

제 48 회 국제수학올림피아드 (IMO)

2007년 7월 26일 (제 2 일)

Hanoi, VIETNAM

KOREAN Ver.

-
4. 삼각형 ABC 에서, 각 BCA 의 이등분선이, 삼각형 ABC 의 외접원과 만나는 또 다른 점을 R , 변 BC 의 수직이등분선과 만나는 점을 P , 변 AC 의 수직이등분선과 만나는 점을 Q 라 하자. 변 BC 의 중점을 K , 변 AC 의 중점을 L 이라 할 때, 삼각형 RPK 와 삼각형 RQL 의 넓이가 같음을 증명하여라.
5. 양의 정수 a, b 에 대하여, $(4a^2 - 1)^2$ 이 $4ab - 1$ 로 나누어 떨어지면, $a = b$ 임을 보여라.
6. 양의 정수 n 에 대하여, 3 차원 공간에 있는 $(n + 1)^3 - 1$ 개의 점들의 집합

$$S = \{ (x, y, z) : x, y, z \in \{0, 1, \dots, n\}, x + y + z > 0 \}$$

을 생각하자. 원점 $(0, 0, 0)$ 을 포함하지 않는 유한 개의 평면들의 합집합이 집합 S 를 포함하도록 하려고 한다. 이를 위해 필요한 평면들의 최소 개수를 구하여라.

* 제한시간: 4시간 30분 *

* 문항당 7점 *