2006학년도 3월 고3 전국연합학력평가 문제지

제 2 교시 수 리 영 역

'나'형 | 성명 | 수험번호 3 | 1

○ 먼저 수험생이 선택한 응시 유형의 문제지인지 확인하시오.
○ 문제지에 성명과 수험 번호를 정확히 기입하시오.
○ 답안지에 수험 번호, 응시 유형 및 답을 표기할 때는 반드시 '수험생이 지켜야 할 일'에 따라 표기하시오.
○ 단답형 답의 숫자에 0이 포함된 경우, 0을 OMR 답안지에 반드시 표기해야 합니다.
○ 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
○ 계산은 문제지의 여백을 활용하시오.

1. $\sqrt[3]{2\sqrt{2}} \times \sqrt[6]{8}$ 의 값은? [2점]

① 1　② $\sqrt[3]{2}$　③ $\sqrt{2}$　④ 2　⑤ $2\sqrt{2}$

2. $\sum_{k=1}^{10}(k+1)^2 - 2\sum_{k=1}^{10}(k+2) + \sum_{k=1}^{10}3$ 의 값은? [2점]

① 365　② 370　③ 375　④ 380　⑤ 385

3. $\lim_{n\to\infty}\frac{(n+3)(n+4)-n^2}{(n+1)(n+2)-n^2}$ 의 값은? [2점]

① 4　② 3　③ $\frac{5}{2}$　④ $\frac{7}{3}$　⑤ 2

4. 등식 $\begin{pmatrix} x & y \\ 1 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} y \\ x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 14 \\ 6 \end{pmatrix}$ 을 만족시키는 두 실수 x, y 에 대하여 x^2+y^2 의 값은? [3점]

① 22　② 23　③ 24　④ 25　⑤ 26

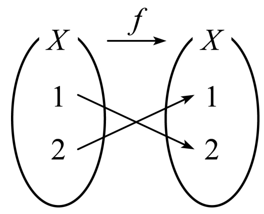
5. 집합 $A=\{x \mid x=\left(\frac{1}{256}\right)^{\frac{1}{n}}$, n 은 0 이 아닌 정수 $\}$의 원소 중 자연수인 것의 개수는? [3 점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

6. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $(a_1+a_2):(a_3+a_4)=1:2$ 가 성립할 때, $a_1:a_4$ 는? (단, $a_1 \neq 0$이다.) [3 점]

① 1 : 2 ② 1 : 3 ③ 2 : 3 ④ 2 : 5 ⑤ 3 : 5

7. 집합 $X=\{1, 2\}$ 에서 X로의 함수 f 의 대응관계가 그림과 같을 때, 이차정사각행렬 A 의 (i, j) 성분 a_{ij} 를



$$a_{ij}=\begin{cases} 0 & (f(i) \neq j \text{ 일 때}) \\ 1 & (f(i)=j \text{ 일 때}) \end{cases}$$

로 정의한다. 행렬 A^{2006} 과 같은 것은? (단, E는 단위행렬이다.) [3 점]

① $A-E$ ② A ③ E ④ $A+E$ ⑤ $2A$

8. 이차정사각행렬 A 에 대하여 $A^4=O$ 일 때, 역행렬이 존재하는 것을 <보기>에서 모두 고른 것은? (단, E는 단위행렬이고 O는 영행렬이다.) [3 점]

< 보 기 >

ㄱ. $E-A$ ㄴ. $E+A$ ㄷ. $E+A^2$

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

9. 언어영역 3 문항, 수리영역 4 문항, 외국어영역 3 문항, 사회탐구영역 2 문항이 있다. A, B, C, D 네 사람에게 3 문항씩 각각 다른 영역의 문항을 서로 중복되지 않게 나누어 풀게 하였다. 다음은 네 사람이 푼 문항을 조사한 결과의 일부이다.

◦ A 는 언어영역과 수리영역 1 문항씩을 풀었다.
◦ B 는 외국어영역 1 문항을 풀었다.
◦ C 는 사회탐구영역 1 문항을 풀었다.
◦ D 는 수리영역과 외국어영역 1 문항씩을 풀었다.

만일 C 가 언어영역 문항을 풀었다고 할 때, 다음 중 항상 옳은 것은? [3 점]

① A 는 외국어영역 문항을 풀었다.
② A 는 사회탐구영역 문항을 풀었다.
③ B 는 사회탐구영역 문항을 풀었다.
④ D 는 언어영역 문항을 풀었다.
⑤ D 는 사회탐구영역 문항을 풀었다.

10. 행렬 $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$에 대하여 $A^n = \begin{pmatrix} a_n & 0 \\ 0 & b_n \end{pmatrix}$이라 할 때,

$\lim_{n\to\infty} \frac{3a_n - 2b_n}{2a_n + 3b_n}$ 의 값은? [3 점]

① $-\frac{3}{2}$ ② $-\frac{2}{3}$ ③ 0 ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{3}{2}$

11. 이차정사각행렬 A, B에 대하여 등식

$$A + B = 3E,\ AB = 4B$$

가 성립할 때, 항상 옳은 것을 <보기>에서 모두 고른 것은? (단, E는 단위행렬이고 O는 영행렬이다.) [4 점]

< 보 기 >

ㄱ. $A = 4E$
ㄴ. $B^2 + B = O$
ㄷ. $A^2 - B^2 = 3(A - B)$

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

12. 자연수 i 에 대하여 $H_i = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{i}$ 이라 할 때, 다음은 부등식

$$H_{2^n} \geq 1 + \frac{n}{2} \ (n = 0, 1, 2, \cdots) \ \cdots\cdots ㉠$$

이 성립함을 수학적귀납법으로 증명한 것이다.

<증명>
(i) $n = 0$ 일 때,

(좌변) $= H_{2^0} = H_1 = \boxed{(가)}$

(우변) $= 1 + \frac{0}{2} = 1$

그러므로 ㉠이 성립한다.

(ii) $n = k$ 일 때,

$H_{2^k} \geq 1 + \frac{k}{2}$ 가 성립한다고 가정하면

$$H_{2^{k+1}} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{2^k} + \boxed{(나)}$$
$$= H_{2^k} + \boxed{(나)}$$
$$\geq \left(1 + \frac{k}{2}\right) + \boxed{(나)}$$
$$\geq \left(1 + \frac{k}{2}\right) + \boxed{(다)} \cdot \frac{1}{2^{k+1}}$$
$$= 1 + \frac{k+1}{2}$$

그러므로 $n = k + 1$ 일 때도 ㉠이 성립한다.
따라서 0 과 모든 자연수 n 에 대하여 ㉠이 성립한다.

위의 증명에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것은? [4 점]

	(가)	(나)	(다)
①	1	$\sum_{l=1}^{2^k} \frac{1}{2^k + l}$	2^{k-1}
②	1	$\sum_{l=1}^{2^k} \frac{1}{2^k + l}$	2^k
③	1	$\frac{1}{2^{k+1}}$	2^k
④	$\frac{3}{2}$	$\frac{1}{2^{k+1}}$	2^{k-1}
⑤	$\frac{3}{2}$	$\frac{1}{2^{k+1}}$	2^k

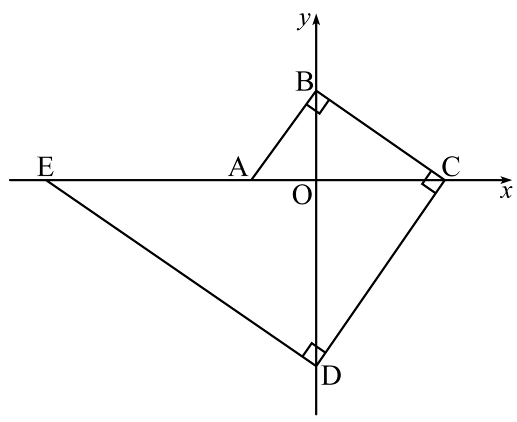
13. 5 이하의 세 자연수 x, y, z 에 대하여 두 행렬 A, B를

$A = \begin{pmatrix} x & y \\ 1 & z \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} \log x & \log y \\ 0 & \log z \end{pmatrix}$라 하자.

A 의 역행렬 A^{-1}가 존재할 때, $A^{-1}BA = B$를 만족시키는 행렬 A 의 개수는? [4 점]

① 1　② 2　③ 4　④ 8　⑤ 16

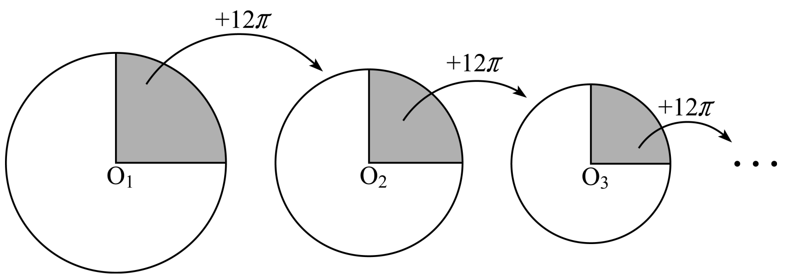
14. 그림과 같이 좌표축 위의 다섯 개의 점 A, B, C, D, E 에 대하여 $\overline{AB} \perp \overline{BC}$, $\overline{BC} \perp \overline{CD}$, $\overline{CD} \perp \overline{DE}$ 가 성립한다.
세 선분 AO, OC, EA 의 길이가 이 순서대로 등차수열을 이룰 때, 직선 AB 의 기울기는?
(단, O 는 원점이고 $\overline{OA} < \overline{OB}$ 이다.) [4 점]



① $\sqrt{2}$　② $\sqrt{3}$　③ 2　④ $\sqrt{5}$　⑤ $\sqrt{6}$

수 리 영 역

15. 넓이가 20π 인 원 O_1 을 그리고, 원 O_1 의 사분원의 넓이보다 12π 더 넓은 원 O_2 를 그린다. 또 원 O_2 의 사분원의 넓이보다 12π 더 넓은 원 O_3 를 그린다.
이와 같이 원 O_n 의 사분원의 넓이보다 12π 더 넓은 원 O_{n+1} 을 계속하여 그려 간다. 원 O_n 의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n\to\infty} S_n$ 의 값은? [4 점]



① 14π ② 15π ③ 16π ④ 17π ⑤ 18π

16. 어느 도시의 t 년도 인구수를 $P \times 10^6$ (명)이라 하면

$$P = 5 \cdot 2^{\frac{t-2001}{15}}$$

인 관계가 성립한다고 한다. 이 도시의 인구수가 2006 년 인구수의 2 배가 되는 해는? [4 점]

① 2017 년 ② 2019 년 ③ 2021 년 ④ 2023 년 ⑤ 2025 년

17. 두 약국 P, Q 에서 판매하는 혈압약과 관절염약의 1갑의 가격은 <표1>과 같고, 갑, 을 두 환자가 매월 구입해야 하는 혈압약과 관절염약의 수량은 <표2>와 같다.

(단위: 원)

	혈압약	관절염약
P 약국	30,000	10,000
Q 약국	20,000	20,000

<표1>

(단위: 갑)

	갑	을
혈압약	1	2
관절염약	1	3

<표2>

갑이 x 개월, 을이 y 개월 동안 혈압약과 관절염약을 P 약국에서 구입하면 갑과 을의 약값의 합은 600,000 원이고, Q 약국에서 구입하면 갑과 을의 약값의 합은 640,000 원이다.
행렬을 이용하여 x, y 의 값을 구하는 과정에서 다음 등식을 얻었다.

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \frac{1}{4}\begin{pmatrix} a & -9 \\ -4 & b \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 60 \\ 64 \end{pmatrix}$$

두 상수 a, b 의 합 $a+b$ 의 값은? [4 점]

① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 14

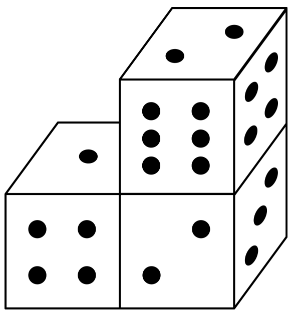
단답형(18 ~ 25)

18. 등식 $\dfrac{1}{\log_3 2} + \dfrac{1}{\log_5 2} + \dfrac{1}{\log_6 2} = \dfrac{1}{\log_k 2}$ 이 성립할 때, 상수 k 의 값을 구하시오. [3 점]

19. 그림과 같이 한 개의 직사각형을 6 개의 직사각형으로 나누었을 때, 6 개의 직사각형의 넓이가 각각 8, a, 9, b, 6, c 이었다. $a(b+c)$ 의 값을 구하시오. [3 점]

8	a	9
b	6	c

20. 마주 보는 면에 있는 눈의 수의 합이 7인 똑같은 세 개의 주사위를 그림과 같이 붙여 놓으면, 이웃한 주사위와 접한 면은 모두 네 개가 된다. 이 네 면에 있는 눈의 수의 총합을 구하시오. [3 점]



21. 이차방정식 $x^2-6x+2=0$ 의 두 실근 α, β 에 대하여 행렬 A 를 $A=\begin{pmatrix}\alpha & 1\\ 1 & \beta\end{pmatrix}$ 라 할 때, 행렬 A^2의 역행렬 $(A^2)^{-1}$ 의 모든 성분의 합을 구하시오. [3 점]

22. 양수 x 에 대하여 $<x>$ 는 x 보다 크거나 같은 최소의 정수를 나타내기로 한다. 예를 들면, $<2>=2$, $<2.5>=3$ 이다. 수열 $\{a_n\}$ 을 $a_1=10$, $a_n=a_{<\frac{n}{2}>}+1$ $(n=2, 3, 4, \cdots)$ 로 정의할 때, a_{50} 의 값을 구하시오. [4 점]

23. 양수 x 에 대하여 $\log x$ 의 지표와 가수를 각각 $f(x)$, $g(x)$ 라 하자. 두 등식

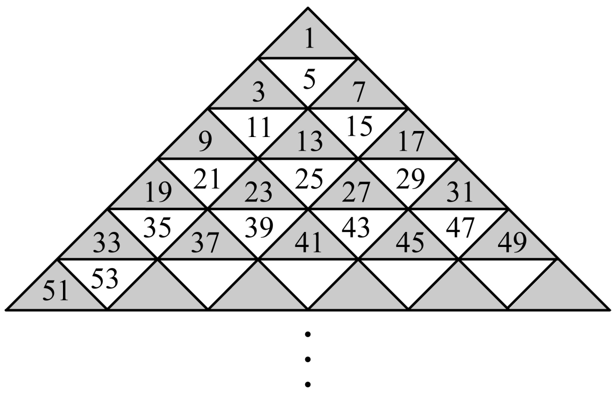
$$f(a)=f(b)+2,\ g(a)=g(b)-\log 3$$

을 만족시키는 두 양수 a, b 에 대하여 $3a+\frac{25}{b}$ 의 최소값을 구하시오. [4 점]

24. 그림과 같이 홀수를 삼각형 모양으로 배열하고 어두운 부분에 있는 수를 크기순으로 나열하여 수열

$$1,\ 3,\ 7,\ 9,\ 13,\ 17,\ 19,\ \cdots$$

을 만들었다. 이 수열의 제 66 항을 구하시오. [4 점]



25. 선미는 문제 수가 x 인 수학책을 첫째 날에는 15 문제를 풀고 둘째 날부터 매일 문제 수를 d 만큼씩 증가시키면서 풀어 아홉째 날까지 문제를 풀고 나면 24 문제가 남게 된다. 또, 첫째 날에는 30 문제를 풀고 둘째 날부터 매일 문제 수를 d 만큼씩 증가시키면서 풀어 일곱째 날까지 문제를 풀고 나면 39 문제가 남게 된다. 선미가 풀고자 하는 이 수학책의 문제 수 x 의 값을 구하시오. [4 점]

5지선다형(26 ~ 29)

26. 실수 a 의 값에 관계없이 로그가 정의될 수 있는 것을 <보기>에서 모두 고른 것은? [3 점]

< 보 기 >

ㄱ. $\log_{a^2-a+2}(a^2+1)$

ㄴ. $\log_{2|a|+1}(a^2+1)$

ㄷ. $\log_{a^2+2}(a^2-2a+1)$

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

27. 세 양수 $a,\ b,\ c$ 는 이 순서대로 등비수열을 이루고, 다음 두 조건을 만족한다.

(가) $a+b+c=\dfrac{7}{2}$

(나) $abc=1$

$a^2+b^2+c^2$ 의 값은? [3 점]

① $\dfrac{13}{4}$ ② $\dfrac{15}{4}$ ③ $\dfrac{17}{4}$ ④ $\dfrac{19}{4}$ ⑤ $\dfrac{21}{4}$

28. 세 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$, $\{c_n\}$에 대한 옳은 설명을 <보기>에서 모두 고른 것은? [3 점]

< 보 기 >

ㄱ. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{a_n b_n\}$이 모두 수렴하면, 수열 $\{b_n\}$은 수렴한다.

ㄴ. $\lim_{n\to\infty}(a_n - 2b_n) = 0$이고 $\lim_{n\to\infty} b_n = 1$이면, $\lim_{n\to\infty} a_n = 2$이다.

ㄷ. $a_n < b_n < c_n$이고 $\lim_{n\to\infty}(c_n - a_n) = 0$이면, 수열 $\{b_n\}$은 수렴한다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

29. 두 행렬 $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 17 & 4 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$에 대하여 등식 $(x^2 + y^2)A - (x - y)E = B$를 만족시키는 실수 x, y를 $\begin{cases} x = \alpha_1 \\ y = \beta_1 \end{cases}$, $\begin{cases} x = \alpha_2 \\ y = \beta_2 \end{cases}$라 하자.

좌표평면 위의 두 점 $\mathrm{P}(\alpha_1, \beta_1)$, $\mathrm{Q}(\alpha_2, \beta_2)$ 사이의 거리는? (단, E는 단위행렬이다.) [4 점]

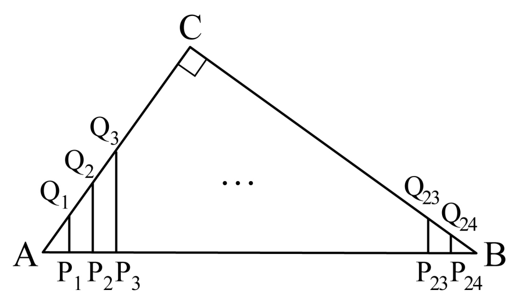
① $\sqrt{10}$ ② $\sqrt{11}$ ③ $2\sqrt{3}$ ④ $\sqrt{13}$ ⑤ $\sqrt{14}$

단답형(30)

30. 그림과 같이 $\overline{\mathrm{AC}} = 15$, $\overline{\mathrm{BC}} = 20$이고, $\angle \mathrm{C} = 90^\circ$인 직각삼각형 ABC가 있다.
변 AB를 25등분하는 점 $\mathrm{P}_1, \mathrm{P}_2, \cdots, \mathrm{P}_{24}$를 지나 변 AB에 수직인 직선을 그어 변 AC 또는 변 CB와 만나는 점을 각각 $\mathrm{Q}_1, \mathrm{Q}_2, \cdots, \mathrm{Q}_{24}$라 하자.

$$\overline{\mathrm{P}_1\mathrm{Q}_1} + \overline{\mathrm{P}_2\mathrm{Q}_2} + \overline{\mathrm{P}_3\mathrm{Q}_3} + \cdots + \overline{\mathrm{P}_{24}\mathrm{Q}_{24}}$$

의 값을 구하시오. [4 점]



※ 확인 사항

○ 문제지와 답안지의 해당란을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.