Def (6) : 포텐셜(potential)

벡터장 F가 스칼라 함수 f의 기울기를 통해 얻어질 때, 즉 $F=\nabla f$일 때 f를 벡터장 F의 포텐셜이라고 한다.
이러한 벡터장을 보전적(conservative)벡터장이라 한다.

Thm (7) : 포텐셜함수가 존재할 조건(F가 보존적일 조건)

벡터장 $F(x, y, z)=F_1(x, y, z)\mathrm{i}+F_2(x, y, z)\mathrm{j}+F_3(x, y, z)\mathrm{k}$가 보전적일 조건은

$$\nabla\times F=\begin{vmatrix} \mathrm{i} & \mathrm{j} & \mathrm{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ F_1 & F_2 & F_3 \end{vmatrix}=0 \text{ 즉, } \frac{\partial F_3}{\partial y}=\frac{\partial F_2}{\partial z},\ \frac{\partial F_1}{\partial z}=\frac{\partial F_3}{\partial x},\ \frac{\partial F_2}{\partial x}=\frac{\partial F_1}{\partial y} \text{ 이다.}$$

(증명)

$F(x, y, z)=F_1(x, y, z)\mathrm{i}+F_2(x, y, z)\mathrm{j}+F_3(x, y, z)\mathrm{k}$와

$\nabla f=\frac{\partial f}{\partial x}\mathrm{i}+\frac{\partial f}{\partial y}\mathrm{j}+\frac{\partial f}{\partial z}\mathrm{k}$에서

f가 벡터장 F의 포텐셜이면 $F_1=\frac{\partial f}{\partial x}$, $F_2=\frac{\partial f}{\partial y}$, $F_3=\frac{\partial f}{\partial z}$ 이므로

예제 23

$F=2xy\mathrm{i}+\left(x^2+2yz\right)\mathrm{j}+y^2\mathrm{k}$는 보존적 벡터장인가?