2022학년도 3월 고1 전국연합학력평가 대비 자기주도 학습자료 2회

정답 및 해설

• 수학 영역 •

1	④	2	⑤	3	③	4	④	5	③
6	⑤	7	③	8	②	9	③	10	②
11	①	12	①	13	②	14	③	15	①
16	④	17	⑤	18	②	19	⑤	20	③
21	③	22	48	23	16	24	81	25	12
26	15	27	110	28	14	29	252	30	23

해 설

1. **[출제의도] 유리수의 연산 원리를 이용하여 식의 값을 계산한다.**

$$-\frac{7}{2}\times(-3)+4\times\left(-\frac{5}{2}\right)=\frac{7\times3}{2}-4\times\frac{5}{2}$$
$$=\frac{21}{2}-10$$
$$=\frac{21}{2}-\frac{20}{2}$$
$$=\frac{1}{2}$$

2. **[출제의도] 수를 계산하여 최대공약수를 구한다.**

$2^2\times3$, $2\times3\times5$에서 공통인 소인수는 2와 3이다.
따라서 두 수 $2^2\times3$, $2\times3\times5$의 최대공약수는
두 수의 공통인 소인수 2, 3을 곱한 수이므로
최대공약수는 $2\times3=6$

3. **[출제의도] 일차부등식을 만족하는 자연수의 개수를 구한다.**

$x-5\le7$에서 $x\le7+5$이므로
$x\le12$
그러므로 이를 만족하는 자연수는
1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12
따라서 12개

4. **[출제의도] 다항식의 덧셈과 뺄셈을 하여 주어진 식을 간단히 한다.**

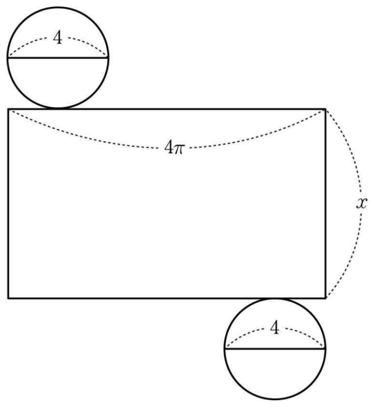
$$2(a-b)-(a-3b)=2a-2b-a+3b$$
$$=a+b$$
$$=(2x+y)+(x-2y)$$
$$=3x-y$$

5. **[출제의도] 일차함수의 그래프가 좌표축과 만나는 점의 좌표를 구한다.**

일차함수 $y=2x+6$의 그래프의 y절편은 6이다.
$y=2x+6$에 $y=0$을 대입하면
$0=2x+6$, $x=-3$
따라서 x절편과 y절편의 합은
$-3+6=3$

6. **[출제의도] 입체도형을 이해하여 원기둥의 높이를 구한다.**

원기둥의 높이를 x라 하고 원기둥의 전개도를 그리면 다음과 같다.



밑넓이는 $2\times(\pi\times2^2)=8\pi$
옆넓이는 $(2\pi\times2)\times x=4\pi x$이고
겉넓이가 38π이므로
$8\pi+4\pi x=38\pi$
$4\pi x=38\pi-8\pi=30\pi$
$x=\frac{30\pi}{4\pi}=\frac{15}{2}$
따라서 구하는 높이는 $\frac{15}{2}$이다.

7. **[출제의도] 이차함수의 그래프의 성질을 이해하여 조건을 만족시키는 값을 구한다.**

$y=x^2+2x+a$
$=(x^2+2x+1)-1+a$
$=(x+1)^2-1+a$
그러므로 $x=-1$일 때 최솟값은 $-1+a$이다.
따라서 $-1+a=4$, $a=5$

8. **[출제의도] 제곱근의 성질을 이용하여 식의 값을 계산한다.**

주어진 식에 $x=2-\sqrt{3}$을 대입하면
$x^2-4x=(2-\sqrt{3})^2-4(2-\sqrt{3})$
$=4-4\sqrt{3}+3-8+4\sqrt{3}$
$=-1$

[다른 풀이]
2를 이항하면
$x-2=-\sqrt{3}$
양변을 제곱하면
$(x-2)^2=(-\sqrt{3})^2$
$x^2-4x+4=3$
따라서 $x^2-4x=-1$

[다른 풀이]
$x^2-4x=x(x-4)$
$=(2-\sqrt{3})(2-\sqrt{3}-4)$
$=(2-\sqrt{3})(-2-\sqrt{3})$
$=(-\sqrt{3})^2-2^2$
$=-1$

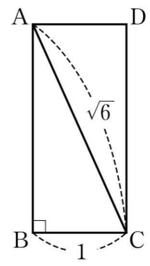
9. **[출제의도] 연립방정식의 해를 구한다.**

$$\begin{cases}2x+y=7 & \cdots\cdots ㉠\\ 3x-2y=0 & \cdots\cdots ㉡\end{cases}$$
$2\times㉠+㉡$을 하면
$7x=14$
$x=2$ ⋯⋯ ㉢
㉢을 ㉠에 대입하면
$4+y=7$
$y=3$ ⋯⋯ ㉣
따라서 ㉢, ㉣에서 $a=2$, $b=3$이므로
$a+b=2+3=5$

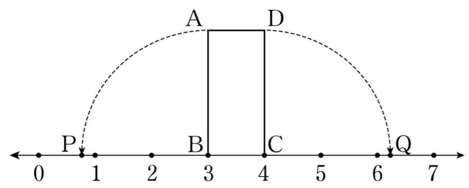
[다른 풀이]
연립방정식
$$\begin{cases}2x+y=7 & \cdots\cdots ㉠\\ 3x-2y=0 & \cdots\cdots ㉡\end{cases}$$
에서 ㉡의 등식을 변형하면
$3x=2y$, $y=\frac{3}{2}x$
$y=\frac{3}{2}x$를 ㉠에 대입하면
$2x+\frac{3}{2}x=7$
$\frac{7}{2}x=7$
$x=2$ ⋯⋯ ㉢
$x=2$를 $y=\frac{3}{2}x$에 대입하면
$y=3$ ⋯⋯ ㉣
따라서 ㉢, ㉣에서 $a=2$, $b=3$이므로
$a+b=2+3=5$

10. **[출제의도] 피타고라스 정리를 이해하여 주어진 식의 값을 구한다.**

조건에서 직사각형 ABCD의 대각선의 길이가 $\sqrt{6}$이므로 이를 그림으로 나타내면 다음과 같다.



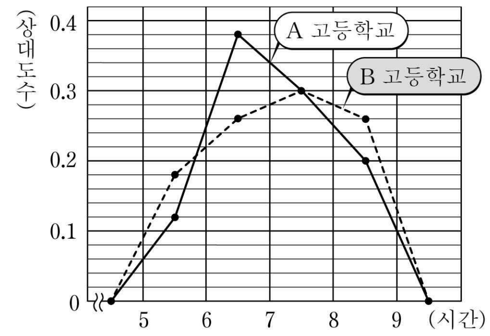
직각삼각형 ABC에서
$\overline{AC}=\sqrt{6}$, $\overline{BC}=1$이므로
피타고라스 정리에 의해
$\overline{AB}^2=\overline{AC}^2-\overline{BC}^2$
$=(\sqrt{6})^2-1^2$
$=6-1$
$=5$
따라서
$\overline{AB}=\sqrt{5}$
변 DC의 길이와 변 AB의 길이는 같으므로
$\overline{DC}=\overline{AB}=\sqrt{5}$



$\overline{BP}=\overline{BA}=\sqrt{5}$이므로
$p=3-\sqrt{5}$
$\overline{CQ}=\overline{CD}=\sqrt{5}$이므로
$q=4+\sqrt{5}$
따라서
$q-p=4+\sqrt{5}-(3-\sqrt{5})$
$=4+\sqrt{5}-3+\sqrt{5}$
$=1+2\sqrt{5}$

[다른 풀이]
위의 풀이에서 $\overline{DC}=\overline{AB}=\sqrt{5}$
$q-p$의 값은 선분 PQ의 길이와 같다.
$\overline{PQ}=\overline{PB}+\overline{BC}+\overline{CQ}$이므로
각 선분의 길이를 구하면
$\overline{PB}=\overline{AB}=\sqrt{5}$
$\overline{BC}=1$
$\overline{CQ}=\overline{CD}=\sqrt{5}$
따라서
$\overline{PQ}=\overline{PB}+\overline{BC}+\overline{CQ}$
$=\sqrt{5}+1+\sqrt{5}$
$=1+2\sqrt{5}$

11. **[출제의도] 상대도수의 그래프를 이해하여 조건을 만족시키는 값을 구한다.**



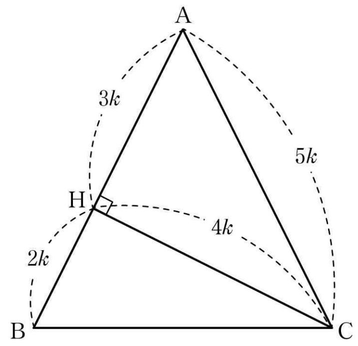
하루 평균 수면 시간이 7시간 이상 8시간 미만인 계급의 상대도수는 A 고등학교, B 고등학교 모두 0.3이고 조사한 학생 수는 각각 200, 300이므로

$a=200\times0.3=60$

$b=300\times0.3=90$

따라서 $a-b=60-90=-30$

12. [출제의도] 피타고라스 정리를 이용하여 삼각비의 값을 구한다.



삼각형 ABC에서 $\overline{AH}:\overline{HB}=3:2$이므로

양수 k에 대하여 $\overline{AH}=3k$, $\overline{HB}=2k$라 하면

$\overline{AC}=\overline{AB}=\overline{AH}+\overline{HB}=5k$

직각삼각형 AHC에서 피타고라스 정리에 의해

$\overline{AC}^2=\overline{AH}^2+\overline{HC}^2$이므로

$(5k)^2=(3k)^2+\overline{HC}^2$

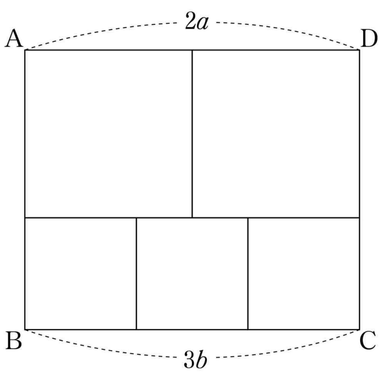
$\overline{HC}^2=(5k)^2-(3k)^2=16k^2$

$\overline{HC}=4k$

따라서 직각삼각형 BCH에서

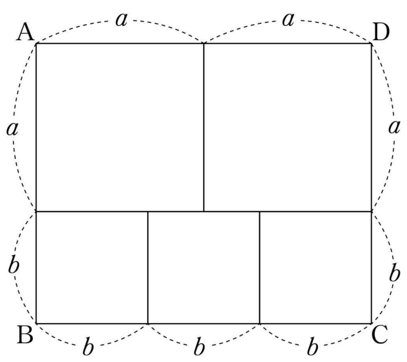
$\tan B=\dfrac{\overline{HC}}{\overline{HB}}=\dfrac{4k}{2k}=2$

13. [출제의도] 주어진 상황에 맞는 연립방정식을 세워 식의 값을 구한다.



직사각형 ABCD에서 한 변의 길이가 a인 정사각형 2개를 연결하여 만든 변 AD의 길이와 한 변의 길이가 b인 정사각형 3개를 연결하여 만든 변 BC의 길이가 같다.

따라서 $2a=3b$ …… ㉠



또 직사각형 ABCD의 둘레의 길이가 88이다.

따라서 $4a+5b=88$ …… ㉡

㉠에서 $4a=6b$를 ㉡에 대입하면

$6b+5b=88$

$11b=88$

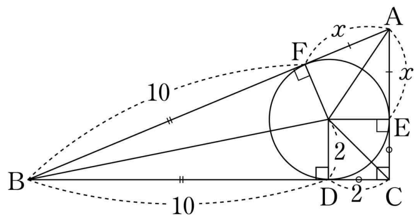
$b=8$

$b=8$을 ㉠에 대입하면

$a=12$

따라서 $a+b=12+8=20$

14. [출제의도] 삼각형의 내심과 외심의 성질을 이용하여 문제를 해결한다.



위의 그림과 같이 내접원의 중심에서 삼각형 ABC의 세 변에 내린 수선의 발을 각각 D, E, F라 하자.

$\overline{AE}=x$라 놓으면 내접원의 성질에 의해

$\overline{CD}=\overline{CE}=2$

$\overline{BD}=\overline{BF}=10$

$\overline{AF}=\overline{AE}=x$

삼각형 ABC의 내접원의 반지름의 길이가 2이므로 이것을 이용하여 삼각형의 넓이를 구하면

$\triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times2\times(\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA})$

$=\dfrac{1}{2}\times2\times\{(x+10)+12+(2+x)\}$

$=2x+24$ …… ㉠

다른 방법으로 넓이를 구하면

$\triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times\overline{BC}\times\overline{AC}$

$=\dfrac{1}{2}\times12\times(x+2)$

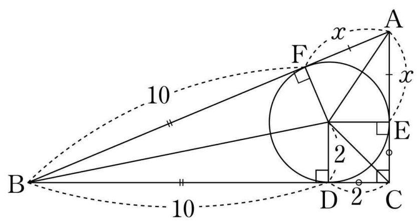
$=6x+12$ …… ㉡

㉠, ㉡이 서로 같으므로

$2x+24=6x+12$에서 $x=3$

따라서 직각삼각형 ABC의 빗변 AB의 길이는 13이다. 직각삼각형의 외심은 빗변의 중점이므로 빗변 AB는 삼각형 ABC의 외접원의 지름이다. 그러므로 직각삼각형 ABC의 외접원의 둘레의 길이는 13π이다.

[다른 풀이]



위의 그림과 같이 내접원의 중심에서 삼각형 ABC의 세 변에 내린 수선의 발을 각각 D, E, F라 하자.

$\overline{AE}=x$라 놓으면 내접원의 성질에 의해

$\overline{CD}=\overline{CE}=2$, $\overline{BD}=\overline{BF}=10$, $\overline{AF}=\overline{AE}=x$

삼각형 ABC는 직각삼각형이므로 피타고라스 정리에 의해

$\overline{AB}^2=\overline{BC}^2+\overline{CA}^2$

$(x+10)^2=12^2+(2+x)^2$

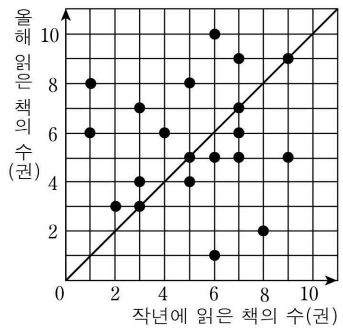
$x^2+20x+100=144+4+4x+x^2$

$16x=48$에서 $x=3$

따라서 직각삼각형 ABC의 빗변 AB의 길이는 13이다. 직각삼각형의 외심은 빗변의 중점이므로 빗변 AB는 삼각형 ABC의 외접원의 지름이다. 그러므로 직각삼각형 ABC의 외접원의 둘레의 길이는 13π이다.

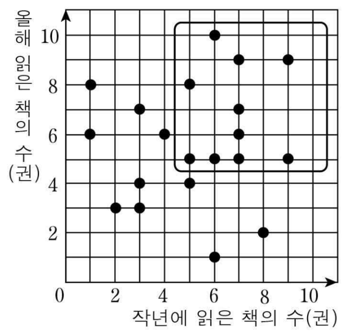
15. [출제의도] 산점도를 이해하여 상황에 맞는 값을 구한다.

작년보다 올해 책을 더 많이 읽은 학생의 수는 그림에서 대각선의 위쪽에 있는 점의 개수이므로 9이다.



그러므로 $a=9$

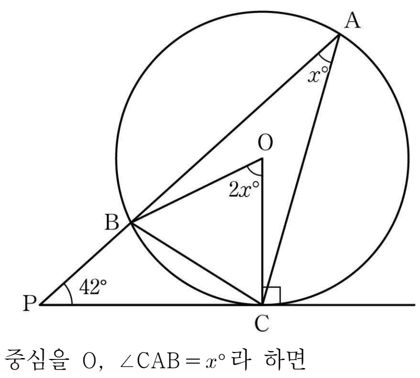
작년과 올해 해마다 5권 이상의 책을 읽은 학생의 수는 그림에서 표시한 부분과 같이 10이다.



그러므로 $b=10$

따라서 $a+b=9+10=19$

16. [출제의도] 원주각의 성질을 이용하여 각의 크기를 구한다.



원의 중심을 O, $\angle CAB=x°$라 하면

원주각의 성질에 의해

$\angle COB=2\angle CAB=2x°$

삼각형 OBC는 이등변삼각형이므로

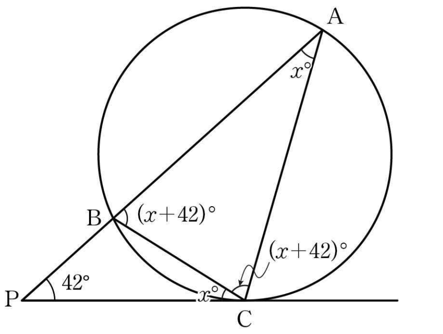
$\angle OBC=\angle OCB=\dfrac{1}{2}(180°-2x°)=90°-x°$

원의 접선은 그 접점을 한 끝점으로 하는 반지름에 수직이므로 $\overline{PC}\perp\overline{OC}$

$\angle BCP=90°-\angle OCB$

$=90°-(90°-x°)$

$=x°$



삼각형 BPC에서 한 외각의 크기는 그와 이웃하지 않는 두 내각의 크기의 합과 같으므로

$\angle ABC = (x+42)°$

삼각형 ABC는 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이므로

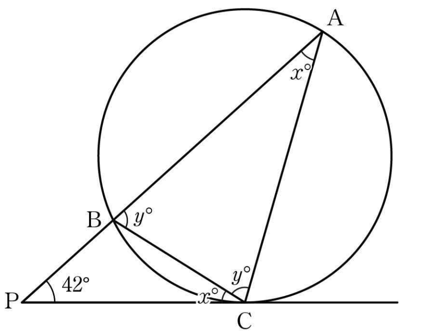
$\angle ACB = \angle ABC = (x+42)°$

삼각형 ABC의 내각의 크기의 합은 180°이므로

$x° + (x+42)° + (x+42)° = 180°$

따라서 $x° = 32°$

[다른 풀이]



$\angle CAB = x°$, $\angle ABC = y°$라 하면

위의 풀이에서 $\angle PCB = \angle CAB = x°$

삼각형 ABC는 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이므로

$\angle ACB = y°$

삼각형 ABC의 내각의 크기의 합은 180°이므로

$x° + 2y° = 180°$ …… ㉠

삼각형 APC의 내각의 크기의 합은 180°이므로

$x° + x° + y° + 42° = 180°$

$2x° + y° = 138°$ …… ㉡

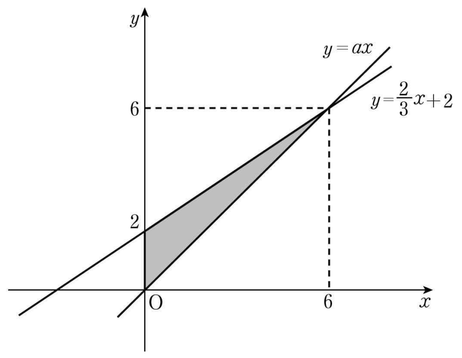
㉡×2−㉠을 하면

$3x° = 96°$

따라서 $x° = 32°$

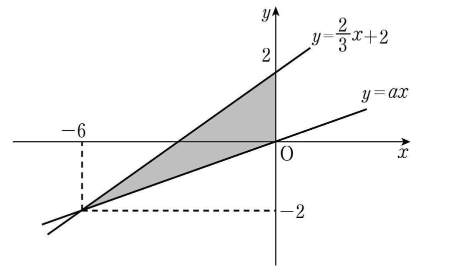
17. [출제의도] 삼각형의 넓이와 일차함수의 그래프의 성질을 이용하여 문제를 해결한다.

(i) $a > \frac{2}{3}$일 때



$y=ax$, $y=\frac{2}{3}x+2$가 제1사분면에서 만날 때 두 직선과 y축으로 둘러싸인 부분의 넓이가 6이므로 교점의 x좌표는 6이 되어야 한다. 이때, 교점의 y좌표는 6이 된다. 따라서 a의 값은 $a=\frac{6}{6}=1$이다.

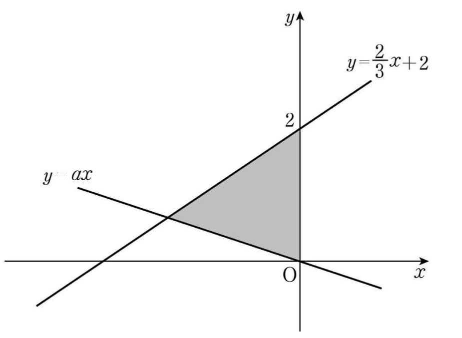
(ii) $0 < a < \frac{2}{3}$일 때



$y=ax$, $y=\frac{2}{3}x+2$가 제3사분면에서 만날 때 두 직선과 y축으로 둘러싸인 부분의 넓이가 6이므로 교점의 x좌표는 −6이 되어야 한다. 이때, 교점의 y좌표는 −2가 된다.

따라서 a의 값은 $a=\frac{-2}{-6}=\frac{1}{3}$이다.

(iii) $a \le 0$일 때



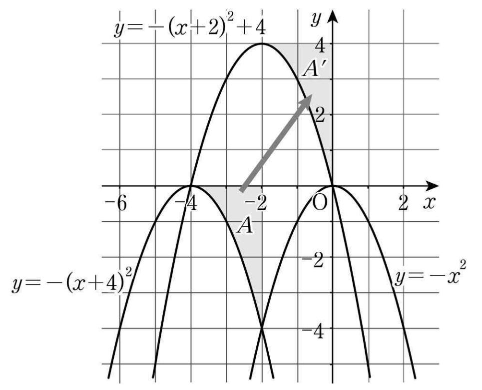
$y=ax$, $y=\frac{2}{3}x+2$와 y축으로 둘러싸인 삼각형의 넓이의 최댓값은 3이므로 주어진 조건을 만족시키지 않는다.

따라서 모든 실수 a의 값의 합은

$1+\frac{1}{3}=\frac{4}{3}$

18. [출제의도] 이차함수의 그래프를 이해하여 도형의 넓이를 구한다.

세 이차함수 $y=-x^2$, $y=-(x+2)^2+4$, $y=-(x+4)^2$은 x^2의 계수가 모두 −1이므로 세 이차함수 그래프의 폭과 모양은 서로 같다.

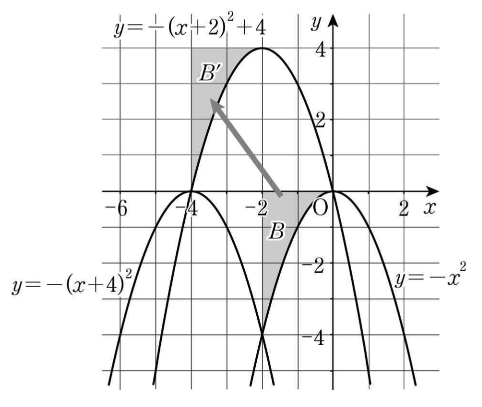


(i) $y=-(x+2)^2+4$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(-2, 4)$

$y=-(x+4)^2$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(-4, 0)$

그러므로 $y=-(x+2)^2+4$의 그래프는 $y=-(x+4)^2$의 그래프를 x축의 방향으로 2만큼, y축의 방향으로 4만큼 평행이동한 것이다.

그러므로 두 도형 A와 A'은 서로 합동이다.

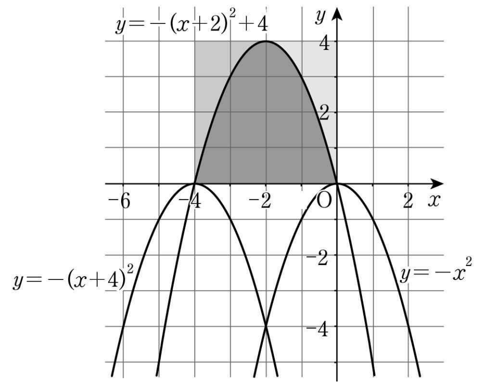


(ii) $y=-x^2$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(0, 0)$

$y=-(x+2)^2+4$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(-2, 4)$

그러므로 $y=-(x+2)^2+4$의 그래프는 $y=-x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 −2만큼, y축의 방향으로 4만큼 평행이동한 것이다.

그러므로 두 도형 B와 B'은 서로 합동이다.



따라서 그림에서 구하는 넓이는 한 변의 길이가 4인 정사각형의 넓이와 같으므로 $4 \times 4 = 16$

[참고]

이차함수 $y=ax^2$의 그래프는

① y축을 축으로 하고, 원점을 꼭짓점으로 하는 포물선이다.

② $a>0$이면 아래로 볼록하고, $a<0$이면 위로 볼록하다.

③ a의 절댓값이 클수록 그래프의 폭은 좁아진다.

④ $y=-ax^2$의 그래프와 x축에 대칭이다.

19. [출제의도] 제곱근의 값을 추측하여 조건을 만족시키는 순서쌍의 개수를 구한다.

a와 b는 두 자리 자연수이므로

$10 \le a \le 99$, $10 \le b \le 99$가 되어

$20 \le a+b \le 198$

조건 (가)에서 $a+b$는 24의 배수이므로

$a+b=24k$ (k는 자연수)라 하면

$\sqrt{a+b}=\sqrt{24k}=\sqrt{2^3 \times 3 \times k}$

이 값이 자연수가 되려면 근호 안의 수 $2^3 \times 3 \times k$가 어떤 자연수의 제곱이 되어야 한다. 2^3과 3은 지수가 홀수이므로 $k=6n^2$ (n은 자연수)이다.

i) $n=1$일 때

$a+b=24 \times 6=144$이고 a, b는 두 자리의 자연수이므로

$a=99$일 때, $b=45$

$a=98$일 때, $b=46$

…

$a=45$일 때, $b=99$

ii) $n=2$일 때

$a+b=24 \times 24=576$이므로 가능한 a, b의 값은 없다.

마찬가지 방법으로 $n \ge 3$일 때 가능한 a, b의 값은 없다. 따라서 조건을 만족시키는 모든 순서쌍 (a, b)는 $(99, 45)$, $(98, 46)$, $\cdots$, $(45, 99)$ 이므로 55개다.

20. [출제의도] 경우의 수를 구하여 주어진 조건을 만족시키는 수의 합을 추론한다.

세 가지 경우로 나누어 구한다.

(i) B와 C가 모두 당번을 하는 경우

A, B, C 세 명이 당번을 하므로

당번을 정하는 방법은

(A, B, C), (A, C, B), (B, A, C),

(B, C, A), (C, A, B), (C, B, A)의 6가지이다.

그러므로 당번을 정하는 경우의 수는 $\boxed{6}$이다.

(ii) B는 당번을 하고 C는 당번을 하지 않는 경우

A, B가 당번을 하고, C는 당번을 하지 않으므로

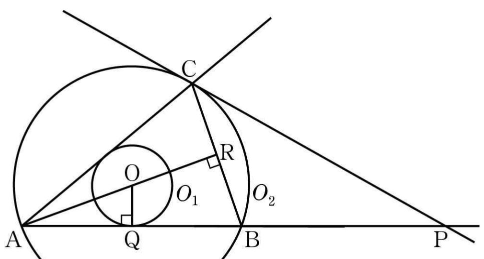
A, B, D 또는 A, B, E 세 명이 당번을 하므로

당번을 정하는 방법은
(A, B, D), (A, D, B), (B, A, D),
(B, D, A), (D, A, B), (D, B, A),
(A, B, E), (A, E, B), (B, A, E),
(B, E, A), (E, A, B), (E, B, A)의 12가지이다.
그러므로 당번을 정하는 경우의 수는 $\boxed{12}$ 이다.

(iii) C는 당번을 하고 B는 당번을 하지 않는 경우
A, C가 당번을 하고, B는 당번을 하지 않으므로 A, C, D 또는 A, C, E 세 명이 당번을 하므로 당번을 정하는 방법은
(A, C, D), (A, D, C), (C, A, D),
(C, D, A), (D, A, C), (D, C, A),
(A, C, E), (A, E, C), (C, A, E),
(C, E, A), (E, A, C), (E, C, A)의 12가지이다.
그러므로 당번을 정하는 경우의 수는 12이다.

(i), (ii), (iii)에 의하여 당번을 정하는 경우의 수는 $\boxed{30}$ 이다.
따라서 $a=6$, $b=12$, $c=30$에서 $a+b+c=48$

21. [출제의도] 원의 성질을 이용하여 주어진 <보기>의 참, 거짓을 추론하여 판별한다.



ㄱ. 그림과 같이 직선 AB가 원 O_1과 접하는 점을 Q라 하면
직각삼각형 OAQ에서 선분 AQ의 길이는

$\overline{AQ}^2=\overline{OA}^2-\overline{OQ}^2$
$=3^2-1^2$
$=8$

$\overline{AQ}=2\sqrt{2}$
원의 중심 O에서 현 AB에 내린 수선은 그 현을 이등분하므로 점 Q는 현 AB의 중점이다.
따라서 $\overline{AB}=2\overline{AQ}=4\sqrt{2}$ (참)

ㄴ. 점 A에서 현 BC에 내린 수선의 발을 R라 하면 선분 AR는 원의 중심 O를 지난다.
삼각형 ABC는 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이고
선분 AR는 변 BC를 이등분하므로
$\overline{BR}=\overline{RC}$
삼각형 AQO와 삼각형 ARB에서
$\angle OQA=\angle BRA=90°$이고
$\angle OAQ$는 공통이므로
두 삼각형 AQO와 ARB는 서로 닮음이다.
조건에 의해
$\overline{AO}:\overline{OQ}=3:1=\overline{AB}:\overline{BR}$
$\overline{AB}=\overline{AC}$, $\overline{CB}=2\overline{BR}$이므로
$\overline{AC}:\overline{CB}=3:2$이다.
삼각형 ACP와 삼각형 CBP에서
원주각의 성질에 의해
$\angle CAP=\angle BCP$
$\angle BPC$는 공통이므로
두 삼각형 ACP와 CBP는 서로 닮음이다.
따라서
$\overline{AP}:\overline{CP}=\overline{AC}:\overline{CB}=3:2$ (거짓)

ㄷ. $\overline{BP}=x$라 하면
$\overline{AP}=4\sqrt{2}+x$
두 삼각형 ACP와 CBP는 서로 닮음이므로
$\overline{CP}:\overline{AC}=\overline{BP}:\overline{CB}$
$\overline{CP}:4\sqrt{2}=x:\dfrac{8\sqrt{2}}{3}$에서
$\overline{CP}=\dfrac{3}{2}x$
ㄴ에서 $\overline{AP}:\overline{CP}=3:2$이므로
$(4\sqrt{2}+x):\dfrac{3}{2}x=3:2$
$8\sqrt{2}+2x=\dfrac{9}{2}x$
$x=\dfrac{16\sqrt{2}}{5}$
따라서 $\overline{BP}=\dfrac{16\sqrt{2}}{5}$ (참)
그러므로 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이다.

22. [출제의도] 거듭제곱의 뜻을 알고 식의 값을 계산한다.

$9^2\times(2^2)^2\div3^3=(3^2)^2\times(2^2)^2\div3^3$
$=3^4\times2^4\div3^3$
$=2^4\times3^4\div3^3$
$=16\times3$
$=48$

[참고]
m, n이 자연수일 때,
① $a^m\times a^n=a^{m+n}$
② $(a^m)^n=a^{mn}$
③ $a\neq0$일 때,
$m>n$이면 $a^m\div a^n=a^{m-n}$
$m=n$이면 $a^m\div a^n=1$
$m<n$이면 $a^m\div a^n=\dfrac{1}{a^{n-m}}$
④ $(ab)^m=a^mb^m$, $\left(\dfrac{a}{b}\right)^m=\dfrac{a^m}{b^m}$ $(b\neq0)$

23. [출제의도] 이차방정식이 중근을 갖도록 하는 상수의 값을 계산한다.

이차방정식 $x^2-8x+a=0$이 중근을 가지려면
이차식 x^2-8x+a가 완전제곱식이 되어야 한다.
$x^2-8x+a=(x-4)^2-16+a$
즉, $-16+a=0$
따라서 구하는 값은
$a=16$

24. [출제의도] 순환소수의 표현을 이해하여 조건을 만족시키는 값을 구한다.

분수 $\dfrac{15}{22}$를 소수로 나타내면
$\dfrac{15}{22}=15\div22$
$=0.681818181\cdots$
$=0.6\dot{8}\dot{1}$
따라서 $a=8$, $b=1$이므로 구하는 값은
$10a+b=10\times8+1=81$

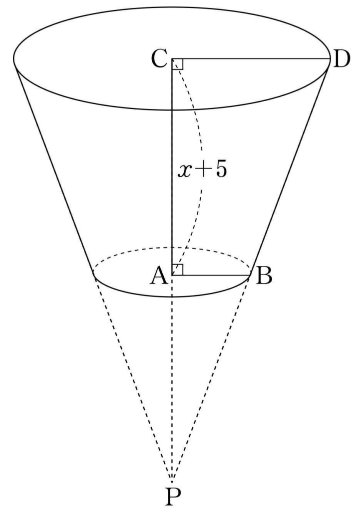
[다른 풀이]
$x=\dfrac{15}{22}$라 하면
$\dfrac{15}{22}=0.6\dot{a}\dot{b}$이므로
$1000x-10x=600+10a+b-6$
$990x=600+10a+b-6$
x에 $\dfrac{15}{22}$를 대입하면
$675=600+10a+b-6$
$10a+b=81$

[참고]
$0.6\dot{a}\dot{b}=\dfrac{6\times100+a\times10+b-6}{990}$
$\dfrac{15}{22}=0.6\dot{a}\dot{b}$이므로
$\dfrac{6\times100+a\times10+b-6}{990}=\dfrac{15}{22}$
이 식을 정리하면
$6\times100+a\times10+b=681$
따라서 구하는 값은
$10a+b=10\times8+1$
$=81$

25. [출제의도] 함수의 그래프의 성질과 선분의 길이를 이용하여 주어진 값을 구한다.

점 B는 함수 $y=-\dfrac{a}{x}$의 그래프 위의 점이므로 점 B의 x좌표와 y좌표는 방정식 $y=-\dfrac{a}{x}$를 만족시킨다.
조건에서 점 A(3, 4)를 지나고 y축에 평행한 직선이 함수 $y=-\dfrac{a}{x}$의 그래프와 만나는 점이 B이므로 점 B의 x좌표는 3이다.
$x=3$을 $y=-\dfrac{a}{x}$에 대입하면
점 B의 y좌표는 $y=-\dfrac{a}{3}$
따라서 선분 AB의 길이는
$4-\left(-\dfrac{a}{3}\right)=4+\dfrac{a}{3}$
조건에서 $\overline{AB}=8$이므로
$4+\dfrac{a}{3}=8$, $\dfrac{a}{3}=4$
따라서 구하는 값은 $a=12$

26. [출제의도] 삼각형의 닮음과 이차방정식을 이용하여 원뿔대의 높이를 구한다.



주어진 원뿔대의 두 밑면의 넓이가 각각 $4x$, x이므로 넓이의 비는 $4:1$이다. 그러므로
$\overline{CD}^2:\overline{AB}^2=4:1$에서
$\overline{CD}:\overline{AB}=2:1$
$\overline{CD}:\overline{AB}=\overline{PC}:\overline{PA}$이므로
$\overline{PC}:\overline{PA}=2:1$
따라서 $\overline{PA}=\overline{AC}=x+5$
(원뿔의 부피)$=\dfrac{1}{3}\times$(밑면의 넓이)$\times$(높이)이고 원뿔대의 부피는 원뿔의 부피에서 원뿔을 밑면에 평행한 평면으로 잘라서 생기는 두 입체도형 중에서 원뿔의 부피를 빼면 되므로
$\dfrac{1}{3}\times4x\times(2x+10)-\dfrac{1}{3}\times x\times(x+5)=700$
$\dfrac{4}{3}x(2x+10)-\dfrac{1}{3}x(x+5)=700$
양변에 3을 곱하면
$4x(2x+10)-x(x+5)=2100$
$8x^2+40x-x^2-5x=2100$
$7x^2+35x-2100=0$
$x^2+5x-300=0$
$(x+20)(x-15)=0$
$x=-20$ 또는 $x=15$
$x>0$이므로 $x=15$

27. [출제의도] 연립방정식을 이용하여 조건을 만족시키는 자료를 완성하고 그 분산을 구한다.

받은 점수(점)	학생 수(명)
2	1
4	a
6	b
8	1
합계	6

모두 6명의 학생이 15번의 시합에서 받은 점수의 총합은 $15\times2=30$이므로

$$(\text{평균})=\frac{(\text{받은 점수})\text{의 총합}}{(\text{도수})\text{의 총합}}=\frac{30}{6}=5(\text{점})$$

학생 수는 모두 6명이므로

$1+a+b+1=6$

$a+b=4$ …… ㉠

학생들이 받은 점수를 모두 더하면

$(2\times1)+(4\times a)+(6\times b)+(8\times1)=30$

$2a+3b=10$ …… ㉡

㉠에서 $b=4-a$를 ㉡에 대입하면

$2a+3(4-a)=10$

$a=2,\ b=2$

받은 점수에 대한 편차와 편차의 제곱을 구하여 표로 나타내면 다음과 같다.

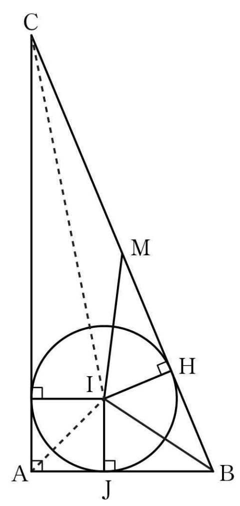
받은 점수(점)	도수(명)	편차	$(\text{편차})^2\times(\text{도수})$
2	1	-3	$(-3)^2\times1=9$
4	2	-1	$(-1)^2\times2=2$
6	2	1	$1^2\times2=2$
8	1	3	$3^2\times1=9$
합계	6	0	22

분산 V는

$$V=\frac{\{(\text{편차})^2\times(\text{도수})\}\text{의 총합}}{(\text{도수})\text{의 총합}}=\frac{9+2+2+9}{6}=\frac{11}{3}$$

따라서 $30V=110$

28. [출제의도] 삼각형의 내심의 성질을 이해하고 조건을 만족시키는 값을 구한다.



삼각형 ABC의 내접원의 반지름의 길이를 r라 하면 삼각형 ABC의 넓이는

$\frac{1}{2}\times\overline{AB}\times\overline{AC}=\frac{1}{2}r(\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA})$

$\frac{1}{2}\times10\times24=\frac{1}{2}r(10+26+24)$

$r=4$

점 I에서 변 AB에 내린 수선의 발을 J라 하면

두 삼각형 BIH와 BIJ에서

$\overline{IH}=\overline{IJ}$, $\overline{BI}$는 공통, $\angle H=\angle J=90°$이므로

$\triangle BIH\equiv\triangle BIJ$

$\overline{BH}=\overline{BJ}=\overline{AB}-\overline{AJ}=10-4=6$

$\overline{BM}=\frac{1}{2}\overline{BC}=13$

$\overline{MH}=\overline{BM}-\overline{BH}=13-6=7$

따라서 삼각형 IHM의 넓이는

$\frac{1}{2}\times\overline{MH}\times\overline{IH}=\frac{1}{2}\times7\times4=14$

[다른 풀이]

위의 풀이에서 $r=4$이고 $\triangle BIH\equiv\triangle BIJ$

$\overline{JB}=\overline{AB}-\overline{AJ}=10-4=6$

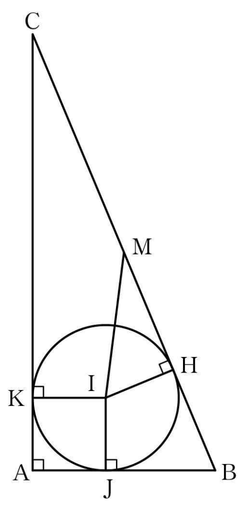
그러므로 삼각형 BIJ의 넓이는

$\frac{1}{2}\times\overline{JB}\times\overline{IJ}=\frac{1}{2}\times6\times4=12$

따라서 삼각형 IHM의 넓이는

$\triangle BIM-\triangle BIH=\triangle BIM-\triangle BIJ=\frac{1}{2}\times13\times4-12=14$

[다른 풀이]



위의 풀이에서 $r=4$

점 I에서 변 AB, 변 AC에 내린 수선의 발을 각각 J, K라 하고 $\overline{HM}=x$라 하면

$\overline{AJ}=\overline{AK}=4$이므로 $\overline{CK}=20$, $\overline{CH}=13+x$

$\overline{CK}=\overline{CH}$이므로 $20=13+x$에서 $x=7$

따라서 삼각형 IHM의 넓이는

$\frac{1}{2}\times\overline{MH}\times\overline{IH}=\frac{1}{2}\times7\times4=14$

29. [출제의도] 대푯값의 뜻을 이해하여 조건을 만족시키는 자료를 추측하고 그 분산을 구한다.

9개의 자료를 작은 수부터 순서대로

$a,\ b,\ c,\ d,\ e,\ f,\ g,\ h,\ i$

라 하자.

조건 (가)에서 주사위의 모든 눈이 적어도 한 번씩 나왔고, 자료를 크기순으로 배열하였으므로 첫 번째 수 a는 1이고 마지막 수 i는 6이다.

따라서 $a=1,\ i=6$

조건 (나)에서 중앙값이 4이므로 다섯 번째 수 e는 4이다.

이때 $a=1,\ e=4$이므로 $b,\ c,\ d$는 1, 2, 3, 4 중 어느 하나이고 조건에 의해 1, 2, 3, 4 중 하나의 수는 두 번 나와야 한다.

이 수를 $k\ (1\le k\le4)$라 하자.

k가 두 번 나오고 조건 (나)에서 최빈값은 6뿐이므로 6은 세 번 이상 나와야 한다.

따라서

$g=6,\ h=6,\ i=6$

이고, $e=4$이므로 조건 (가)에 의하여

$f=5$

그러므로 9개의 자료는 다음과 같다.

$k\ (1\le k\le4),\ 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 6,\ 6$

(나)에서 평균이 4이므로

$\frac{k+1+2+3+4+5+6+6+6}{9}=4$

$k+33=36$

$k=3$

따라서 9개의 자료는

$1,\ 2,\ 3,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 6,\ 6$

이고 이 자료의 평균이 4이므로 편차는 차례로

$-3,\ -2,\ -1,\ -1,\ 0,\ 1,\ 2,\ 2,\ 2$

이다. 그러므로 분산 V는

$$V=\frac{(-3)^2+(-2)^2+(-1)^2+(-1)^2+0^2+1^2+2^2+2^2+2^2}{9}=\frac{28}{9}$$

따라서 $81V=81\times\frac{28}{9}=252$

[다른풀이]

조건 (가)에서 주사위의 모든 눈이 적어도 한 번씩 나왔으므로 9개의 자료를

$1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ a,\ b,\ c\ (a\le b\le c)$

라 하자.

조건 (나)에서 중앙값이 4이므로 다섯 번째 수가 4이다.

따라서 $a\le4$이므로 1, 2, 3, 4 중에서 하나의 수는 두 번 나온다. 그런데 최빈값이 6뿐이므로 6은 3번 이상 나와야 한다.

따라서 $b=c=6$

주어진 자료의 평균이 4이므로 자료의 편차를 나열하면

$-3,\ -2,\ -1,\ 0,\ 1,\ 2,\ a-4,\ 2,\ 2$

이다. 편차의 합이 0이므로

$(-3)+(-2)+(-1)+0+1+2+(a-4)+2+2=0$

$a=3$

편차를 다시 쓰면

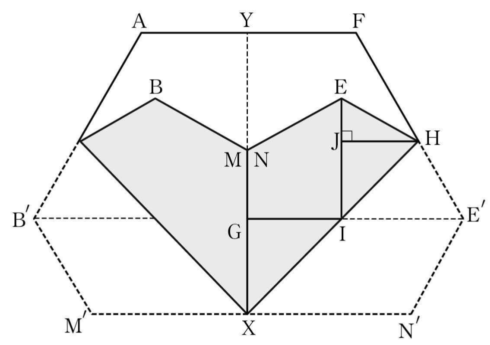
$-3,\ -2,\ -1,\ 0,\ 1,\ 2,\ -1,\ 2,\ 2$

분산 V는

$$V=\frac{(-3)^2+(-2)^2+(-1)^2+0^2+1^2+2^2+(-1)^2+2^2+2^2}{9}=\frac{28}{9}$$

따라서 $81V=81\times\frac{28}{9}=252$

30. [출제의도] 도형의 성질과 삼각비를 이용하여 실생활 문제를 해결한다.



그림에서 $\overline{B'E'}$과 $\overline{XH}$가 만나는 점을 I라 하면

$\overline{NX}\,/\!/\,\overline{EI}$이므로 사각형 NXIE는 사다리꼴이다.

$\overline{B'E'}\,/\!/\,\overline{M'N'}$이므로

$\angle GXI=\angle GIX=45°$

$\triangle GXI$는 $\overline{GX}=\overline{GI}$인 이등변삼각형이다.

$2\overline{GX}=\overline{GY}$, $\overline{GY}=2\sqrt{3}$이므로

$\overline{GX}=\overline{GI}=\sqrt{3}$

$\overline{IE}=\overline{IE'}=\overline{GE'}-\overline{GI}=4-\sqrt{3}$

$\overline{M'N'}=\frac{1}{2}\times(\overline{B'E'}+\overline{AF})$이므로

$\overline{M'N'}=6$이다.

$\overline{NX}=\overline{N'X}=\frac{1}{2}\overline{M'N'}=3$이므로

사다리꼴 NXIE의 넓이는

$\frac{1}{2}\times\{3+(4-\sqrt{3})\}\times\sqrt{3}=\frac{-3+7\sqrt{3}}{2}$ …… ㉠

$\angle EIE'=90°$이므로 $\angle EIH=45°$이다.

점 H에서 $\overline{EI}$에 내린 수선의 발을 J라 하면

$\angle HE'I=\angle HEJ=60°$

$\overline{HJ}=h$라 하면

$\overline{EJ}=\frac{h}{\tan60°}$, $\overline{JI}=\frac{h}{\tan45°}$

$\overline{EI}=\overline{EJ}+\overline{JI}=4-\sqrt{3}$ 이므로

$h\times\left(\frac{1}{\tan 60°}+\frac{1}{\tan 45°}\right)=4-\sqrt{3}$

$h=\frac{15-7\sqrt{3}}{2}$

삼각형 EIH의 넓이는

$\frac{1}{2}\times(4-\sqrt{3})\times\left(\frac{15-7\sqrt{3}}{2}\right)=\frac{81-43\sqrt{3}}{4}$ …… ㉡

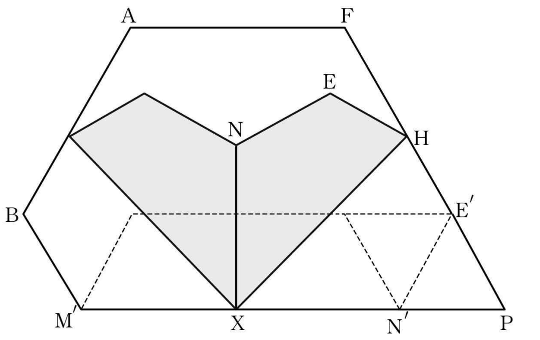
㉠, ㉡에서 구하는 넓이는

$2\times\left\{\left(\frac{-3+7\sqrt{3}}{2}\right)+\left(\frac{81-43\sqrt{3}}{4}\right)\right\}=\frac{75}{2}-\frac{29}{2}\sqrt{3}$

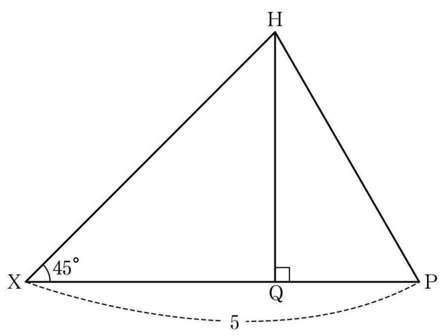
$a=\frac{75}{2}$, $b=-\frac{29}{2}$ 이므로

$a+b=\frac{75}{2}+\left(-\frac{29}{2}\right)=23$

[다른 풀이]



그림에서 두 사각형 XNEH와 XN′E′H는 합동이다.
$\overline{FE'}$의 연장선과 $\overline{M'N'}$의 연장선이 만나는 점을 P라 하면 삼각형 E′N′P는 한 변의 길이가 2인 정삼각형이고 그 넓이는 $\frac{1}{2}\times2\times\sqrt{3}=\sqrt{3}$ 이다.



점 H에서 $\overline{XP}$에 내린 수선의 발을 Q라 하고 $\overline{QP}=x$라 하자.
직각삼각형 HQP에서
$\angle HPQ=60°$ 이므로 $\overline{HQ}=\sqrt{3}x$
직각삼각형 HXQ에서 $\angle HXQ=45°$ 이므로
$\overline{XQ}=\overline{HQ}=\sqrt{3}x$
$\overline{XP}=\overline{XQ}+\overline{QP}=x+\sqrt{3}x=5$ 이므로

$x=\frac{5}{\sqrt{3}+1}=\frac{5(\sqrt{3}-1)}{2}$

삼각형 HXP의 넓이는

$\frac{1}{2}\times\overline{XP}\times\overline{HQ}=\frac{1}{2}\times5\times\sqrt{3}x$

$=\frac{5\sqrt{3}}{2}x$

$=\frac{5\sqrt{3}}{2}\times\frac{5(\sqrt{3}-1)}{2}$

$=\frac{75-25\sqrt{3}}{4}$

사각형 XN′E′H의 넓이는 삼각형 HXP의 넓이에서 삼각형 E′N′P의 넓이를 뺀 것과 같으므로

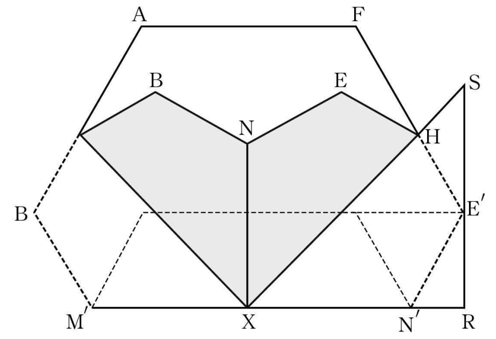
$\frac{75-25\sqrt{3}}{4}-\sqrt{3}=\frac{75-29\sqrt{3}}{4}$

그러므로 구하는 도형의 넓이는

$2\times\frac{75-29\sqrt{3}}{4}=\frac{75}{2}-\frac{29}{2}\sqrt{3}$

따라서 $a=\frac{75}{2}$, $b=-\frac{29}{2}$ 이므로 $a+b=23$

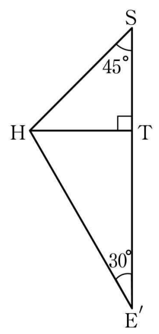
[다른 풀이]



그림에서 두 사각형 XNEH와 XN′E′H는 합동이다.
점 E′을 지나고 직선 XN에 평행한 직선이 $\overline{XN'}$의 연장선과 만나는 점을 R, $\overline{XH}$의 연장선과 만나는 점을 S라 하자.
직각삼각형 XRS에서 $\angle SXR=45°$, $\overline{XR}=4$ 이므로
삼각형 XRS의 넓이는 $\frac{1}{2}\times4\times4=8$
직각삼각형 N′RE′에서
$\overline{N'R}=\overline{XR}-\overline{XN'}=4-3=1$, $\overline{RE'}=\sqrt{3}$ 이므로
삼각형 N′RE′의 넓이는

$\frac{1}{2}\times1\times\sqrt{3}=\frac{\sqrt{3}}{2}$

삼각형 HE′S에서 $\angle HSE'=45°$, $\angle HE'S=30°$ 이므로 $\angle SHE'=105°$ 이다.
삼각형 HE′S를 그리면 다음과 같다.



점 H에서 변 SE′에 내린 수선의 발을 T라 하고 $\overline{ST}=x$라 하자.
직각삼각형 SHT에서 $\angle HST=45°$ 이므로
$\overline{HT}=x$
직각삼각형 HE′T에서 $\angle HE'T=30°$ 이므로
$\overline{E'T}=\sqrt{3}x$
한편 $\overline{SE'}=\overline{SR}-\overline{RE'}=4-\sqrt{3}$ 이고
$\overline{SE'}=\overline{ST}+\overline{TE'}=x+\sqrt{3}x$ 이므로
$x+\sqrt{3}x=4-\sqrt{3}$

$x=\frac{4-\sqrt{3}}{\sqrt{3}+1}=\frac{5\sqrt{3}-7}{2}$

삼각형 HE′S의 넓이는

$\frac{1}{2}\times\overline{SE'}\times\overline{HT}=\frac{1}{2}\times(4-\sqrt{3})\times\frac{5\sqrt{3}-7}{2}$

$=\frac{27\sqrt{3}-43}{4}$

사각형 XN′E′H의 넓이는 삼각형 XRS의 넓이에서 두 삼각형 N′RE′과 HE′S의 넓이를 뺀 것과 같다.
XN′E′H의 넓이는

$8-\left(\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{27\sqrt{3}-43}{4}\right)=\frac{75-29\sqrt{3}}{4}$

그러므로 구하는 도형의 넓이는

$2\times\frac{75-29\sqrt{3}}{4}=\frac{75}{2}-\frac{29}{2}\sqrt{3}$

따라서 $a=\frac{75}{2}$, $b=-\frac{29}{2}$ 이므로 $a+b=23$