

제 2 교시

수학 영역(A형)

출수형

5지선다형

1. 두 행렬 $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} a & b \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ 에 대하여 $AB = A$ 일 때, $a+b$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{an^2 - 1}{2n^2 + 1} = 2$ 일 때, 상수 a 의 값은? [2점]

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

3. 함수

$$f(x) = \begin{cases} 5x-1 & (x \leq 1) \\ a & (x > 1) \end{cases}$$

이 $x=1$ 에서 연속일 때, a 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

4. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^5 a_k = 6, \quad \sum_{k=2}^4 (a_k + 3) = 8$$

일 때, $a_1 + a_5$ 의 값은? [3점]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

5. 두 사건 A 와 B 는 서로 배반이고,

$$P(A) = \frac{1}{3}, \quad P(A^C|B) = 2P(B)$$

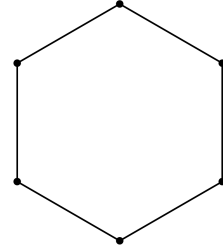
일 때, $P(A \cup B)$ 의 값은? (단, A^C 은 A 의 여사건이다.) [3점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{7}{12}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ $\frac{5}{6}$ ⑤ $\frac{11}{12}$

6. 함수 $f(x) = 3^{x+1}$ 에 대하여 $\frac{f(a-1)}{3a} = 2$ 일 때, $\frac{f(a)}{a}$ 의 값은? [3점]

- ① 6 ② 9 ③ 12 ④ 15 ⑤ 18

7. 정육각형의 꼭짓점 중 세 점을 택하여 삼각형을 만들 때, 그 삼각형이 직각삼각형일 확률은? [3점]



- ① $\frac{3}{10}$ ② $\frac{2}{5}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{3}{5}$ ⑤ $\frac{7}{10}$

8. 함수 $y = x^2(x-3)$ 의 그래프와 x 축으로 둘러싸인 부분의 넓이는? [3점]

- ① $\frac{27}{4}$ ② $\frac{29}{4}$ ③ $\frac{31}{4}$ ④ $\frac{33}{4}$ ⑤ $\frac{35}{4}$

9. 수열 $\{a_n\}$ 이 $a_1 = 2$ 이고, 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = a_n + \frac{1}{n(n+1)}$$

일 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

10. 삼차함수 $f(x) = x^3 + ax^2 + 3x$ 가 구간 $(-\infty, \infty)$ 에서 증가할 때, a 의 최댓값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

11. 흰 공 2개, 검은 공 3개가 들어 있는 주머니가 있다. 이 주머니에서 임의로 1개의 공을 꺼내어, 흰 공이 나오면 주머니에서 1개의 공을 더 꺼내고, 검은 공이 나오면 주머니에서 2개의 공을 더 꺼낼 때, 주머니에 있는 흰 공의 개수가 1개일 확률은? [3점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{11}{20}$ ③ $\frac{3}{5}$ ④ $\frac{13}{20}$ ⑤ $\frac{7}{10}$

12. 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1 = 1$ 이고,

$$2a_{n+1} = a_n + \frac{n-1}{n(n+1)} \quad (n \geq 1)$$

을 만족시킨다. 다음은 일반항 a_n 을 구하는 과정이다.

주어진 식 $2a_{n+1} = a_n + \frac{n-1}{n(n+1)}$ 의 양변에 2^n 을 곱하면

$$2^{n+1}a_{n+1} = 2^n a_n + \frac{n-1}{n(n+1)}2^n \quad (n \geq 1)$$

이다. $b_n = 2^n a_n$ 이라 하면

$$b_{n+1} = b_n + \frac{n-1}{n(n+1)}2^n \quad (n \geq 1)$$

이고, $b_1 = 2$ 이므로

$$b_n = 2 + \sum_{k=1}^{n-1} \frac{k-1}{k(k+1)}2^k \quad (n \geq 2) \dots\dots(*)$$

이다. 한편

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^{n-1} \frac{k-1}{k(k+1)}2^k &= \sum_{k=1}^{n-1} \frac{2k-(k+1)}{k(k+1)}2^k \\ &= \sum_{k=1}^{n-1} \left(\frac{2^{k+1}}{k+1} - \frac{2^k}{k} \right) \\ &= \boxed{\text{(가)}} \end{aligned}$$

이므로 (*)에 의하여

$$a_n = \begin{cases} 1 & (n=1) \\ \boxed{\text{(나)}} & (n \geq 2) \end{cases}$$

이다.

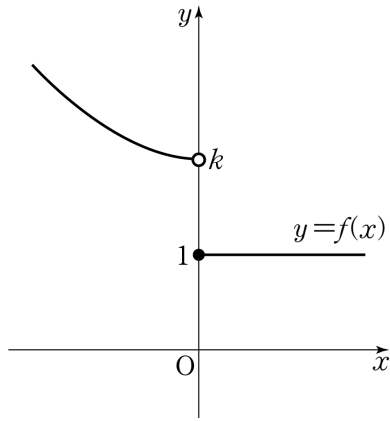
위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(n)$, $g(n)$ 이라 할 때, $f(8) \times g(6)$ 의 값은? [3점]

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

[13~14] $k > 1$ 인 실수 k 에 대하여 함수

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + k & (x < 0) \\ 1 & (x \geq 0) \end{cases}$$

의 그래프가 그림과 같다. 13번과 14번의 두 물음에 답하시오.



13. 함수 $|f(x) - 3|$ 가 실수 전체의 집합에서 미분가능할 때, k 의 값은? [3점]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

14. $\log f(x)$ 의 지표를 $g(x)$ 라 할 때, 함수 $g(x)$ 가 $x = -2$ 에서 불연속이 되도록 하는 k 의 최솟값은? [4점]

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

15. 두 이차정사각행렬 A, B 가

$$AB = A + E, \quad BA = -B$$

를 만족시킨다. 행렬 B 의 모든 성분의 합이 5일 때, $(A - B)^2$ 의 모든 성분의 합은? [4점]

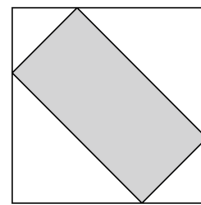
- ① 22 ② 24 ③ 26 ④ 28 ⑤ 30

16. 한 변의 길이가 1인 정사각형에 내접하고 두 변의 길이의 비가 1:2인 직사각형을 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.

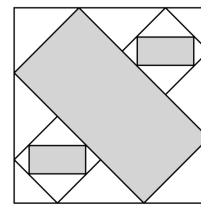
그림 R_1 에서 직사각형의 긴 변을 빗변으로 하는 2개의 직각이등변삼각형에 각각 내접하는 두 정사각형에 대하여 그림 R_1 을 얻는 것과 같은 방법으로 만들어지는 두 변의 길이의 비가 1:2인 2개의 직사각형을 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자.

그림 R_2 에서 2개의 작은 직사각형의 긴 변을 빗변으로 하는 4개의 직각이등변삼각형에 각각 내접하는 4개의 정사각형에 대하여 그림 R_2 를 얻는 것과 같은 방법으로 만들어지는 두 변의 길이의 비가 1:2인 4개의 직사각형을 색칠하여 얻은 그림을 R_3 라 하자.

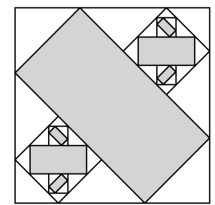
이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



R_1



R_2



R_3

- ① $\frac{31}{65}$ ② $\frac{36}{65}$ ③ $\frac{41}{65}$ ④ $\frac{46}{65}$ ⑤ $\frac{51}{65}$

17. 함수 $f(x) = 2x^3 + ax^2 + bx + 1$ 이 $x = -2$ 에서
극댓값 5를 갖는다. $f(x)$ 의 극솟값은? [4점]

- ① $\frac{1}{27}$ ② $\frac{4}{27}$ ③ $\frac{7}{27}$ ④ $\frac{10}{27}$ ⑤ $\frac{13}{27}$

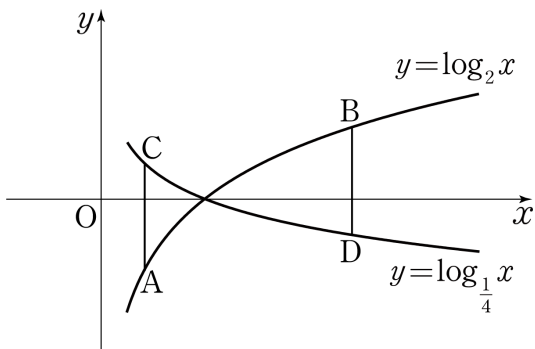
18. 어느 병원에서 태어난 신생아의 몸무게는 모평균이 3.2,
모표준편차가 0.5인 정규분포를 따른다고 한다. 이 병원에서
태어난 신생아 n 명을 임의추출하여 신뢰도 95%로 추정된
몸무게의 모평균에 대한 신뢰구간이 $[a, b]$ 일 때, $b - a \leq 1$ 을
만족시키는 자연수 n 의 최솟값은? (단, Z 가 표준정규분포를
따르는 확률변수일 때, $P(0 \leq Z \leq 1.96) = 0.4750$ 이다.) [4점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

19. 그림과 같이 곡선 $y = \log_2 x$ 위의 서로 다른 두 점 A, B에 대하여 점 A를 지나고 y 축에 평행한 직선이 곡선 $y = \log_{\frac{1}{4}} x$ 와 만나는 점을 C라 하자. 점 B를 지나고 y 축에 평행한 직선이 곡선 $y = \log_{\frac{1}{4}} x$ 와 만나는 점을 D라 하자. 다음 조건을 만족시키는 점 B의 x 좌표는? [4점]

(가) $\overline{AC} = \overline{BD}$
 (나) 선분 AB를 2:5로 내분하는 점의 x 좌표는 1이다.

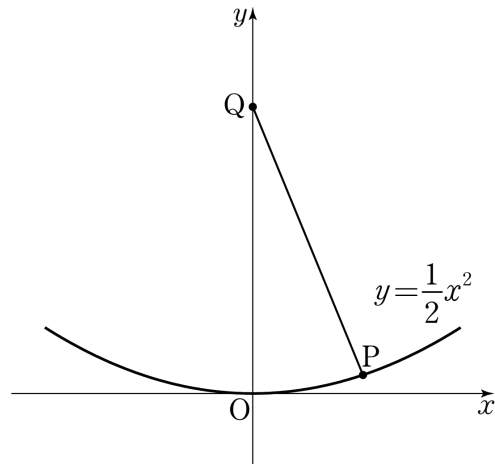
- ① $\frac{5}{2}$ ② 3 ③ $\frac{7}{2}$ ④ 4 ⑤ $\frac{9}{2}$



20. 곡선 $y = \frac{1}{2}x^2$ 위의 점 $P(t, \frac{1}{2}t^2)$ 에서의 접선에 수직이고 점 P를 지나고 y 축과 만나는 점을 Q라 하자.

$\lim_{t \rightarrow +0} \frac{\overline{OQ} - \overline{PQ}}{t^4}$ 의 값은? (단, O는 원점이다.) [4점]

- ① $\frac{1}{16}$ ② $\frac{1}{8}$ ③ $\frac{3}{16}$ ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{5}{16}$



21. 실수 t 에 대하여 사차함수 $f(x) = \frac{1}{4}x^4 - 2tx^2 + 3t^2$ 의
 최솟값을 $g(t)$ 라 하자. 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로
 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $g(1) = -1$
 ㄴ. $g(t)$ 는 $t=0$ 에서 미분가능하다.
 ㄷ. $\int_{-3}^3 g(t) dt = 18$

- ① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

단답형

22. 공비가 0이 아닌 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여
 $a_1 = 4$, $a_5 = 8a_2$ 일 때, a_4 의 값을 구하시오. [3점]

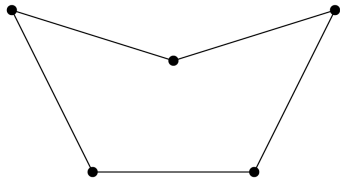
23. $\log_2(3^a + 3^{-a}) = 2$ 일 때, $9^a + 9^{-a}$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 확률변수 X 가 이항분포 $B(n, p)$ 를 따르고,

$$E(2X+5) = 9, \quad E(X^2) = 5$$

일 때, $10(n+p)$ 의 값을 구하시오. [3점]

25. 다음 그래프의 각 꼭짓점 사이의 연결 관계를 나타내는 행렬을 A 라 하자. A^2 의 성분 중 0의 개수를 구하시오. [3점]



26. x, y 에 대한 연립방정식

$$\begin{pmatrix} a & 1 \\ a & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4a \\ a^2 \end{pmatrix}$$

에 대하여 $y \leq 0$ 인 해가 존재하도록 하는 모든 정수 a 의 개수를 구하시오. [4점]

27. A 마을은 정기적으로 축제를 열고 있다. 주변 마을에서 A 마을에 축제를 보러 오는 여행자의 인구밀도 T 와 여행자의 마을에서 A 마을까지의 거리 $d(\text{km})$ 는 다음 식을 만족시킨다.

$$\log T = 4.6 - k \log_2(5d + 1) \quad (\text{단, } k \text{는 상수이다.})$$

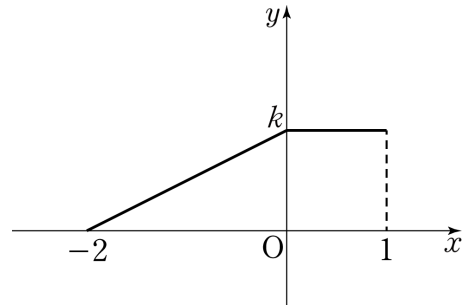
A 마을에서 3(km) 떨어진 마을에서 A 마을에 축제를 보러 오는 여행자의 인구밀도를 T_1 , A 마을에서 6.2(km) 떨어진 마을에서 A 마을에 축제를 보러 오는 여행자의 인구밀도를 T_2 라 할 때, $T_2 = (T_1)^2$ 이다. $30k$ 의 값을 구하시오. [4점]

28. 자연수 m 과 공차가 양수인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_k \leq m < a_{k+1}$$

이 성립하는 k 의 값을 b_m 이라 하자. $a_1 = 1, b_7 = 3$ 일 때, b_{20} 의 값이 될 수 있는 모든 자연수의 합을 구하시오. [4점]

29. 닫힌 구간 $[-2, 1]$ 에서 정의된 연속확률변수 X 의 확률밀도함수 $f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$E(X^2) = \frac{q}{p}$ 일 때, $10p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

30. 다항함수 $f(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x) - 2x^2}{x^2 + 5x} = 1, \quad \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) + x}{f(x) - 1} = \infty$$

를 만족시킬 때, $f(5)$ 의 값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항
 ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.