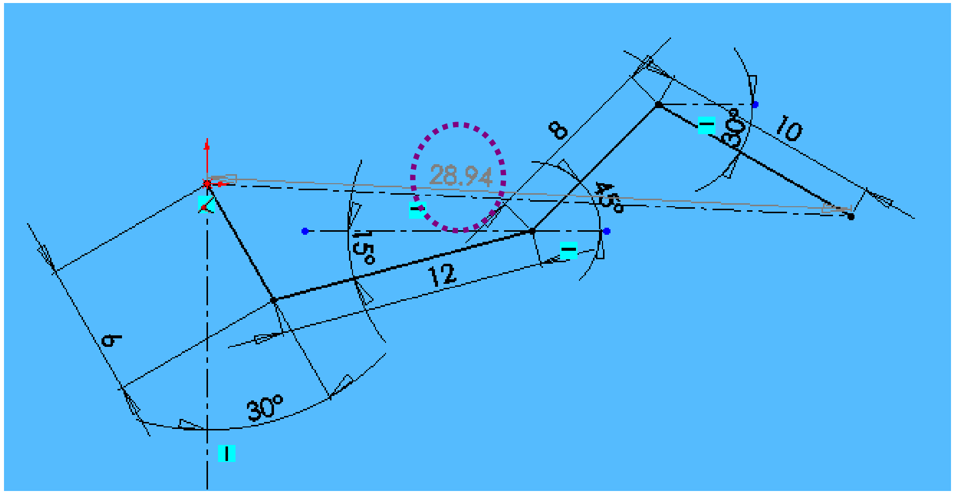
$$\tan\theta_x = \left(\frac{R_v}{R_h}\right)$$
$$= \left(\frac{-1.42}{+28.94}\right)$$
$$= -0.05$$

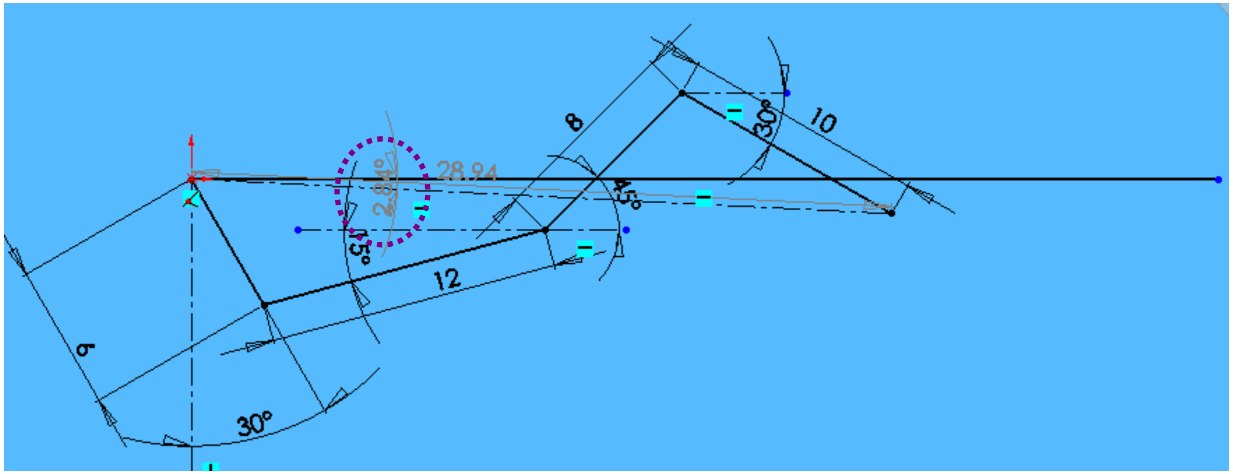
- 즉

$$\theta_x = \tan^{-1}(-0.05)$$
$$= 2.86^\circ$$

$$\therefore R = 28.94 m/s \quad \searrow 2.86^\circ$$

예제





2-8. 벡터 방정식

- 앞에서와 같이 벡터연산은 방정식 형태로 나타낼 수 있으며 즉, **R=A->B**는 실제로 벡터 방정식이다.
  예로서

$$A+>B->C=D$$

이며 이것은 다음과 같이 표현할 수 있는 방정식이다.

$$A+>B=C+>D$$

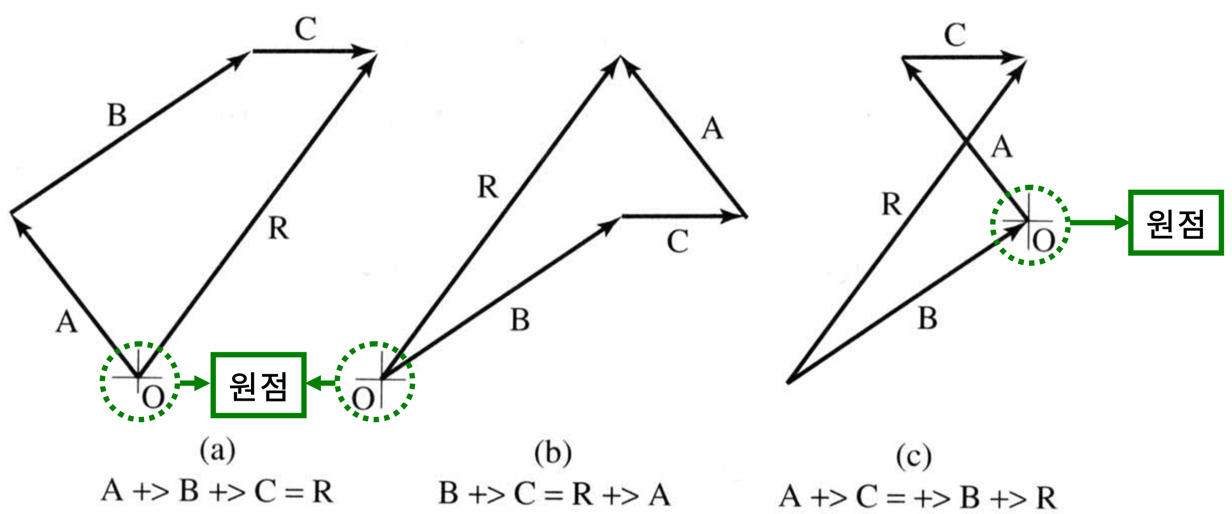


Figure 3.31 Vector equations.

예제 3.14

그림 **3.32**에서 벡터 다각형에 대한 벡터 방정식을 표현하시오**.**

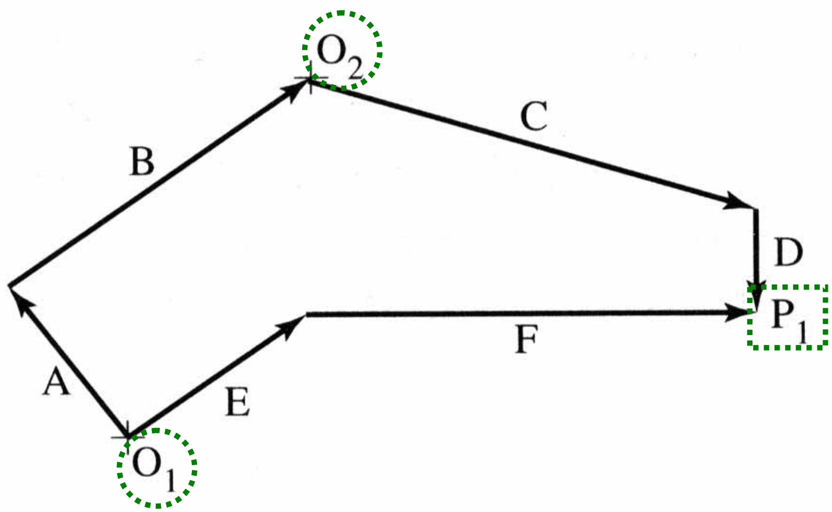


Figure 3.32 Vector diagram for Example Problem 3.14.

예제

Example 3.14 Solution

- 그림에서와 같이 원점이 두 개 이며 점 **P_1**까지의 경로를 두 가지로 생각할 수 있다.

a) 원점 O_1

시계방향 경로 : **A+>B+>C+>D**
반시계방향 경로 : **E+>F**

$$\therefore O_1P_1 = A+>B+>C+>D = E+>F$$

a) 원점 O_2

시계방향 경로 : **C+>D**
반시계방향 경로 : **->B->A+>E+>F**

$$\therefore O_2P_1 = C+>D = ->A->B+>E+>F$$

예제 3.15

그림 3.33에서 벡터도에 대한 벡터 방정식을 표현하시오.
(단, 벡터 빼기가 아닌 벡터 더하기만으로 나타내고 그 경우의 벡터도를 그리시오.)

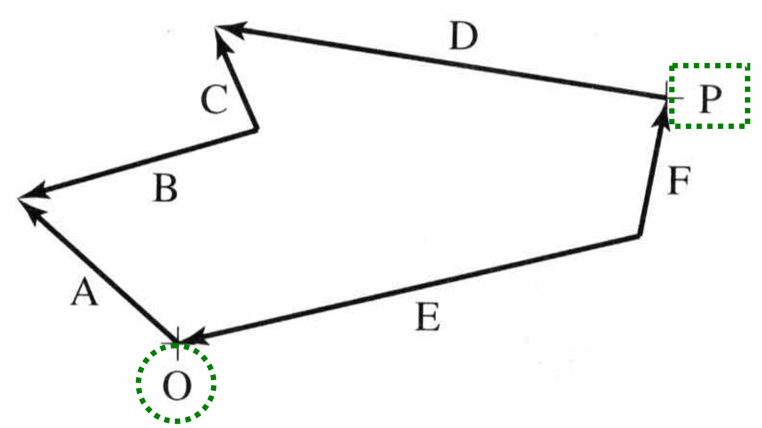
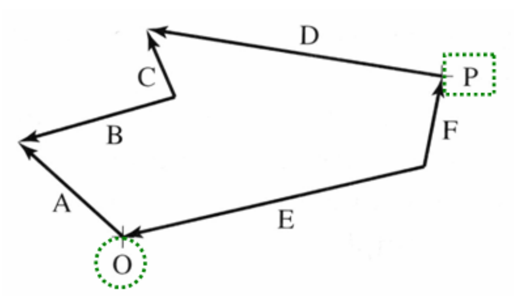


Figure 3.33 Vector diagram for Example Problem 3.15.

예제

Example 3.15 Solution



- 그림 **3.33**의 벡터 방정식

$$A- > B+ > C- > D = - > E + F$$

문제의 조건에 대해 변형하면 다음과 같다.

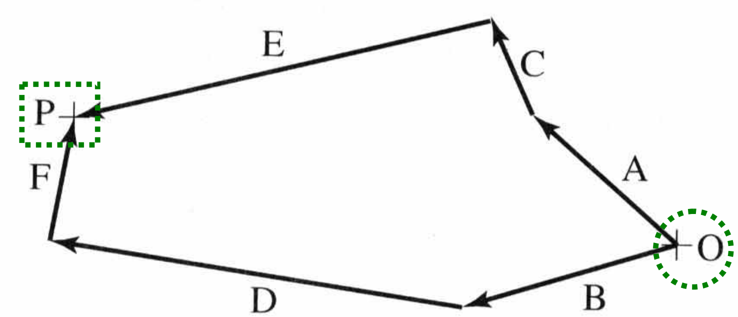


Figure 3.34 Rearranged diagram for Example Problem 3.15.

- 그림 **3.34**의 벡터 방정식

$$A+ > C+ > E = B+ > D+ > F$$

벡터 크기의 결정

2-9. 벡터 크기의 도식적 · 해석적 결정

⇒ 두 벡터의 크기가 미지수로 되어있는 경우 그 결정법으로 도식적 방법과 해석적 방법이 있다.

도식적 방법

: 크기가 미지수인 벡터는 좌, 우변의 마지막에 위치시킨다.

Ex.] $A+>B+>C=D+>E$

벡터 **A, B**의 크기가 미지수라고 할 때

$$C+>B=D+E->A$$

와 같이 표현한다.

즉, 알고있는 벡터에 대해 벡터도를 그리고 마지막의 벡터는 그 방향만을 임의 길이의 직선으로 나타낸다.
이상을 좌변과 우변 모두에 대해 그리면 **2**개의 직선이 정의되며 그 교점이 벡터도의 일치점 **P**가 된다.

해석적 방법

: 벡터 방정식에서 두 벡터의 크기만이 미지수일 경우 사용한다.

이 경우 모든 벡터의 수평과 수직성분이 결정되며 결국 **2**개의 미지수에 대해 하나의 벡터 방정식, 즉, **2**개의 대수 방정식이 형성된다.

예제

예제 3.16

벡터 방정식 **A+>B+>C=D+>E**에서 그림 **3.35**와 같이 각 벡터의 크기 및 방향은 주어졌으나 벡터 **A**와 벡터 **E**의 크기만이 미지수이다**.** 도식적으로 두 개의 크기의 값을 구하시오**.**

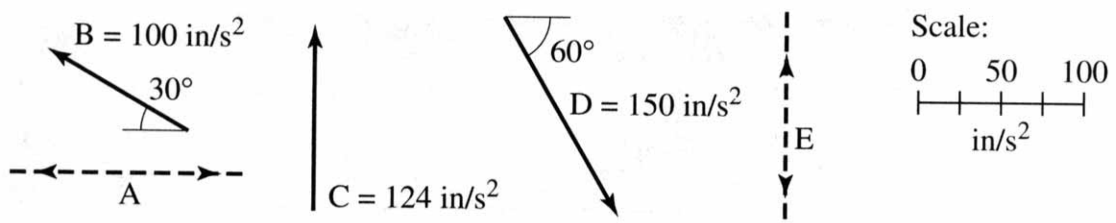


Figure 3.35 Vectors for Example Problem 3.16.

Example 3.16 Solution

$$A+>B+>C=D+>E$$

먼저 크기가 미지수인 벡터를 각 변의 마지막에 위치시킨다.

$$B+>C+>A=D+>E$$

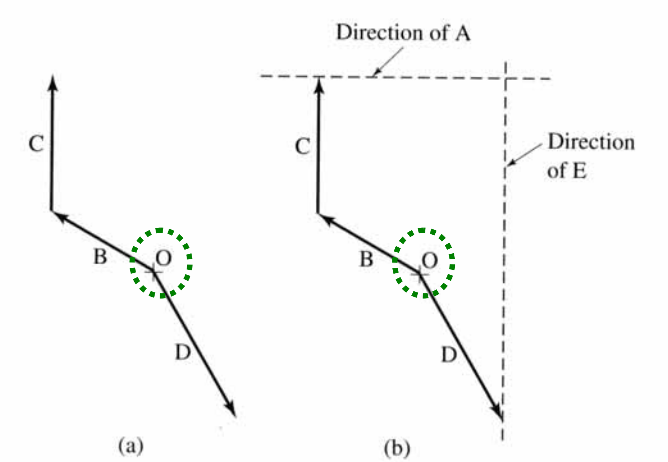
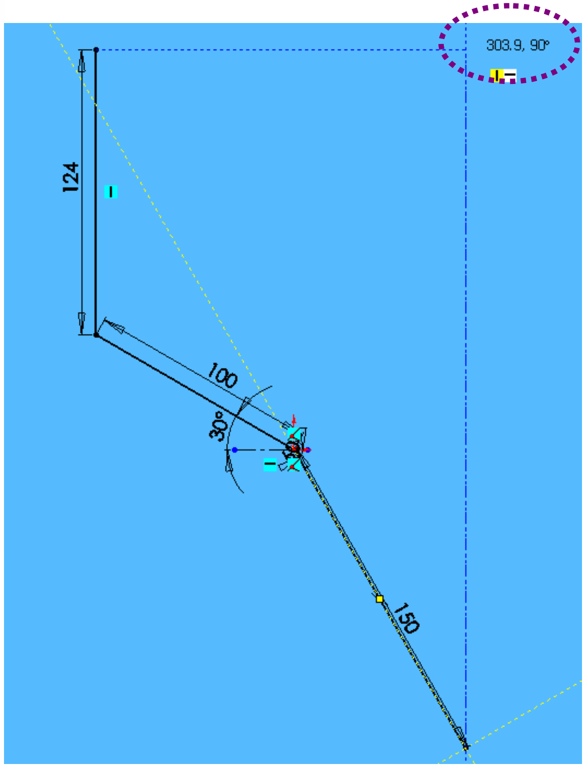
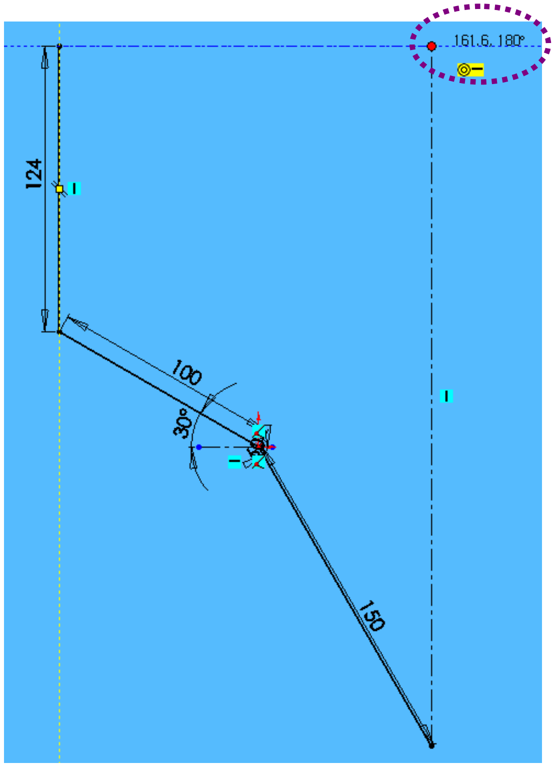


Figure 3.36 Vector diagrams for Example Problem 3.16.





예제 3.17

벡터 방정식 **A+>B->C+>D=E+>F**에서 그림 **3.37**과 같이 각 벡터의 크기 및 방향은 주어졌으나 벡터 **A**와 벡터 **D**의 크기만이 미지수이다**.** 도식적으로 두 개의 크기의 값을 구하시오**.**

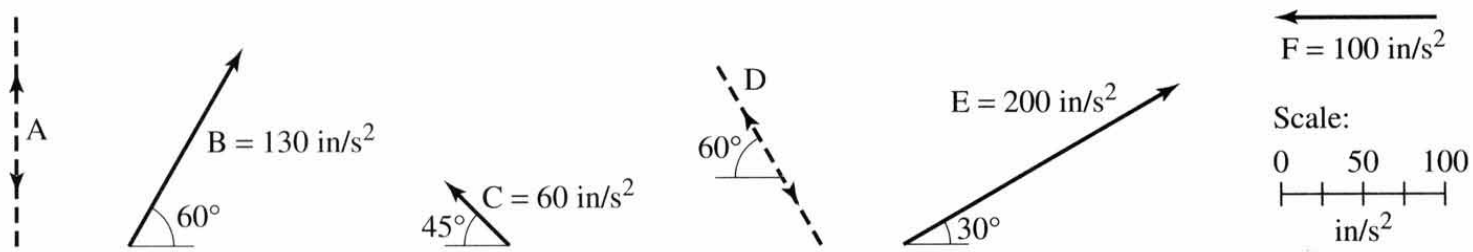


Figure 3.37 Vectors for Example Problem 3.17.

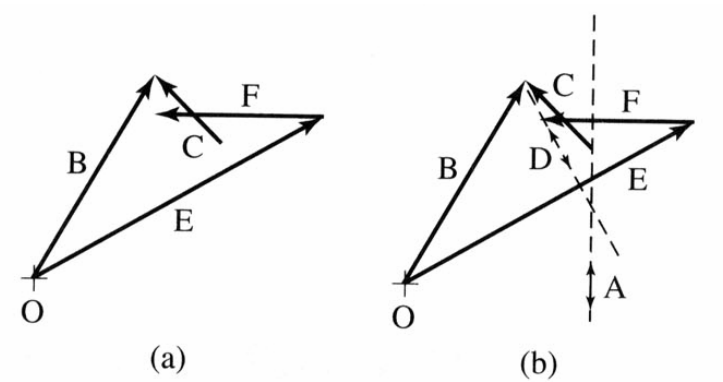
예제

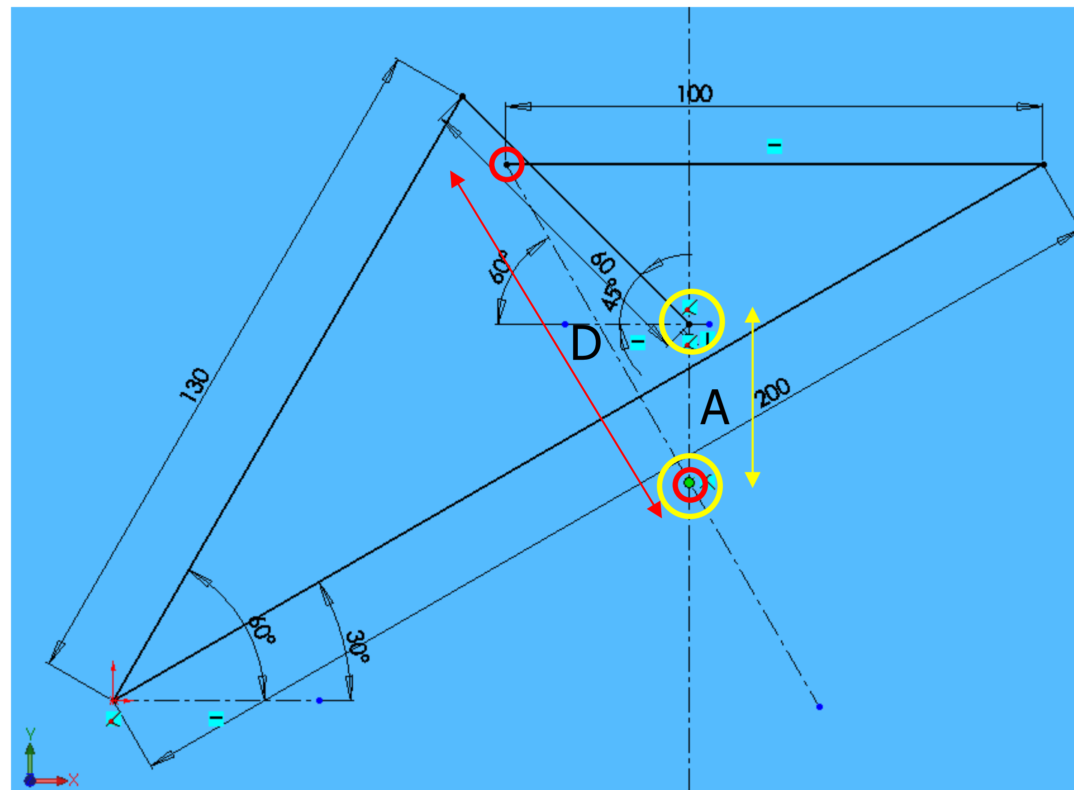
Example 3.17 Solution

$$A+ > B- > C+ > D = E+ > F$$

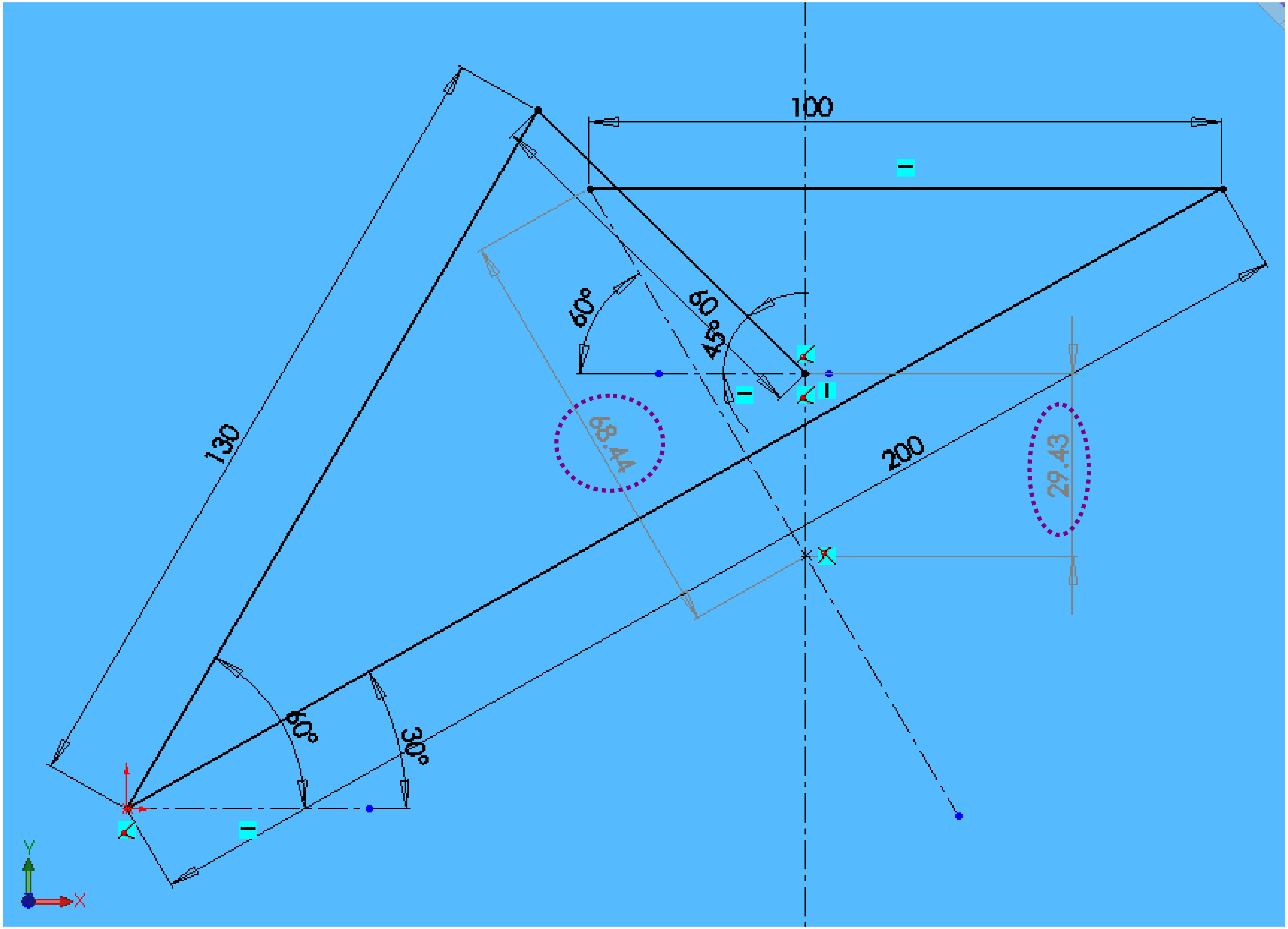
먼저 크기가 미지수인 벡터를 각 변의 마지막에 위치시킨다.

$$B- > C+ > A = E+ > F- > D$$





예제



예제 3.18

벡터 방정식 **A+>B->C+>D=E+>F**에서 그림 **3.39**와 같이 각 벡터의 크기 및 방향은 주어졌으나 벡터 **A**와 벡터 **D**의 크기만이 미지수이다**.** 해석적 방법으로 그 크기를 구하시오**.**

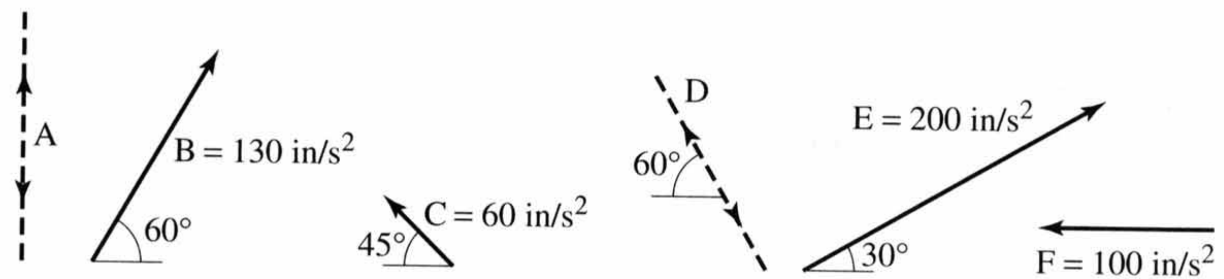


Figure 3.39 Vectors for Example Problem 3.18.

예제

Example 3.18 Solution

표 3.3

벡터	기준각도 Θ_x	h-수평성분 $F_h = F\cos\Theta_x$	v-수직성분 $F_v = F\sin\Theta_x$
A	90도	0	A
B	60도	$B_h=(130)\cos 60$ $= +65$	$B_v=(130)\sin 60$ $= +112.58$
C	135도	$C_h=(60)\cos 135$ $= -42.43$	$C_v=(60)\sin 135$ $= +42.43$
D	300도	0.5D	-0.87D
E	30도	$D_h=(200)\cos 30$ $= +173.21$	$D_v=(200)\sin 30$ $= +100$
F	180도	$D_h=(100)\cos 180$ $= -100$	$D_v=(100)\sin 180$ $= 0$

예제

● 각 가속도 벡터에 대해 오른쪽 방향의 수평성분, 위쪽 방향의 수직성분으로 분해한다.

$$A_h + B_h - C_h + D_h = E_h + F_h$$

$$A_v + B_v - C_v + D_v = E_v + F_v$$

● 주어진 벡터의 성분을 대입하면

$$(0) + (+65) - (-42.43) + (0.5D) = (+173.21) + (-100)$$

$$(A) + (+112.58) - (+42.43) + (-0.87D) = (+100) + (0)$$

● 결국 **A**와 **D**에 대한 연립 대수 방정식을 풀면 다음과 같다.

$$A = 29.4 m/s^2 \quad \angle -90^\circ$$

$$D = 68.4 m/s^2 \quad \angle 120^\circ$$

예제 **3.17**은 도식적 방법으로 푼 문제이며
예제 **3.18**은 해석적 방법으로 푼 문제이다.

→

즉, 하나의 문제에 두 가지 방법으로 접근함.