

STFT (Short-Time Fourier Transform)

(1)

* Spectrogram. → 시간이 따라 주파수 성분이 변하는 신호의 time-frequency 정보를 어떻게 효과적으로 분석할 수 있는가? (STFT)

→ Sampling 된 신호가 막연하게 길지만, 주기적이지 않을 때 DFT를 하기 위해서 긴 시간을 기다리게 되는 경우가 발생한다.

→ 이렇게 오랜 시간을 기다려 spectrum을 얻었다 하더라도, 시간적인 변화의 많은 부분이 계산된 스펙트럼에서 나타나지 않을 한계를 같이 갖는다.

→ 그래서, spectrum 성분이 변하지 않을 짧은 약절의 연속을 분석한다.

→ 이 개념을 공식화하기 위해서, $X[n]$ 이 매우 긴 신호라고 가정한다.

→ N 은 신호 $X[n]$ 의 총 길이보다 작다고 가정한다.

$$X[k, n] = \sum_{m=0}^{N-1} w[m] \cdot X[n+m] \cdot e^{-j(2\pi k/N) \cdot m}$$

↑ 주파수 ↑ 시간

↑ 윈도우 함수: $m=0 \sim N-1$ 에서 0이 아닌 신호.

↑ $w[m] \cdot X[n+m]$ 은 $m=0 \sim N-1$ 사이에서만 0이 아니다.

→ 위의 방법으로 윈도우를 신호 $X[n]$ 으로 부터 유한한 길이만큼 선택함. 이동량 'n'을 조절하며, $X[n]$ 의 어떤 원하는 구간로 윈도우 안으로 이동 시킬 수 있다.

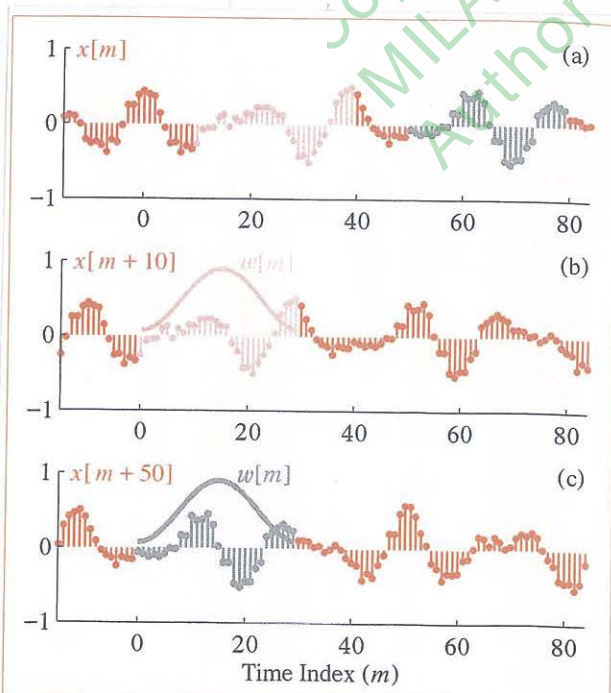


그림 13-17 시간에 따른 신호의 윈도우. (a) 신호 $x[m]$, (b) 10 샘플 이동한 신호와 고정된 윈도우, (c) 50 샘플 이동한 신호와 고정된 윈도우

→ 윈도우를 취해가며, 해당 신호를 시간이 흐름에 따라 DFT 취해가는 과정.

* 각 시간에 대하여 계산된 스펙트럼들의 합이 스펙트로그램 (STFT) 이므로, 각 시간에 따라 다르게 나타나는 스펙트럼을 2차원적으로 그리기 위해 부리가 있다

⇒ 3차원 Graphic 이 필요하다.

∴ $|X[k, n]|$ or $\log(|X[k, n]|)$ 을 k, n 2개의 함수로 사영법, 컴퓨터 플롯, 흑백 영상 등으로 표현.

→ 가장 선호되는 방법: Spectrogram!

∴ $|X[k, n]|$ or $\log(|X[k, n]|)$ 의 스케일 값에 따라 다른 색깔로 표시해 주는 방법.

spectrogram in MATLAB

1) Matlab 이 그려주는 spectrogram 계산식

$$X[(2\pi k/N) \cdot f_s, rRT_s] = \sum_{m=0}^{L-1} w(m) \cdot x[rR+m] \cdot e^{-j(2\pi k/N) \cdot m}$$

\uparrow
 DFT 계산에서 시간 축에서의 간격을 결정한다.

$k = 0, 1, \dots, N/2$

2) Matlab 에서 spectrogram 을 계산하기 위한 명령어

$[X, F, T] = \text{spectrogram}(xx, NFFT, Fs, window, Noverlap)$

- \rightarrow 입력 신호
- \rightarrow Sampling Freq.
- \rightarrow 윈도우가 이동함에 따라 overlap 되는 point의 갯수.
- \rightarrow FFT 길이
- \rightarrow window 계수
- 이동하는 window의 위치를 나타내는 시간 정보를 포함하고 있는 vector
- 모든 주파수들의 vector

복소수 spectrogram 값을 갖는 2차원 신호

* 윈도우 이동 변수 $R = NFFT - Noverlap$

* overlap: 최종 이미지 출력은 얼마나 매끄럽게 하나에 따라 윈도우 길이의 50~80% 사이의 값을 선택하는 것이 일반적이다.

3) Spectrogram Image in Matlab.

- $\text{imagesc}(T, F, \text{abs}(X)) \rightarrow$ 작은 진폭성분을 보기위해 log 진폭을 사용하는 것이 유리할 수 있다.
- $\text{axis } xy, \text{ colormap}(1-\text{gray}) \rightarrow$ 음의 gray scale 은, 인데해하기 좋음
- $\text{colormap}(\text{jet}) \rightarrow$ 컴퓨터 화면에 뿌려놓고 보기 좋음.

Resolution of Spectrogram.

* 불확실성의 원리: 스펙트로그램에서 시간 해상도와 주파수 해상도는 동시에 향상할 수 없다.

\rightarrow 주요 파라미터: 윈도우의 모양과 길이.

\rightarrow 윈도우 길이 L 이 늘어날수록 시간 해상도 \downarrow

ex) 피아노 음정 '도' ~ '시' 까지의 signal 을 spectrogram.

주파수 해상도 \uparrow

- $\Rightarrow L \uparrow$: spectrogram의 선이 많아져서 간격 구분이 쉽지만 전체적 그림은 흐릿함
- $L \downarrow$: spectrogram의 선이 줄어들어 간격 구분이 상대적으로 어려우나, 그림은 선명함.

Wavelet, STFT 의 차이점: 일정하지 않은 간격의 주파수와 해상도를 사용한다나 아니냐의 차이.