

## 샘플강좌 ① 1강. 수열의 극한(1)-수렴의 정의

### 수열의 극한

#### Def (1): 수열의 수렴

임의의 양수  $\epsilon$ 에 대하여 이에 대응하는 자연수  $k$ 가 존재해서  
 $n \geq k$  (or  $n > k$ )인 모든 자연수  $n$ 에 대하여  
 $|x_n - x| < \epsilon$  (or  $|x_n - x| \leq \epsilon$ )을 만족하면  
수열  $\{x_n\}$ 은  $x$ 에 수렴한다. 이 때  $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = x$ 라 표현한다.

- $\Rightarrow$  ①  $|x_n - x| < \epsilon$ 을 만족하게  $\epsilon$ 과  $n$ 을 엮는다.  
②  $n > k$ 임을 이용하여  $k$ 와  $\epsilon$ 을 엮는다.  
③ 조건에 맞게 자연수  $k$ 를 정한다.

예제 1

수열  $\left\{\frac{1}{n}\right\}$ 은 0에 수렴함을 보여라.

예제 2

수열  $\left\{\frac{2n+1}{n}\right\}$ 의 극한이 2임을 보여라.

예제 3

수열  $\left\{\frac{2+(-1)^n}{n}\right\}$ 의 극한이 0임을 보여라.

예제 4

다음을 증명하여라.

(1)  $a > 1$  일 때 수열  $\left\{ \frac{1}{a^n} \right\}$  은 0에 수렴한다.

(2)  $|r| < 1$  일 때 수열  $\{r^n\}$  은 0에 수렴한다.

**Def (2): 유계(bounded)**

(1) 위로 유계

「적당한 실수  $M$ 가 존재하여 모든 자연수  $n$ 에 대하여  $x_n \leq M$ 」  
이면 수열  $\{x_n\}$ 는 위로 유계라 한다.

(2) 아래로 유계

「적당한 실수  $M$ 가 존재하여 모든 자연수  $n$ 에 대하여  $x_n \geq M$ 」  
이면 수열  $\{x_n\}$ 는 아래로 유계라 한다.

(3) 유계 (위로 유계이면서 동시에 아래로 유계)

「적당한 실수  $M > 0$ 이 존재하여 모든 자연수  $n$ 에 대하여  $|x_n| \leq M$ 」  
이면 수열  $\{x_n\}$ 는 유계라 한다.

**Thm (1)**

수렴하는 수열은 유계이다.

⇒

※ 주의

유계라고 다 수렴하는 수열인 것은 아니다.

⇒ 예)  $x_n = (-1)^n : |x_n| \leq 1$  but  $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$ 는 발산한다.

예제 5

$x_n = \frac{2n+5}{n+2}$  일 때 수열  $\{x_n\}$  은 유계임을 증명하여라.

## 샘플강좌 ② 4강. 함수의 극한(1)-함수의 수렴

### 함수의 극한

#### Def (1): 함수의 극한의 수렴

함수  $f: E \rightarrow R$ 에 대해서 실수  $L$ 이 존재하여  
「임의의  $\epsilon > 0$ 에 대하여 이에 대응하는 적당한  $\delta > 0$ 가 존재해서  
 $0 < |x - a| < \delta$ ,  $x \in E$ 이면  $|f(x) - L| < \epsilon$ 이다」를 만족할 때  
 $x \rightarrow a$ 일 때  $f(x)$ 는  $L$ 에 수렴한다고 말하고  $L$ 를  $f(x)$ 의 극한값이라  
한다. 이를  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$ 로 나타낸다.

예제 1

$\lim_{x \rightarrow 1} (5x - 3) = 2$ 임을 증명하여라.

예제 2

$\lim_{x \rightarrow 2} 3x = 6$ 임을 보여라.

예제 3

$\lim_{x \rightarrow 2} x^2 = 4$  임을 보여라.

예제 4

$f(x) = x^2$  일 때  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = a^2$  임을 보여라. (단,  $a > 0$ )

예제 5

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x}{2x+1} = 1 \text{ 임을 보여라.}$$

예제 6

$$\lim_{x \rightarrow 3} x^2 = 9 \text{ 임을 보여라.}$$