

제 2 교시

수 리 영 역

‘가’형

성명

수험번호

1

- 먼저 수험생이 선택한 응시 유형의 문제지인지 확인하십시오.
- 문제지에 성명과 수험 번호를 정확히 기입하십시오.
- 답안지에 수험 번호, 응시 유형 및 답을 표기할 때는 반드시 ‘수험생이 지켜야 할 일’에 따라 표기하십시오.
- 단답형 답의 숫자에 0이 포함된 경우, 0을 OMR 답안지에 반드시 표기해야 합니다.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하십시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하십시오.

1. $\log_3 \sqrt{6} - \frac{1}{2} \log_3 2$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 2

2. 두 행렬 $A = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ 에 대하여 $A^{-1}B$ 의 모든 성분
의 합은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. 두 실수 a, b 가 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x-1} + a}{x-2} = b$ 를 만족시킬 때,

$a+b$ 의 값은? [2점]

- ① $-\frac{3}{2}$ ② -1 ③ $-\frac{1}{2}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

4. 두 함수 $f(x) = x + x^3 + x^5$, $g(x) = x^2 + x^4 + x^6$ 에 대하여

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+2h) - g(1-h)}{3h} \text{의 값은? [3점]}$$

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

5. 첫째항이 400, 공차가 -5 인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$\frac{1}{\sqrt{a_1} + \sqrt{a_3}} + \frac{1}{\sqrt{a_3} + \sqrt{a_5}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{a_{59}} + \sqrt{a_{61}}}$$

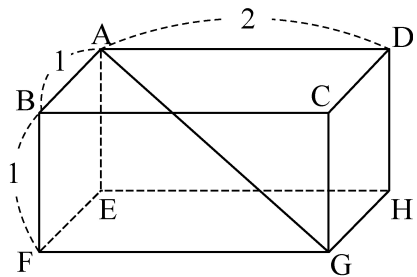
의 값은? [3점]

- ① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

6. 함수 $f(x) = \log_3 x$ 에 대하여 $(f \circ f)(x) \leq 1$ 을 만족하는 자연수 x 의 개수는? [3점]

- ① 17 ② 20 ③ 23 ④ 26 ⑤ 29

7. 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{BF} = 1$, $\overline{AD} = 2$ 인 직육면체 ABCD-EFGH에서 대각선 AG가 세 면 ABCD, BFGC, ABFE와 이루는 각의 크기를 각각 α , β , γ 라고 할 때, $\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma$ 의 값은? [3점]



- ① $\frac{3}{2}$ ② $\frac{5}{3}$ ③ 2 ④ $\frac{7}{3}$ ⑤ $\frac{5}{2}$

8. 쌍곡선 $\frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{18} = 1$ 과 직선 $y = ax + b$ (a, b 는 상수)의 교점의 개수에 대한 설명 중 옳은 내용을 <보기>에서 모두 고른 것은? [3점]

< 보 기 >

ㄱ. $a = -4$ 이고 $b = 0$ 일 때 교점은 없다.
 ㄴ. $a = 3$ 이고 $b > 0$ 일 때 교점은 1개이다.
 ㄷ. $a = \frac{1}{3}$ 이고 $b < 0$ 일 때 교점은 2개이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

9. 어느 스포츠용품점에서는 운동화를 사는 고객에게 양말 또는 장갑 중 한 켤레를, 등산화를 사는 고객에게 양말과 장갑을 모두 한 켤레씩 사은품으로 주는 행사를 하였다. 다음 표는 이 행사 기간에 판매한 신발의 수와 지급한 사은품의 수를 나타낸 것이다.

<판매한 신발의 수>		<지급한 사은품의 수>	
(단위 : 켤레)		(단위 : 켤레)	
운동화	등산화	양말	장갑
350	250	400	450

양말을 사은품으로 받은 고객이 운동화를 산 고객일 확률은? (단, 두 켤레 이상의 신발을 구입한 고객은 없다.) [4점]

- ① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{2}{7}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{3}{8}$

10. x 보다 크지 않은 최대의 정수를 $[x]$ 로 나타낼 때, 옳은 내용을 <보기>에서 모두 고른 것은? [3점]

< 보 기 >

ㄱ. $1 < a < 10$ 일 때, $[\log 100a] = 2$ 이다.
 ㄴ. $[\log x] = 3$ 인 정수 x 의 개수는 9×10^3 이다.
 ㄷ. 자연수 n 에 대하여 $[\log x] = n$ 이면 $[\log x^2] = 2n$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

11. 방정식 $\sqrt{x-[x]} = ax$ (a 는 상수)가 오직 하나의 실근을 갖기 위한 a 의 값의 범위가 $\alpha \leq a \leq \beta$ 일 때, $\alpha + \beta$ 의 값은? (단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대 정수이다.) [4점]

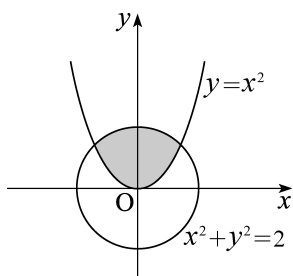
- ① $\frac{5}{4}$ ② $\frac{3}{2}$ ③ $\frac{7}{4}$ ④ 2 ⑤ $\frac{9}{4}$

12. 가로와 세로의 길이가 각각 9cm, 4cm인 직사각형이 있다. 이 직사각형의 가로와 세로의 길이가 각각 매초 0.2cm, 0.3cm씩 늘어난다고 할 때, 이 직사각형이 정사각형이 되는 순간의 넓이의 변화율은 몇 $\text{cm}^2/\text{초}$ 인가? [3점]

- ① 9.5 ② 10 ③ 10.5 ④ 11 ⑤ 11.5

13. 그림과 같이 좌표평면에서

원 $x^2 + y^2 = 2$ 와 포물선 $y = x^2$ 으로 둘러싸인 어두운 부분을 x 축 둘레로 회전하여 생기는 회전체의 부피는? [3점]



- ① $\frac{41}{15}\pi$ ② $\frac{44}{15}\pi$ ③ $\frac{47}{15}\pi$ ④ $\frac{43}{13}\pi$ ⑤ $\frac{45}{13}\pi$

14. 함수 $f(x) = x^3 - 3x$ 에 대하여 구간 $[0, a_1]$ 에서의 평균변화율과 같은 순간변화율을 갖는 점의 x 좌표를 a_2 , 구간 $[0, a_2]$ 에서의 평균변화율과 같은 순간변화율을 갖는 점의 x 좌표를 a_3 이라고 하자. 이와 같이 계속하여 a_4, a_5, \dots 를 정할 때, 옳은 내용을 <보기>에서 모두 고른 것은? (단, a_1, a_2, a_3, \dots 은 양수이다.) [4점]

< 보 기 >

ㄱ. 모든 자연수 n 에 대하여 $f(a_n) > f(a_{n+1})$ 이다.

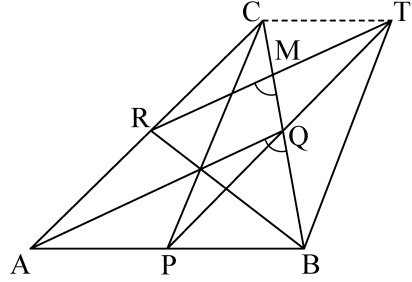
ㄴ. 모든 자연수 n 에 대하여 $f'(a_n) > f'(a_{n+1})$ 이다.

ㄷ. $\lim_{n \rightarrow \infty} f'(a_n) = -3$

- ① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

15. $\triangle ABC$ 의 넓이를 S_1 , $\triangle ABC$ 의 세 중선의 길이를 각 변의 길이로 하는 삼각형의 넓이를 S_2 라고 할 때, 다음은 S_1 과 S_2 사이에 일정한 비가 성립함을 증명한 것이다.

<증명>
 $\triangle ABC$ 의 각 변의 중점을 P, Q, R 로 놓고 그림과 같이 $\overrightarrow{PC} = \overrightarrow{BT}$ 가 되도록 점 T 를 잡는다.
 점 Q 는 평행사변형 $PBTC$ 의 대각선 BC 의 중점이므로 $\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{QT} \dots \textcircled{1}$
 또 삼각형의 중점연결정리에 의하여
 $\overrightarrow{PQ} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$ 이므로 $\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{AR} \dots \textcircled{2}$
 $\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 에서 $\overrightarrow{AR} = \overrightarrow{QT}$
 \therefore (가)
 따라서 $\triangle RBT$ 는 $\triangle ABC$ 의 세 중선의 길이를 각 변의 길이로 하는 삼각형이다.
 한편, 두 선분 BC 와 RT 의 교점을 M 이라고 하면,
 $\overline{AQ} \parallel \overline{RT}$ 이고 점 R 가 선분 AC 의 중점이므로 점 M 은 선분 CQ 의 중점이다.
 $\angle RMB = \angle AQB$ 이므로
 $\triangle RBT = \frac{1}{2} \overline{RT} \times \overline{MB} \times \sin(\angle RMB)$
 $=$ (나) $\triangle ABC$



위의 증명에서 (가), (나)에 알맞은 것은? [4점]

- | (가) | (나) |
|---|---------------|
| ① $\overrightarrow{AQ} = \overrightarrow{RT}$ | $\frac{2}{3}$ |
| ② $\overrightarrow{AP} = \overrightarrow{CT}$ | $\frac{2}{3}$ |
| ③ $\overrightarrow{AQ} = \overrightarrow{RT}$ | $\frac{3}{4}$ |
| ④ $\overrightarrow{AP} = \overrightarrow{CT}$ | $\frac{3}{4}$ |
| ⑤ $\overrightarrow{CT} = \overrightarrow{PB}$ | $\frac{4}{5}$ |

16. 좌표공간에서 세 점 $A(4, 0, 0), B(0, 6, 0), C(0, 0, 6)$ 에 대하여 선분 AB 의 중점을 D , 선분 BC 를 2 : 1로 내분하는 점을 E 라고 하자. 점 P 가 선분 DE 위를 움직일 때, 두 벡터 \overrightarrow{OP} 와 \overrightarrow{AP} 의 내적 $\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{AP}$ 의 최소값은? (단, O 는 원점이다.) [4점]

- | | | |
|------------------|------------------|-----------------|
| ① -2 | ② $\frac{12}{7}$ | ③ $\frac{9}{2}$ |
| ④ $\frac{32}{7}$ | ⑤ $\frac{14}{3}$ | |

17. 어느 양궁 종목에서 사용하는 표적지는 원의 반지름의 길이가 각각 4cm, 8cm, 12cm, ..., 40cm로 4cm씩 증가하는 10개의 동심원으로 되어 있다. 표적지의 중심에서 화살이 꽂힌 곳까지의 거리를 X 라고 할 때 $0 \leq X \leq 4$ 이면 10점, $4 < X \leq 8$ 이면 9점, $8 < X \leq 12$ 이면 8점, ..., $36 < X \leq 40$ 이면 1점, $X > 40$ 이면 0점을 득점한다.

<표준정규분포표>

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.0	0.3413
2.0	0.4772
3.0	0.4987

기록에 의하면 양궁 선수 A가 화살을 쏘았을 때 표적지의 중심에서 화살이 꽂힌 곳까지의 거리는 평균 8cm, 표준편차 2cm인 정규분포를 따른다고 한다.

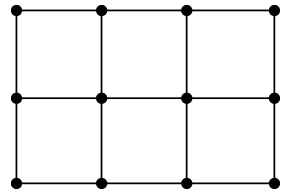
A가 12발의 화살을 쏘았을 때 8점을 득점한 화살의 개수 Y 의 기대값 $E(Y)$ 는? [4점]

- ① 4.0956 ② 4.9112 ③ 5.7264
- ④ 5.8554 ⑤ 5.9844

단답형(18~25)

18. 정적분 $\int_0^9 \frac{x^3}{x+2} dx + \int_0^9 \frac{8}{x+2} dx$ 의 값을 구하시오. [3점]

19. 그림과 같이 한 변의 길이가 1인 정사각형 6개를 붙여놓은 도형이 있다. 12개의 꼭지점 중에서 임의의 두 점을 연결한 선분의 길이가 무리수일 확률이 $\frac{a}{b}$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 서로소인 자연수이다.) [3점]



20. 실수 x, y 에 대한 연립방정식

$$\begin{pmatrix} 10 & 8 \\ a & b \\ 0 & 4a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 \\ a \\ b \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 10 & 8 \\ a & b \\ b & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

$x=y=0$ 이외의 해를 가질 때, 두 양수 a, b 의 곱 ab 의 최대값을 구하시오. [3점]

21. 좌표공간에서 원점을 중심으로 하고 반지름의 길이가 9인 구가 세 점 $A(18, 0, 0), B(0, 9, 0), C(0, 0, 9)$ 를 지나는 평면에 의하여 잘린 도형의 넓이는 $a\pi$ 이다. 이때, a 의 값을 구하시오. [4점]

22. 다음은 확률변수 X 의 확률분포가

$$P(X=k) = \frac{1}{10} + (-1)^k p \quad (k=1, 2, 3, \dots, 2n)$$

인 확률변수 X 의 확률분포표이다.

X	1	2	3	...	$2n$	계
$P(X=k)$	$\frac{1}{10} - p$	$\frac{1}{10} + p$	$\frac{1}{10} - p$...	$\frac{1}{10} + p$	1

확률변수 X 의 기대값이 $E(X) = \frac{23}{4}$ 일 때, $\frac{1}{p}$ 의 값을 구하시오.

(단, $0 < p < \frac{1}{10}$ 이고, n 은 자연수이다.) [4점]

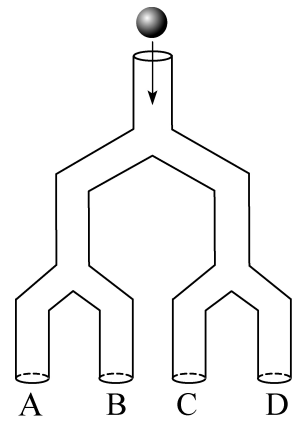
23. 아래에서 제 n 행은 n 의 양의 약수를 나열한 것이다.

제 1행부터 제 20행까지 나열된 수의 개수를 구하시오. [4점]

제 1행	1							
제 2행	1	2						
제 3행	1		3					
제 4행	1	2		4				
제 5행	1				5			
제 6행	1	2	3			6		
제 7행	1						7	
제 8행	1	2		4				8
⋮					⋮			

24. 공간에서 평면 α 위에 세 변의 길이가 $\overline{AB} = \overline{AC} = 10$, $\overline{BC} = 12$ 인 삼각형 ABC 가 있다. 점 A 를 지나고 평면 α 에 수직인 직선 l 위의 점 D 에 대하여 $\overline{AD} = 6$ 이 되도록 점 D 를 잡을 때 $\triangle DBC$ 의 넓이를 구하시오. [4점]

25. 오른쪽 그림은 어떤 오락기를 단순화하여 그린 것이다. 이 오락기는 입구에 공을 넣으면 A, B, C, D 중 어느 한 곳을 지나면서 그 위치의 꺼져 있는 전등은 켜지고, 켜져 있는 전등은 꺼지도록 되어 있다.



예를 들어 전구가 모두 꺼진 상태에서 공을 두 번 넣어 두 번 모두 A 를 지나면 A 위치의 전등은 켜졌다 꺼지고, 각각 A, B 를 지나면 A, B 두 위치에 있는 전등은 모두 켜지게 된다. 이와 같이 공이 지날 때마다 전등이 켜지거나 꺼지기를 반복하다가 A, B, C, D 네 곳 모두 전등이 켜지면 게임은 끝난다.

여섯 번째 공을 넣었을 때 이 게임이 끝나게 될 확률을 $\frac{a}{b}$ (a, b 는 서로소인 자연수)라고 하자. 이때, $a+b$ 의 값을 구하시오. (단, 처음 상태는 전등이 모두 꺼져 있으며, 갈림길에서 양쪽 방향으로 공이 지나갈 확률은 서로 같다.) [4점]

26번부터 30번까지는 선택과목 문항입니다. 선택한 과목의 문제를 찾아 풀기 바랍니다.

미분과 적분

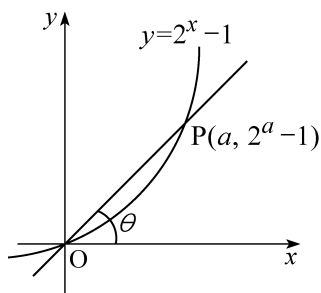
26. $\frac{\sin 2\theta}{1 + \cos 2\theta} = \frac{1}{2}$ 일 때, $\tan \theta$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{\sqrt{2}}{2}$

27. 곡선 $y = 2^x - 1$ 위의

점 $P(a, 2^a - 1)$ 과 원점 O 에 대하여 직선 OP 와 x 축의 양의 방향이 이루는 각의 크기를 θ 라고 하자.

이때, $\lim_{a \rightarrow 0} \tan \theta$ 의 값은? [3점]



- ① $\ln 2$ ② $\ln 2 + 1$
 ③ $2\ln 2$ ④ $2\ln 2 + 1$
 ⑤ $\ln 2 + 2$

28. $a_n = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan^n x \, dx$ ($n = 1, 2, 3, \dots$)으로 정의할 때, 옳은 내용을 <보기>에서 모두 고른 것은? [4점]

< 보 기 >

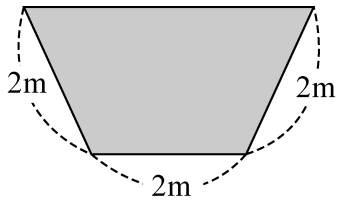
ㄱ. $a_1 + a_3 = \frac{1}{2}$

ㄴ. $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = \frac{1}{2} + \frac{1}{3}$

ㄷ. $\sum_{k=1}^{100} a_k = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{51}$

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

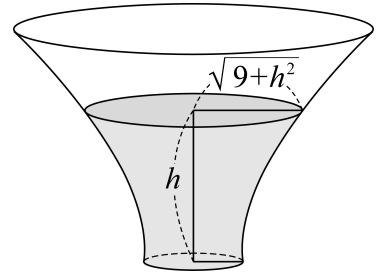
29. 그림과 같이 단면이 등변사다리꼴 모양인 물이 흐르는 통로를 만들려고 한다. 통로의 단면에서 밑변과 등변의 길이가 모두 2m 이고 단면의 넓이가 최대가 되도록 설계할 때, 단면의 최대 넓이는 몇 m^2 인가? [3점]



- ① 6 ② $3\sqrt{3}$ ③ $4\sqrt{2}$
- ④ $4 + \sqrt{3}$ ⑤ $2 + 2\sqrt{2}$

단답형(30)

30. 어떤 그릇에 깊이가 h cm 가 되도록 물을 넣을 때 수면은 반지름의 길이가 $\sqrt{9+h^2}$ cm 인 원이 된다. 이 그릇에 매초 $260\pi \text{cm}^3$ 의 비율로 물을 넣을 때, 수면의 높이가 2cm 인 순간의 수면이 상승하는 속도는 몇 cm/초인지 구하시오. (단, 그릇의 높이는 2cm 보다 크다.) [4점]



※ 확인 사항
 ○ 문제지와 답안지의 해당란을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

확률과 통계

26. 다음은 세 지역 A, B, C의 인구밀도와 넓이를 표로 나타낸 것이다. 세 지역 전체의 인구밀도는? [3점]

지역	A	B	C
인구밀도(명/km ²)	300	260	350
넓이(km ²)	140	100	160

- ① 305 ② 310 ③ 315
- ④ 320 ⑤ 325

27. 집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에 대하여 함수 f 는 A 에서 A 로의 일대일 대응이다. 이때, 임의의 $x \in A$ 에 대하여 $f(f(x)) = x$ 를 만족하는 일대일 대응 f 의 개수는? [4점]

- ① 22 ② 26 ③ 30 ④ 34 ⑤ 38

28. 어느 지역의 날씨를 조사한 결과 지난 한 달 동안 비가 온다고 예보한 10일 중 실제로 비가 온 날은 9일이었고, 비가 오지 않는다고 예보한 20일 중 실제로 비가 오지 않은 날은 17일이었다.

이 지역에 사는 학수는 비가 온다고 예보한 날에는 반드시 우산을 가지고 외출하고, 비가 오지 않는다고 예보한 날에는 우산을 가지지 않고 외출한다. 지난 달 비가 온 어느 날, 외출한 학수가 우산을 가지고 있었을 확률은? [3점]

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{3}{5}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

29. A 텔레비전 방송국에서는 P 프로그램 시청률을 조사하기 위하여 이 프로그램이 방영되고 있는 시간에 전화로 표본조사를 하였다. 조사 결과 400명 중 80명이 이 프로그램을 시청하였다고 한다. 이 프로그램에 대한 시청률을 신뢰도 95%로 추정한 신뢰구간의 길이는? (단, $P(|Z| < 1.96) = 0.95$) [3점]

- ① 0.0196 ② 0.0392 ③ 0.0588
 ④ 0.0784 ⑤ 0.0992

단답형(30)

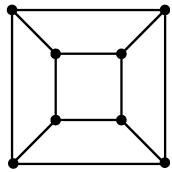
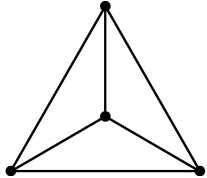
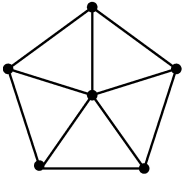
30. 한 모서리의 길이가 1인 정육면체의 8개의 꼭지점에서 2개를 선택하여 선분을 만들 때 선분의 길이를 확률변수 X 라고 하자. 이때, 확률변수 $14X^2$ 의 기대값 $E(14X^2)$ 을 구하시오. [4점]

※ 확인 사항

- 문제지와 답안지의 해당란을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

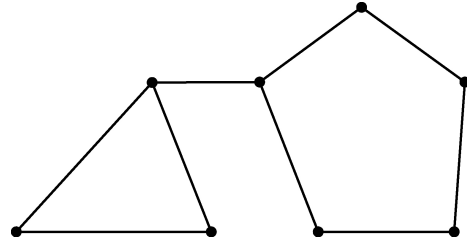
이산수학

26. 다음 세 그래프에서 꼭지점을 적절하게 색칠하는 최소의 색의 수를 각각 x, y, z 라고 할 때, $x+y+z$ 의 값은? [3점]



- ① 7
- ② 8
- ③ 9
- ④ 10
- ⑤ 11

27. 다음 그래프에 대한 설명 중 옳은 내용을 <보기>에서 모두 고른 것은? [3점]



— < 보 기 > —

ㄱ. 오일러 회로가 존재한다.
 ㄴ. 모든 꼭지점의 차수의 합은 18이다.
 ㄷ. 생성수형도의 개수는 15개이다.

- ① ㄱ
- ② ㄴ
- ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄱ, ㄷ
- ⑤ ㄴ, ㄷ

28. $1^5 + 3^5 + 5^5 + \dots + 19^5$ 을 5로 나눈 나머지는? [4점]

- ① 0
- ② 1
- ③ 2
- ④ 3
- ⑤ 4

29. 건설교통부에서는 A, B, C, D, E의 5개의 도시를 연결하는 철도를 새로 건설할 계획을 가지고 있다. 다음 표는 두 도시를 직접 연결하는 철도를 건설하는데 드는 비용을 간단한 정수비로 나타낸 것이다. 건설 비용은 가능하면 적게 들이면서 5개의 도시가 모두 연결되도록 철도를 건설하려고 할 때, A와 직접 연결되는 도시를 모두 적은 것은? [3점]

	A	B	C	D	E
A		6	5	7	2
B	6		5	8	6
C	5	5		9	4
D	7	8	9		8
E	2	6	4	8	

- ① B ② C ③ B, E
- ④ C, D ⑤ D, E

단답형(30)

30. 그림과 같이 4대의 컴퓨터에 A, B, C 3명이 앉아서 컴퓨터 실기 시험에 대비하여 연습을 하고 있다. 공정한 시험을 위하여 실기 시험에서는 자신이 연습하지 않은 컴퓨터를 사용하기로 한다. 세 명이 동시에 시험을 볼 때, 4대의 컴퓨터에 A, B, C 3명의 좌석을 배치하는 방법의 수를 구하시오. [4점]



※ 확인 사항
 ○ 문제지와 답안지의 해당란을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.