

제 2 교시

수학 영역(나형)

5지선다형

1. 두 다항식 $A=x^2-y^2$, $B=2x^2+y^2$ 에 대하여 $A+B$ 를 간단히 하면? [2점]

- ① x^2 ② $2x^2$ ③ $3x^2$ ④ y^2 ⑤ $2y^2$

2. $i(1+i)$ 의 값은? (단, $i=\sqrt{-1}$ 이다.) [2점]

- ① $1+i$ ② $-1+i$ ③ $1-i$
- ④ $-1-i$ ⑤ $2i$

3. $3^{\frac{1}{2}} \times 3^{-\frac{1}{2}}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

4. 좌표평면에서 두 점 $O(0, 0)$, $A(8, 0)$ 에 대하여 선분 OA 를 3:1로 내분하는 점의 좌표는? [3점]

- ① (2, 0) ② (3, 0) ③ (4, 0)
- ④ (5, 0) ⑤ (6, 0)

5. 함수 $f(x) = 3x - 1$ 에 대하여 $f^{-1}(2)$ 의 값은? [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

6. 모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_2 = 2$, $a_4 = 18$ 일 때, a_3 의 값은? [3점]

- ① 3 ② 6 ③ 9 ④ 12 ⑤ 15

7. 연립방정식 $\begin{cases} x - y = 3 \\ xy + x + 1 = 0 \end{cases}$ 의 해를 $x = a$, $y = b$ 라 할 때, $a + b$ 의 값은? [3점]

- ① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

8. 무리함수 $y = \sqrt{ax}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1 만큼, y 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동한 그래프가 원점을 지난다. 상수 a 의 값은? [3점]

- ① -7 ② -4 ③ -1 ④ 2 ⑤ 5

수학 영역(나형)

3

9. 어떤 알고리즘에서 N 개의 자료를 처리할 때의 시간복잡도를 T 라 하면 다음과 같은 관계식이 성립한다고 한다.

$$\frac{T}{N} = \log N$$

100개의 자료를 처리할 때의 시간복잡도를 T_1 , 1000개의 자료를 처리할 때의 시간복잡도를 T_2 라 할 때, $\frac{T_2}{T_1}$ 의 값은?

[3점]

- ① 15 ② 20 ③ 25 ④ 30 ⑤ 35

10. 방정식 $x^3+8=0$ 의 근 중 허수부분이 양수인 근을 α 라 하자. $\alpha-\bar{\alpha}$ 의 값은? (단, $i=\sqrt{-1}$ 이고, $\bar{\alpha}$ 는 α 의 켈레복소수이다.)

[3점]

- ① $-2\sqrt{3}i$ ② $-\sqrt{3}i$ ③ $\sqrt{3}i$
④ $2\sqrt{3}i$ ⑤ $4\sqrt{3}i$

11. 실수 x 에 대하여 두 조건 p, q 가 다음과 같다.

$$p: x^2 - 2x - 3 \leq 0$$

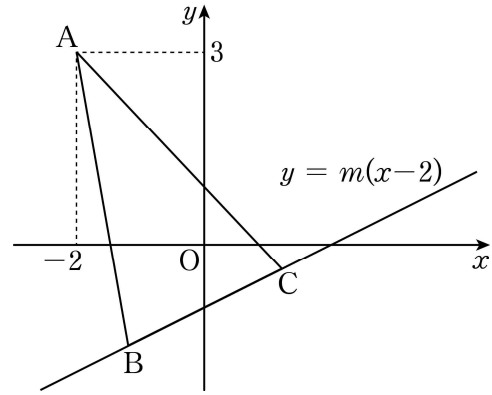
$$q: |x - a| \leq b$$

p 는 q 이기 위한 필요충분조건일 때, ab 의 값은?

(단, a, b 는 상수이다.) [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

12. 그림과 같이 좌표평면에서 점 $A(-2, 3)$ 과 직선 $y = m(x-2)$ 위의 서로 다른 두 점 B, C 가 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 를 만족시킨다. 선분 BC 의 중점이 y 축 위에 있을 때, 양수 m 의 값은? [3점]



- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{5}{12}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{7}{12}$ ⑤ $\frac{2}{3}$

[13~14] 함수

$$f(x) = \frac{x+1}{2x-1}$$

에 대하여 13번과 14번의 두 물음에 답하시오.

13. 유리함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 점 (p, q) 에 대하여 대칭일 때, $p+q$ 의 값은? [3점]

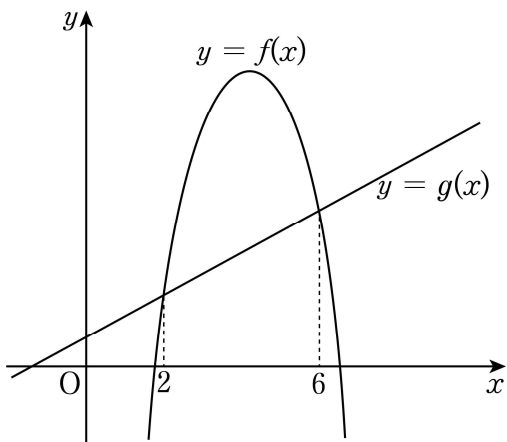
- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ 1 ⑤ $\frac{5}{4}$

14. $\log 2 = a$, $\log 3 = b$ 라 할 때, $f(\log_3 6)$ 의 값을 a, b 로 나타낸 것은? [4점]

- ① $\frac{a+2b}{a+b}$ ② $\frac{2a+b}{a+b}$ ③ $\frac{2a+b}{a+2b}$
 ④ $\frac{a+b}{2a+b}$ ⑤ $\frac{a+2b}{2a+b}$

15. 이차항의 계수가 -1 인 이차함수 $y=f(x)$ 의 그래프와 직선 $y=g(x)$ 가 만나는 두 점의 x 좌표는 2 와 6 이다.
 $h(x)=f(x)-g(x)$ 라 할 때, 함수 $h(x)$ 는 $x=p$ 에서 최댓값 q 를 갖는다. $p+q$ 의 값은? [4점]

- ① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12



16. 모든 항이 양수인 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n a_k = \frac{a_n^2 + 1}{2a_n}$$

을 만족시킨다. 다음은 일반항 a_n 이

$$a_n = \sqrt{n} - \sqrt{n-1} \quad \dots (*)$$

임을 수학적 귀납법을 이용하여 증명한 것이다.

(i) $n=1$ 일 때,

$$a_1 = \frac{a_1^2 + 1}{2a_1} \text{에서 } a_1 > 0 \text{이므로 (좌변)} = a_1 = 1,$$

(우변) $= 1 - 0 = 1$ 이다.

따라서 $n=1$ 일 때 (*)이 성립한다.

(ii) $n=m$ 일 때 (*)이 성립한다고 가정하면

$$a_m = \sqrt{m} - \sqrt{m-1} \text{이므로}$$

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^{m+1} a_k &= \sum_{k=1}^m a_k + a_{m+1} \\ &= \sum_{k=1}^m (\sqrt{k} - \sqrt{k-1}) + a_{m+1} \\ &= \boxed{\text{(가)}} + a_{m+1} \end{aligned}$$

이다. 이때

$$\frac{a_{m+1}^2 + 1}{2a_{m+1}} = \boxed{\text{(가)}} + a_{m+1}$$

즉,

$$a_{m+1}^2 + 2\sqrt{m} \times a_{m+1} - 1 = 0$$

이고, $a_{m+1} > 0$ 이므로

$$a_{m+1} = \boxed{\text{(나)}} - \sqrt{m}$$

이다. 따라서 $n=m+1$ 일 때도 (*)이 성립한다.

(i), (ii)에 의하여 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_n = \sqrt{n} - \sqrt{n-1} \text{이다.}$$

위의 (가)와 (나)에 알맞은 식을 각각 $f(m)$, $g(m)$ 이라 할 때, $f(25)+g(35)$ 의 값은? [4점]

- ① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

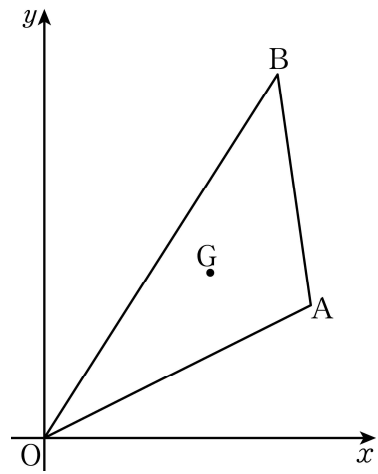
17. 두 자연수 a, b 에 대하여

$$a^2b + 2ab + a^2 + 2a + b + 1$$

의 값이 245일 때, $a+b$ 의 값은? [4점]

- ① 9 ② 10 ③ 11 ④ 12 ⑤ 13

18. 그림과 같이 좌표평면에 세 점 $O(0, 0)$, $A(8, 4)$, $B(7, a)$ 와 삼각형 OAB 의 무게중심 $G(5, b)$ 가 있다. 점 G 와 직선 OA 사이의 거리가 $\sqrt{5}$ 일 때, $a+b$ 의 값은? (단, a 는 양수이다.) [4점]



- ① 16 ② 17 ③ 18 ④ 19 ⑤ 20

19. 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1 + a_2 = 8$ 이고,

$$\sum_{k=2}^n a_k - \sum_{k=1}^{n-1} a_k = 2n^2 + 2 \quad (n \geq 2)$$

를 만족시킨다. $\sum_{k=1}^{10} a_k$ 의 값은? [4점]

- ① 756 ② 766 ③ 776 ④ 786 ⑤ 796

20. 집합 $X = \{1, 2, 3, 4\}$ 에 대하여 X 에서 X 로의 일대일 대응인 함수 f 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 집합 X 의 모든 원소 x 에 대하여 $(f \circ f)(x) = x$ 이다.
 (나) 집합 X 의 어떤 원소 x 에 대하여 $f(x) = 2x$ 이다.

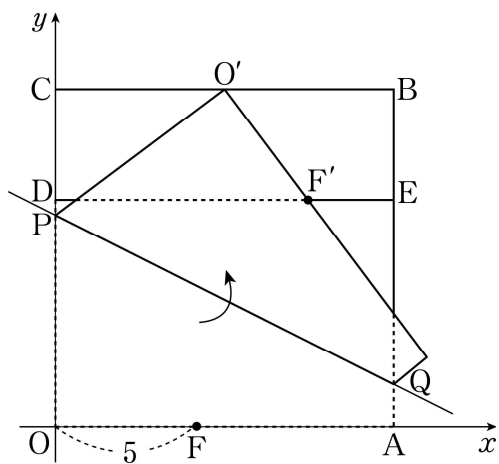
<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

— < 보 기 > —

- ㄱ. $f(3) = f^{-1}(3)$
 ㄴ. $f(1) = 3$ 이면 $f(2) = 4$ 이다.
 ㄷ. 가능한 함수 f 의 개수는 4이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

21. 그림과 같이 한 변의 길이가 12인 정사각형 OABC 모양의 종이를 점 O가 원점에, 두 점 A, C가 각각 x 축, y 축 위에 있도록 좌표평면 위에 놓았다. 두 점 D, E는 각각 두 선분 OC, AB를 2:1로 내분하는 점이고, 선분 OA 위의 점 F에 대하여 $\overline{OF}=5$ 이다.
 선분 OC 위의 점 P와 선분 AB 위의 점 Q에 대하여 선분 PQ를 접는 선으로 하여 종이를 접었더니 점 O는 선분 BC 위의 점 O' 으로, 점 F는 선분 DE 위의 점 F' 으로 옮겨졌다.
 이때 좌표평면에서 직선 PQ의 방정식은 $y=mx+n$ 이다.
 $m+n$ 의 값은? (단, m, n 은 상수이고, 종이의 두께는 고려하지 않는다.) [4점]



- ① 6 ② $\frac{25}{4}$ ③ $\frac{13}{2}$ ④ $\frac{27}{4}$ ⑤ 7

단답형

22. 두 집합 $A = \{2, 4, 6\}$, $B = \{3, 6, 9\}$ 에 대하여 집합 $A \cup B$ 의 모든 원소의 합을 구하시오. [3점]

23. 모든 실수 x 에 대하여 등식

$$x^3 - x^2 - 5x + a = (x - 2)(x^2 + x + b)$$

가 성립할 때, $a+b$ 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 상수이다.)

[3점]

24. 이차방정식 $x^2 - ax + a - 3 = 0$ 의 두 근의 합이 10일 때, 두 근의 곱을 구하시오. (단, a 는 상수이다.) [3점]

25. 다항식 $P(x) = x^3 + x^2 + x + 1$ 을 $x - k$ 로 나눈 나머지와 $x + k$ 로 나눈 나머지의 합이 8이다. $P(x)$ 를 $x - k^2$ 으로 나눈 나머지를 구하시오. (단, k 는 상수이다.) [3점]

26. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ 의 두 부분집합

$$A = \{1, 2, 3\}, B = \{2, 3, 4, 5\}$$

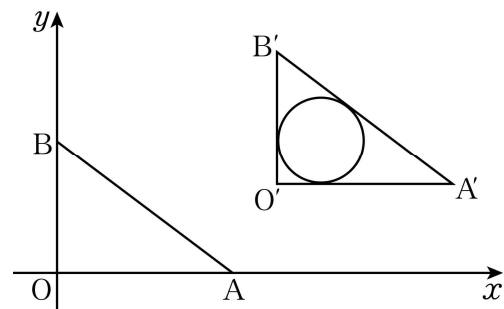
에 대하여 집합 P 를

$$P = (A \cup B) \cap (A \cap B)^c$$

이라 하자. $P \subset X \subset U$ 를 만족시키는 집합 X 의 개수를 구하시오. [4점]

27. $\sqrt{\frac{3}{2}} \times \sqrt{a}$ 가 자연수가 되도록 하는 자연수 a 의 최솟값을 구하시오. [4점]

28. 그림과 같이 좌표평면에서 세 점 $O(0, 0)$, $A(4, 0)$, $B(0, 3)$ 을 꼭짓점으로 하는 삼각형 OAB 를 평행이동한 도형을 삼각형 $O'A'B'$ 이라 하자. 점 A' 의 좌표가 $(9, 2)$ 일 때, 삼각형 $O'A'B'$ 에 내접하는 원의 방정식은 $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ 이다. $a+b+c$ 의 값을 구하시오. (단, a, b, c 는 상수이다.) [4점]



29. 모든 실수 x 에 대하여 이차부등식 $x^2 - 2(a-1)x + b - 2 \geq 0$ 이 성립할 때, $a+b$ 의 최솟값은 m 이다. $4m$ 의 값을 구하시오.
(단, a, b 는 실수이다.) [4점]

30. 두 등차수열 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 과 실수 전체의 집합의 두 부분집합

$$A = \{a_k \mid 1 \leq a_k \leq 60, a_k \text{는 수열 } \{a_n\} \text{의 항}\}$$

$$B = \{b_k \mid 1 \leq b_k \leq 60, b_k \text{는 수열 } \{b_n\} \text{의 항}\}$$

이 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) a_1 = 1, a_{10} = 55$$

$$(나) n(A \cap B) = n(A \cap B^c) = \frac{1}{2} \times n(A^c \cap B)$$

(다) 집합 $A \cap B$ 의 모든 원소의 합은 125이다.

집합 B 의 모든 원소의 합을 구하시오.

(단, 수열 $\{b_n\}$ 의 항은 유한개가 아니다.) [4점]

※ 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.