수리통계학 샘플강좌 35강. 적률생성함수(1)

Def (37): 확률변수 X의 원점에 대한 r차 적률(moment)

확률변수 X^r의 기댓값 $E(X^r)$를 확률변수 X의 **원점에 대한 r차 적률**이라고 하고 이를 $\mu_r{}' = E(X^r)$로 표기한다.

$$\Rightarrow \mu_r{}' = E(X^r) = \begin{cases} \sum_x x^r f(x), & \text{이산형} \\ \int_{-\infty}^{\infty} x^r f(x)\,dx, & \text{연속형} \end{cases}$$

⇒ 확률변수의 적률은 분포의 특징을 설명해 주는 중요한 역할을 한다.
평균, 분산, 왜도, 첨도는 모두 적률의 함수이다.

⇒ $\mu_r = E\left[(X-\mu)^r\right]$는 평균 μ에 대한 r차 중심적률이라 정의한다.

Def (38): 적률생성함수 $M_X(t)$

확률변수 X의 적률생성함수 $M_X(t) = E(e^{tX})$로 정의한다.

$$\Rightarrow M_X(t) = E(e^{tX}) = \begin{cases} \sum_x e^{tx} f(x), & \text{이산형} \\ \int_{-\infty}^{\infty} e^{tx} f(x)\,dx, & \text{연속형} \end{cases}$$

Thm (27): 적률생성함수로 r차 적률 구하기

$$\frac{d^r}{dt^r} M_X(t)\Big|_{t=0} = M_X^{(r)}(0) = E(X^r) = \mu_r{}'$$

⇒

예제 194

확률변수 X가 $B(n,\ p)$를 따를 때 X의 적률생성함수를 구하고 이를 이용하여 $\mu = np,\ \sigma^2 = npq$임을 증명하여라.

예제 195

확률변수 X가 모수가 λ인 포아송 분포를 따를 때 X를 적률생성함수를 구하고 이를 이용하여 $\mu = \lambda,\ \sigma^2 = \lambda$임을 증명하여라.