

제 2 교시

수리 영역

나 형

성명

수험 번호

- 먼저 수험생이 선택한 유형(가 형/나 형)의 문제지인지 확인하십시오.
- 문제지에 성명과 수험 번호를 정확히 기입하십시오.
- 답안지에 수험 번호, 답을 정확히 표기하십시오.
- 단답형 답의 숫자에 0이 포함된 경우, OMR 답안지에 반드시 0을 표기하십시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하십시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하십시오.

3. 수열 $\{a_n\}$ 은 첫째항이 1이고 공차가 6인 등차수열이다.

수열 $\{b_n\}$ 의 일반항이 $b_n = \frac{a_n + a_{n+1}}{3}$ 일 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{b_n}{a_n}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

1. $\log_5 \frac{9}{25} - \log_5 9$ 의 값은? [2점]

- ① -2 ② -1 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

2. $3A + B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -2 & 5 \end{pmatrix}$, $2A - B = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$ 를 만족하는

행렬 A, B 에 대하여 행렬 $A + B$ 의 각 성분의 합은? [2점]

- ① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

4. 두 사건 A, B 에 대하여 $P(A) = \frac{1}{3}$, $P(B) = \frac{1}{4}$ 이며

$P(A|B) = \frac{1}{3}$ 일 때, $P(A^c \cap B^c)$ 의 값은? (단, A^c 은 A 의 여사건이다.) [3점]

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{2}{3}$

5. 세 수 $A = \sqrt[3]{\sqrt{10}}$, $B = \sqrt{5}$, $C = \sqrt[3]{\sqrt{28}}$ 의 대소 관계를
바르게 나타낸 것은? [3점]

- ① $A < B < C$ ② $A < C < B$ ③ $B < A < C$
④ $B < C < A$ ⑤ $C < A < B$

6. x, y 에 대한 연립방정식

$$\begin{cases} ax - 5y = 0 \\ -x + (a-4)y = 0 \end{cases}$$

이 $x=0, y=0$ 이외의 해를 갖도록 하는 모든 a 값의 합은?
[3점]

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

7. $a = \log_7 \sqrt{7 - \sqrt{48}}$ 일 때, $\frac{7^{2a} - 7^{-2a}}{7^{2a} + 7^{-2a}}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{6\sqrt{3}}{7}$ ② $\frac{4\sqrt{3}}{7}$ ③ $\frac{2\sqrt{3}}{7}$
④ $-\frac{4\sqrt{3}}{7}$ ⑤ $-\frac{2\sqrt{3}}{7}$

8. 이산확률변수 X 의 확률분포표는 다음과 같다.

X	1	2	4	8	합계
$P(X=x)$	$\frac{1}{4}$	a	$\frac{1}{8}$	b	1

확률변수 X 의 평균이 5일 때, X 의 분산은? [4점]

- ① 9.75 ② 8.5 ③ 7.25
④ 6.5 ⑤ 4.25

9. 집합 $V = \left\{ \begin{pmatrix} x & y \\ -y & x \end{pmatrix} \mid x, y \text{는 실수} \right\}$ 에 대하여, <보기>에서 옳은 것을 모두 고르면? [4점]

<보 기>

ㄱ. 행렬 $A, B \in V$ 에 대하여 $A + B \in V$ 이다.
 ㄴ. 행렬 $A, B \in V$ 에 대하여 $AB = BA$ 가 성립한다.
 ㄷ. 행렬 $A, B \in V$ 에 대하여 $AB = O$ 이면 $A = O$ 또는 $B = O$ 이다. (단, O 는 영행렬이다.)

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

10. 원 $x^2 + y^2 = \frac{1}{2^n}$ 에 대하여 기울기가 -1 이고 제 1 사분면을 지나는 접선이 x 축과 만나는 점의 좌표를 $(a_n, 0)$ 이라 할 때, $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ 의 값은? [4점]

- ① 2 ② $2 + \sqrt{2}$ ③ $2\sqrt{2}$
 ④ 4 ⑤ $4 + \sqrt{2}$

11. 다음과 같이 정의된 확률변수 X, Y, Z 의 분산의 대소 관계를 바르게 나타낸 것은? (단, $V(X)$ 는 확률변수 X 의 분산이다.) [3점]

X : 연속하는 100개의 자연수에서 임의로 뽑은 두 수의 차
 Y : 연속하는 100개의 홀수에서 임의로 뽑은 두 수의 차
 Z : 연속하는 100개의 짝수에서 임의로 뽑은 두 수의 차

- ① $V(X) < V(Y) < V(Z)$
 ② $V(X) = V(Y) = V(Z)$
 ③ $V(X) > V(Y) = V(Z)$
 ④ $V(X) = V(Y) < V(Z)$
 ⑤ $V(X) < V(Y) = V(Z)$

12. 집합 $G = \{(x, y) \mid y = 5^x, x \text{는 실수}\}$ 에 대하여 <보기>에서 항상 옳은 것을 모두 고르면? [3점]

<보 기>

ㄱ. $(a, b) \in G$ 이면 $\left(\frac{a}{2}, \sqrt{b}\right) \in G$ 이다.
 ㄴ. $(-a, b) \in G$ 이면 $\left(a, \frac{1}{b}\right) \in G$ 이다.
 ㄷ. $(2a, b) \in G$ 이면 $(a, b^2) \in G$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

13. 좌표평면에서 원 $x^2 + y^2 = 1$ 위에 있는 7개의 점

$$P_1(1, 0), P_2\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right), P_3\left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right), P_4(0, 1),$$

$$P_5\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right), P_6(-1, 0), P_7\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2}\right)$$

에서 임의로 세 점을 선택할 때, 이 세 점을 꼭지점으로 하는 삼각형이 직각삼각형일 확률은? [4점]

- ① $\frac{1}{7}$ ② $\frac{6}{35}$ ③ $\frac{1}{5}$ ④ $\frac{8}{35}$ ⑤ $\frac{9}{35}$

14. 일반항이 $a_n = 2^{1-n}$ 인 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 할 때, <보기>에서 옳은 것을 모두 고르면? [3점]

—<보 기>—

ㄱ. 수열 $\{\log a_n\}$ 은 등차수열이다.

ㄴ. 수열 $\{S_n + a_n\}$ 은 등비수열이다.

ㄷ. $S_n = \frac{1}{2} a_{n+1} + 2$ 가 성립한다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

15. 다음은 로그의 성질 $\log_p q^r = r \log_p q$ 를 이용하여 m 이 0이 아닌 실수일 때,

$$\log_{a^m} b^n = \frac{n}{m} \log_a b \text{ (단, } a \text{는 } 1 \text{이 아닌 양수, } b \text{는 양수)}$$

가 성립함을 증명한 것이다.

<증명>

$x = \log_{a^m} b^n$ 로 놓으면

$b^n = \boxed{\text{(가)}} = (a^x)^{\boxed{\text{(나)}}}$ 이므로

$a^x = \boxed{\text{(다)}}$

따라서 $x = \log_a \boxed{\text{(다)}} = \frac{n}{m} \log_a b$ 가 성립한다.

위의 증명에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것을 차례로 나열한 것은? [3점]

- | | (가) | (나) | (다) |
|---|-----------|---------------|-------------------|
| ① | a^x | m | b^n |
| ② | a^x | $\frac{m}{n}$ | $b^{\frac{n}{m}}$ |
| ③ | $(a^m)^x$ | m | $b^{\frac{n}{m}}$ |
| ④ | $(a^m)^x$ | m | b^n |
| ⑤ | $(a^m)^x$ | $\frac{m}{n}$ | $b^{\frac{n}{m}}$ |

16. 다음은 모든 자연수 n 에 대하여

$$1 \cdot n + 2 \cdot (n-1) + 3 \cdot (n-2) + \dots + (n-1) \cdot 2 + n \cdot 1 = \frac{n(n+1)(n+2)}{6}$$

이 성립함을 수학적귀납법으로 증명한 것이다.

<증명>

(i) $n=1$ 일 때, (좌변) = 1, (우변) = 1 이므로 주어진 식은 성립한다.

(ii) $n=k$ 일 때 성립한다고 가정하면

$$1 \cdot k + 2 \cdot (k-1) + 3 \cdot (k-2) + \dots + k \cdot 1 = \frac{k(k+1)(k+2)}{6}$$

이다. $n=k+1$ 일 때 성립함을 보이자.

$$\begin{aligned} &1 \cdot (k+1) + 2 \cdot k + 3 \cdot (k-1) + \dots + (k+1) \cdot 1 \\ &= 1 \cdot k + 2 \cdot (k-1) + 3 \cdot (k-2) + \dots + k \cdot 1 \\ &\quad + (1+2+3+\dots+k) + \boxed{\text{(가)}} \\ &= \frac{k(k+1)(k+2)}{6} + \boxed{\text{(나)}} \\ &= \boxed{\text{(다)}} \end{aligned}$$

그러므로 $n=k+1$ 일 때도 성립한다.

따라서 모든 자연수 n 에 대하여 주어진 등식은 성립한다.

위의 증명에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것을 차례로 나열한 것은? [4점]

- | | (가) | (나) | (다) |
|---|-------|------------------------|-----------------------------|
| ① | k | $\frac{k(k+1)}{2}$ | $\frac{(k+1)(k+2)(k+3)}{6}$ |
| ② | k | $\frac{k(k+3)}{2}$ | $\frac{(k+1)(k+2)(k+3)}{6}$ |
| ③ | k | $\frac{(k+1)(k+2)}{2}$ | $\frac{k(k+1)(k+2)}{6}$ |
| ④ | $k+1$ | $\frac{(k+1)(k+2)}{2}$ | $\frac{(k+1)(k+2)(k+3)}{6}$ |
| ⑤ | $k+1$ | $\frac{(k+1)(k+2)}{2}$ | $\frac{k(k+1)(k+2)}{6}$ |

17. 두 이차정사각행렬 A 와 B 에 대하여

$$AB + A = E$$

$$AB + BA = A + B$$

일 때, <보기>에서 옳은 것을 모두 고르면? (단, E 는 단위행렬이다.) [4점]

<보 기>

- ㄱ. 행렬 A 의 역행렬은 $B+E$ 이다.
 ㄴ. $AB = BA$
 ㄷ. 행렬 B 가 역행렬을 갖는다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

단답형

18. $\sum_{k=1}^{10} (k-1)(k+2)$ 의 값을 구하시오. [2점]

19. 함수 $f(x) = \begin{cases} \log_{\frac{1}{2}} x & (0 < x < 1) \\ \log_4 x & (x \geq 1) \end{cases}$

에 대하여 $f(x) = 4$ 를 만족하는 모든 실수 x 의 곱을 구하시오. [3점]

20. 다음 등식을 만족하는 소수 p 는 2개 존재한다.

$$\begin{aligned} \frac{1}{p} &= \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{a}{6^{2n-1}} + \frac{b}{6^{2n}} \right) \\ &= \frac{a}{6} + \frac{b}{6^2} + \frac{a}{6^3} + \frac{b}{6^4} + \dots \end{aligned}$$

(단, $0 \leq a < 6$, $0 \leq b < 6$, a 와 b 는 정수이다.)

위 등식을 만족하는 두 소수의 합을 구하시오. [4점]

21. 3개의 증권 회사, 3개의 통신 회사, 4개의 건설 회사가 있다. 증권, 통신, 건설 각 업종별로 적어도 하나의 회사를 선택하여 총 4개의 회사에 입사원서를 내는 경우의 수를 구하시오. [3점]

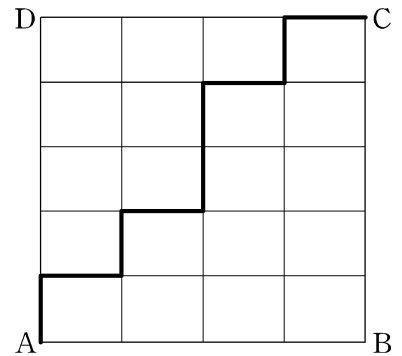
22. 그림과 같은 바둑판 모양의

도로망이 있다. 갑은 A에서 C까지 굵은 선을 따라 걷고, 을은 C에서 A까지 굵은 선을 따라 걸으며, 병은 B에서 D까지 도로를 따라 최단거리로 걷는다.

갑, 을, 병 세 사람이 모두

만나도록 병이 B에서 D까지

가는 경우의 수를 구하시오. (단, 갑, 을, 병은 동시에 출발하고 같은 속력으로 걷는다고 가정한다.) [4점]



23. A 주머니에 흰 공 2개, 검은 공 5개 그리고 B 주머니에 흰 공 3개, 검은 공 4개가 들어 있다. A 주머니에서 한 개의 공을 임의로 꺼내어 B 주머니에 넣은 다음 다시 B 주머니에서 하나의 공을 꺼내기로 한다. B에서 꺼낸 공이 흰 공일 때, A에서 B로 옮겨진 공이 흰 공이었을 확률은 $\frac{q}{p}$ 이다. $10p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

24. 어떤 물질의 시각 t 에서의 농도 $M(t)$ 는 함수

$$M(t) = ar^t + 24 \quad (a, r \text{ 은 양의 상수})$$

로 나타내어진다고 한다. 다음 표는 이 물질의 농도를 1분 간격으로 측정한 것이다.

t	0	1	2	3	...
$M(t)$	124	64	40	30.4	...

이 물질의 농도가 처음으로 24.001 이하가 되는 시각은 n 분과 $(n+1)$ 분 사이이다. 자연수 n 의 값을 구하시오. (단, $\log 2$ 는 0.3010으로 계산한다.) [3점]

25. 집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ 에 대하여 다음 세 조건을 모두 만족하는 함수 $f: A \rightarrow A$ 의 개수를 구하시오. [4점]

- (가) 함수 f 는 일대일 대응
- (나) $f(1) = 7$
- (다) $k \geq 2$ 이면 $f(k) \leq k$

5지선다형

26. 어느 공장에서 제품 A를 1개 만드는 데 강철 3톤과 알루미늄 2톤이 사용되고, 제품 B를 1개 만드는 데 강철 4톤과 알루미늄 3톤이 사용된다. 강철과 알루미늄의 톤당 구입 가격이 각각 x 원, y 원일 때, A를 25개, B를 15개 만드는 데 사용된 강철과 알루미늄의 총 구입 가격을 행렬의 곱으로 나타낸 것은? [3점]

- ① $(15 \ 25) \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$
- ② $(15 \ 25) \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$
- ③ $(25 \ 15) \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$
- ④ $(25 \ 15) \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$
- ⑤ $\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 25 \\ 15 \end{pmatrix} (x \ y)$

27. 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11\}$ 에서 임의로 $k(2 \leq k \leq 10)$ 개의 원소를 선택할 때, 이 원소가 연속하는 자연수일 확률을 P_k 라 한다. <보기>에서 옳은 것을 모두 고르면? [4점]

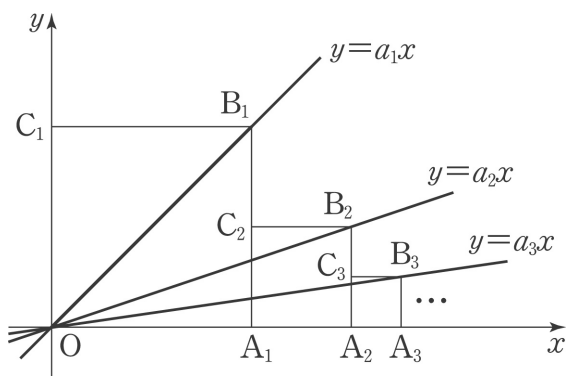
- <보 기>
- ㄱ. $P_2 = \frac{2}{11}$
 - ㄴ. $P_k = P_{12-k}$
 - ㄷ. P_k 중에서 최소값은 P_{10} 이다.

- ① ㄱ
- ② ㄷ
- ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

28. 그림과 같이 x 축 위에

$$\overline{OA_1}=1, \overline{A_1A_2}=\frac{1}{2}, \overline{A_2A_3}=\left(\frac{1}{2}\right)^2, \dots, \overline{A_{n-1}A_n}=\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}, \dots$$

을 만족하는 점 A_1, A_2, A_3, \dots 에 대하여, 제 1 사분면에 선분 $OA_1, A_1A_2, A_2A_3, \dots$ 을 한 변으로 하는 정사각형 $OA_1B_1C_1, A_1A_2B_2C_2, A_2A_3B_3C_3, \dots$ 을 계속하여 만든다. 원점과 점 B_n 을 지나는 직선의 방정식을 $y = a_n x$ 라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} 2^n a_n$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ 2 ⑤ 4

29. 어느 회사에서 만든 휴대전화 배터리의 지속 시간은 평균 60 시간인 정규분포를 따른다고 한다. 이 회사에서 만든 8개의 배터리 중에서 지속 시간이 60 시간 이상인 배터리가 2개 이상일 확률은? [4점]

- ① $\frac{101}{256}$ ② $\frac{129}{256}$ ③ $\frac{197}{256}$
 ④ $\frac{219}{256}$ ⑤ $\frac{247}{256}$

단답형

30. 방정식 $x^2 + 1 = 0$ 의 한 허근을 ω 라 하자.

자연수 n 에 대하여 $f(n)$ 을 ω^n 의 실수 부분으로 정의할 때,

$$\sum_{k=1}^{999} \left\{ f(k) + \frac{1}{3} \right\}$$
의 값을 구하시오. [3점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인 하시오.