

## 01장 기본 도형과 위치 관계

기하학 배터

### 01 점, 선, 면

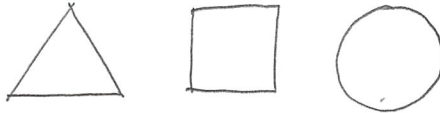
⇒ 공간도형

미재판다 ⇒ 수학의 수학

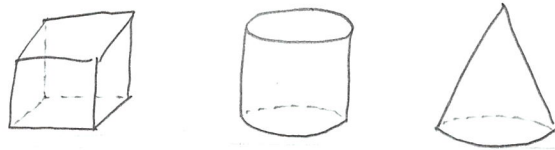
(1) 도형의 기본 요소 : 점, 선, 면

(2) 도형

① 평면도형 : 한 평면 위에 있는 도형

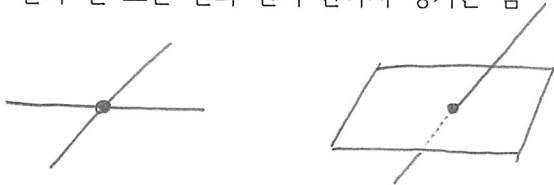


② 공간도형 : 한 평면 위에 있지 않은 도형

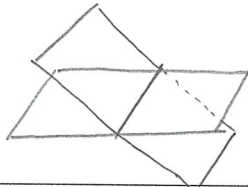


(3) 교점과 교선

① 교점 : 선과 선 또는 선과 면이 만나서 생기는 점



※ ② 교선 : 면과 면이 만나서 생기는 선



### 02 직선, 반직선, 선분

(1) 직선의 결정 조건

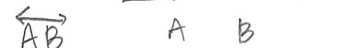
① 한 점을 지나는 직선은 무수히 많다.

② 서로 다른 두 점을 지나는 직선은 한 직선 하나 뿐이다.

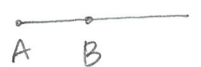


(2) 직선, 반직선, 선분

① 직선 AB : 두 점 A, B를 지나 양쪽으로 한없이 곧게 뻗은 선



② 반직선 AB : 점 A에서 시작하여 점 B 방향으로 곧게 뻗은 직선의 부분



③ 선분 AB : 점 A에서 점 B까지만 연결한 직선의 부분

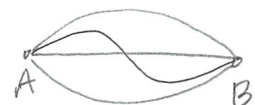


(3) 두 점 사이의 거리

① 두 점 A, B를 양 끝 점으로 갖는 선 중에서 가장 짧은 것인 선분 AB의 길이

② 선분 AB의 중점 : 선분 AB를 이등분하는 점 M

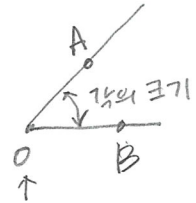
$$\overline{AM} = \frac{1}{2} \overline{AB}$$



03 각

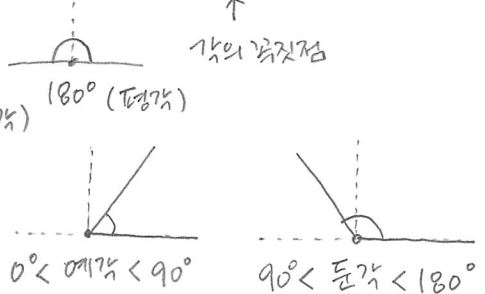
(1) 각

- ① **각** AOB : 두 반직선 OA, OB로 이루어진 도형  $\angle AOB$
- ②  $\angle AOB$ 의 크기 : 꼭짓점 O를 중심으로  $\overrightarrow{OB}$ 를  $\overrightarrow{OA}$ 까지 회전한 양



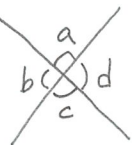
(2) 각의 분류

- ① **평각** ( $180^\circ$ ) : 각의 두 변이 한 직선을 이루는 각
- ② **직각** ( $90^\circ$ ) : 평각 크기의  $\frac{1}{2}$ 인 각
- ③ **예각** : 크기가  $0^\circ$ 보다 크고  $90^\circ$ 보다 작은 각
- ④ **둔각** : 크기가  $90^\circ$ 보다 크고  $180^\circ$ 보다 작은 각



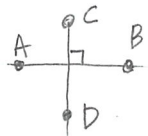
(3) 교각과 맞꼭지각

- ① **교각** : 두 직선이 한 점에서 만날 때 생기는 네 개의 각  $\angle a, \angle b, \angle c, \angle d$
- ② **맞꼭지각** : 두 직선이 한 점에서 만날 때 서로 마주보는 두 각
- ③ 맞꼭지각의 크기는 서로 같다.  $\angle a = \angle c, \angle b = \angle d$

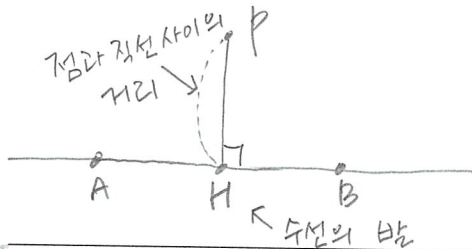


(4) 직교

- ① 두 선분 AB와 CD의 교각이 직각일 때, 두 선분은 서로 **직교**한다 또는 서로 **수직**이라고 한다.  $\overline{AB} \perp \overline{CD}$
- ② 두 직선이 서로 직교할 때, 한 직선을 다른 직선의 **수선**이라 한다.
- ③ 직선 AB 위에 있지 않는 한 점 P에서 직선 AB에 그은 수선과 직선 AB와의 교점 H를 **수선의 발**이라 한다.



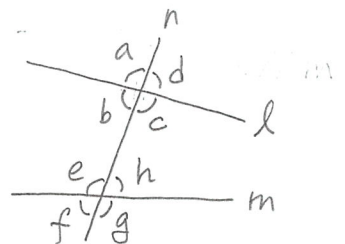
※ ④ 점과 직선 사이의 거리  $\leftarrow$  **최단거리**



04 평행선의 성질

(1) 동위각과 엇각  $\xrightarrow{4\text{쌍}} \angle a \text{와 } \angle e, \angle b \text{와 } \angle f, \angle c \text{와 } \angle g$

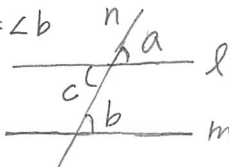
- ① **동위각** : 서로 같은 위치에 있는 두 각  $\angle d \text{와 } \angle h$
- ② **엇각** : 서로 엇갈린 위치에 있는 두 각



※ (2) 평행선의 성질  $\xrightarrow{2\text{쌍}}$

평행한 두 직선이 한 직선과 만날 때,  $\angle b \text{와 } \angle h, \angle c \text{와 } \angle e \leftarrow$  내쪽에 있는 각에 대해 정의

- ① 동위각의 크기는 서로 같다.  $\angle a = \angle b$
- ② 엇각의 크기는 서로 같다.  $\angle b = \angle c$





05 위치 관계

(1) 두 직선의 위치 관계

평면

공간

$l = m$

① 일치 한다

$l \parallel m$

② 한 점에서 만난다 ③ 평행 하다

④ 고인 위치에 있다

(2) 공간에서 직선과 평면의 위치 관계

① 한 점에서 만난다

② 포함 된다

③ 평행 하다 (만나지 않는다)

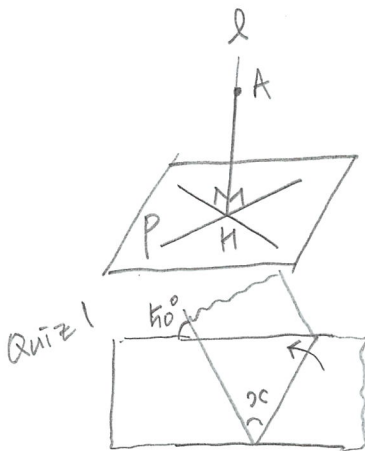
(3) 공간에서 두 평면의 위치 관계

① 한 직선에서 만난다

$P = Q$

② 일치 한다

③ 평행 하다



Quiz 1

① 직선  $l$ 이 점  $H$ 를 지나는 평면  $P$  위의 모든 직선과 수직일 때,

$$l \perp P$$

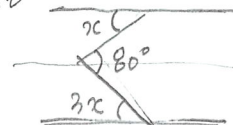
② 점  $A$ 와 평면  $P$  사이의 거리 =  $\overline{AH}$ 의 길이

$$2x + 50^\circ = 180^\circ$$

$$2x = 130^\circ$$

$$x = 65^\circ$$

Quiz 2



$$4x = 80^\circ$$

$$x = 20^\circ$$

## 02장 합동과 다각형

### 01 삼각형 결정조건

(1) 삼각형 ABC : 세 꼭짓점이 A, B, C인 삼각형

① **대 변** : 한 각과 마주보는 변

② **대 각** : 한 변과 마주보는 각

※ (2) 삼각형 세 변의 길이 사이의 관계

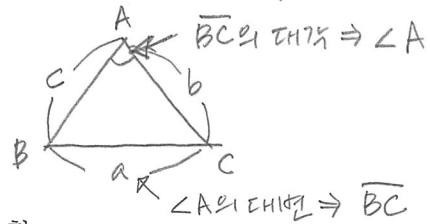
한 변의 길이와 합  $<$  나머지 두 변의 길이의 합

(3) 삼각형 결정 조건 : 다음 경우에 삼각형의 모양과 크기가 하나로 결정된다.

① **세 변**의 길이가 주어질 때

② 두 변의 길이와 그 끼인 **각**이 주어질 때

③ 한 변의 길이와 그 양 끝 **각**이 주어질 때



수학 I  $\Rightarrow$  도형의 방정식

수학 II  $\Rightarrow$  수열

미정변 I  $\Rightarrow$  수열의 극한

미정변 II  $\Rightarrow$  삼각함수

가장 긴 변의 길이  $<$  나머지 두 변 길이의 합

### 02 삼각형의 합동

(1) 도형의 합동

① 두 도형 P와 Q가 모양과 크기가 같아서 완전히 포개질 때 서로 **합 동**이라 한다.

② 서로 포개지는 꼭짓점, 변, 각은 서로 **대 응**한다고 한다.

③ 대응하는 꼭짓점을 **대 응 점**, 대응하는 변을 **대 응 변**, 대응하는 각을

**대 응 각**이라 한다.

(2) 합동인 도형의 성질

① **대 응 변**의 길이는 서로 같다.

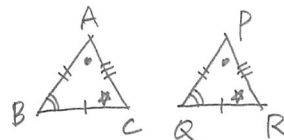
② **대 응 각**의 크기는 서로 같다.

(3) 삼각형의 합동

※ ① 대응하는 세 변의 길이가 각각 같을 때 (**S S S** 합동)

② 대응하는 두 변의 길이가 각각 같고, 그 끼인 각의 크기가 같을 때 (**S A S** 합동)

③ 대응하는 한 변의 길이가 같고, 그 양 끝 각의 크기가 각각 같을 때 (**A S A** 합동)



$\triangle ABC \equiv \triangle PQR$  (대응점 순서 같게)

Side (변)

Angle (각)

03 다각형

(1) 다각형

① **다각형** : 여러 개의 선분으로 둘러싸인 평면도형

| 다각형    |  |  |  | $n$ 각형 |
|--------|-----------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------|--------|
| 변의 개수  | 3개                                                                                | 4개                                                                                | 5개                                                                                 | $n$ 개  |
| 꼭짓점 개수 | 3개                                                                                | 4개                                                                                | 5개                                                                                 | $n$ 개  |

② **내각** : 다각형에서 한 꼭짓점에 이웃하는 두 변이 이루는 각

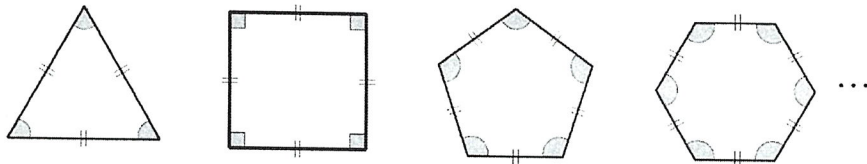
③ **외각** : 다각형의 한 꼭짓점에서 한 변과 그 변에 이웃하는 변의 연장선이 이루는 각

④ 다각형의 한 꼭짓점에서 내각과 외각의 크기의 합은  $180^\circ$ 이다.

★(2) 정다각형

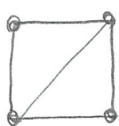
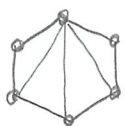
① 모든 **변**의 길이가 같고 모든 **내각**의 크기가 같은 다각형

② 변의 개수에 따라 정삼각형, 정사각형, 정오각형, ..., 정 $n$ 각형이라 한다.



04 다각형의 대각선

다각형의 대각선 : 다각형에서 서로 이웃하지 않는 두 꼭짓점을 이은 선분

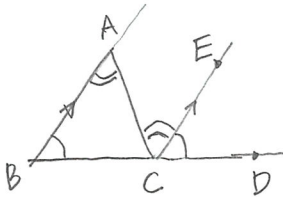
| 다각형                    |  |  |  | $n$ 각형             |
|------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------|--------------------|
| 꼭짓점 개수                 | 4개                                                                                  | 5개                                                                                  | 6개                                                                                   | $n$ 개              |
| 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선 개수 | 1개                                                                                  | 2개                                                                                  | 3개                                                                                   | $(n-3)$ 개          |
| 대각선의 총 개수              | $\frac{4 \times 1}{2}$                                                              | $\frac{5 \times 2}{2}$                                                              | $\frac{6 \times 3}{2}$                                                               | $\frac{n(n-3)}{2}$ |

너도 나도 약속! 이쪽에서 저쪽에서 2번 세었으니 2로 나누자.

05 다각형 내각과 외각

★ (1) 삼각형의 내각과 외각

- ① 삼각형의 세 내각의 크기의 합은  $180^\circ$  이다.  
 ② 삼각형의 한  $\boxed{\text{외각}}$ 의 크기는 이와 이웃하지 않는  $\boxed{\text{두}}$   $\boxed{\text{내각}}$ 의 크기의 합과 같다.



$$\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$$

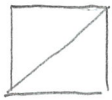
$$\angle ACD = \angle A + \angle B$$

외각                  두 내각의 합

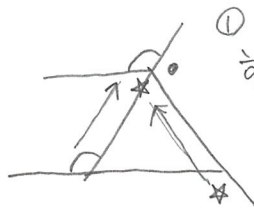
$$\angle A = \angle ACE$$

$$\angle B = \angle ECD$$

(2) 다각형의 내각의 크기의 합

| 다각형    |  |  |  | n각형                      |
|--------|-----------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------|
| 삼각형 개수 | 2개                                                                                | 3개                                                                                | 4개                                                                                 | (n-2)개                   |
| 내각의 합  | $180^\circ \times 2$                                                              | $180^\circ \times 3$                                                              | $180^\circ \times 4$                                                               | $180^\circ \times (n-2)$ |

(3) n각형의 외각의 크기의 합은 항상  $360^\circ$  이다.



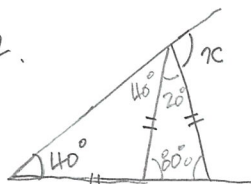
① 한 꼭짓점으로 모으면 한 바퀴 완성!

$$\textcircled{2} \left( \begin{array}{c} \text{내각의 합} + \text{외각의 합} \\ 180^\circ \times 3 \end{array} \right) - \begin{array}{c} \text{내각의 합} \\ 180^\circ \end{array} = \begin{array}{c} \text{외각의 합} \\ 360^\circ \end{array}$$

Quiz 1. 정팔각형 ① 한 내각의 크기  $135^\circ$

② 대각선의 개수 20개

Quiz 2.



$$x = 120^\circ$$

03강 원과 부채꼴

수학I  $\Rightarrow$  도형의 방정식

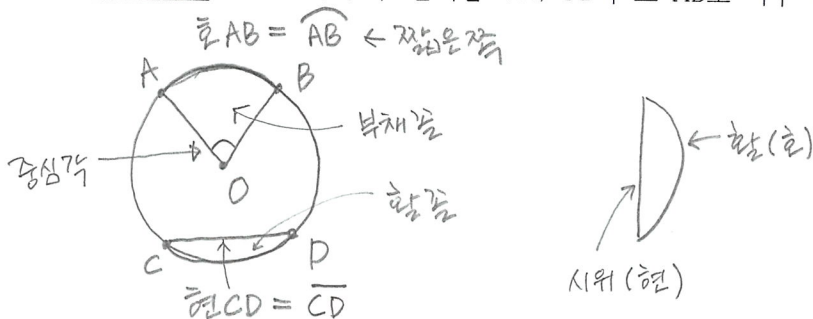
미적분I  $\Rightarrow$  수열의 극한

기하와 벡터  $\Rightarrow$  공간도형

01 원

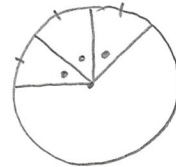
(1) 원

- ① 평면 위의 한 점 O에서 **일정한 거리**에 있는 모든 점으로 이루어진 도형
- ② **호** AB : 원 위의 두 점을 양 끝으로 하는 원의 일부분
- ③ **현** CD : 원 위의 두 점을 이은 선분
- ④ **호길** : 호 CD와 현 CD로 이루어진 도형
- ⑤ **부채꼴** : 원 O에서 두 반지름 OA, OB와 호 AB로 이루어진 도형



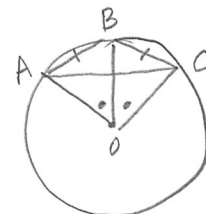
(2) 중심각과 호 : 한 원 또는 합동인 두 원에서

- ① 같은 크기의 중심각에 대한 호의 길이는 **같다**.
- ② 호의 길이는 중심각의 크기에 **정비례**한다.
- ③ 부채꼴의 넓이는 부채꼴의 중심각의 크기에 **정비례**한다.



(3) 중심각과 현 : 한 원 또는 합동인 두 원에서

- ① 같은 크기의 중심각에 대한 현의 길이는 **같다**.
- ② 현의 길이는 중심각의 크기에 **정비례하지 않는다**.



$$\overline{AB} + \overline{BC} > \overline{AC}$$

02 부채꼴

(1) 원의 둘레와 넓이

① 원주율( $\pi$ )  $\approx 3.14159$  : 원의 지름에 대한 원의 둘레의 길이(원주)의 비

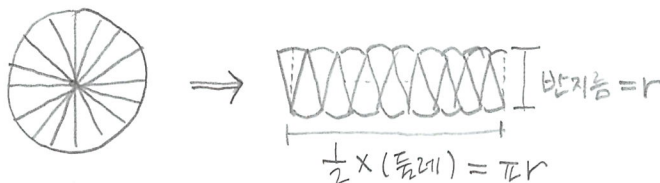
② 원의 둘레의 길이

$$l = 2r \times \pi = 2\pi r$$

$$\pi = \frac{\text{원의 둘레의 길이}}{\text{원의 지름의 길이}}$$

③ 원의 넓이

$$S = \pi r \times r = \pi r^2$$



(2) 부채꼴의 호의 길이와 넓이

① 부채꼴의 호의 길이

← 중심각에 정비례

$$360^\circ : \pi r = 2\pi r : l$$



$$\therefore l = 2\pi r \times \frac{x}{360^\circ}$$

② 부채꼴의 넓이 ← 중심각에 정비례

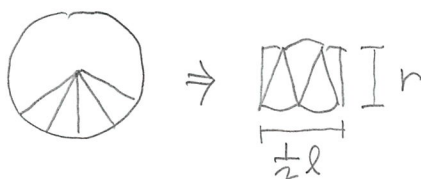
$$360^\circ : \pi r^2 = x : S$$



$$\therefore S = \pi r^2 \times \frac{x}{360^\circ}$$

(3) 부채꼴의 호의 길이와 넓이 사이의 관계

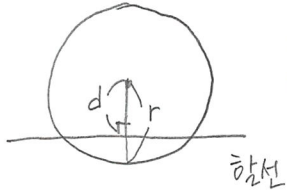
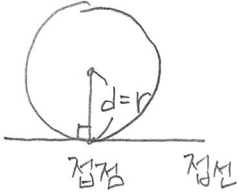
$$S = \left(\frac{1}{2}l\right) \times r = \frac{1}{2}rl$$



03 원과 직선

(1) 원과 직선의 위치 관계

반지름의 길이가  $r$ 인 원의 중심  $O$ 에서 직선에 이르는 거리가  $d$ 라 할 때

|                                                                                   |                                                                                   |                                                                                     |
|-----------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|
|  |  |  |
| $d < r$ 일 때                                                                       | $d = r$ 일 때                                                                       | $d > r$ 일 때                                                                         |
| 두 점에서 만난다                                                                         | 한 점에서 만난다 (접한다)                                                                   | 만나지 않는다                                                                             |

① **한선** : 원과 두 점에서 만나는 직선

② **접선** : 원과 한 점에서 만나는(접하는) 직선

③ **접점** : 원과 접선이 만나는 점

$d$  거리 (distance)

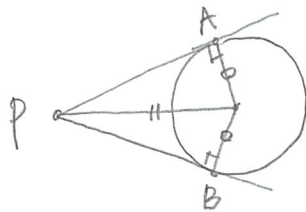
$r$  반지름 (radius)

(2) 원의 접선과 반지름의 관계

① 원의 접선은 그 접점을 지나는 반지름에 **수직**이다.

② 원 위에 한 점을 지나고 그 점을 지나는 반지름에 수직인 직선은 그 원의 **접선**이다.

③ 원  $O$ 의 밖의 한 점  $P$ 에서 그 원에 그을 수 있는 접선의 개수는 **2**개 뿐이다.



$$PA = PB$$

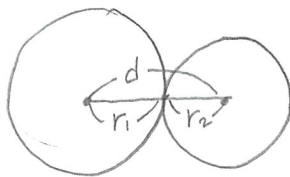
04 두 원의 위치 관계

(1) 중심거리

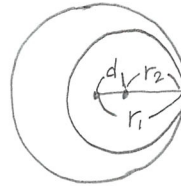
- ① **중심선** : 두 원의 중심을 모두 지나는 직선
- ② **중심거리** : 두 원의 중심 사이의 거리
- ③ **공통현** : 두 원이 두 점에서 만날 때, 두 교점을 이은 선분

(2) 두 원의 위치 관계

- ① 한 점에서 만난다. (접한다.)



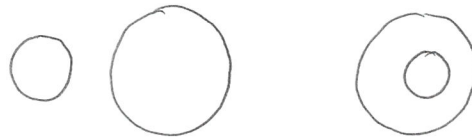
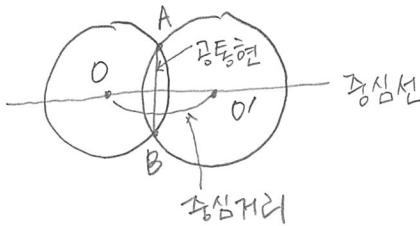
외접  $d = r_1 + r_2$



내접  $d = r_1 - r_2 \quad (r_1 > r_2)$

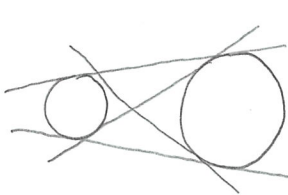
- ② 두 점에서 만난다.

- ③ 만나지 않는다.



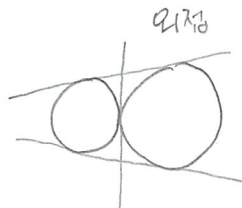
(3) 두 원의 공통접선

- ① **공통접선** : 두 원에 동시에 접하는 접선
- ② 두 원이 공통접선의 같은 쪽에 있으면 그 접선을 **공통외접선**이라 하고, 서로 반대쪽에 있으면 그 접선을 **공통내접선**이라 한다.
- ③ 두 원의 위치에 따른 공통접선의 개수



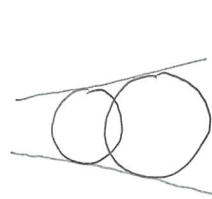
외  $\Rightarrow 2$ 개

내  $\Rightarrow 2$ 개



외  $\Rightarrow 2$ 개

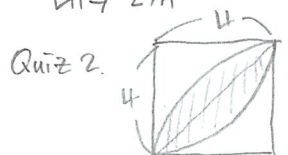
내  $\Rightarrow 1$ 개



외  $\Rightarrow 2$ 개



외  $\Rightarrow 0$ 개

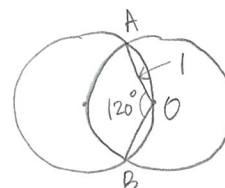


Quiz 2.

$\frac{1}{4} \times 16\pi = 4\pi$

$2(4\pi - 8)$

Quiz 1.



호 AB 길이  $l = 2\pi \times 1 \times \frac{120^\circ}{360^\circ} = \frac{2}{3}\pi$

부채꼴 AOB 넓이  $S = \pi \times 1^2 \times \frac{120^\circ}{360^\circ} = \frac{\pi}{3}$