

제 2 교시

수 리 영 역

‘가’형

성명

수험번호           3

1

- 자신이 선택한 유형(‘가’형/‘나’형)의 문제지인지 확인하시오.
- 문제지에 성명과 수험 번호를 정확히 써 넣으시오.
- 답안지에 성명과 수험 번호를 써 넣고, 또 수험 번호, 답을 정확히 표시하시오.
- 단답형 답의 숫자에 ‘0’이 포함되면 그 ‘0’도 답란에 반드시 표시하시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하시오.

1.  $6^{\frac{4}{3}} \times 2^{\frac{5}{3}} \times 3^{-\frac{1}{3}}$  의 값은? [2점]

- ① 6      ② 12      ③ 24      ④ 36      ⑤ 54

2. 행렬  $A = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ ,  $E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$  에 대하여  $(A+E)A^{-1}$  의 모든 성분의 합은? [2점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

3. 등비수열  $\{a_n\}$  에 대하여  $a_1 \cdot a_3 \cdot a_8 = 64$  일 때,  $a_4$  의 값은? [2점]

- ① 2      ② 4      ③ 8      ④ 16      ⑤ 32

4. 무한급수

$\log_2 2 + \log_2 \sqrt{2} + \log_2 \sqrt[4]{2} + \log_2 \sqrt[8]{2} + \dots$  의 합은? [2점]

- ① 1      ② 2      ③ 4      ④ 8      ⑤ 16

5. 등식  $\log_4 \{ \log_3 (\log_2 x) \} = 1$  을 만족하는  $x$  는 몇 자리의 자연수인가? (단,  $\log_{10} 2 = 0.3010$ ) [3점]

- ① 21      ② 22      ③ 23      ④ 24      ⑤ 25

6. 이차정사각행렬  $A, B$ 에 대하여

$$AB = BA = E, \quad A^2 + B^2 = O$$

가 성립할 때, 다음 중  $A-B$ 의 역행렬은? (단,  $E$ 는 단위행렬이고,  $O$ 는 영행렬이다.) [3점]

- ①  $A+B$                       ②  $-2(A-B)$                       ③  $-2(A+B)$
- ④  $\frac{1}{2}(A+B)$                       ⑤  $-\frac{1}{2}(A-B)$

7. 2, 4, 6, 8의 숫자가 각 면에 하나씩 적혀 있는 정사면체 주사위를 한 번 던지는 시행에서 바닥에 닿는 면을 제외한 세 면의 숫자의 합을 확률변수  $X$ 라 하자. 이 때,  $X$ 의 분산은? [3점]

- ① 1                      ② 2                      ③ 3                      ④ 4                      ⑤ 5

8. 수열  $\{a_n\}$ 에 대하여  $b_n = a_{n+1} - a_n$ 이라 할 때, 옳은 것을 <보기>에서 모두 고른 것은? (단,  $a_n \cdot b_n \neq 0$ ) [4점]

— < 보 기 > —

- ㄱ. 수열  $\{a_n\}$ 이 등비수열이면 수열  $\{b_n\}$ 도 등비수열이다.
- ㄴ. 수열  $\{b_n\}$ 이 등비수열이면 수열  $\{a_n\}$ 도 등비수열이다.
- ㄷ. 수열  $\{a_n\}$ 이 등비수열이면 수열  $\{a_n \cdot b_n\}$ 도 등비수열이다.

- ① ㄱ                      ② ㄴ                      ③ ㄱ, ㄴ                      ④ ㄱ, ㄷ                      ⑤ ㄴ, ㄷ

9. 그림과 같은 6개의 빈칸에

$2, 2^2, 2^3, 2^4, 2^5, 2^6$ 의 6개의 수를 하나씩 써 넣으려고 한다.

1열, 2열, 3열의 숫자들의 합을 각각  $a_1, a_2, a_3$ 라 할 때,

$a_1 < a_2 < a_3$ 이 되도록 빈 칸을 채우는 경우의 수는? [4점]

1열	2열	3열

- ① 90                      ② 120                      ③ 150                      ④ 180                      ⑤ 210

10. 무리방정식  $a + \sqrt{a-x} = 2x-4$  가 실근을 갖기 위한 상수  $a$ 의 최소값은? [3점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

11. 세 자리의 자연수  $N$ 에 대하여

$$[\log 2N] = [\log N] + 1$$

이 성립할 때, 옳은 것을 <보기>에서 모두 고른 것은? (단,  $\log 2 = 0.3010$  이고  $[x]$ 는  $x$ 보다 크지 않은 최대의 정수이다.) [4점]

< 보 기 >

ㄱ.  $N^2$ 은 항상 6자리의 수이다.  
 ㄴ.  $N^3$ 은 항상 9자리의 수이다.  
 ㄷ.  $N^4$ 은 항상 12자리의 수이다.

- ① ㄱ                      ② ㄷ                      ③ ㄱ, ㄴ  
 ④ ㄴ, ㄷ                ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

12. 다음은 2이상의 자연수  $n$ 에 대하여 부등식

$$\frac{1}{\sqrt{1}} + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n}} > \sqrt{n}$$

이 성립함을 증명하는 과정이다.

<증명>

(i)  $n=2$  일 때

$$\frac{1}{\sqrt{1}} + \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{2 + \sqrt{2}}{\boxed{\text{(가)}}} \text{에서}$$

$$\frac{1}{\sqrt{1}} + \frac{1}{\sqrt{2}} >$$

(ii)  $n=k$  ( $k \geq 2$ ) 일 때, 주어진 부등식이 성립함을 가정하면

$$\frac{1}{\sqrt{1}} + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{k}} > \sqrt{k}$$

$$\sqrt{k+1} - \left( \frac{1}{\sqrt{1}} + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{k}} + \frac{1}{\sqrt{k+1}} \right)$$

$$= \sqrt{k+1} - \left( \frac{\boxed{\text{(나)}}}{\sqrt{1}} + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{k}} \right) - \frac{1}{\sqrt{k+1}}$$

$$< \sqrt{k+1} - \frac{1}{\sqrt{k+1}} = \frac{\boxed{\text{(다)}}}{\sqrt{k+1}} < 0$$

$$\therefore \frac{1}{\sqrt{1}} + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{k}} + \frac{1}{\sqrt{k+1}} > \sqrt{k+1}$$

따라서  $n=k+1$  일 때도 주어진 부등식은 성립한다.

(i), (ii)에서 2이상의 자연수  $n$ 에 대하여 주어진 부등식이 성립한다.

위의 증명에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것은? [4점]

- |   |            |              |                           |
|---|------------|--------------|---------------------------|
|   | (가)        | (나)          | (다)                       |
| ① | $\sqrt{2}$ | $\sqrt{k+1}$ | $\sqrt{k} - \sqrt{k+1}$   |
| ② | $\sqrt{2}$ | $\sqrt{k}$   | $\sqrt{k+1} - \sqrt{k+2}$ |
| ③ | $\sqrt{2}$ | $\sqrt{k}$   | $k - \sqrt{k(k+1)}$       |
| ④ | 2          | $\sqrt{k}$   | $k - \sqrt{k(k+1)}$       |
| ⑤ | 2          | $\sqrt{k+1}$ | $\sqrt{k+1} - \sqrt{k+2}$ |

13. 다음은 이항분포  $B(n, p)$ 를 이루는 확률변수  $X$ 에 대하여  $E(X) = np$ 임을 증명한 것이다.

<증명>

$$E(X) = \sum_{r=0}^n \boxed{\text{가}} \cdot {}_n C_r p^r q^{n-r} \quad (\text{단, } q=1-p)$$

$$= 1 \cdot {}_n C_1 p q^{n-1} + 2 \cdot {}_n C_2 p^2 q^{n-2} + \dots$$

$$+ r \cdot {}_n C_r p^r q^{n-r} + \dots + n \cdot {}_n C_n p^n$$

에서

$$r \cdot {}_n C_r = r \cdot \frac{n!}{(n-r)! r!} = \frac{n!}{(n-r)! (r-1)!} = \boxed{\text{나}}$$

이므로

$$n \cdot {}_{n-1} C_0 p q^{n-1} + n \cdot {}_{n-1} C_1 p^2 q^{n-2} + \dots$$

$$+ n \cdot {}_{n-1} C_{r-1} p^r q^{n-r} + \dots + n \cdot {}_{n-1} C_{n-1} p^n$$

$$= \boxed{\text{다}} \left( {}_{n-1} C_0 q^{n-1} + {}_{n-1} C_1 p q^{n-2} + \dots \right.$$

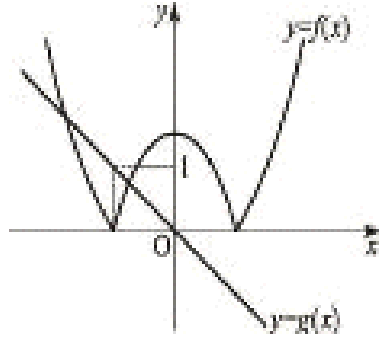
$$\left. + {}_{n-1} C_{r-1} p^{r-1} q^{n-r} + \dots + {}_{n-1} C_{n-1} p^{n-1} \right)$$

$$= np(q+p)^{n-1} = np$$

위의 증명에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것은? [3점]

- |   | (가)   | (나)                            | (다)   |
|---|-------|--------------------------------|-------|
| ① | $r$   | $n \cdot {}_{n-1} C_r$         | $npq$ |
| ② | $r^2$ | $n \cdot {}_n C_{r-1}$         | $np$  |
| ③ | $r$   | $(n-1) \cdot {}_{n-1} C_{r-1}$ | $np$  |
| ④ | $r^2$ | $n \cdot {}_{n-1} C_{r-1}$     | $npq$ |
| ⑤ | $r$   | $n \cdot {}_{n-1} C_{r-1}$     | $np$  |

14. 이차함수  $y = h(x)$ 에 대하여  $f(x) = |h(x)|$ 이다. 곡선  $y = f(x)$ 와 직선  $y = g(x)$ 가 그림과 같이 주어져 있을 때, 방정식



$$\frac{1}{f(x)} + \frac{1}{g(x)} = \frac{1}{f(x)g(x)}$$

의 실근의 개수는? (단, 점선은 좌표축에 평행하다.) [4점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

15. 다음은 어느 신문 기사의 일부이다.

산소는 생명 유지에 꼭 필요한 물질이고 우리 몸의 모든 기관이나 조직들의 기능을 유지하기 위해 반드시 필요하다. 공기 중에 21%를 차지하고 있는 산소의 농도가 18%이하로 감소되면 산소결핍상태가 되고, 16% 정도가 되면 산소부족으로 인해 두통, 구토, 어지러움, 기억력 감퇴, 소화불량 등의 증상이 나타난다.

어느 사무실의 실내를 환기시키지 않고 10분 간격으로 산소 농도를 측정한 결과 바로 전에 측정한 농도의 1%가 감소하는 것으로 나타났다. 이 사무실의 현재 측정한 산소농도가 21%일 때, 실내를 환기시키지 않은 상태에서 처음으로 18% 이하로 측정되는 시간은 몇 분 후인가?

(단,  $\log 6 = 0.7782$ ,  $\log 7 = 0.8451$ ,  $\log 9.9 = 0.9956$ ) [4점]

- ① 120분    ② 140분    ③ 160분    ④ 180분    ⑤ 200분

16. 어느 강 상류와 하류에 각각 위치한 1호 댐과 2호 댐이 있다. 강 상류의 1호 댐으로부터 2호 댐으로 매일 100 만톤의 물이 유입되고, 정오에 2호 댐의 저수량을 측정한다. 정오부터는 측정된 저수량의 2%를 농업용수와 생활용수 등을 위하여 강 하류로 방류한다고 한다. 매일 이와 같은 과정이 한없이 반복된다고 할 때, 정오에 측정되는 2호 댐의 저수량은 어떤 값에 한없이 가까워지는가? (단, 방류는 그날 중으로 이루어지고 자연 증발 및 기타 유실량은 무시한다.) [4점]



- ① 4400만톤      ② 4600만톤      ③ 4800만톤
- ④ 5000만톤      ⑤ 5200만톤

17. 어떤 사람이 두 곳의 과수원 A, B에서 사과와 복숭아를 재배하고 있다. [표 1]은 과수원의 작물의 그루수를 나타낸 것이고, [표 2]는 과수원의 작물 한 그루당 열매의 평균 개수를 나타낸 것이다.

(단위: 그루)

	A	B
사과	$a_{11}$	$a_{12}$
복숭아	$a_{21}$	$a_{22}$

[표 1]

(단위: 개)

	사과	복숭아
A	$b_{11}$	$b_{12}$
B	$b_{21}$	$b_{22}$

[표 2]

$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ ,  $\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix}$  라 할 때,
   
 두 과수원에서 생산된 사과의 총 개수는 (가) 이고, 두 과수원의 복숭아 한 그루당 열매의 평균 개수는 (나) 이다. (가), (나)에 알맞은 것을 순서대로 적은 것은? [3점]

- ①  $a, \frac{a}{p}$       ②  $a, \frac{b}{q}$       ③  $a, \frac{d}{q}$
- ④  $b, \frac{c}{p}$       ⑤  $b, \frac{c}{q}$

단답형

18.  $\sum_{k=1}^5 (2^k + 5k + 1)$  의 값을 구하시오. [3점]

19. 부등식  $2x - 1 \leq \frac{5}{x - 2}$  의 해 중에서  $|x| \leq 4$  를 만족하는 모든 정수해의 곱을 구하시오. [3점]

20.  $a, b, c$ 는 서로 다른 한 자리의 자연수이다.

행렬  $M = \begin{pmatrix} a & b \\ c & 9 \end{pmatrix}$ 가 역행렬을 갖지 않을 때  $a, b, c$ 의 곱  $abc$ 의 값을 구하시오. [3점]

21. 어느 도시에서 야간에 뺑소니 사건이 일어났다. 이 도시 전체 차량의 80%는 자가용이고, 20%는 영업용이다. 그런데 한 목격자가 뺑소니 차량을 자가용이라고 증언하였다. 이 증언의 타당성을 알아보기 위해 사고와 동일한 상황에서 그 목격자가 자가용 차량과 영업용 차량을 구별할 수 있는 능력을 측정해본 결과 바르게 구별할 확률이 90%이었다. 그렇다면 목격자가 본 뺑소니 차량이 실제로 자가용일 확률은  $\frac{q}{p}$ 이다. 이 때  $p+q$ 의 값을 구하시오. (단,  $p, q$ 는 서로소인 자연수이고, 모든 차량이 뺑소니 사건을 일으킬 가능성은 같다고 가정한다.) [4점]

22.  $x_0 = 1, x_1 = \frac{3}{4}, x_2 = \frac{5}{8}, \dots,$

$x_n = \frac{2^n + 1}{2^{n+1}}, \dots$ 에 대하여 좌표평면

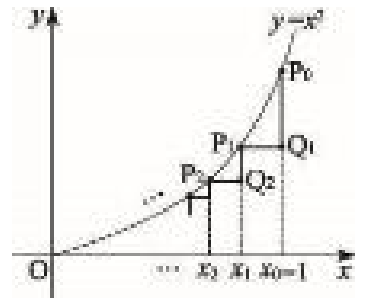
위에 점  $P_0(1, 1)$ 과  $P_n(x_n, x_n^2)$ ,

$Q_n(x_{n-1}, x_n^2)$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ )

을 그림과 같이 나타낸다. 무한급수

$$\overline{P_0Q_1} + \overline{Q_1P_1} + \overline{P_1Q_2} + \overline{Q_2P_2} + \overline{P_2Q_3} + \dots$$

의 합을  $S$ 라 할 때  $100S$ 의 값을 구하시오. [4점]



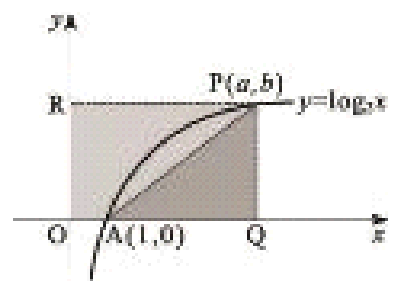
23. 곡선  $y = \log_3 x$  위의 점

$P(a, b)$ 에서  $x$ 축,  $y$ 축에 내린 수선의 발을 각각  $Q, R$ 라 하자.

원점  $O$ 와 점  $A(1, 0)$ 에 대하여

$$\frac{(\text{사각형 OAPR의 넓이})}{(\text{삼각형 AQP의 넓이})} = \frac{5}{4}$$

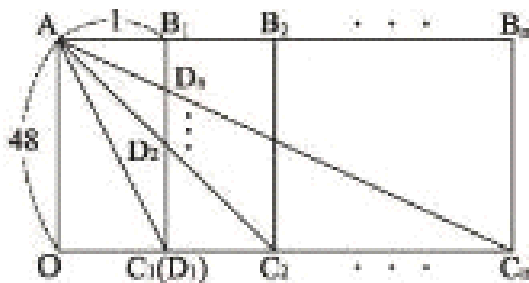
일 때  $a, b$ 의 곱  $ab$ 의 값을 구하시오. [3점]



24. 정수는 대학생이 되면 해외로 배낭여행을 하기로 하고, 가고 싶은 나라를 대륙별로 아래 표와 같이 적어보았다. 정수는 두 대륙을 여행하되 먼저 방문하는 대륙에서는 3개국을 여행하고, 두 번째 방문하는 대륙에서는 2개국을 여행하기로 하였다. 정수가 계획할 수 있는 배낭여행의 경우의 수를 구하시오. (단, 방문국의 순서는 고려하지 않는다.) [4점]

대륙	가고 싶은 나라
아시아	일본, 중국, 인도, 태국
유럽	프랑스, 이탈리아, 스페인, 그리스
아메리카	미국, 멕시코, 브라질
아프리카	이집트, 리비아, 튀니지

25. 그림과 같이 자연수  $n$ 에 대하여 가로 길이가  $n$ , 세로 길이가 48인 직사각형  $OAB_nC_n$ 이 있다. 대각선  $AC_n$ 과 선분  $B_1C_1$ 의 교점을  $D_n$ 이라 한다.



이 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\overline{AC_n} - \overline{OC_n}}{\overline{B_1D_n}}$ 의 값을 구하시오. [4점]

5지 선다형

26. 어느 시험에 응시한 수험생 10만명의 시험 점수가 정규분포  $N(50, 20^2)$ 을 이룬다고 한다. 오른쪽 표준정규분포표를 이용할 때 성적이 상위 4% 이내에 속하려면 시험 점수가 최소 몇 점 이상이어야 하는가? [3점]

<표준정규분포표>

$z$	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.28	0.40
1.75	0.46
2.05	0.48

- ① 85      ② 87      ③ 89      ④ 91      ⑤ 93

27. 사람의 키와 몸무게에 따른 표면적의 관계는

$$S = aH^bW^c \quad (a, b, c \text{는 상수})$$

(단,  $S$ 는 표면적( $m^2$ ),  $H$ 는 키( $cm$ ),  $W$ 는 몸무게( $kg$ ))

임이 알려져 있다. 철수의 키와 몸무게는 각각 90 cm, 20 kg이고 철수 아빠의 키와 몸무게는 각각 180 cm, 80 kg이다. 위 관계식에서  $a=0.02$ ,  $b=0.4$ ,  $c=0.5$ 라 할 때, 철수 아빠의 표면적은 철수의 표면적의 약 몇 배인가? [4점]

<상용로그표>

수	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2.0	.3010	.3032	.3054	.3075	.3096	.3118	.3139	.3160	.3181	.3201
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
2.4	.3802	.3820	.3838	.3856	.3874	.3892	.3909	.3927	.3945	.3962
2.5	.3979	.3997	.4014	.4031	.4048	.4065	.4082	.4099	.4116	.4133
2.6	.4150	.4166	.4183	.4200	.4216	.4232	.4249	.4265	.4281	.4298

- ① 2.64      ② 2.58      ③ 2.52  
 ④ 2.46      ⑤ 2.40

28. 어떤 음료 회사는 사은행사로 음료수를 구입할 때 경품을 주기로 하고, ‘컵 1개’, ‘컵 2개’, ‘다음 기회에’ 중 하나의 문구를 병뚜껑의 안쪽에 써 넣었다. 이 때, ‘컵 1개’가 나올 확률은  $\frac{p}{10}$ , ‘컵 2개’가 나올 확률은  $\frac{p}{100}$ , ‘다음 기회에’가 나올 확률은  $p$ 이다. 이와 같은 행사에서 음료수 3병을 구입하였을 때, 경품으로 3개의 컵을 받을 확률은? (단, ‘다음 기회에’는 경품이 없음을 뜻한다.) [3점]

- ①  $\frac{3}{1000}p^3$       ②  $\frac{7}{1000}p^3$       ③  $\frac{9}{1000}p^3$
- ④  $\frac{11}{1000}p^3$       ⑤  $\frac{13}{1000}p^3$

29. 두 함수  $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ ,  $g(x) = \log_{\frac{1}{2}}x$ 에 대하여 옳은 것을 <보기>에서 모두 고른 것은? [4점]

< 보 기 >

ㄱ.  $a > 1$ 이면  $f(a) < g(a)$ 이다.

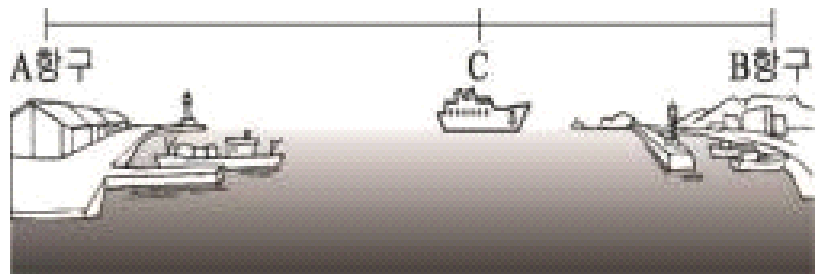
ㄴ. 두 함수  $f(x)$ ,  $g(x)$ 의 그래프의 교점의 좌표가  $(\alpha, \beta)$ 일 때  $\alpha = \beta$ 이다.

ㄷ. 양수  $a, b$ 에 대하여  $b < f(a)$ 이면  $2a < g(b^2)$ 이다.

- ① ㄴ                      ② ㄱ, ㄴ                      ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ                      ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

단답형

30. A항구에서 60km 운행하여 B항구로 가는 모든 여객선의 속력은  $a$ (km/시)로 일정하다. 오전 10시에 A항구를 출발한 어떤 여객선이 40km를 운행한 C지점에서 기관에 이상이 생겨 그 때부터 10km/시를 감속하여 일정한 속력으로 B항구까지 운행하였더니, 같은 날 오전 11시에 A항구를 출발한 다른 여객선과 동시에 B항구에 도착하였다. 이 때,  $a$ 의 값을 구하시오. [4점]



※ 확인 사항  
 ○ 문제지와 답안지의 해당란을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.