

수리 영역 (나형)

제 2 교시

성명

수험번호

1

- 먼저 수험생이 선택한 응시 유형의 문제지인지 확인하시오.
- 문제지에 성명과 수험 번호를 정확히 기입하시오.
- 답안지에 수험 번호, 응시 유형, 답을 표기할 때에는 반드시 '수험생이 지켜야 할 일'에 따라 표기하시오.
- 단답형 답의 숫자에 0이 포함된 경우, 0을 OMR 답안지에 반드시 표기해야 합니다.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하시오.

2. 수렴하는 무한수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 일

때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{2}n^2 + 1\right)a_n$ 의 값은? [2점]

- ① 0
- ② $\frac{1}{2}$
- ③ 1003
- ④ 2006
- ⑤ 4012

1. $\frac{1}{\sqrt{2}} \times \sqrt{32} \times \sqrt[3]{27}$ 값은? [2점]

- ① $6\sqrt{3}$
- ② 12
- ③ $9\sqrt{2}$
- ④ $9\sqrt{3}$
- ⑤ 18

1. $A + B = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}$, $AX = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$, $BX = \begin{pmatrix} -2 & -1 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}$ 를 만족시키는 이차정사각행렬 X 는? [2점]

- ① $\begin{pmatrix} 8 & 4 \\ -24 & -12 \end{pmatrix}$
- ② $\begin{pmatrix} 8 & -4 \\ 24 & -12 \end{pmatrix}$
- ③ $\begin{pmatrix} -8 & -4 \\ 24 & 12 \end{pmatrix}$
- ④
- ⑤

3. $x + \sqrt{3}x + y - 2\sqrt{3}y - 27 - 18\sqrt{3} = 0$ 을 만족시키는 유리수 , 에 대하여 $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m & 1 \\ 1 & n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 9 \\ 6 \end{pmatrix}$ 일 때, 의 값은? [3점]

- ① -2
- ② -1
- ③ 0
- ④ 1
- ⑤ 2

4. 이차정사각행렬 A, B 에 대하여 <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은? (단, O 는 영행렬, E 는 단위행렬이다.) [3점]

< 보 기 >

ㄱ. $(A - E)^2 = A^2 - 2A + E$
 ㄴ. $AB = O, A \neq O$ 이면 $B = O$ 이다.
 ㄷ. $AB = A, BA = B$ 이면 $A^2 = A$ 이다.

- ① ㄱ
- ② ㄴ
- ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

5. 두 자연수 x, y 에 대하여 x^8 은 25자리의 수, y^5 은 16자리의 수일 때, xy 는 n 자리의 수가 된다. 이 때, n 의 값은? [3점]

- ① 4
- ② 5
- ③ 6
- ④ 7
- ⑤

6. $a^2 + (b+1)^2 = 1$ 을 만족시키는 실수 a, b 에 대하여

행렬 $A = \begin{pmatrix} 2a+1 & 2b+1 \\ -b & a \end{pmatrix}$ 라 하자.

다음은 연립방정식 $A \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x-y \\ x+y \end{pmatrix}$ 가 이외의 해를 가질 때, $a+b$ 의 값을 구하는 과정이다.

$$A \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x-y \\ x+y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

$$\therefore \begin{pmatrix} 2a & 2b+2 \\ -b-1 & a-1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \dots\dots\dots \textcircled{1}$$

①이 $x=y=0$ 이외의 해를 가지므로 이다.

이 때, (가) 와 $a^2 + (b+1)^2 = 1$ 을 연립하여 풀면 a, b 의 값을 구할 수 있다.

따라서 $a+b = \text{input}$ (나) 이다.

위의 과정에서 (가), (나)에 알맞은 내용을 바르게 짝지은 것은? [3점]

- | | |
|--------------------------|----------------|
| <u> (가) </u> | <u> (나) </u> |
| ① $a(a-1) + (b+1)^2 = 0$ | |
| ② $a(a-1) + (b+1)^2 = 0$ | |
| ③ $a(a-1) + (b+1)^2 = 0$ | |
| ④ $a(a+1) + (b-1)^2 = 0$ | |
| ⑤ $a(a+1) + (b-1)^2 = 0$ | |

7. 무한수열 $\{a_n\}$ 을

$$a_n = \begin{cases} 0 & (n = 3k-2) \\ 1 & (n = 3k-1) \text{ (단, } k \text{ 는 자연수)} \\ 2 & (n = 3k) \end{cases}$$

로 정의할 때, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{4^n}$ 의 값은? [4점]

- ①
- ②
- ③
- ④
- ⑤

8. 두 양의 실수 a, b 에 대하여 연산 $*$ 를

$$a * b = \begin{cases} a^b & (a < b) \\ b^a & (a \geq b) \end{cases}$$

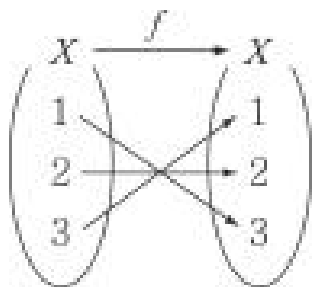
라 정의할 때, $(2 * \sqrt{2}) * 2\sqrt{2}$ 의 값은? [3점]

- ① $2^{\sqrt{2}}$
- ② $2^{\frac{3}{2}}$
- ③ $2^{2\sqrt{2}}$
- ④ 2^4
- ⑤ 2^8

9. 그림과 같이 정의된 함수 $f: X \rightarrow X$ 에 대하여

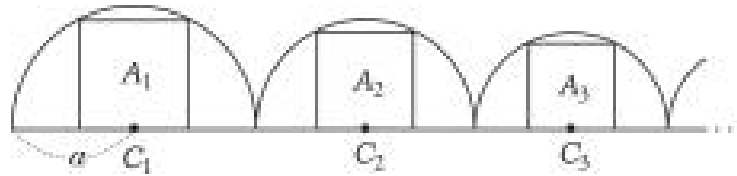
3×3 행렬 A 의 (i, j) 성분 a_{ij} 를 $a_{ij} = \begin{cases} 1 & (f(i) \geq j) \\ 0 & (f(i) < j) \end{cases}$ 으

로 정의할 때, 행렬 A 의 모든 성분의 합은? [3점]



- ①
- ②
- ③
- ④
- ⑤

10. 그림과 같이 반지름의 길이가 a 인 반원 C_1 에 내접하는 정사각형을 A_1 이라 하자. A_1 의 한 변의 길이를 반지름으로 하는 반원 C_2 에 내접하는 정사각형을 A_2 라 하자. A_2 의 한 변의 길이를 반지름으로 하는 반원 C_3 에 내접하는 정사각형을 A_3 라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여 정사각형을 만들어 나갈 때, 이들 정사각형의 넓이의 합은? [4점]



- ① a^2
- ② $2a^2$
- ③ $3a^2$
- ④ $4a^2$
- ⑤ $5a^2$

11. 무한수열 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 에 대하여 <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은? (단, a 는 상수) [3점]

<보 기>

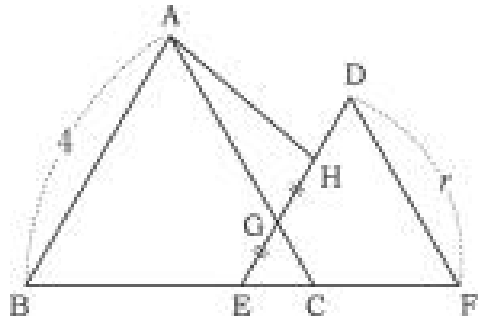
ㄱ. $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a, \lim_{n \rightarrow \infty} b_n = 0$ 이면 $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n b_n) = 0$ 이다.

ㄴ. $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a, \lim_{n \rightarrow \infty} (a_n - b_n) = 0$ 이면 $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n = a$ 이다.

ㄷ. $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \infty, \lim_{n \rightarrow \infty} (a_n - b_n) = a$ 이면 $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n = \infty$ 이다.

- ① ㄱ
- ② ㄷ
- ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

12. 그림과 같이 한 변의 길이가 4인 정삼각형 ABC와 한 변의 길이가 r인 정삼각형 DEF를 겹쳐서 점 E가 BC 위에 오도록 정삼각형 GEC를 만들고, EG = GH가 되도록 점 H를 DG 위에 잡는다.



△GEC, △AGH, △DEF의 각각의 넓이가 이 순서로 공비가 r인 등비수열을 이룰 때, r의 값은? [4점]

- ① $\frac{3}{2}$
- ② 2
- ③ $\frac{5}{2}$
- ④ 3
- ⑤ $\frac{7}{2}$

13. 무한수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\sum_{n=1}^{\infty} \left(a_n - \frac{2n^2}{2n^2+1} \right) = \frac{1}{3}$ 일 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ 의 값은? [3점]

- ① $-\frac{2}{3}$
- ② $-\frac{1}{3}$
- ③
- ④
- ⑤

14. 다음은 모든 자연수 n에 대하여 부등식

$$1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{n} \geq 2 \left\{ \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} \right\}$$

이 성립함을 수학적귀납법으로 증명하는 과정이다.

< 증명 >

(i) $n=1$ 일 때, (좌변) $= 1 \geq 2 \times \frac{1}{1 \cdot 2} =$ (우변)이므로 주어진 부등식은 성립한다.

(ii) $n=k$ ($k \geq 1$)일 때, 주어진 부등식이 성립한다고 가정하면

$$1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{k} \geq 2 \left\{ \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \dots + \frac{1}{k(k+1)} \right\}$$

이 식의 양변에 $\frac{1}{k+1}$ 을 더하면

$$1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{k} + \frac{1}{k+1}$$

$$\geq 2 \left\{ \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \dots + \frac{1}{k(k+1)} \right\} + \frac{1}{k+1}$$

$$\geq 2 \left\{ \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \dots + \frac{1}{k(k+1)} \right\} + \frac{1}{k+2}$$

$$= 2 \left\{ \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \dots + \frac{1}{k(k+1)} \right\} + \frac{1}{k+1} \cdot$$

$$\geq 2 \left\{ \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \dots + \frac{1}{k(k+1)} \right\} + \frac{1}{(k+1)(k+2)}$$

$$= 2 \left\{ \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \dots + \frac{1}{(k+1)(k+2)} \right\}$$

$$\therefore 1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{k+1}$$

$$\geq 2 \left\{ \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \dots + \frac{1}{(k+1)(k+2)} \right\}$$

따라서 $n=k+1$ 일 때도 주어진 부등식은 성립한다.

(i), (ii)에 의하여 주어진 부등식은 모든 자연수 n에 대하여

위의 과정에서 (가), (나)에 알맞은 내용을 바르게 짝지은 것은? [3점]

- | | | |
|---|-----------------|-----|
| | (가) | (나) |
| ① | $\frac{1}{k+1}$ | 1 |

15. 0이 아닌 세 실수 a, b, c 에 대하여
 $a + b + c = 0$ 이고 $3^a = x, 3^b = y, 3^c = z$ 이다.
 이 때, $\log_x yz + \log_y zx + \log_z xy$ 의 값은? [3점]

- ① -3
- ② -1
- ③ 0
- ④ 1
- ⑤ 3

16. 2005년 1월 1일 현재 인구가 같은 두 도시 A, B 가 있다.
 A 도시의 인구는 매년 전년도에 비해 2%씩 증가하고, B 도시
 의 인구는 매년 전년도에 비해 2%씩 감소한다고 가정할 때, 처
 음으로 A 도시의 인구가 B 도시 인구의 2배 이상이 되는 시기는?
 (단 , $\log_{10} 2 = 0.3010, \log_{10} 4.9 = 0.6902,$
 $\log_{10} 5.1 = 0.7076$)

[4점]

- ① 2020년 ~ 2021년
- ② 2022년 ~ 2023년
- ③ 2024년 ~ 2025년
- ④ 년 ~ 년
- ⑤ 년 ~ 년

단답형

17. 두 행렬 $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ 에 대하여
 $3A + B + 2X = A - 2B + 3X$ 를 만족시키는 행렬 X 의 2행 2
 열의 성분을 구하시오. [3점]

18. $\sum_{k=2}^{10} (k+1)^2 - \sum_{k=1}^{10} (k-1)^2$ 의 값을 구하시오. [3점]

6

수리 영역 (나형)

19. 표의 빈 칸에 6개의 자연수를 한 칸에 하나씩 써넣어 가로, 세로, 대각선 방향으로 각각 등차수열을 이루도록 할 때, 빈 칸에 써넣을 6개의 수의 합을 구하시오. [3점]

3		7
	11	

20. 함수 $f(x)$ 를 $f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x^n + 3}{x^n + 1}$ 으로 정의할 때, $f(-3) + f\left(\frac{1}{4}\right) + f(1)$ 의 값을 구하시오. [3점]

21. 실수 x, y 에 대한 연립일차방정식

$$\begin{cases} ax + by = t \\ cx + dy = -t^2 \end{cases}$$

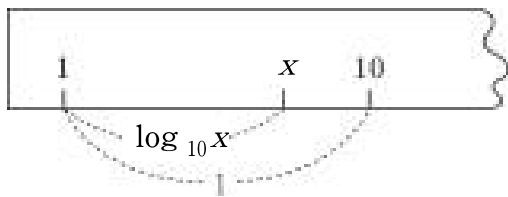
에 대하여 행렬 $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ 의 역행렬이 일 때,의 최대값을 구하시오. (단, t 는 실수) [4점]

22. A, B의 두 비커에 농도가 같은 소금물이 같은 양만큼 들어 있다. 갑은 A비커, 을은 B비커의 소금물을 가지고 각각 다음과 같은 방법을 반복하여 새로운 소금물을 만들려고 한다.

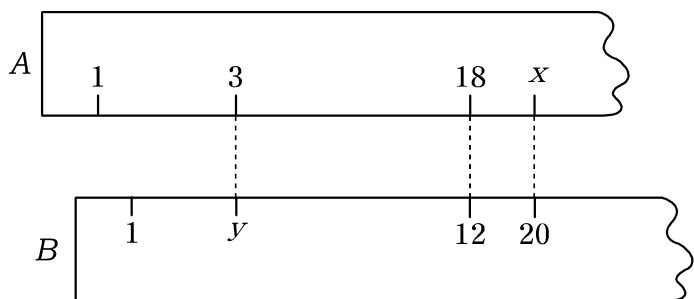
갑 : 소금물의 양의 $\frac{3}{4}$ 을 버린 후 버린 양만큼 물을 섞는다.
 을 : 소금물의 양의 $\frac{1}{2}$ 을 버린 후 버린 양만큼 물을 섞는다.

위의 과정을 갑은 5회, 을은 회 반복하면 농도가 같은 소금물을 만들 수 있다. 이 때, 의 값을 구하시오. [4점]

23. 그림과 같이 기점 1로부터의 거리가 $\log_{10} x$ 인 곳에 눈금 x 를 매긴 자를 '로그자'라고 한다. '로그자'에서는 $\log_{10} 1 = 0$ 이므로 기점의 로그눈금은 1이다.



두 개의 로그자 A , B 의 세 개의 눈금의 위치가 그림과 같이 서로 일치할 때, $x - y$ 의 값을 구하시오. [4점]



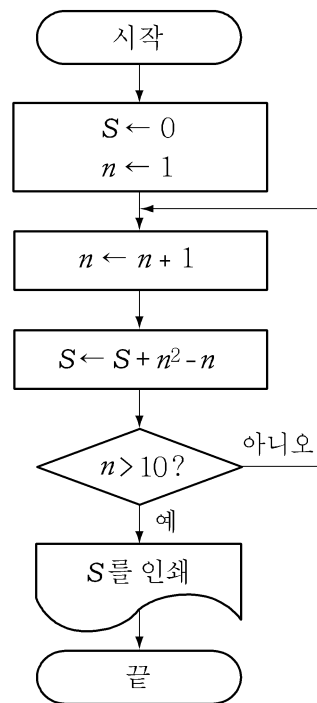
24. $a_1 = 2, a_2 = 1,$

$$a_{n+1}a_n - 2a_{n+2}a_n + a_{n+1}a_{n+2} = 0 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

으로 정의된 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\sum_{k=1}^{20} \frac{1}{a_k}$ 의 값을 구하시오. [4점]

5 지선 다형

25. 순서도에서 인쇄되는 S 의 값은? [4점]



- ① 300
- ② 330
- ③ 350
- ④ 440
- ⑤ 550

26. 임의의 실수 k 에 대하여, 행렬 $\begin{pmatrix} 1 & k \\ k & 1 \end{pmatrix}$ 의 역행렬이 존재하도록 하는 정수 k 의 순서쌍 (a, b) 중에서 $a < b$ 를 만족시키는 순서쌍의 개수는? [4점]

- ① 3
- ② 4
- ③
- ④
- ⑤

27. x 에 대한 이차방정식 $x^2 + 4x - (2n-1)(2n+1) = 0$ 의 두

근 α_n, β_n 에 대하여 $\sum_{n=1}^{10} \left(\frac{1}{\alpha_n} + \frac{1}{\beta_n} \right)$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{11}{21}$
 ② $\frac{20}{21}$
 ③ $\frac{31}{21}$
 ④ $\frac{40}{21}$
 ⑤ $\frac{50}{21}$

28. 수렴하는 두 무한수열 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 에 대하여

$$\begin{pmatrix} a_{n+1} \\ b_{n+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.9 & 0.2 \\ 0.1 & 0.8 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_n \\ b_n \end{pmatrix} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

으로 정의할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{b_n}{a_n}$ 의 값은? (단, $a_1 = 4, b_1 = 6$) [4점]

- ① $\frac{1}{3}$
 ② $\frac{1}{2}$
 ③ 1
 ④
 ⑤

단답형

29. 다음과 같이 1, 3, 5, 7, 9를 규칙적으로 나열했을 때, 제 n 행에 나열된 수들의 합을 구하시오. [4점]

제 1행				
제 2행			3	
제 3행		9	1	
제 4행	9	1	3	
⋮				⋮