

수학 영역

제 2 교시

성명	
----	--

수험번호						1			
------	--	--	--	--	--	---	--	--	--

1

- 문제지의 해당란에 성명과 수험번호를 정확히 기입하십시오.
- 답안지의 해당란에 성명과 수험번호를 쓰고, 또 수험번호와 답을 정확히 표시하십시오.
- 단답형 답의 숫자에 '0' 이 포함되면 그 '0' 도 답란에 반드시 표시하십시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하십시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하십시오.

1. 두 다항식 A, B 에 대하여

$$A + B = x^2 + 3x + 4, \quad A - B = x^2 - x + 2$$

일 때, 다항식 B 는? [2점]

- ① $x + 1$ ② $x + 2$ ③ $2x$
 ④ $2x + 1$ ⑤ $2x + 2$

2. 세 실수 a, b, c 에 대하여

$$a + b + c = 4, \quad ab + bc + ca = 5 \text{ 일 때, } a^2 + b^2 + c^2 \text{의 값은? [2점]}$$

- ① 6 ② 8 ③ 10
 ④ 12 ⑤ 14

3. $z = \frac{1-i}{\sqrt{2}}$ 일 때, $z^8 + z^{12}$ 의 값은? (단, $i = \sqrt{-1}$) [3점]

- ① $-2i$ ② -2 ③ 0
 ④ $2i$ ⑤ 2

4. x 에 대한 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 한 근이 $1 + i$ 일 때, 두 실수 a, b 의 곱 ab 의 값은? (단, $i = \sqrt{-1}$) [3점]

- ① -4 ② -2 ③ 0
 ④ 2 ⑤ 4

5. 임의의 두 실수 a, b 에 대하여 연산 \odot 를

$$a \odot b = ab + a + b$$

로 정의할 때, 연산 \odot 에 대한 3의 역원은? [3점]

- ① $-\frac{5}{4}$ ② $-\frac{3}{4}$ ③ $-\frac{1}{4}$
 ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

6. 다항식 $P(x)$ 를 $x-5$ 로 나눈 나머지가 10이고, $x+3$ 으로 나눈 나머지가 -6 이다. $P(x)$ 를 $(x-5)(x+3)$ 으로 나눈 나머지를 $R(x)$ 라 할 때, $R(1)$ 의 값은? [3점]

- ① -2 ② 0 ③ 2
 ④ 4 ⑤ 6

7. 직선 $y = \sqrt{2}x + k$ 가 원 $x^2 + y^2 = 4$ 에 접할 때, 양의 실수 k 의 값은?
 [3점]

- ① $\sqrt{2}$ ② $\sqrt{3}$ ③ $2\sqrt{2}$
 ④ $2\sqrt{3}$ ⑤ $3\sqrt{2}$

8. 집합 $A = \{1, 2, 3, 4\}$ 에 대하여 함수 $f : A \rightarrow A$ 를

$$f(x) = \begin{cases} x+1 & (x \leq 3) \\ 1 & (x = 4) \end{cases}$$

로 정의하자.

$$f^1(x) = f(x), f^{n+1}(x) = f(f^n(x)) (n = 1, 2, 3, \dots)$$

이라 할 때, $f^{2012}(2) + f^{2013}(3)$ 의 값은? [3점]

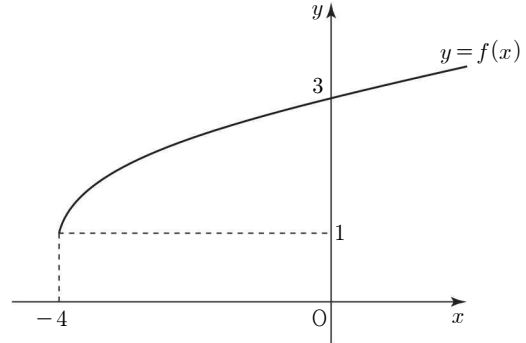
- ① 3 ② 4 ③ 5
 ④ 6 ⑤ 7

9. 좌표평면 위의 세 점 $O(0, 0)$, $A(3, 0)$, $B(0, 6)$ 을 꼭짓점으로 하는 삼각형 OAB 의 내부에 점 P 가 있다.

이때, $\overline{OP}^2 + \overline{AP}^2 + \overline{BP}^2$ 의 최솟값은? [3점]

- ① 18 ② 21 ③ 24
 ④ 27 ⑤ 30

10. 그림은 무리함수 $f(x) = \sqrt{x+a}+b$ 의 그래프이다.



함수 $y = f(x)$ 의 그래프와 그 역함수 $y = f^{-1}(x)$ 의 그래프의 교점이 (p, q) 일 때, $p+q$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.) [3점]

- ① $3 + \sqrt{15}$ ② $3 + 3\sqrt{2}$ ③ $3 + \sqrt{21}$
 ④ $3 + 2\sqrt{6}$ ⑤ $3 + 3\sqrt{3}$

11. x 에 대한 연립부등식

$$\begin{cases} x^2 + ax + b \geq 0 \\ x^2 + cx + d \leq 0 \end{cases}$$

의 해가 $1 \leq x \leq 3$ 또는 $x = 4$ 일 때, $a + b + c + d$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3
 ④ 4 ⑤ 5

13. x 에 대한 방정식 $|x^2 - 2| + x - k = 0$ 이 서로 다른 세 실근을 가질 때, 모든 실수 k 의 값의 곱은? [4점]

- ① $\frac{9\sqrt{2}}{4}$ ② $\frac{21\sqrt{2}}{8}$ ③ $3\sqrt{2}$
 ④ $\frac{27\sqrt{2}}{8}$ ⑤ $\frac{15\sqrt{2}}{4}$

12. 사차방정식 $x^4 + 3x^3 + 3x^2 - x - 6 = 0$ 의 두 허근을 α, β 라 할 때, $\alpha^2 + \beta^2$ 의 값은? [3점]

- ① -5 ② -4 ③ -3
 ④ -2 ⑤ -1

14. 전체집합 U 의 공집합이 아닌 세 부분집합 P, Q, R 가 각각 세 조건 p, q, r 의 진리집합이고, 세 명제 $p \rightarrow q, \sim p \rightarrow q, \sim r \rightarrow p$ 가 모두 참일 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

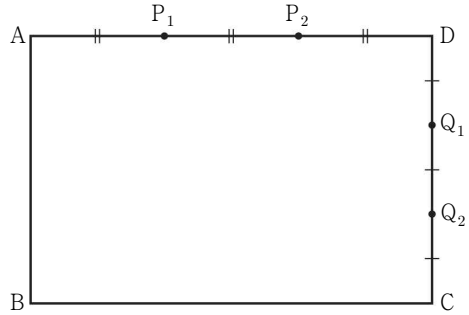
< 보기 >

㉠. $P^C \subset Q$
 ㉡. $R - P^C = \emptyset$
 ㉢. $R^C \cup P^C \subset Q$

- ① ㉠ ② ㉡ ③ ㉠, ㉢
 ④ ㉡, ㉢ ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

15. 그림과 같이 $\overline{AD} : \overline{DC} = 3 : 2$ 인 직사각형 ABCD가 있다.

변 AD를 삼등분한 점들 중 A에 가까운 점을 P_1 , D에 가까운 점을 P_2 라 하고, 변 DC를 삼등분한 점들 중 D에 가까운 점을 Q_1 , C에 가까운 점을 Q_2 라 하자.



세 삼각형 AQ_1D, P_1Q_2D, P_2CD 의 넓이의 합이 10일 때, 직사각형 ABCD의 둘레의 길이는? [4점]

- ① $10\sqrt{2}$ ② $10\sqrt{3}$ ③ 20
 ④ $10\sqrt{5}$ ⑤ $10\sqrt{6}$

6

수학 영역

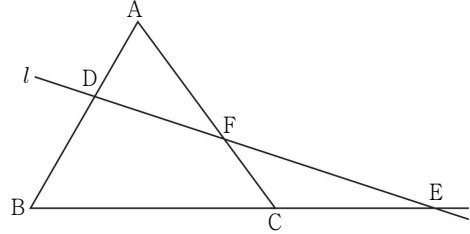
16. 어느 컴퓨터 공장에서 노트북 컴퓨터와 데스크톱 컴퓨터를 생산하는 데 각각 조립과정과 검수과정이 모두 필요하다. 노트북 컴퓨터와 데스크톱 컴퓨터를 각각 한 대 생산하는 데 조립과정과 검수과정에 소요되는 시간 및 노트북 컴퓨터와 데스크톱 컴퓨터의 한 대당 판매이익은 표와 같다.

구분	조립과정(시간)	검수과정(시간)	판매이익(만원)
노트북 컴퓨터	1.5	2	10
데스크톱 컴퓨터	1	0.5	5

이 공장에서 하루 동안 조립과정과 검수과정에 소요되는 시간이 각각 13시간, 9시간을 초과할 수 없을 때, 하루 동안 생산한 노트북 컴퓨터와 데스크톱 컴퓨터를 판매하여 얻을 수 있는 최대 이익(만원)은? [4점]

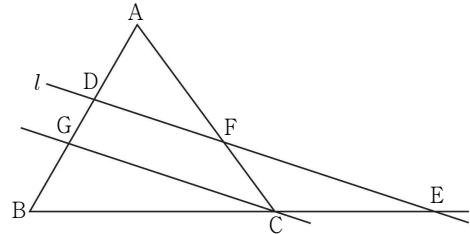
- ① 70 ② 72 ③ 74
 ④ 76 ⑤ 78

17. 그림과 같이 $\triangle ABC$ 에서 선분 AB를 2:3으로 내분하는 점을 D, 선분 BC를 5:2로 외분하는 점을 E라 하고, 두 점 D와 E를 지나는 직선 l 과 선분 AC가 만나는 점을 F라 하자.



다음은 $\overline{AF} : \overline{FC} = m : n$ 일 때, mn 의 값을 구하는 과정의 일부이다. (단, m, n 은 서로소인 자연수이다.)

그림과 같이 점 C를 지나고 직선 l 과 평행한 직선이 선분 AB와 만나는 점을 G라 하자.



$\triangle ADF$ 와 $\triangle AGC$ 는 서로 닮은 도형이므로

$$\frac{\overline{AF}}{\overline{FC}} = \frac{\overline{AD}}{\overline{DG}} \dots\dots \textcircled{㉠}$$

$\triangle BCG$ 와 $\triangle BED$ 는 서로 닮은 도형이므로

$$\frac{\overline{BE}}{\overline{EC}} = \frac{\overline{BD}}{\overline{DG}} \dots\dots \textcircled{㉡}$$

㉠과 ㉡으로부터

$$\frac{\overline{AD}}{\overline{BD}} \cdot \frac{\overline{BE}}{\overline{EC}} \cdot \frac{\overline{FC}}{\overline{AF}} = \boxed{\text{(가)}} \dots\dots \textcircled{㉢}$$

한편, $\overline{AD} : \overline{BD} = 2 : 3$, $\overline{BE} : \overline{EC} = 5 : 2$, $\overline{AF} : \overline{FC} = m : n$ 이므로

$$\textcircled{㉢} \text{ 으 로 부 터 } \boxed{\text{(나)}}$$

$$\frac{m}{n} = \text{따라서 } mn = \boxed{\text{(다)}}$$

위의 과정에서 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각 a, b, c 라 할 때, $a+bc$ 의 값은? [4점]

- ① 17 ② 26 ③ 37
 ④ 50 ⑤ 65

18. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 f 가

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2x+3}{x-2} & (x > 3) \\ \sqrt{3-x} + a & (x \leq 3) \end{cases}$$

일 때, 함수 f 는 다음 조건을 만족시킨다.

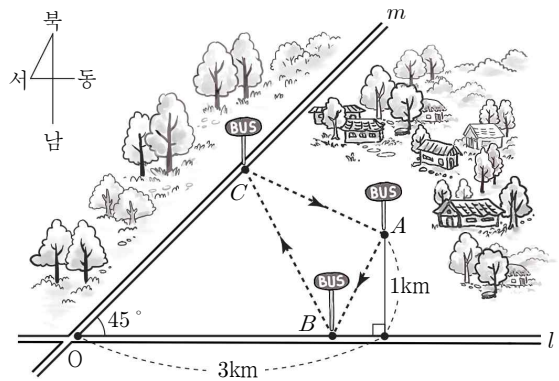
- (가) 함수 f 의 치역은 $\{y \mid y > 2\}$ 이다.
 (나) 임의의 두 실수 x_1, x_2 에 대하여 $x_1 \neq x_2$ 이면 $f(x_1) \neq f(x_2)$ 이다.

$f(2)f(k) = 40$ 일 때, 상수 k 의 값은? (단, a 는 상수이다.) [4점]

- ① $\frac{3}{2}$ ② $\frac{5}{2}$ ③ $\frac{7}{2}$
 ④ $\frac{9}{2}$ ⑤ $\frac{11}{2}$

19. 그림과 같이 동서로 뻗어 있는 직선도로 l 과 남서쪽에서 북동쪽으로 뻗어 있는 직선도로 m 이 이루는 각은 45° 이다.

두 직선도로 l 과 m 이 만나는 지점 O 로부터 동쪽으로 3km 떨어진 지점에서 북쪽으로 1km 떨어진 지점에 정류소 A 가 있다. 정류소 A 를 출발해서 직선도로 l 위의 한 지점과 직선도로 m 위의 한 지점을 차례로 경유하여 정류소 A 로 돌아오는 도로를 만들려고 한다. 만들려고 하는 도로의 길이가 최소가 되도록 직선도로 l 위의 한 지점에 정류소 B , 직선도로 m 위의 한 지점에 정류소 C 를 만들 때, 두 정류소 B 와 C 사이의 거리(km)는? (단, 도로의 폭은 무시하며 모든 지점과 도로는 동일평면 위에 있다.) [4점]



- ① $\frac{\sqrt{5}}{2}$ ② $\frac{7\sqrt{5}}{12}$ ③ $\frac{2\sqrt{5}}{3}$
 ④ $\frac{3\sqrt{5}}{4}$ ⑤ $\frac{5\sqrt{5}}{6}$

20. 음이 아닌 정수 전체의 집합에서 정의된 함수 f 가 음이 아닌 정수 n 과 $0 \leq k \leq 9$ 인 정수 k 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

$$\begin{aligned} \text{(가)} & f(0) = 0 \\ \text{(나)} & f(10n+k) = f(n) + k \end{aligned}$$

옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

< 보기 >

$$\begin{aligned} \text{ㄱ.} & f(100) = 1 \\ \text{ㄴ.} & (f \circ f)(999) = 9 \\ \text{ㄷ.} & f(n) \text{이 } 6 \text{의 배수이면 } n \text{은 } 6 \text{의 배수이다.} \end{aligned}$$

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

21. 0이 아닌 세 복소수 α, β, γ 가 다음 조건을 만족시킨다.

$$\begin{aligned} \text{(가)} & \alpha + \beta + \gamma = 0 \\ \text{(나)} & \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} + \frac{1}{\gamma} = 0 \end{aligned}$$

이때, $\frac{\gamma}{\alpha} + \overline{\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)}$ 의 값은? (단, $\overline{\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)}$ 는 $\frac{\alpha}{\beta}$ 의 켈레복소수이고, $i = \sqrt{-1}$ 이다.) [4점]

- ① $-i$ ② -1 ③ 0
④ i ⑤ 1

단답형

22. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여
 $A = \{2, 3, 4, 5, 6\}$, $A - B = \{2, 6\}$
 일 때, 집합 $A \cap B$ 의 모든 원소의 합을 구하시오. [2점]

23. x 에 대한 두 다항식 $x^3 + 4x^2 + 8x + a$, $x^2 + 3x - 3 + a$ 의
 최소공배수가 x 에 대한 사차식일 때, 실수 a 의 값을 구하시오.
 [3점]

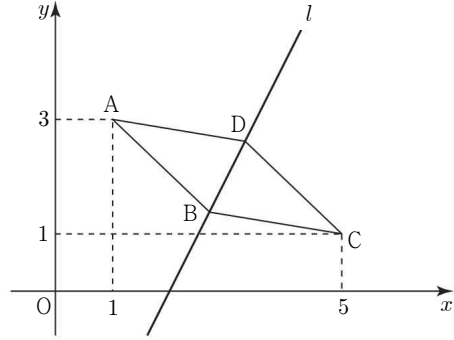
24. 두 유리수 p, q 에 대하여

$$\frac{p}{\sqrt{3-2\sqrt{2}}} + \frac{q}{\sqrt{3+2\sqrt{2}}} = 10 + 2\sqrt{2}$$

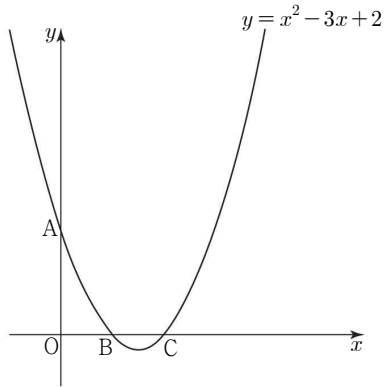
가 성립할 때, $2p - q$ 의 값을 구하시오. [3점]

25. x 에 대한 이차방정식 $x^2 - (m-5)x + m + 2 = 0$ 의 두 근 α, β 가 모두 자연수일 때, 모든 정수 m 의 값의 합을 구하시오. (단, $\alpha < \beta$) [3점]

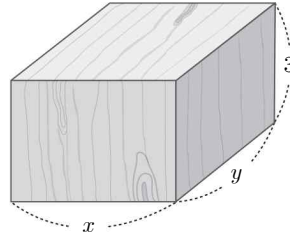
26. 그림과 같이 좌표평면 위에 마름모 ABCD가 있다. 두 점 A, C의 좌표가 각각 (1, 3), (5, 1)이고, 두 점 B, D를 지나는 직선 l 의 방정식이 $2x + ay + b = 0$ 일 때, ab 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 상수이다.) [3점]



27. 그림과 같이 이차함수 $y = x^2 - 3x + 2$ 의 그래프가 y 축과 만나는 점을 A, x 축과 만나는 점을 각각 B, C라 하자.
 점 $P(a, b)$ 가 점 A에서 이차함수 $y = x^2 - 3x + 2$ 의 그래프를 따라 점 B를 거쳐 점 C까지 움직일 때, $a + b + 3$ 의 최댓값과 최솟값의 합을 구하시오. [4점]

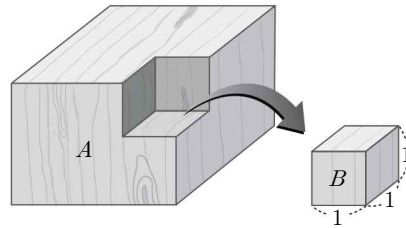


28. [그림1]과 같이 세 모서리의 길이가 각각 $x, y, 3$ 인 직육면체 모양의 나무토막이 있다.



[그림1]

[그림1]의 나무토막의 한 모퉁이에서 모서리의 길이가 1인 정육면체 모양의 나무토막을 잘라내었더니 [그림2]와 같이 나무토막 A와 나무토막 B로 나누어졌다.



[그림2]

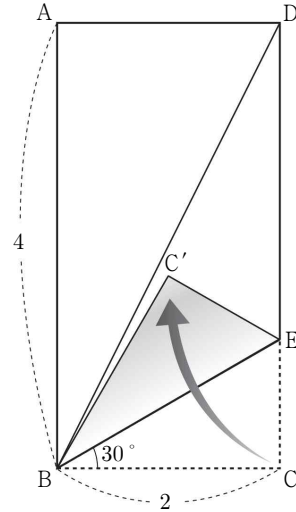
A의 부피가 47일 때, A의 겹넓이의 최솟값을 구하시오. (단, $x > 1, y > 1$) [4점]

29. 어느 학교에서 2011년과 2012년에 각각 구입한 책상 수와 의자 수의 비는 표와 같다.

구분	(책상 수) : (의자 수)
2011년	1 : 2
2012년	5 : 4

2011년과 2012년 2년 동안 구입한 책상 수와 의자 수의 비가 8 : 7이다. 2011년과 2012년 2년 동안 구입한 책상 수와 의자 수의 합이 100보다 크고 150보다 작을 때, 2012년에 구입한 책상 수와 의자 수의 합을 구하시오. [4점]

30. 그림과 같이 직사각형 모양의 종이가 있다. 이 종이의 각 꼭짓점을 A, B, C, D라 하면 $\overline{AB} = 4$, $\overline{BC} = 2$ 이다. $\angle EBC = 30^\circ$ 가 되도록 변 CD 위에 점 E를 정하고 선분 BE를 따라 이 종이를 접으면 점 C는 점 C'으로 옮겨진다. 점 C'과 대각선 BD 사이의 거리가 $a\sqrt{5} - b\sqrt{15}$ 일 때, $100ab$ 의 값을 구하시오. (단, a, b는 유리수이다.) [4점]



※ 확인사항

문제지와 답안지의 해당란을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.