

# 수리 영역 (가형)

제 2 교시

성명

수험번호

						3
--	--	--	--	--	--	---

1

- 먼저 수험생이 선택한 응시 유형의 문제지인지 확인하시오.
- 문제지에 성명과 수험 번호를 정확히 기입하시오.
- 답안지에 수험 번호, 응시 유형, 답을 표기할 때에는 반드시 ‘수험생 이 지켜야 할 일’에 따라 표기하시오.
- 단답형 답의 숫자에 0이 포함된 경우, 0을 OMR 답안지에 반드시 표 기해야 합니다.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하 시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하시오.

1.  $\frac{1}{\sqrt{2}} \times \sqrt{32} \times \sqrt[3]{27}$  값은? [2점]

- ①  $6\sqrt{3}$
- ② 12
- ③  $9\sqrt{2}$
- ④  $9\sqrt{3}$
- ⑤ 18

1.  $A + B = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}$ ,  $AX = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ ,  $BX = \begin{pmatrix} -2 & -1 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}$ 를 만족시키는 이차정사각행렬  $X$ 는? [2점]

- ①  $\begin{pmatrix} 8 & 4 \\ -24 & -12 \end{pmatrix}$
- ②  $\begin{pmatrix} 8 & -4 \\ 24 & -12 \end{pmatrix}$
- ③  $\begin{pmatrix} -8 & -4 \\ 24 & 12 \end{pmatrix}$
- ④
- ⑤

2. 무리방정식  $x + 3 = \sqrt{6 - x - x^2}$  의 모든 근의 곱은? [2점]

- ①  $\frac{3}{2}$
- ②  $\frac{5}{2}$
- ③  $\frac{7}{2}$
- ④  $\frac{9}{2}$
- ⑤  $\frac{11}{2}$

3. 3학년 전체 학생에 대한 남학생의 비율이 인 어느 고등학교에서 이들 학생을 대상으로 수시모집 응시 여부를 조사하였다. 그 결과 응시를 희망한 남학생은 학년 전체 학생의 가 되었다. 이 때, 이 학교 3학년 전체 학생 중에서 임의로 한 학생을 뽑았더니, 남학생이었다. 이 학생이 수시모집 응시에 희망했을 확률은? [3점]

- ①  $\frac{1}{8}$
- ②
- ③
- ④
- ⑤

4. 이차정사각행렬  $A, B$ 에 대하여 <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은? (단,  $O$ 는 영행렬,  $E$ 는 단위행렬이다.) [3점]

< 보 기 >

ㄱ.  $(A - E)^2 = A^2 - 2A + E$   
 ㄴ.  $AB = O, A \neq O$ 이면  $B = O$ 이다.  
 ㄷ.  $AB = A, BA = B$ 이면  $A^2 = A$ 이다.

- ① ㄱ
- ② ㄴ
- ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

5. 연속확률변수  $X$ 가 정규분포  $N\left(n, \frac{n^2}{4}\right)$ 를 따를 때,  $P(n \leq X \leq 120) = P(0 \leq Z \leq 1)$ 을 만족시키는 자연수  $n$ 의 값은? (단, 확률변수  $Z$ 는 표준정규분포를 따른다.) [3점]

- ① 50
- ② 60
- ③ 70
- ④
- ⑤

6.  $a^2 + (b+1)^2 = 1$ 을 만족시키는 실수  $a, b$ 에 대하여

행렬  $A = \begin{pmatrix} 2a+1 & 2b+1 \\ -b & a \end{pmatrix}$ 라 하자.

다음은 연립방정식  $A \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x-y \\ x+y \end{pmatrix}$ 가 이외의 해를 가질 때,  $a+b$ 의 값을 구하는 과정이다.

$$A \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x-y \\ x+y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

$$\therefore \begin{pmatrix} 2a & 2b+2 \\ -b-1 & a-1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \dots\dots\dots \textcircled{1}$$

$\textcircled{1}$ 이  $x=y=0$  이외의 해를 가지므로  이다.  
 이 때,  (가) 와  $a^2 + (b+1)^2 = 1$ 을 연립하여 풀면  $a, b$ 의 값을 구할 수 있다.  
 따라서  $a+b = \text{input type="text"/> (나) 이다.$

위의 과정에서 (가), (나)에 알맞은 내용을 바르게 짝지은 것은? [3점]

- |                          |                       |
|--------------------------|-----------------------|
| <u>          </u> (가)    | <u>          </u> (나) |
| ① $a(a-1) + (b+1)^2 = 0$ |                       |
| ② $a(a-1) + (b+1)^2 = 0$ |                       |
| ③ $a(a-1) + (b+1)^2 = 0$ |                       |
| ④ $a(a+1) + (b-1)^2 = 0$ |                       |
| ⑤ $a(a+1) + (b-1)^2 = 0$ |                       |

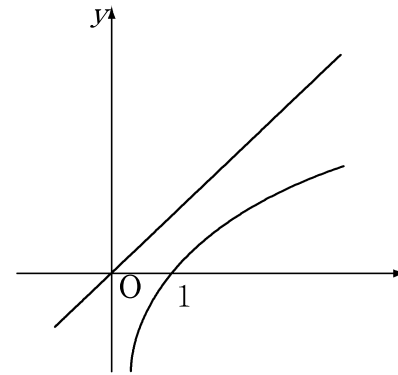
7. 무한수열  $\{a_n\}$ 을

$$a_n = \begin{cases} 0 & (n = 3k - 2) \\ 1 & (n = 3k - 1) \text{ (단, } k \text{는 자연수)} \\ 2 & (n = 3k) \end{cases}$$

로 정의할 때,  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{4^n}$ 의 값은? [4점]

- ①  $\frac{3}{4}$
- ②  $\frac{2}{21}$
- ③  $\frac{13}{32}$
- ④  $\frac{17}{54}$
- ⑤  $\frac{29}{63}$

8. 두 함수  $y = x$ 와  $y = \log_2 x$ 의 그래프를 이용하여 <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은? [4점]



<보 기>

- ㄱ.  $\frac{\log_2 x}{x} < 1$
- ㄴ.  $\frac{\log_2 x}{x-1} < 1 \text{ (} x \neq 1 \text{)}$
- ㄷ.  $\frac{\log_2(x+1)}{x} < 1 \text{ (} x \neq 0 \text{)}$

- ① ㄱ
- ② ㄴ
- ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

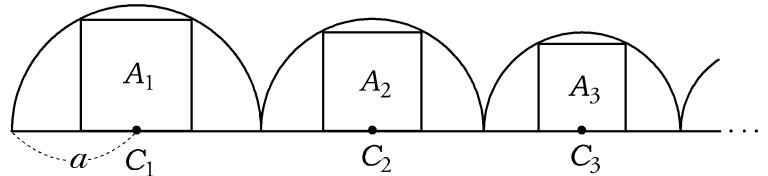
9. 함수  $f(x) = \frac{(-1)^{[x]}}{x}$  에 대하여 <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은? (단,  $[x]$ 는  $x$ 보다 크지 않은 최대의 정수이다.) [4점]

< 보 기 >

ㄱ. $\lim_{x \rightarrow 1-0} f(x) = 1$
ㄴ. $\lim_{x \rightarrow -1+0} f(x) = 1$
ㄷ. $\lim_{x \rightarrow 2-0} f(x) = -\frac{1}{2}$

- ① ㄱ  
 ② ㄷ  
 ③ ㄱ, ㄴ  
 ④ ㄴ, ㄷ  
 ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

10. 그림과 같이 반지름의 길이가  $a$ 인 반원  $C_1$ 에 내접하는 정사각형을  $A_1$ 이라 하자.  $A_1$ 의 한 변의 길이를 반지름으로 하는 반원  $C_2$ 에 내접하는 정사각형을  $A_2$ 라 하자.  $A_2$ 의 한 변의 길이를 반지름으로 하는 반원  $C_3$ 에 내접하는 정사각형을  $A_3$ 라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여 정사각형을 만들어 나갈 때, 이들 정사각형의 넓이의 합은? [4점]

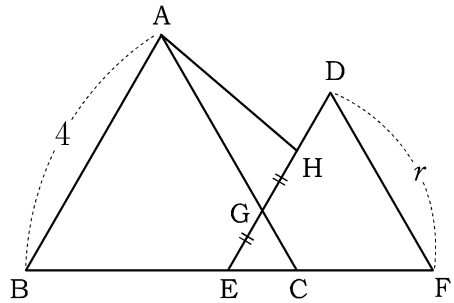


- ①  $a^2$   
 ②  $2a^2$   
 ③  $3a^2$   
 ④  $4a^2$   
 ⑤  $5a^2$

11. 부등식  $\frac{x-1}{4-x} > 1$ 을 만족시키는 모든 실수  $x$ 에 대하여  $x^2 - 6x + k < 0$ 이 항상 성립하도록 하는 실수  $k$ 의 최대값은? [4점]

- ① 3  
 ②  $\frac{15}{4}$   
 ③ 6  
 ④  $\frac{25}{4}$   
 ⑤

12. 그림과 같이 한 변의 길이가 4인 정삼각형 ABC와 한 변의 길이가  $r$ 인 정삼각형 DEF를 겹쳐서 점 E가  $\overline{BC}$  위에 오도록 정삼각형 GEC를 만들고,  $\overline{EG} = \overline{GH}$ 가 되도록 점 H를  $\overline{DG}$  위에 잡는다.



$\triangle GEC$ ,  $\triangle AGH$ ,  $\triangle DEF$ 의 각각의 넓이가 이 순서로 공비가  $r$ 인 등비수열을 이룰 때,  $r$ 의 값은? [4점]

- ①  $\frac{3}{2}$
- ② 2
- ③  $\frac{5}{2}$
- ④ 3
- ⑤  $\frac{7}{2}$

13.  $y = 10^x$ 의 그래프를  $x$ 축 방향으로  $\frac{1}{9}$ 만큼,  $y = 3^x$ 의 그래프를  $y$ 축 방향으로  $k$ 만큼 평행이동하였더니 두 함수의 그래프가 두 점에서 만났다. 이 두 점 사이의 거리가 1일 때, 상수  $k$ 의 값은? [4점]

- ①  $\frac{1}{9} + 2 \log_{10} 3$
- ②  $\frac{1}{9} + 3 \log_{10} 3$
- ③  $9 - \log_{10} 3$
- ④  $9 - 2 \log_{10} 3$
- ⑤  $9 + \log_{10} 3$

# 6

## 수리 영역 (가형)

14. 다음은 모든 자연수  $n$ 에 대하여 부등식

$$1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{n} \geq 2 \left\{ \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} \right\}$$

이 성립함을 수학적귀납법으로 증명하는 과정이다.

< 증 명 >

(i)  $n=1$ 일 때, (좌변)  $= 1 \geq 2 \times \frac{1}{1 \cdot 2} =$ (우변)이므로 주어진 부등식은 성립한다.

(ii)  $n=k$  ( $k \geq 1$ )일 때, 주어진 부등식이 성립한다고 가정하면

$$1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{k} \geq 2 \left\{ \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \dots + \frac{1}{k(k+1)} \right\}$$

이 식의 양변에  $\frac{1}{k+1}$ 을 더하면

$$1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{k} + \frac{1}{k+1}$$

$$\geq 2 \left\{ \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \dots + \frac{1}{k(k+1)} \right\} + \frac{1}{k+1}$$

$$\geq 2 \left\{ \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \dots + \frac{1}{k(k+1)} \right\} + \frac{1}{k+2}$$

$$= 2 \left\{ \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \dots + \frac{1}{k(k+1)} \right\} + \frac{1}{k+1} \quad \cdot (가)$$

(나)

$$\geq 2 \left\{ \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \dots + \frac{1}{k(k+1)} \right\} + \frac{1}{(k+1)(k+2)}$$

$$= 2 \left\{ \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \dots + \frac{1}{(k+1)(k+2)} \right\}$$

$$\therefore 1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{k+1}$$

$$\geq 2 \left\{ \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \dots + \frac{1}{(k+1)(k+2)} \right\}$$

따라서  $n=k+1$ 일 때도 주어진 부등식은 성립한다.

(i), (ii)에 의하여 주어진 부등식은 모든 자연수  $n$ 에 대하여

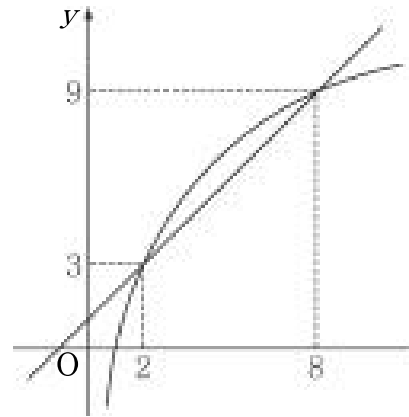
위의 과정에서 (가), (나)에 알맞은 내용을 바르게 짝지은 것은? [3점]

(가)            (나)

①  $\frac{1}{k+1}$             1

15. 두 함수  $y=x+1$ 과  $y=3\log_2 x$ 의 그래프를 이용하여 부등식

$2^{x+2} < (x+1)^3$ 을 만족시키는  $x$ 의 범위를 구하면 이다. 이 때,  $\alpha + \beta$ 의 값은? [4점]



- ① 6
- ② 7
- ③ 8
- ④ 9
- ⑤ 10

16. 2005년 1월 1일 현재 인구가 같은 두 도시  $A, B$ 가 있다.  $A$  도시의 인구는 매년 전년도에 비해 2% 씩 증가하고,  $B$  도시의 인구는 매년 전년도에 비해 2% 씩 감소한다고 가정할 때, 처음으로  $A$  도시의 인구가  $B$  도시 인구의 2배 이상이 되는 시기는? (단,  $\log_{10} 2 = 0.3010$ ,  $\log_{10} 4.9 = 0.6902$ ,  $\log_{10} 5.1 = 0.7076$ )

[4점]

- ① 2020년 ~ 2021년
- ② 2022년 ~ 2023년
- ③ 2024년 ~ 2025년
- ④ 2026년 ~ 2027년
- ⑤ 2028년 ~ 2029년

단답형

17. 확률변수  $X$ 의 확률분포표가 아래와 같을 때, 확률변수  $2X+5$ 의 평균을 구하시오. [3점]

$X$	0	1
$P(X)$	$\frac{7}{30}$	$\frac{4}{15}$

18. 1, 2, 3으로 만들 수 있는 세 자리의 자연수는 개가 있다. 이 중에서 다음 규칙을 만족시키는 세 자리의 자연수의 개수를 구하시오. [3점]

- (가) 1 바로 다음에는 3이다.
- (나) 2 바로 다음에는 1 또는 이다.
- (다) 3 바로 다음에는 1, 2 또는 이다.

19. 표의 빈 칸에 6개의 자연수를 한 칸에 하나씩 써넣어 가로, 세로, 대각선 방향으로 각각 등차수열을 이루도록 할 때, 빈 칸에 써넣을 6개의 수의 합을 구하시오. [3점]

3		7
	11	

20. 함수  $f(x)$ 를  $f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x^n + 3}{x^n + 1}$  으로 정의할 때,

$f(-3) + f\left(\frac{1}{4}\right) + f(1)$ 의 값을 구하시오. [3점]



21. 양의 정수  $x, y$ 에 대하여 부등식  $(x-2)^2 + (y-3)^2 < 4$ 를 만족시키는 좌표평면 위의 점에서 임의로 세 점을 선택할 때, 이 세 점을 꼭지점으로 하는 삼각형의 개수를 구하시오. [3점]

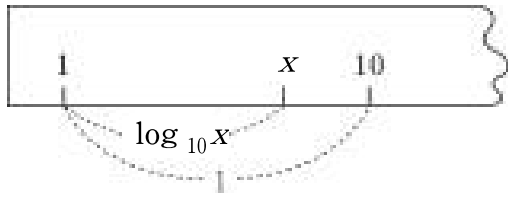
22.  $f(x)$ 가 다항함수일 때, 모든 실수에서 연속인 함수  $g(x)$ 를

$$g(x) = \begin{cases} \frac{f(x) - x^2}{x-1} & (x \neq 1) \\ k & (x = 1) \end{cases}$$

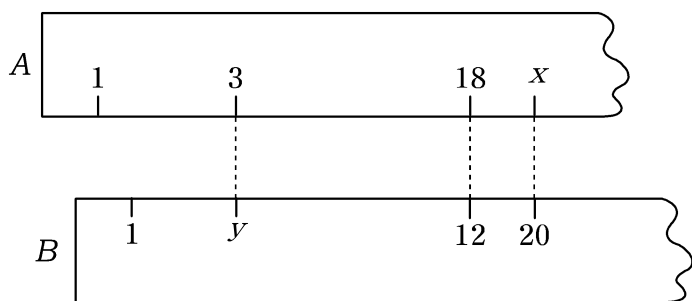
로 정의하자.  $\lim_{x \rightarrow \infty} g(x) = 2$ 일 때,  $k$ 의 값을 구하시오.

(단,  $k$ 는 상수) [3점]

23. 그림과 같이 기점 1로부터의 거리가  $\log_{10} x$ 인 곳에 눈금  $x$ 를 매긴 자를 '로그자'라고 한다. '로그자'에서는  $\log_{10} 1 = 0$  이므로 기점의 로그눈금은 1이다.



두 개의 로그자  $A$ ,  $B$ 의 세 개의 눈금의 위치가 그림과 같이 서로 일치할 때,  $x - y$ 의 값을 구하시오. [4점]



24. 집합  $U = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$ 에 대하여 다음 두 조건을 모두 만족시키는  $U$ 의 부분집합  $A$ 의 개수를 구하시오. [4점]

(가)  $\{1, 2, 3\} \cap A = \{1, 2\}$

(나) 집합  $A$ 의 원소의 개수는 6개 이상이다.

## 미분과 적분

25.  $\sin^2\theta + \sin^2\left(\frac{\pi}{3} + \theta\right) + \sin^2\left(\frac{\pi}{3} - \theta\right)$ 의 값은? [3점]

- ① 0
- ②  $\frac{1}{2}$
- ③ 1
- ④  $\frac{3}{2}$
- ⑤ 2

26. 함수  $f(x) = 4 \sin x + 3 \cos x$ 가 에서 최대값을 가질 때,  $3 \tan \theta$ 의 값은? (단,  $0 \leq x < 2\pi$ ) [3점]

- ① 3
- ② 4
- ③ 5
- ④ 6
- ⑤ 7

27.  $\tan \theta = -\sqrt{8}$ 일 때,  $\sin \frac{\theta}{2}$ 의 값은? (단, ) [3점]

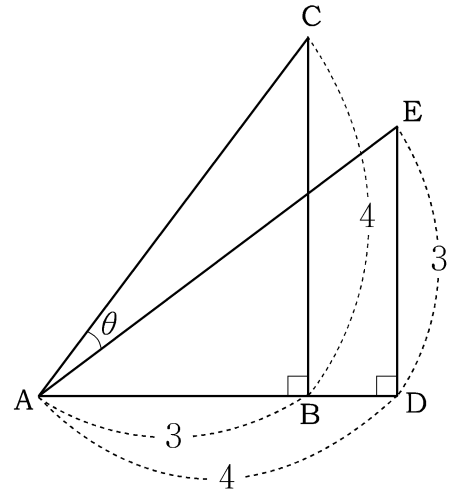
- ①  $\frac{\sqrt{2}}{3}$
- ②  $\frac{\sqrt{3}}{3}$
- ③  $\frac{1}{3}$
- ④  $\frac{\sqrt{5}}{3}$
- ⑤  $\frac{\sqrt{6}}{3}$

28.  $x$ 에 대한 방정식  $4\sin x - \cos 2x = k$ 가 근을 가질 때, 정수  $k$ 의 개수는? [4점]

- ① 7
- ② 8
- ③ 9
- ④ 10
- ⑤ 11

단답형

29. 그림과 같이 두 직각삼각형  $\triangle ABC$ 와  $\triangle ADE$ 가 있다.  
 $\overline{AB} = \overline{DE} = 3$ ,  $\overline{BC} = \overline{AD} = 4$ ,  
 $\angle CAE = \theta$ 일 때,  $48 \tan \theta$ 의 값을 구하시오. [4점]



## 확률과 통계

1. 표는 어느 학급 학생 35명이 등교하는데 걸리는 시간을 조사하여 나타낸 것이다.

등교 시간 (분)	도수(명)	상대도수
0 <sup>이상</sup> ~ 20 <sup>미만</sup>	6	
20 ~ 40	12	
40 ~ 60	7	$b$
60 ~ 80	$a$	
80 ~ 100	3	
합계	35	$c$

이 때,  $a + 10b + c$ 의 값은? [3점]

- ① 8
- ② 9
- ③ 10
- ④ 11
- ⑤ 12

2. 그림은 어떤 자료에 대하여 십의 자리수를 줄기, 일의 자리수를 잎으로 하여 줄기와 잎 그림을 나타낸 것이다.

줄기	잎
0	3 7
1	0 2 3
2	0 2 3
3	1 2 3
4	3 4 5
5	2

위 그림에 대하여 <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은? [3점]

<보 기>

ㄱ. 최빈값은 33이다.  
 ㄴ. 자료의 범위는 49이다.  
 ㄷ. 평균은 중앙값보다 작다.

- ① ㄱ
- ② ㄷ
- ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

3. 표는 어느 고등학교 학생 80명의 몸무게를 조사하여 만든 누적도수분포표이다. 누적도수  $a, b, c, d, e$ 는 이 순서로 공비가 2인 등비수열을 이룬다고 할 때, 70kg이상 75kg미만인 학생의 수는? [3점]

계급( kg )	누적도수(명)
55 <sup>이상</sup> ~ 60 <sup>미만</sup>	$a$
60 ~ 65	$b$
65 ~ 70	$c$
70 ~ 75	$d$
75 ~ 80	$e$

- ① 5
- ② 10
- ③ 15
- ④ 20
- ⑤ 25

4. 표와 같이 값은 6시간 동안  $a, b, c$  세 개의 도로를 자동차로 이동하였다.

구분 \ 도로	$a$	$b$	$c$
소요 시간 (시)	3	2	1
평균속력 (km/시)	100	60	30

이 때, 6시간 동안 이동한 이 자동차의 평균속력은  $x$  km/시이다.  $x$ 의 값은? [4점]

- ①
- ②
- ③
- ④
- ⑤

**단답형**

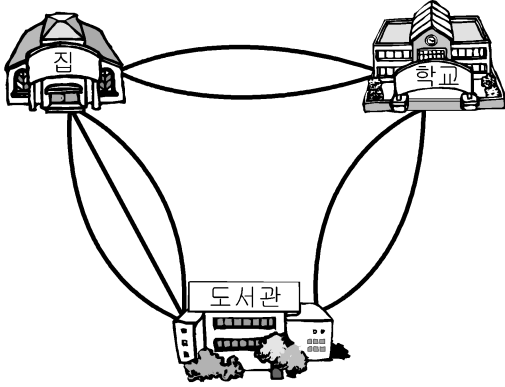
5. 표는 어느 학교 A반과 B반의 확률과 통계 과목의 수행평가 점수에 대한 평균과 분산을 나타낸 것이다.

구분 \ 반	A
평균	18
분산	
학생 수	30

이 때, A반과 B반 전체 학생의 수행평가 점수에 대한 분산을 구하시오. [4점]

## 이산수학

1. 이산이네 마을에는 그림과 같은 도로가 있다. 이산이가 집에서 출발하여 학교와 도서관을 한 번씩만 거쳐 집으로 돌아오는 방법의 수는? [3점]



- ① 7
- ② 12
- ③ 14
- ④ 19
- ⑤ 24

2. 한 개의 주사위를 두 번 던져 나온 눈의 수의 합이 짝수가 되는 경우의 수는? [3점]

- ① 9
- ② 12
- ③ 16
- ④ 18
- ⑤ 21

3. 7개의 숫자 1, 1, 2, 2, 3, , 을 일렬로 배열할 때, 맨 앞자리에는 1이 오고 맨 뒷자리에는 이 오지 않는 경우의 수는? [3점]

- ① 20
- ② 30
- ③ 40
- ④ 50
- ⑤ 60

4. 임의의 서로 다른 개의 자연수에 대하여 <보기>에서 옳은 것을

모두 고른 것은? [4점]

〈보기〉

- ㄱ. 차가 5의 배수가 되는 두 수는 반드시 존재한다.  
 ㄴ. 제곱의 합이 5의 배수가 되는 두 수는 반드시 존재한다.  
 ㄷ. 제곱의 차가 5의 배수가 되는 두 수는 반드시 존재한다.

- ① ㄱ  
 ② ㄴ  
 ③ ㄱ, ㄷ  
 ④ ㄴ, ㄷ  
 ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

단답형

5. 집합  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ 에 대하여 원소의 개수가 1개, 2개, 3개인 집합으로 분할하는 방법의 수를 구하시오. [4점]