

2005학년도 4월 고3 전국연합학력평가 정답 및 해설

• 2교시 수리 영역 •

[가형]

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64
---	---	---	---	---	---	---	---	---	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

1. [출제의도] 지수법칙을 이해하고 식의 값을 계산하기

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \times \sqrt{32} \times \sqrt[3]{27} = \frac{1}{\sqrt{2}} \times 4\sqrt{2} \times 3 = 12$$

답 ②

2. [출제의도] 역행렬의 뜻을 알고 이를 이용하여 계산하기

$$AX + BX = (A+B)X = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 8 & 4 \end{pmatrix} \text{이므로}$$

$$\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 5 & 2 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 8 & 4 \end{pmatrix} \text{이 된다.}$$

$$\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -5 & 3 \end{pmatrix} \text{이므로}$$

$$\therefore X = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -5 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 8 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -8 & -4 \\ 24 & 12 \end{pmatrix}$$

답 ③

3. [출제의도] 무리방정식의 뜻을 알고 이를 풀기

$$\text{양변을 제곱하여 정리하면 } 2x^2 + 7x + 3 = 0$$

$$(x+3)(2x+1) = 0 \therefore x = -3 \text{ 또는 } -\frac{1}{2}$$

이 값은 주어진 방정식을 모두 만족시키므로 근이다.

따라서, 모든 근의 곱은 $\frac{3}{2}$ 이다.

답 ①

4. [출제의도] 조건부확률의 뜻을 알고 이를 구하기

남학생을 뽑을 사건을 A, 희망한 학생을 뽑을 사건을 B라 하면

$$P(A) = \frac{48}{100}, P(A \cap B) = \frac{30}{100}$$

$$\therefore P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{30}{48} = \frac{5}{8}$$

답 ③

5. [출제의도] 행렬의 곱셈의 성질을 알고 추론하기

$$\begin{aligned} \text{ㄱ. 참. } (A-E)^2 &= (A-E)(A-E) \\ &= A^2 - AE - EA + E^2 = A^2 - 2A + E \end{aligned}$$

$$\text{ㄴ. 거짓. (반례) } A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{ㄷ. 참. } A^2 = AA = (AB)A = A(BA) = AB = A$$

답 ③

6. [출제의도] 정규분포의 뜻과 그 성질을 이해하기

$$\text{확률변수 } X \text{를 표준화하면 } Z = \frac{X-n}{\frac{n}{2}} \text{에서}$$

$$X = n \text{이면 } Z = 0, X = 120 \text{이면 } Z = 1 \text{ 이므로}$$

$$\frac{120-n}{\frac{n}{2}} = 1 \therefore n = 80$$

답 ④

7. [출제의도] 연립일차방정식의 해의 조건과 행렬의 관계를 이해하기

$x = y = 0$ 이외의 해를 가지려면 역행렬을 갖지 않아야 하므로 $2a(a-1) + 2(b+1)^2 = 0$ 이다.

$$\therefore a(a-1) + (b+1)^2 = 0$$

이것을 $a^2 + (b+1)^2 = 1$ 과 연립하면

$$a = 1, b = -1 \text{이다.}$$

$$\therefore \text{(가) } a(a-1) + (b+1)^2 = 0, \text{(나) } 0$$

답 ①

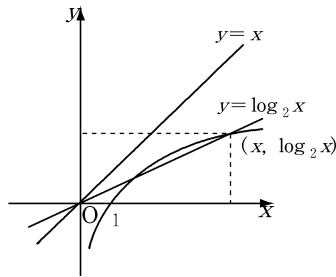
8. [출제의도] 무한등비급수의 합을 구하기

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{4^n} = \frac{0}{4} + \frac{1}{4^2} + \frac{2}{4^3} + \frac{0}{4^4} + \frac{1}{4^5} + \frac{2}{4^6} + \dots$$

$$\begin{aligned} &= \left(\frac{1}{4^2} + \frac{1}{4^5} + \frac{1}{4^8} + \dots \right) + \left(\frac{2}{4^3} + \frac{2}{4^6} + \frac{2}{4^9} + \dots \right) \\ &= \frac{\frac{1}{4^2}}{1 - \frac{1}{4^3}} + \frac{\frac{2}{4^3}}{1 - \frac{1}{4^3}} = \frac{\frac{1}{16}}{\frac{63}{64}} + \frac{\frac{2}{64}}{\frac{63}{64}} = \frac{2}{21} \end{aligned}$$

답 ②

9. [출제의도] 로그함수의 그래프를 그려보고, 그 성질을 이해하기



ㄱ. 참. 원점과 $(x, \log_2 x)$ 를 지나는 직선의 기울기
이므로 그림과 같이 두 점을 지나는 직선의 기울기는
항상 1보다 작다.

$$\text{ㄴ. 거짓. (반례) } x = \frac{1}{2} \text{ 일 때, } \frac{\log_2 \frac{1}{2}}{\frac{1}{2} - 1} = 2 > 1$$

$$\text{ㄷ. 거짓. (반례) } x = 1 \text{ 일 때 } \frac{\log_2(1+1)}{1} = 1$$

답 ①

10. [출제의도] 여러 가지 함수의 극한값을 구하기

ㄱ. $x \rightarrow 1-0$ 일 때, $0 < x < 1$ 이므로 $[x] = 0$

$$\lim_{x \rightarrow 1-0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1-0} \frac{(-1)^0}{x} = 1$$

ㄴ. $x \rightarrow -1+0$ 일 때, $-1 < x < 0$ 이므로 $[x] = -1$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -1+0} f(x) &= \lim_{x \rightarrow -1+0} \frac{(-1)^{(-1)}}{x} \\ &= \lim_{x \rightarrow -1+0} \frac{-1}{x} = 1 \end{aligned}$$

ㄷ. $x \rightarrow 2-0$ 일 때, $1 < x < 2$ 이므로 $[x] = 1$

$$\lim_{x \rightarrow 2-0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2-0} \frac{-1}{x} = -\frac{1}{2}$$

답 ⑤

11. [출제의도] 무한등비급수의 합을 구하기

A_1 의 한 변의 길이를 x 라고 하면 피타고라스 정리에 의해 $x = \frac{2}{\sqrt{5}} a$ 이므로

$$A_1 \text{의 넓이} = \frac{4}{5} a^2 \text{이다. 마찬가지로}$$

$$A_2 \text{의 넓이} = \frac{16}{25} a^2$$

⋮

$$A_n \text{의 넓이} = \left(\frac{4}{5}\right)^n a^2$$

$$\text{따라서, 넓이의 합은 } \frac{\frac{4}{5} a^2}{1 - \frac{4}{5}} = 4a^2 \text{이다.}$$

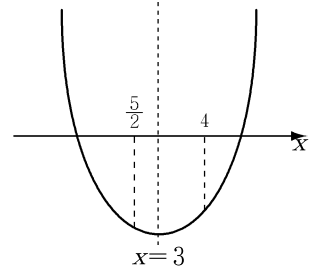
답 ④

12. [출제의도] 분수부등식을 활용하여 여러 가지 문제를 해결하기

$$\frac{x-1}{4-x} > 1 \text{을 풀면 } \frac{5}{2} < x < 4 \text{이므로}$$

$x^2 - 6x + k < 0$ 을 항상 만족시키는 k 의 값의 범위를 구한다.

$f(x) = x^2 - 6x + k$ 로 놓을 때, $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같은 위치에 있어야 한다.



$f(4) = k - 8 \leq 0$ 이어야 하므로 최대값은 8이다.

답 ⑤

13. [출제의도] 등비수열의 뜻을 알고 일반항과 공비를 구하기

$EC = a$ 라고 하면

$$\triangle GEC \text{의 넓이} = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$$

$$\triangle AGH \text{의 넓이} = \frac{1}{2} a(4-a) \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{4} a(4-a)$$

$$\triangle DEF \text{의 넓이} = \frac{\sqrt{3}}{4} r^2$$

$$\frac{\sqrt{3}}{4} a(4-a) = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 r \dots \text{㉠}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{4} r^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} ar(4-a) \dots \text{㉡}$$

㉠에서 $4-a = ar$, ㉡에서 $r = a(4-a)$

따라서 $r = a^2 r$ 이다. $\therefore a = 1, r = 3$

답 ④

14. [출제의도] 지수함수와 로그함수의 그래프의 성질을 이해하기

조건을 만족하는 두 함수는 $y = 10^{x-k}$, $y = \log_{10} x + k$ 이다.

또한 두 함수는 서로 역함수이고 두 함수의 그래프가 만나는 교점은 $y = x$ 와 $y = \log_{10} x + k$ 의 그래프와의 교점과 같고 두 점 사이의 거리가 $\sqrt{2}$ 이다.

만나는 두 점을 $P(a, a)$, $Q(\beta, \beta)$ (단, $a < \beta$)라

$$\text{하면 } \sqrt{(\beta-a)^2 + (\beta-a)^2} = \sqrt{2}(\beta-a) = \sqrt{2}$$

$$\therefore \beta - a = 1 \dots \text{㉠}$$

$$\text{한편, } \begin{cases} a = \log_{10} a + k \dots \text{㉢} \\ \beta = \log_{10} \beta + k \dots \text{㉣} \end{cases} \text{에서 } \text{㉢} - \text{㉣} \text{하면}$$

$$\beta - a = \log_{10} \beta - \log_{10} a \text{에서 } \therefore \frac{\beta}{a} = 10 \dots \text{㉡}$$

$$\text{㉠과 } \text{㉡} \text{를 연립하면 } a = \frac{1}{9}, \beta = \frac{10}{9} \text{이므로}$$

$$\text{㉢에서 } \frac{1}{9} = \log_{10} \frac{1}{9} + k \therefore k = \frac{1}{9} + 2 \log_{10} 3$$

답 ①

15. [출제의도] 수학적귀납법의 원리를 이해하기

$$\text{(가) } \frac{k+1}{k+2}, \text{(나) } 2$$

답 ⑤

16. [출제의도] 로그함수의 그래프 성질을 이해하여 문제를 해결하기

$x+1 < 3 \log_2 x \Leftrightarrow 2^{x+1} < x^3$ 이고 이를 만족하는 x 의 범위는 그래프에서 $2 < x < 8$ 이다.

한편, 구하는 부등식은 $y = 2^{x+1}$, $y = x^3$ 을 각각 x 축 방향으로 -1 만큼 평행이동한 결과이므로

$$2^{x+2} < (x+1)^3 \text{를 만족시키는 } x \text{의 범위는}$$

$$1 < x < 7 \text{이다.}$$

$$\therefore a + \beta = 8$$

답 ③

17. [출제의도] 상용로그의 뜻을 알고 이를 활용하기

현재 인구를 a 라 하면, n 년 후 두 도시의 인구는

$$A: (1+0.02)^n a, B: (1-0.02)^n a \text{이다.}$$

$$(1+0.02)^n a \geq 2(1-0.02)^n a \text{이므로}$$

$$1.02^n \geq 2 \times 0.98^n, \left(\frac{1.02}{0.98}\right)^n \geq 2$$

$$\left(\frac{51}{49}\right)^n \geq 2 \text{이다. 양변에 상용로그를 취하면}$$

$$n(\log_{10} 51 - \log_{10} 49) \geq 0.3010$$

$$n \times 0.0174 \geq 0.3010$$

$\therefore n \geq \frac{0.3010}{0.0174} = 17.29 \dots$

답 ②

18. [출제의도] 이산확률변수의 기대값을 구하기

$E(X) = 1 \times \frac{4}{15} + 2 \times \frac{4}{15} + 3 \times \frac{7}{30} = \frac{45}{30} = \frac{3}{2}$ 이므로
 $E(2X+5) = 2E(X)+5=8$

답 8

19. [출제의도] 경우의 수를 구하기

조건에 맞는 세 자리수는 131, 132, 133, 213, 231, 232, 233, 313, 321, 323, 331, 332, 333 이므로
 13가지이다.

답 13

20. [출제의도] 등차수열의 뜻을 이해하기

6개의 수 a, b, c, d, e, f 를 표와 같이 넣고, 등차중항을 이용하여 수를 구할 수 있다.

3	a	7
b	c	d
e	11	f

$\therefore a=5, b=6, c=8, d=10, e=9, f=13$
 $\therefore a+b+c+d+e+f=51$

답 51

21. [출제의도] 무한등비수열의 극한값을 구하기

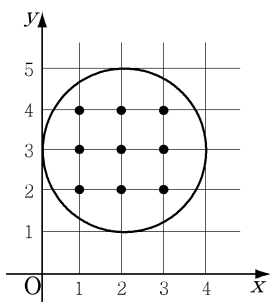
$f(-3) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(-3)^n + 3}{(-3)^n + 1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + 3(-\frac{1}{3})^n}{1 + (-\frac{1}{3})^n} = 1$

마찬가지 방법으로 구하면 $f(\frac{1}{4}) = 3, f(1) = 2$

$\therefore f(-3) + f(\frac{1}{4}) + f(1) = 6$

답 6

22. [출제의도] 조합의 뜻을 알고 조합의 수를 구하기



원의 내부에 있는 9개의 점 중에서 3개의 점을 꼭지점으로 하는 삼각형의 개수를 구한다.

$\therefore {}_9C_3 - 8 = 76$

답 76

23. [출제의도] 연속함수의 성질을 이해하고 이를 활용하기

$\lim_{x \rightarrow \infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x) - x^2}{x-1} = 2$ 이므로

다항함수 $f(x) = x^2 + 2x + a$ 꼴이다.

함수 $g(x)$ 는 모든 실수에서 연속이므로

$\lim_{x \rightarrow 1} g(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x+a}{x-1} = k$ 이어야 한다.

$x \rightarrow 1$ 일 때, (분모) $\rightarrow 0$ 이고 극한값은 일정한 값이므로 (분자) $\rightarrow 0$ 이어야 한다. $2 \times 1 + a = 0 \therefore a = -2$

$f(x) = x^2 + 2x - 2$ 이고 $\lim_{x \rightarrow 1} g(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x-2}{x-1} = 2$

$\therefore k=2 \therefore k+f(3)=2+13=15$

답 15

24. [출제의도] 상용로그의 뜻을 알고 이를 활용하기

$\log_{10} 18 - \log_{10} 3 = \log_{10} 12 - \log_{10} y \dots \textcircled{1}$

$\log_{10} x - \log_{10} 18 = \log_{10} 20 - \log_{10} 12 \dots \textcircled{2}$

$\textcircled{1}$ 에서 $\log_{10} y = \log_{10} \frac{12 \times 3}{18} = \log_{10} 2 \therefore y = 2$

$\textcircled{2}$ 에서 $\log_{10} x = \log_{10} \frac{20 \times 18}{12} = \log_{10} 30$

$\therefore x = 30$ 그러므로 $x - y = 28$ 이다.

답 28

25. [출제의도] 조합의 뜻을 알고 조합의 수를 구하기

$\{1, 2, 3\} \cap A = \{1, 2\}$ 이므로 A 는 1, 2는 포함하고 3은 포함하지 않아야 한다.

한편, $n(A) \geq 6$ 이어야 하므로 $\{4, 5, 6, \dots, 9, 10\}$ 중 원소를 각각 4개, 5개, 6개, 7개를 선택하여 부분 집합을 만든다.

위 조건을 만족하는 집합 A 의 개수는

$\therefore {}_7C_4 + {}_7C_5 + {}_7C_6 + {}_7C_7 = 2^7 - 1 = 127$

(참고)

${}_7C_0 + {}_7C_1 + {}_7C_2 + \dots + {}_7C_7 = 2^7$

${}_7C_0 + {}_7C_1 + {}_7C_2 + {}_7C_3 = {}_7C_4 + {}_7C_5 + {}_7C_6 + {}_7C_7$

답 64

[미분과 적분]

26	④	27	②	28	⑤	29	③	30	14
----	---	----	---	----	---	----	---	----	----

26. [출제의도] 삼각함수의 덧셈정리를 이해하기

$\sin(\frac{\pi}{3} \pm \theta) = \sin \frac{\pi}{3} \cos \theta \pm \cos \frac{\pi}{3} \sin \theta$
 $= \frac{\sqrt{3}}{2} \cos \theta \pm \frac{1}{2} \sin \theta$ (복부호동순)이므로
 준 식 $= \sin^2 \theta + 2 \cdot (\frac{\sqrt{3}}{2})^2 \cos^2 \theta + 2 \cdot (\frac{1}{2})^2 \sin^2 \theta$
 $= \frac{3}{2} \sin^2 \theta + \frac{3}{2} \cos^2 \theta = \frac{3}{2}$

답 ④

27. [출제의도] 삼각함수의 합성을 이해하기

$f(x) = 5 \sin(x+a)$ (단, $\cos a = \frac{4}{5}, \sin a = \frac{3}{5}$)이므로

$0 \leq x < 2\pi$ 인 범위에서 $x+a = \frac{\pi}{2}$ 일 때 최대이다.

한편, $\tan \theta = \tan(\frac{\pi}{2} - a) = \cot a$ 이고 $\cot a = \frac{4}{3}$ 이므로

$3 \tan \theta = 3 \cdot \frac{4}{3} = 4$

답 ②

28. [출제의도] 삼각함수의 반각의 공식을 이해하기

$\tan \theta = -\sqrt{8}$ 이므로 $\cos \theta = -\frac{1}{3}$ ($\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$)

$\sin^2 \frac{\theta}{2} = \frac{1 - \cos \theta}{2} = \frac{1 - (-\frac{1}{3})}{2} = \frac{2}{3}$

답 ⑤

29. [출제의도] 간단한 삼각방정식을 풀기

$4 \sin x - \cos 2x = 4 \sin x - (1 - 2 \sin^2 x) = k$

$\sin x = t$ ($-1 \leq t \leq 1$)라 하고 식을 정리하면

$2t^2 + 4t - 1 = k$ 이고 $-1 \leq t \leq 1$ 에서

$-3 \leq 2t^2 + 4t - 1 \leq 5$ 이므로 $-3 \leq k \leq 5$ 이다.

\therefore 정수의 개수는 9개

답 ③

30. [출제의도] 삼각함수의 덧셈정리를 이해하기

$\angle EAD = \alpha$ 라 하면 $\tan \alpha = \frac{3}{4}$ 이고,

$\tan(\theta + \alpha) = \frac{\tan \theta + \tan \alpha}{1 - \tan \theta \cdot \tan \alpha} = \frac{4}{3}$ 이므로

$\tan \theta + \frac{3}{4} = \frac{4}{3} - \tan \theta, \therefore \tan \theta = \frac{7}{24}$

$\therefore 48 \tan \theta = 14$

답 14

[확률과 통계]

26	③	27	⑤	28	④	29	②	30	7
----	---	----	---	----	---	----	---	----	---

1. [출제의도] 자료의 분포와 특성을 파악하기

도수의 총합이 35이므로 $a=7$, 상대도수의 합은 1

이므로 $c=1$ 이다. $b = \frac{7}{35}$ 이므로

$a + 10b + c = 10$

답 ③

2. [출제의도] 줄기와 잎 그림을 보고 자료의 분포와 특성을 파악하기

최빈값은 33, 자료의 범위는 49 (= 52 - 3)이며 평균은 약 27.7이고 중앙값은 32이다.

답 ⑤

3. [출제의도] 자료의 분포와 특성을 파악하기

$e=80$ 이고 공비가 2인 등비수열이므로 $a=5$,

$b=10, c=20, d=40$ 이다.

이를 이용하여 누적도수의 분포표를 작성하면 다음과 같다.

몸무게	도수	누적도수
55kg 이상 ~ 60kg 미만	5	5
60kg ~ 65kg	5	10
65kg ~ 70kg	10	20
70kg ~ 75kg	20	40
75kg ~ 80kg	40	80

답 ④

4. [출제의도] 대표값으로서 평균을 구하기

운전한 거리에 대한 자동차의 평균 속력을 x 라 하면

$x = \frac{100 \times 3 + 60 \times 2 + 30 \times 1}{3 + 2 + 1} = 75 \text{ km/시}$

답 ②

5. [출제의도] 산포도로서 분산을 구하기

A반 학생의 점수를 x_1, x_2, \dots, x_{30} 이라 하고

B반 학생의 점수를 y_1, y_2, \dots, y_{30} 이라 하면

전체평균을 m 이라 하면

$m = \frac{30(18+16)}{60} = 17$

A반의 분산은 $\frac{x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_{30}^2}{30} - 18^2 = 4$

B반의 분산은 $\frac{y_1^2 + y_2^2 + \dots + y_{30}^2}{30} - 16^2 = 8$ 이므로

전체분산을 σ^2 이라 하면

$\sigma^2 = \frac{x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_{30}^2 + y_1^2 + y_2^2 + \dots + y_{30}^2}{60} - m^2$

$= \frac{(4+18^2) \times 30 + (8+16^2) \times 30}{60} - 17^2 = 7$

\therefore 분산 $\sigma^2 = 7$

답 7

[이산수학]

26	⑤	27	④	28	②	29	③	30	105
----	---	----	---	----	---	----	---	----	-----

1. [출제의도] 곱의 법칙을 이해하고 경우의 수를 구하기

(i) 집 \rightarrow 학교 \rightarrow 도서관 \rightarrow 집 : $2 \times 2 \times 3 = 12$

(ii) 집 \rightarrow 도서관 \rightarrow 학교 \rightarrow 집 : $3 \times 2 \times 2 = 12$

\therefore 24가지

답 ⑤

2. [출제의도] 합의 법칙을 이해하고 경우의 수를 구하기

눈의 수의 합이 짝수가 되는 경우는

(i) 1회 던진 눈: 홀수, 2회 던진 눈: 홀수

$\therefore 3 \times 3 = 9$

(ii) 1회 던진 눈: 짝수, 2회 던진 눈: 짝수

$\therefore 3 \times 3 = 9$

(i)과 (ii)를 모두 합하면 18가지이다.

답 ④

3. [출제의도] 순열의 뜻을 알고 순열의 수를 구하기

맨 앞자리에는 1이 오고, 맨 뒤에는 3이 오지 않도록 하려면 1□□□□□1, 1□□□□□2이고 빈칸에 나머지 수가 들어가면 된다.

(i) 1□□□□□1: 빈칸에 2, 2, 3, 3, 3이 오는

경우의 수이므로 $\frac{5!}{2! \times 3!} = 10$ 가지

(ii) 1□□□□□2: 빈칸에 1, 2, 3, 3, 3이 오는

경우의 수이므로 $\frac{5!}{3!} = 20$ 가지

(i)과 (ii)에 의해 모두 30가지이다.

답 ②

4. [출제의도] 비둘기집의 원리를 이용하여 문제를 해결하기

7. 모든 정수는 $5k, 5k+1, 5k+2, 5k+3, 5k+4$ (단, k 는 정수)중 어느 한 꼴이다.

5개의 수를 모두 다른 종류의 것이라고 가정하면 $5k_1, 5k_2+1, 5k_3+2, 5k_4+3, 5k_5+4$ (단, k_1, k_2, k_3, k_4, k_5 는 정수)이고 6번째 수는 5

로 나눈 나머지가 그 중 하나가 되어 두 수의 차가 5의 배수가 되는 것이 반드시 존재한다. \therefore 참

나. (반례) 6개의 자연수가 1, 6, 11, 16, 21, 26이면 두 수의 차의 합을 5로 나눈 나머지는 항상 2이다. \therefore 거짓

다. 그와 마찬가지로 증명할 수 있다. \therefore 참

답 ③

5. [출제의도] 유한집합을 서로소인 몇 개의 집합의

합집합으로 나타낼 수 있는 방법의 수를 구하기

$${}_7C_2 \times {}_5C_2 \times {}_3C_3 \times \frac{1}{2!} = 105$$

답 105

[나형]

1	2	2	3	3	4	1	5	3
6	4	7	1	8	2	9	3	10
11	4	12	5	13	4	14	5	15
16	1	17	2	18	14	19	216	20
21	6	22	18	23	10	24	28	25
26	4	27	5	28	4	29	2	30
								199

- 수리'가'형 1번과 같음
- 수리'가'형 2번과 같음
- [출제의도] 무한수열의 극한의 성질을 이해하고 극한값을 구하기
 $(n^2-1)a_n = b_n$ 라 하면
 $a_n = \frac{1}{n^2-1} b_n$ 이고 $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n = 2006$ 이다.
 $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{2}n^2+1\right)a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{2}n^2+1\right) \cdot \frac{b_n}{n^2-1}$
 $= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{2}n^2+1}{n^2-1} \cdot b_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{2}n^2+1}{n^2-1} \cdot \lim_{n \rightarrow \infty} b_n$
 $= \frac{1}{2} \times 2006 = 1003$ 답 ③
- [출제의도] 미지수가 2개인 연립일차방정식을 행렬로 나타내기
 준식을 정리하면 $(x+y-27) + (x-2y-18)\sqrt{3} = 0$
 x 와 y 가 모두 유리수이므로 $x+y-27=0$ 이고,
 $x-2y-18=0$ 이어야한다.
 따라서 이 두 식은 연립방정식 $\begin{cases} x+y=27 \\ x-2y=18 \end{cases}$ 으로 나타내어지므로 $x=24, y=3$ 이다.
 $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m & 1 \\ 1 & n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 9 \\ 6 \end{pmatrix}$ 에서
 $24=9m+6 \therefore m=2, 3=9+6n \therefore n=-1$
 따라서 $mn=-2$ 답 ①
- 수리'가'형 5번과 같음
- [출제의도] 상용로그의 지표의 성질을 이해하고 이를 활용하기
 $24 \leq \log_{10} x^8 < 25$ 이므로 $3 \leq \log_{10} x < \frac{25}{8} = 3.125$
 $15 \leq \log_{10} y^5 < 16$ 이므로 $3 \leq \log_{10} y < \frac{16}{5} = 3.2$
 $6 \leq \log_{10} x + \log_{10} y < 6.325$
 $\therefore xy$ 는 7자리의 자연수 답 ④
- 수리'가'형 7번과 같음
- 수리'가'형 8번과 같음
- [출제의도] 지수법칙을 이해하고 식의 값을 계산하기
 $2 * \sqrt{2} = \sqrt{2}^2 = 2 (\because 2 > \sqrt{2})$ 이므로
 준 식 = $2 * 2\sqrt{2} = 2^{2\sqrt{2}} (\because 2 < 2\sqrt{2})$ 답 ③
- [출제의도] 행렬의 뜻을 이해하기
 $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ 답 ①
- 수리'가'형 11번과 같음
- [출제의도] 무한수열의 극한의 성질을 이해하기
 ㄱ. $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n b_n = \lim_{n \rightarrow \infty} a_n \cdot \lim_{n \rightarrow \infty} b_n = a \cdot 0 = 0$
 ㄴ. $a_n - b_n = c_n$ 이라 놓으면 $b_n = a_n - c_n$ 이므로
 $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n = \lim_{n \rightarrow \infty} (a_n - c_n) = \lim_{n \rightarrow \infty} a_n - \lim_{n \rightarrow \infty} c_n = a - 0 = a$ 답 ④
 ㄷ. $a_n - b_n = c_n$ 이라 놓으면 $b_n = a_n - c_n$ 이므로
 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{b_n}{a_n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n - c_n}{a_n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{c_n}{a_n}\right) = 1$ 답 ⑤

- 수리'가'형 13번과 같음
- [출제의도] 무한급수의 수렴의 뜻을 이해하기
 $\sum_{n=1}^{\infty} \left(a_n - \frac{2n^2}{2n^2+1}\right)$ 이 수렴하므로
 $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(a_n - \frac{2n^2}{2n^2+1}\right) = 0$ 이다.
 $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(a_n - \frac{2n^2}{2n^2+1}\right) = 0$ 에서 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2}{2n^2+1} = 1$ 이므로
 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 1$ 이다. 답 ⑤
- 수리'가'형 15번과 같음
- [출제의도] 로그의 뜻과 그 성질을 이해하기
 $xyz = 3^{a+b+c} = 1$
 준 식 = $\log_x \frac{1}{x} + \log_y \frac{1}{y} + \log_z \frac{1}{z} = -3$ 답 ①
- 수리'가'형 17번과 같음
- [출제의도] 행렬의 덧셈, 뺄셈의 정의를 알고 그 연산을 하기
 $X = 2A + 3B = \begin{pmatrix} 4 & 6 \\ -2 & 8 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 9 & 3 \\ -3 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 13 & 9 \\ -5 & 14 \end{pmatrix}$
 \therefore 2행 2열의 성분은 14이다. 답 14
- [출제의도] \sum 의 뜻과 성질을 이해하고 이를 활용하기
 준 식 = $\sum_{k=1}^{10} (k+1)^2 - 4 - \sum_{k=1}^{10} (k-1)^2 = -4 + \sum_{k=1}^{10} 4k$
 $= -4 + 4 \cdot 55 = 216$ 답 216
- 수리'가'형 20번과 같음
- 수리'가'형 21번과 같음
- [출제의도] 역행렬을 이용하여 연립일차방정식에 관한 문제를 해결하기
 $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} t \\ -t^2 \end{pmatrix}$
 $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 & -3 \\ 3 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} t \\ -t^2 \end{pmatrix}$
 $\therefore \begin{cases} x=9t+3t^2 \\ y=3t-5t^2 \end{cases}$ 이므로
 $x+y = -2t^2 + 12t = -2(t-3)^2 + 18$ 이다.
 따라서, 최대값은 18이다. 답 18
- [출제의도] 지수법칙을 이해하고 이를 활용하기
 소금물의 농도를 a 라고 하자.
 갑과 을이 각각 5회, n 회 시행했을 때 소금물의 농도가 같으므로 $a \left(\frac{1}{4}\right)^5 = a \left(\frac{1}{2}\right)^n$ 이 된다.
 $\left(\frac{1}{4}\right)^5 = \left(\frac{1}{2}\right)^n \therefore n=10$ 답 10
- 수리'가'형 24번과 같음
- [출제의도] 여러 가지 수열에 관한 문제를 해결하기
 주어진 점화식의 양변을 $a_n a_{n+1} a_{n+2}$ 로 나누면
 $\frac{1}{a_{n+2}} - \frac{2}{a_{n+1}} + \frac{1}{a_n} = 0$ 이므로 $\left\{\frac{1}{a_n}\right\}$ 은 공차가 $\frac{1}{2}$ 인 등차수열이다.
 $\sum_{k=1}^{20} \frac{1}{a_k} = \frac{20 \cdot \left(2 \cdot \frac{1}{2} + 19 \cdot \frac{1}{2}\right)}{2} = 105$ 답 105
- [출제의도] 알고리즘과 순서도를 알고 문제를 해결하기
 $S = \sum_{k=2}^{11} (k^2 - k) = 440$ 답 ④
- [출제의도] 역행렬의 뜻을 알고 문제를 해결하기
 역행렬이 존재하려면
 $2k(2k+a-1) - k(k+1)(k-1) \neq 0$
 $(4-b)k^2 + 2(a-1)k + b \neq 0$

- (i) $b \neq 4$ 일 때, $\frac{D}{4} = (a-1)^2 - b(4-b) < 0$
 $(a-1)^2 + b^2 - 4b < 0$
 $(a-1)^2 + (b-2)^2 < 4$ 이므로 $a < b$ 를 만족시키는 (a, b) 는 $(0, 1), (0, 2), (1, 2), (0, 3), (1, 3), (2, 3)$ 이다.
 (ii) $b=4$ 일 때, 임의의 실수 k 에 대하여
 $2(a-1)k+4 \neq 0$ 인 것은 $a=1$ 이다.
 이 때 $(a, b) = (1, 4)$ 는 $a < b$ 를 만족한다.
 (i),(ii)에 의해 $a < b$ 를 만족시키는 순서쌍의 개수는 7개이다. 답 ⑤
- [출제의도] \sum 의 뜻과 성질을 이해하고 이를 활용하기
 준 식 = $\sum_{n=1}^{10} \frac{\alpha_n + \beta_n}{\alpha_n \cdot \beta_n} = \sum_{n=1}^{10} \frac{-4}{-(2n-1)(2n+1)}$
 $= 4 \sum_{n=1}^{10} \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2n-1} - \frac{1}{2n+1}\right)$
 $= 2 \sum_{n=1}^{10} \left(\frac{1}{2n-1} - \frac{1}{2n+1}\right) = 2 \left(1 - \frac{1}{21}\right) = \frac{40}{21}$ 답 ④
- [출제의도] 무한수열의 극한의 성질을 이해하여 이를 활용하기
 $a_{n+1} = 0.9a_n + 0.2b_n \dots \textcircled{A}$
 $b_{n+1} = 0.1a_n + 0.8b_n \dots \textcircled{B}$
 $\textcircled{A} + \textcircled{B}: a_{n+1} + b_{n+1} = a_n + b_n = \dots = a_1 + b_1 = 10 \dots \textcircled{C}$
 $\textcircled{A}, \textcircled{C}$ 에서 $a_{n+1} = 0.7a_n + 2 \dots \textcircled{D}$
 $\textcircled{B}, \textcircled{C}$ 에서 $b_{n+1} = 0.7b_n + 1 \dots \textcircled{E}$
 \textcircled{E} 에서 $a_n = \frac{20}{3} - \frac{8}{3} \left(\frac{7}{10}\right)^{n-1}$ 이므로
 $\therefore \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \frac{20}{3}$
 마찬가지로 \textcircled{D} 에서 $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n = \frac{10}{3}$ 이다.
 $\therefore \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{b_n}{a_n} = \frac{\lim_{n \rightarrow \infty} b_n}{\lim_{n \rightarrow \infty} a_n} = \frac{\frac{10}{3}}{\frac{20}{3}} = \frac{1}{2}$ 답 ②
- [출제의도] 여러 가지 수열에 관한 문제를 해결하기
 19행까지의 항의 총 개수는 361개이므로 19행의 맨 오른쪽 수는 1이다. 따라서 20행의 첫항은 3이고, 항이 개수가 39개이므로
 $(3+5+7+9+1) \times 7 + (3+5+7+9) = 175 + 24 = 199$ 답 199