

수리 영역

제 2 교시

성명	
----	--

수험 번호						1			
-------	--	--	--	--	--	---	--	--	--

1

- 문제지의 해당란에 성명과 수험 번호를 정확히 기입하십시오.
- 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호와 답을 정확히 표시하십시오.
- 단답형 답의 숫자에 '0' 이 포함되면 그 '0' 도 답란에 반드시 표시하십시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하십시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하십시오.

1. 다항식 $2x^2 + xy - y^2 - 2(x^2 - 2xy + y^2)$ 을 간단히 한 것은? [2점]

- ① $-3xy + y^2$ ② $5xy - 3y^2$ ③ $5xy + 3y^2$
 ④ $4x^2 - 3xy + y^2$ ⑤ $4x^2 + 5xy + y^2$

2. $\sqrt{4+2\sqrt{3}} + \sqrt{4-2\sqrt{3}}$ 의 값은? [2점]

- ① $2\sqrt{3}$ ② 4 ③ $3\sqrt{3}$
 ④ $4\sqrt{3}$ ⑤ 8

3. 두 점 A(4, -3), B(9, 7)에 대하여 선분 AB를 3:2로 내분하는 점의 좌표는? [3점]

- ① (7, 3) ② (7, 4) ③ (13, 7)
 ④ (13, 15) ⑤ (15, 2)

4. 다항식 $f(x)$ 를 $x-5$ 로 나눈 나머지가 3일 때, $(x-1)f(x)$ 를 $x-5$ 로 나눈 나머지는? [3점]

- ① 9 ② 12 ③ 15
 ④ 16 ⑤ 20

5. 두 직선 $(2+k)x - y - 10 = 0$ 과 $y = -\frac{1}{3}x + 1$ 이 서로 수직일 때,

상수 k 의 값은? [3점]

- ① -5 ② -3 ③ -1
 ④ 1 ⑤ 3

6. 전체집합 U 의 공집합이 아닌 서로 다른 두 부분집합 A, B 가 $\{(A \cap B) \cup (A - B)\} \cap B = B$ 를 만족시킬 때, 항상 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [3점]

〈 보기 〉

- ㉠. $B \subset A$
 ㉡. $A - B = \phi$
 ㉢. $A \cup B^c = U$

- ① ㉠ ② ㉡ ③ ㉠, ㉢
 ④ ㉡, ㉢ ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

7. 두 조건 p 와 q 가 다음과 같이 주어졌다.

$$p: |x-1| < 3,$$

$$q: a-1 \leq x \leq b+2$$

p 가 q 이기 위한 충분조건일 때, a 의 최댓값과 b 의 최솟값의 합은? [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0
 ④ 1 ⑤ 2

8. 모든 실수 x 에 대하여 유리식 $\frac{x^2+2px+q}{2x^2+qx+2}$ 의 값이 항상 일정할 때,

$4p+q$ 의 값은? (단, p, q 는 상수이다.) [3점]

- ① 2 ② 3 ③ 4
 ④ 5 ⑤ 6

9. 실수 a, b, c, d 에 대하여 $a > b, c > d$ 일 때, 대소 관계가 항상 성립하는 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [3점]

< 보기 >

ㄱ. $ac+bd > bc+ad$
 ㄴ. $ac > bd$
 ㄷ. $\sqrt{a-b} + \sqrt{c-d} > \sqrt{a+c-b-d}$

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

10. x 에 대한 두 다항식 x^3+2ax^2-4x+4 와 x^3+2bx^2-4 의 최대공약수가 이차식일 때, $b-a$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.) [4점]

- ① $\frac{3}{2}$ ② 2 ③ $\frac{5}{2}$
 ④ 3 ⑤ $\frac{7}{2}$

11. 다음은 평행이동과 대칭이동을 이용하여 점 $P(1,5)$ 를 직선 $x-y+1=0$ 에 대하여 대칭이동한 점 Q 의 좌표를 구하는 과정이다.

직선 $x-y+1=0$ 을 y 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동한 직선의 방정식은 (가)이다.
 또한, 점 $P(1,5)$ 를 y 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동한 점을 P' 이라 하면, 점 P' 의 좌표는 $(1,4)$ 이다.
 이때, 점 P' 을 직선 (가)에 대하여 대칭이동한 점을 Q' 이라 하면, 점 Q' 의 좌표는 (나)이다.
 따라서 점 Q' 을 y 축의 방향으로 (다)만큼 평행이동하면, 점 Q 의 좌표는 $(4,2)$ 이다.

위 과정에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것은? [3점]

	(가)	(나)	(다)
① $y=x$	(4,1)	(4,1)	-1
② $y=x$	(2,3)	(2,3)	-1
③ $y=x$	(4,1)	(4,1)	1
④ $y=x+2$	(2,3)	(2,3)	-1
⑤ $y=x+2$	(4,1)	(4,1)	1

12. x 에 대한 이차방정식 $4x^2+2(2k+m)x+k^2-k+n=0$ 이 실수 k 의 값에 관계없이 증근을 가질 때, $m+n$ 의 값은? (단, m, n 은 실수이다.) [3점]

- ① $-\frac{3}{4}$ ② $-\frac{1}{4}$ ③ 0
 ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

13. 갑과 을이 x, y, z 에 대한 연립방정식

$$\begin{cases} ax + y = 1 \\ by + z = 4 \\ -2z + x = -3 \end{cases}$$

을 푸는데, 갑은 상수 a 만을 잘못 보고 풀어서 $x = -3, y = -2, z = 0$ 의 해를 얻었고, 을은 상수 b 만을 잘못 보고 풀어서 $x = -1, y = 3, z = 1$ 의 해를 얻었다.

처음에 주어진 연립방정식의 옳은 해를 $x = \alpha, y = \beta, z = \gamma$ 라 할 때, $\alpha + \beta + \gamma$ 의 값은? [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0
④ 1 ⑤ 2

14. 원 $x^2 + y^2 - 2x - 4y - 7 = 0$ 의 내부의 넓이와 네 직선 $x = -6, x = 0, y = -4, y = -2$ 로 둘러싸인 직사각형의 넓이를 모두 이등분하는 직선의 방정식은? [4점]

- ① $y = \frac{4}{5}x + \frac{6}{5}$ ② $y = \frac{5}{4}x + \frac{3}{4}$ ③ $y = \frac{8}{5}x + \frac{2}{5}$
④ $y = 4x - 2$ ⑤ $y = 5x - 3$

15. 방정식 $x^3 - 1 = 0$ 의 한 허근을 ω 라 할 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

< 보기 >

- ㄱ. $\omega^{10} = \omega$
ㄴ. $\frac{\omega^2}{1+\omega} + \frac{\bar{\omega}}{1+\bar{\omega}^2} = -2$ (단, $\bar{\omega}$ 는 ω 의 켈레복소수이다.)
ㄷ. $\omega^{4n} + (\omega + 1)^{4n} + 1 = 0$ 을 만족시키는 30 이하의 양의 정수 n 의 개수는 20이다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

16. 연립부등식 $\begin{cases} x^2 + y^2 - 9 \leq 0 \\ (\sqrt{3}x - y)(\sqrt{3}x + y) \leq 0 \end{cases}$ 을 만족시키는 점 (x, y) 가 좌표평면 위에 나타내는 영역의 넓이는? [4점]

- ① 2π ② 3π ③ 4π
④ 5π ⑤ 6π

17. 다음은 세 양수 a, b, c 에 대하여 부등식

$$\frac{a}{b+c} + \frac{b}{c+a} + \frac{c}{a+b} \geq \frac{3}{2}$$

이 성립함을 증명한 것이다.

<증명>

$b+c=x, c+a=y, a+b=z$ 라 하면,

$a+b+c = \text{(가)} (x+y+z)$ 이므로

$a = \frac{1}{2}(y+z-x), b = \frac{1}{2}(z+x-y), c = \frac{1}{2}(x+y-z)$ 이다.

그러므로

$$\frac{a}{b+c} + \frac{b}{c+a} + \frac{c}{a+b}$$

$$= \frac{1}{2} \left(\frac{y}{x} + \frac{z}{x} + \frac{z}{y} + \frac{x}{y} + \frac{x}{z} + \frac{y}{z} \right) + \text{(나)}$$

$$\geq \text{(다)} \left(\sqrt{\frac{y}{x} \cdot \frac{x}{y}} + \sqrt{\frac{z}{y} \cdot \frac{y}{z}} + \sqrt{\frac{x}{z} \cdot \frac{z}{x}} \right) + \text{(나)}$$

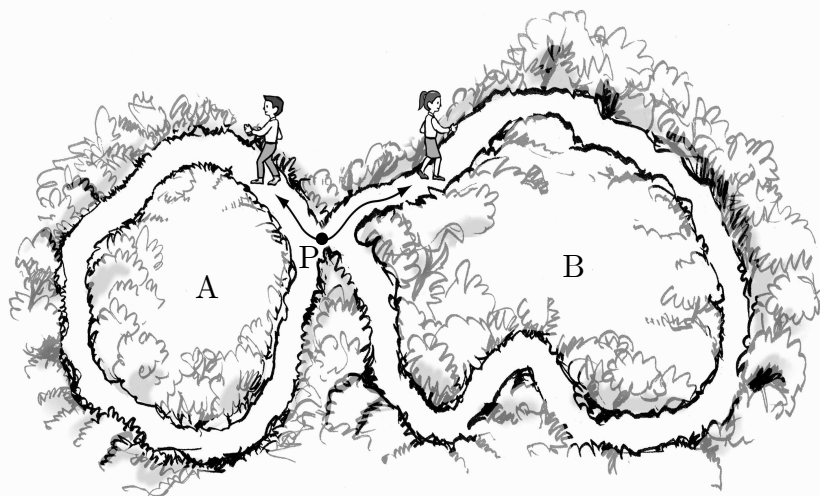
$$= \frac{3}{2}$$

따라서 세 양수 a, b, c 에 대하여 주어진 부등식이 성립한다.

위 증명에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것은? [4점]

	(가)	(나)	(다)
①	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	1
②	$\frac{1}{2}$	$-\frac{3}{2}$	2
③	$\frac{1}{2}$	$-\frac{3}{2}$	1
④	2	$-\frac{3}{2}$	2
⑤	2	$-\frac{1}{2}$	2

18. 그림과 같이 길이가 각각 120m, 200m인 A, B 두 산책로가 있다.



철수와 영희는 다음과 같은 방법으로 걷기로 하였다.

- 철수는 A 산책로를, 영희는 B 산책로를 일정한 속력으로 걷는다.
- P 지점에서 동시에 출발하여 각각 화살표 방향으로 걷는다.
- 영희가 걷는 속력은 철수가 걷는 속력보다 1.5배 빠르다.

P 지점에서 동시에 출발한 후 세 번째 만날 때까지 철수는 A 산책로를 n 바퀴 걸었다. 이때, n 의 값은? (단, 철수와 영희는 P 지점에서만 만난다.) [4점]

- ① 21 ② 24 ③ 27
 ④ 30 ⑤ 33

19. 이차항의 계수가 음수인 이차함수 $y=f(x)$ 의 그래프와 직선 $y=x+1$ 이 두 점에서 만나고 그 교점의 y 좌표가 각각 3과 8이다. 이때, 이차부등식 $f(x)-x-1 > 0$ 을 만족시키는 모든 정수 x 의 값의 합은? [4점]

- ① 14 ② 15 ③ 16
④ 17 ⑤ 18

20. 이차함수 $f(x)$ 는 다음 두 조건을 만족시킨다.

- (가) 모든 실수 x 에 대하여 $f(3-x)=f(3+x)$ 이다.
(나) $y=f(x)$ 의 그래프는 두 점 $(-1, 2)$, $(4, 17)$ 을 지난다.

옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

— < 보기 > —

- ㄱ. $y=f(x)$ 의 그래프는 직선 $x=3$ 에 대하여 대칭이다.
ㄴ. $1 \leq x \leq 8$ 에서 이차함수 $f(x)$ 의 최솟값은 -7 이다.
ㄷ. $g(x)=f(x+3)$ 일 때,
모든 실수 x 에 대하여 $g(-x)=-g(x)$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

21. 임의의 두 실수 a, b 에 대하여 두 연산 \odot 와 $*$ 를 각각

$$a \odot b = ab - (a+b) + 2,$$

$$a * b = (a+1)(b+1) - 1$$

로 정의할 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?

[4점]

— < 보기 > —

- ㄱ. $(2 * 3) \odot 4 = 31$
ㄴ. 연산 \odot 에 대한 항등원은 2이다.
ㄷ. 연산 $*$ 에 대한 1의 역원은 $-\frac{1}{2}$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

단답형

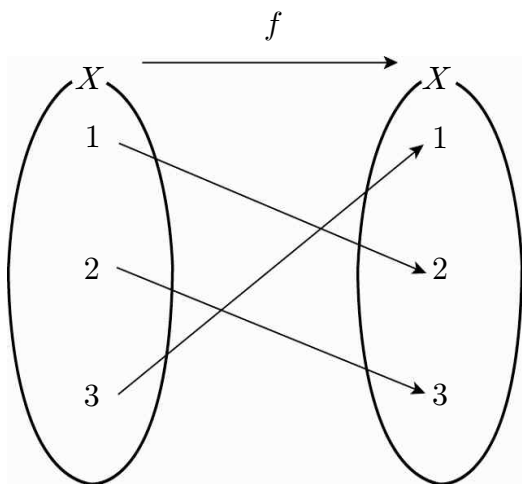
22. $\frac{1+i}{1-i} + (1+2i)(3-i) = a+bi$ 일 때, ab 의 값을 구하시오.

(단, $i = \sqrt{-1}$ 이고 a, b 는 실수이다.) [2점]

23. x 에 대한 이차방정식 $x^2 + (m+n)x - mn = 0$ 의 한 근이 $4 + \sqrt{2}i$ 일 때, $m^2 + n^2$ 의 값을 구하시오. (단, $i = \sqrt{-1}$ 이고 m, n 은 실수이다.) [3점]

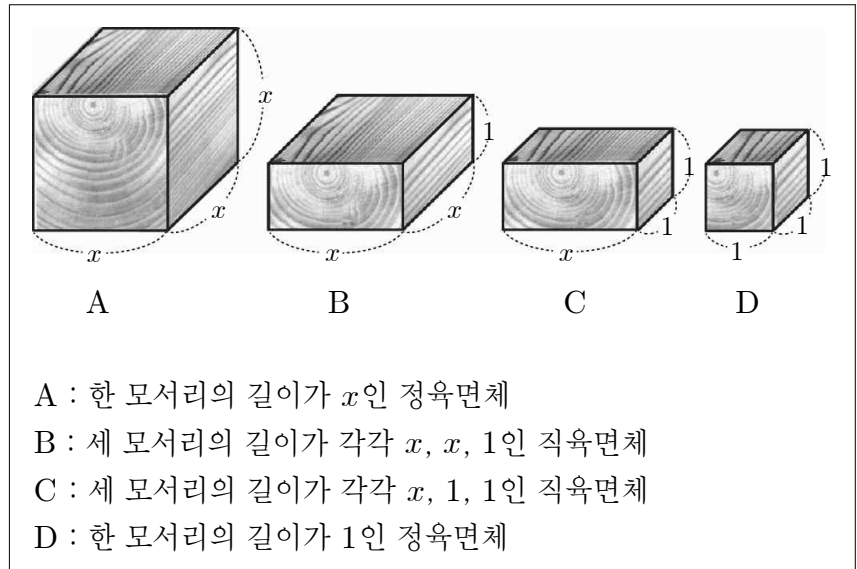
24. 직선 $y = \sqrt{3}x + k$ 가 원 $x^2 + y^2 - 6y - 7 = 0$ 에 접할 때, 모든 실수 k 의 값의 합을 구하시오. [3점]

25. 집합 $X = \{1, 2, 3\}$ 에 대하여 함수 $f: X \rightarrow X$ 가 그림과 같이 주어져 있다.



$f^1(x) = f(x)$, $f^{n+1}(x) = f(f^n(x))$ ($n = 1, 2, 3, \dots$)이라 할 때, $f^{2010}(2) + f^{2011}(3)$ 의 값을 구하시오. [4점]

26. 다음과 같이 부피가 서로 다른 네 종류의 나무토막 A, B, C, D가 있다.



이 나무토막 A, B, C, D를 각각 한 개 이상을 사용하여 부피가 64인 정육면체를 만들었다. 사용된 전체 나무토막의 개수가 n 일 때, n 의 최솟값을 구하시오. (단, x 는 2 이상의 양의 정수이다.) [3점]

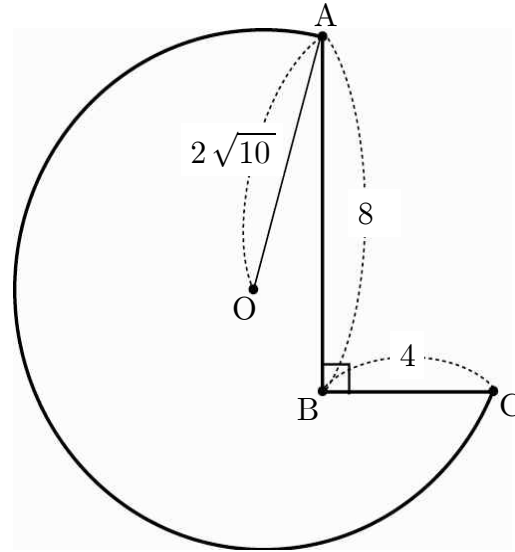
27. 함수 $f(x) = x^2 - 6x$ ($x \geq 3$)의 그래프와 그 역함수 $y = f^{-1}(x)$ 의 그래프의 교점이 (a, b) 일 때, $10ab$ 의 값을 구하시오. [3점]

28. 연립부등식 $\begin{cases} |x-2| < k \\ x^2-2x-3 \leq 0 \end{cases}$ 을 만족시키는 정수 x 의 개수가 5일 때, 양의 정수 k 의 최솟값을 구하시오. [4점]

29. 이차함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 x 축과 서로 다른 두 점 $(\alpha, 0)$, $(\beta, 0)$ 에서 만나고 $\alpha+\beta=20$ 일 때, 방정식 $f(2x-5)=0$ 의 모든 실근의 합을 구하시오. [4점]

30. 평면 위에 반지름의 길이가 $2\sqrt{10}$ 인 원 O 가 있다.

그림은 원 O 위의 두 점 A, C 와 원 내부의 점 B 를 잡아 $\overline{AB}=8$, $\overline{BC}=4$, $\angle ABC=90^\circ$ 가 되도록 원과 원의 내부의 일부를 잘라낸 도형이다. $\overline{OB}=l$ 이라 할 때, $3l^2$ 의 값을 구하시오. [4점]



※ 확인사항

문제지와 답안지의 해당란을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.