# 2006학년도 4월 고3 전국연합학력평가
# 정답 및 해설

## • 2교시 수리 영역 •

### [가 형]

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | ⑤ | 2 | ② | 3 | ② | 4 | ② | 5 | ⑤ |
| 6 | ③ | 7 | ④ | 8 | ① | 9 | ④ | 10 | ③ |
| 11 | ⑤ | 12 | ③ | 13 | ⑤ | 14 | ③ | 15 | ① |
| 16 | ④ | 17 | ① | 18 | 35 | 19 | 8 | 20 | 24 |
| 21 | 40 | 22 | 21 | 23 | 36 | 24 | 11 | 25 | 64 |

1. [출제의도] 지수법칙을 이용하여 값 구하기

[해설]

$$(\text{준식})=\frac{(2\times3^3)^2\times(3\times7)^3}{2^2\times7}=\frac{2^2\times3^9\times7^3}{2^2\times7}=3^9\times7^2$$

2. [출제의도] 지수부등식의 해 구하기

[해설] $\left(\frac{1}{2}\right)^{x-4}>(2^6)^{\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}}$, $2^{4-x}>2^1$

$4-x>1$, $x<3$ $\therefore$ 정수 $x$의 최대값은 2

3. [출제의도] 무한수열의 극한값 구하기

[해설]

$$\lim_{n\to\infty}\frac{(\sqrt{n^2+3n+5}-n)(\sqrt{n^2+3n+5}+n)}{\sqrt{n^2+3n+5}+n}$$

$$=\lim_{n\to\infty}\frac{3n+5}{\sqrt{n^2+3n+5}+n}=\lim_{n\to\infty}\frac{3+\frac{5}{n}}{\sqrt{1+\frac{3}{n}+\frac{5}{n^2}}+1}$$

$$=\frac{3}{2}$$

4. [출제의도] 분수방정식의 해를 이용하여 값 구하기

[해설] 분모의 최소공배수를 양변에 곱하면,

$2(x+2)+4(x-1)=3(x-1)(x+2)$

$6x=3(x^2+x-2)$, $3(x-2)(x+1)=0$

$x=-1,\ 2$ 무연근은 없으므로 모든 근의 합은 1

5. [출제의도] 정규분포의 성질을 이용하여 평균과 분산 구하기

[해설] $\frac{1}{5}X$의 분산 $\mathrm{V}\left(\frac{1}{5}X\right)=\frac{1}{25}\mathrm{V}(X)=1$

따라서 $\mathrm{V}(X)=\sigma^2=25$이다.

한편, 정규분포곡선은 직선 $x=m$에 대하여 대칭이므로 $m=\frac{80+120}{2}=100$이다.

$\therefore\ m+\sigma^2=125$

6. [출제의도] 로그함수의 평행이동 이해하기

[해설] O와 A가 평행이동한 점을 각각 O′, A′이라 하면 O′(3, 2), A′(4, 2)이다.

$y=\log_3(x+a)$가 선분 O′A′과 만나려면

$\log_3(3+a)\leq2$, $3+a\leq9$, $a\leq6$이고

$\log_3(4+a)\geq2$, $4+a\geq9$, $a\geq5$이다.

$\therefore\ 5\leq a\leq6$

$a$의 최대값은 6, 최소값은 5이다.

7. [출제의도] 함수의 합성을 이해하여 경우의 수 구하기

[해설] $y=f(g(x))=(a-4)\{(3-b)x+2\}+6$

$=(a-4)(3-b)x+(2a-2)$

함수의 그래프가 $x$축과 만나지 않기 위해서는

$2a-2\neq0$이고 $(a-4)(3-b)=0$이다.

$\therefore\ (a,b)$는 $(4,1),(4,2),(4,3),(4,4),(4,5),(4,6),(2,3),(3,3),(5,3),(6,3)$의 10가지

8. [출제의도] 행렬의 연산 성질 이해하기

[해설] ㄱ. $A+B=E$에서 $A=E-B$

$\therefore\ A^2-B^2=(E-B)^2-B^2=E-2B$

$=(E-B)-B=A-B$ (참)

ㄴ. (반례) $A=\begin{pmatrix}1&-1\\-1&1\end{pmatrix}$ (거짓)

ㄷ. (반례) $A=\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}1&0\\1&0\end{pmatrix}$ (거짓)

9. [출제의도] 지수방정식을 이용하여 실생활문제 해결하기

[해설] $r=10^{2.7}$, $m=1.3$이므로

$\left(\frac{10^{2.7}}{10}\right)^2=100^{\frac{1}{5}(1.3-M)}$, $10^{3.4}=10^{\frac{2}{5}(1.3-M)}$

$3.4=\frac{2}{5}(1.3-M)$ $\therefore\ 2M=-14.4$

그러므로 $M=-7.2$

10. [출제의도] 상용로그의 지표와 가수 구하기

[해설] $\log_{10}0.02=-2+\log_{10}2$, $\log_{10}200=2+\log_{10}2$,

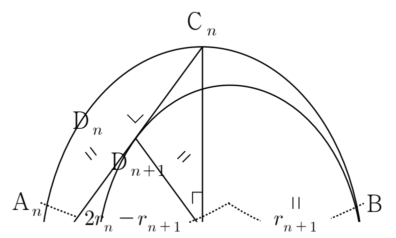
$\log_{10}2500=3+\log_{10}2.5$

지표의 합은 $-2+2+3=3$

가수의 합은 $\log_{10}2+\log_{10}2+\log_{10}2.5=1$

11. [출제의도] 도형의 성질을 활용하여 무한급수의 합 구하기

[해설] 그림과 같이 반원 $\mathrm{D}_n$, $\mathrm{D}_{n+1}$의 반지름을 각각 $r_n$, $r_{n+1}$라 하면,




$r_{n+1}:(2r_n-r_{n+1})=1:\sqrt{2}$, $r_{n+1}=\frac{2}{\sqrt{2}+1}r_n$

따라서, $l_1=2\pi$, $l_{n+1}=\frac{2}{\sqrt{2}+1}l_n$이므로

$$\sum_{n=1}^{\infty}l_n=\frac{2\pi}{1-\frac{2}{\sqrt{2}+1}}=2(3+2\sqrt{2})\pi$$

12. [출제의도] 수열의 귀납적 정의와 무한수열 이해하기

[해설] ㄱ. $2a_{n+1}+a_n=2$는

$2\left(a_{n+1}-\frac{2}{3}\right)=-\left(a_n-\frac{2}{3}\right)$이므로 수열 $\left\{a_n-\frac{2}{3}\right\}$는 첫째항이 $\frac{1}{3}$, 공비는 $-\frac{1}{2}$인 등비수열이다. (참)

ㄴ. $a_n-\frac{2}{3}=\frac{1}{3}\left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1}$, $a_n=\frac{1}{3}\left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1}+\frac{2}{3}$

$\therefore\ \lim_{n\to\infty}a_n=\lim_{n\to\infty}\left\{\frac{1}{3}\left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1}+\frac{2}{3}\right\}=\frac{2}{3}$ (참)

ㄷ. $\lim_{n\to\infty}a_n\neq0$이므로 $\sum_{n=1}^{\infty}a_n$은 발산한다. (거짓)

13. [출제의도] 등차중항을 이용하여 각의 크기 구하기

[해설] 접선 $l$과 선분 AB가 이루는 예각의 크기가 18°이므로 ∠AOC = 36°이다.

∠OAC $=\alpha$, ∠ACO $=\beta$라 하면, $\alpha+\beta=144°$이고, 가장 긴 변이 선분 OA이므로 가장 큰 각은 $\beta$이다.

( i ) 36°, $\alpha$, $\beta$의 순서로 등차수열을 이루는 경우

$2\alpha=\beta+36°=(144°-\alpha)+36°=180°-\alpha$

$\therefore\ \alpha=60°$, $\beta=84°$

( ii ) $\alpha$, 36°, $\beta$의 순서로 등차수열을 이루는 경우

$\alpha+\beta=72°$가 되므로 모순이다.

( i ), ( ii )에 의해 $\beta=84°$

14. [출제의도] 배수의 성질과 순열을 이용하여 문제 해결하기

[해설] $a_1=11333$, $a_2=12333$, $a_3=13333$,

$a_4=21333$, $a_5=22333$, $a_6=23333$, $a_7=31333$,

$a_8=32333$, $a_9=33333$이므로

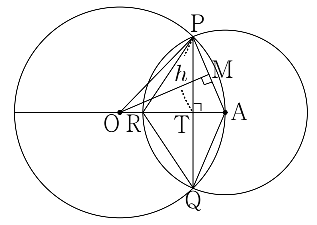
3의 배수는 $a_2$, $a_4$, $a_9$이다.

15. [출제의도] 수학적귀납법으로 수열의 합 증명하기

[해설] (가) $2i+k^2+k-1$, (나) $k^2+3k+1$

16. [출제의도] 도형의 성질을 이용하여 함수의 극한값 구하기

[해설] $\overline{\mathrm{OA}}$와 $\overline{\mathrm{PQ}}$의 교점을 T, $\overline{\mathrm{PT}}=h$, $\overline{\mathrm{AP}}$의 중점을 M이라고 하면, $\mathrm{S}(r)=hr$




$\triangle\mathrm{OAP}=\frac{1}{2}\times\overline{\mathrm{OA}}\times\overline{\mathrm{PT}}=\frac{1}{2}\times\overline{\mathrm{AP}}\times\overline{\mathrm{OM}}$이므로

$\frac{1}{2}\times1\times h=\frac{1}{2}\times r\times\sqrt{1-\left(\frac{r}{2}\right)^2}$, $h=r\sqrt{1-\left(\frac{r}{2}\right)^2}$

$$\therefore\ \lim_{r\to2-0}\frac{\mathrm{S}(r)}{\sqrt{2-r}}=\lim_{r\to2-0}\frac{r^2\sqrt{1-\left(\frac{r}{2}\right)^2}}{\sqrt{2-r}}$$

$$=\lim_{r\to2-0}\frac{r^2\sqrt{(2-r)(2+r)}}{2\sqrt{2-r}}=4$$

17. [출제의도] 입체도형에서 등비수열의 규칙 찾아 값 구하기

[해설] 분리된 정육면체의 개수와 한 변의 길이는 다음 표와 같다.

| | 정육면체의 개수 | 한 변의 길이 |
|---|---|---|
| 1회 시행 후 | $2^3$ | 2 |
| 2회 시행 후 | $2^6$ | 1 |
| 3회 시행 후 | $2^9$ | $\frac{1}{2}$ |
| 4회 시행 후 | $2^{12}$ | $\frac{1}{4}$ |
| 5회 시행 후 | $2^{15}$ | $\frac{1}{8}$ |

$\therefore$ 5회 시행 후 겉넓이의 합은 $\left(\frac{1}{8}\right)^2\times6\times2^{15}=3\times2^{10}$

18. [출제의도] 함수의 극한이 수렴할 조건을 이용하여 값 구하기

[해설] $\lim_{x\to1}\frac{(x-1)(x-a)}{x^2-bx+9}=3$ …… ㉠

$\lim_{x\to1}(x^2-bx+9)=0$이므로 $b=10$

$b$의 값을 ㉠에 대입하면

$\lim_{x\to1}\frac{(x-1)(x-a)}{(x-1)(x-9)}=\lim_{x\to1}\frac{x-a}{x-9}=3$

$a=25$ $\therefore\ a+b=35$

19. [출제의도] 행렬의 연산을 이용하여 행렬의 성분 구하기

[해설] $A-B=\begin{pmatrix}0 & -3\\ 12 & 2\end{pmatrix}$ ……㉠

$2A+B=\begin{pmatrix}6 & 3\\ 9 & 7\end{pmatrix}$ …… ㉡

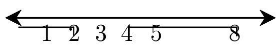
㉠+㉡에서 $A=\begin{pmatrix}2 & 0\\ 7 & 3\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}2 & 3\\ -5 & 1\end{pmatrix}$

따라서 $A$의 $(2,1)$성분은 7이고 $B$의 $(2,2)$성분은 1이므로 합은 8이다.

20. [출제의도] 연립부등식의 해 구하기

[해설] $\dfrac{(x-1)(x-3)}{x-5} \geq 0$을 풀면, $1 \leq x \leq 3$, $x > 5$

$(x-2)(x-4)(x-8) \leq 0$을 풀면 $x \leq 2$, $4 \leq x \leq 8$




공통해는 $1 \leq x \leq 2$ 또는 $5 < x \leq 8$

따라서 부등식을 만족하는 정수는 1, 2, 6, 7, 8이므로 정수의 합은 24이다.

21. [출제의도] 이항분포를 이해하고 분산 구하기

[해설] $X$는 이항분포 $\mathrm{B}\left(180,\ \dfrac{1}{3}\right)$를 따른다.

$\mathrm{V}(X)=180\times\dfrac{1}{3}\times\dfrac{2}{3}=40$

22. [출제의도] 독립시행의 확률 계산하기

[해설] $f(1)=f(3)=f(5)=-1$,

$f(2)=f(4)=f(6)=2$

짝수의 눈이 나온 횟수를 $X$, 홀수의 눈이 나온 횟수를 $Y$라 하면

던진 횟수는 5이므로 $X+Y=5$ ……㉠

$f(n_1)+f(n_2)+f(n_3)+f(n_4)+f(n_5)=4$이므로

$2X-Y=4$ ……㉡

㉠과 ㉡을 연립하면 $X=3$, $Y=2$

5번 중 주사위의 눈이 짝수가 3번, 홀수가 2번 나올 확률은

${}_5\mathrm{C}_3\left(\dfrac{1}{2}\right)^3\left(\dfrac{1}{2}\right)^2=\dfrac{5}{16}$

$\therefore a+b=5+16=21$

23. [출제의도] 실생활 문제에서 경우의 수 구하기

[해설] 머리말과 인적사항의 글꼴들은 모두 다르므로 머리말의 글꼴을 선택하는 경우의 수는 3가지, 인적사항의 글꼴을 선택하는 경우의 수는 3가지이다.

제목의 글꼴을 선택하는 경우의 수는 머리말, 인적사항의 글꼴을 제외한 4가지이므로

전체 경우의 수는 $3\times3\times4=36$

24. [출제의도] 행렬의 성분 구하기

[해설] $a_{11}=(3$의 양의 약수의 개수$)=2$

$a_{12}=(5$의 양의 약수의 개수$)=2$

$a_{21}=(4$의 양의 약수의 개수$)=3$

$a_{22}=(6$의 양의 약수의 개수$)=4$

$\therefore A=\begin{pmatrix}2 & 2\\ 3 & 4\end{pmatrix}$이므로 성분의 합은 11

25. [출제의도] 여러 가지 수열을 활용하여 실생활문제 해결하기

[해설] 첫 번째 – : 1개, : 1개, : 2개

두 번째– : 2개, : 3개, : 5개

세 번째– : 3개, : 5개, : 8개

⋮

$n$ 번째– : $n$개, : $2n-1$개, : $3n-1$개

$n$ 번째 후 전체 구슬의 개수는

$$\sum_{k=1}^{n}k+\sum_{k=1}^{n}(2k-1)+\sum_{k=1}^{n}(3k-1)=n(3n+1)$$

$n(3n+1) \leq 200$인 최대의 $n$을 구하면 $n=8$이다.

또한 $n=8$까지 펜 구슬은 모두 200개이므로 구슬 의 개수는

$$\sum_{k=1}^{8}(2k-1)=2\cdot\frac{8\cdot9}{2}-8=64$$

## [미분과 적분]

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 26 | ④ | 27 | ⑤ | 28 | ① | 29 | ② | 30 | 15 |

26. [출제의도] 배각공식을 이용하여 삼각함수의 값 구하기

[해설] $(\sin\theta+\cos\theta)^2=1+2\sin\theta\cos\theta=\dfrac{15}{9}=\dfrac{5}{3}$

$\therefore 2\sin\theta\cos\theta=\sin2\theta=\dfrac{2}{3}$

$0<2\theta<\dfrac{\pi}{2}$이므로 $\cos2\theta>0$이고

$\therefore \cos2\theta=\sqrt{1-\sin^2 2\theta}=\sqrt{1-\dfrac{4}{9}}=\dfrac{\sqrt{5}}{3}$

27. [출제의도] 삼각함수의 덧셈정리와 합성을 이용하여 삼각함수의 값 구하기

[해설] $y=\cos x-\cos\left(x+\dfrac{\pi}{3}\right)$

$=\cos x-\left(\cos x\cos\dfrac{\pi}{3}-\sin x\sin\dfrac{\pi}{3}\right)$

$=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\sin x+\dfrac{1}{2}\cos x=\sin\left(x+\dfrac{\pi}{6}\right)$

$y$는 $x+\dfrac{\pi}{6}=\dfrac{\pi}{2}$일 때 최대값을 갖는다.

$\therefore \alpha=\dfrac{\pi}{3}$, $\tan\alpha=\tan\dfrac{\pi}{3}=\sqrt{3}$

(별해)

$y=\cos x-\cos\left(x+\dfrac{\pi}{3}\right)=-2\sin\left(x+\dfrac{\pi}{6}\right)\sin\left(-\dfrac{\pi}{6}\right)$

$=\sin\left(x+\dfrac{\pi}{6}\right)$

28. [출제의도] 삼각부등식의 해 구하기

[해설] $\cos2x-3\sin x+1=(1-2\sin^2x)-3\sin x+1$

$2\sin^2x+3\sin x-2 \geq 0$, $(2\sin x-1)(\sin x+2) \geq 0$

$\sin x+2>0$이므로 $\sin x \geq \dfrac{1}{2}$

$\therefore \dfrac{\pi}{6} \leq x \leq \dfrac{5}{6}\pi$

29. [출제의도] 도형을 이용하여 반각 공식 증명하기

[해설] (가) $\overline{\mathrm{DE}}$, (나) $\overline{\mathrm{AC}}\cdot\overline{\mathrm{CF}}$, (다) $\cos\theta$

30. [출제의도] 배각공식을 이용하여 길이 구하기

[해설] $\tan\alpha=\dfrac{1}{2}$, $\tan2\alpha=\dfrac{2\tan\alpha}{1-\tan^2\alpha}=\dfrac{4}{3}$

$\overline{\mathrm{AC}}=x$, $\overline{\mathrm{CD}}=\dfrac{4}{3}x$, $\overline{\mathrm{BC}}=\dfrac{8}{3}x$

$x^2+\left(\dfrac{8}{3}x\right)^2=(5\sqrt{73})^2 \quad \therefore x=15$

(별해) $\overline{\mathrm{AC}}=x$라 하면 $\overline{\mathrm{BC}}=\sqrt{25\times73-x^2}$

$\overline{\mathrm{CD}}=\overline{\mathrm{AC}}\cdot\tan2\alpha=\overline{\mathrm{BC}}\cdot\tan\alpha$

$x\tan2\alpha=\sqrt{25\times73-x^2}\tan\alpha$

$x\cdot\dfrac{2\tan\alpha}{1-\tan^2\alpha}=\sqrt{25\times73-x^2}\tan\alpha$

$\dfrac{8}{3}x=\sqrt{25\times73-x^2}$

$x^2=25\times9$, $\therefore x=15$

## [확률과 통계]

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 26 | ② | 27 | ③ | 28 | ② | 29 | ④ | 30 | 61 |

26. [출제의도] 상대도수 구하기

[해설] 각 계급의 상대도수는 전체 도수에 대한 그 계급의 도수의 비이다. 전체도수는 $27+a$이고

70시간 이상 ~ 80시간 미만인 계급의 상대도수가 0.3이므로 $\dfrac{9}{27+a}=0.3$, $\therefore a=3$

따라서, 80시간 이상 ~ 90시간 미만인 계급의 상대도수는 $\dfrac{3}{30}=0.1$이다.

27. [출제의도] 줄기와 잎 그림 해석하기

[해설] ㄱ. 자료의 최대값은 73이고 최소값은 16이므로 범위는 $73-16=57$이다. (참)

ㄴ. 줄기와 잎 그림에서 41이 가장 자주 나타나는 값이므로 최빈값이다. (참)

ㄷ. 중앙값은 자료의 중앙에 있는 값이므로 42이다. (거짓)

28. [출제의도] 가중평균 구하기

[해설] 가중평균 점수를 $m_w$라 하면

$m_w=\dfrac{80\times0.15+70\times0.15+86\times0.35+94\times0.35}{0.15+0.15+0.35+0.35}$

$=85.5$

29. [출제의도] 평균과 분산 사이의 관계 이해하기

[해설] $a_1, a_2, \cdots, a_{10}$의 평균을 $m$, 분산을 $\sigma^2$이라 하면

$m=\dfrac{a_1+a_2+\cdots+a_{10}}{10}=8$,

$\sigma^2=\dfrac{(a_1-m)^2+(a_2-m)^2+\cdots+(a_{10}-m)^2}{10}=9$

$f(x)=10x^2-2(a_1+a_2+\cdots+a_{10})x+({a_1}^2+{a_2}^2+\cdots+{a_{10}}^2)$

따라서 $x=\dfrac{a_1+a_2+\cdots+a_{10}}{10}=m$일 때, 함수 $f(x)$는 최소값 $(a_1-m)^2+(a_2-m)^2+\cdots+(a_{10}-m)^2$을 갖는다.

$\therefore p=8$이고, $\sigma^2=\dfrac{q}{10}=9$에서 $q=90$

$\therefore p+q=98$

30. [출제의도] 평균의 정의 이해하기

[해설] 합격자 전체의 점수의 합을 $a$, 불합격자 전체의 점수의 합을 $b$라 하면 그 평균은 각각 $\dfrac{a}{10}$, $\dfrac{b}{100}$이다.

$\dfrac{a}{10}=\dfrac{a+b}{110}+10$, $\dfrac{b}{100}=50$에서 $a=610$, $b=5000$

따라서 합격자 전체의 평균 점수는 $\dfrac{a}{10}=61$

## [이산수학]

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 26 | ④ | 27 | ② | 28 | ③ | 29 | ⑤ | 30 | 240 |

26. [출제의도] 순열을 이용하여 경우의 수 구하기

[해설] 먼저 A와 B를 주어진 조건에 맞게 세운 뒤 나머지 학생들을 세우면 된다.

(i) A□B□□□: 24

(ii) A□□B□□: 24

(iii) A□□□B□: 24

(iv) A□□□□B: 24

$\therefore 4\times24=96$

27. [출제의도] 실생활에서 경우의 수 구하기

[해설] 5개의 돌 중에 3개의 돌을 밟는 경우의 수는

${}_5\mathrm{C}_3=\dfrac{5\cdot4}{2}=10$

5개의 돌 중에 4개의 돌을 밟는 경우의 수는 ${}_5\mathrm{C}_4=5$

따라서 전체 경우의 수는 $10+5=15$

28. [출제의도] 실생활에서 경우의 수 이해하기

[해설] $n$명이 서로 악수하는 경우의 수는 $n$명 중에서 두 사람을 택하는 경우의 수와 같으므로

$f(n)={}_n\mathrm{C}_2=\dfrac{n(n-1)}{2}$이다.

ㄱ. $f(5) = {}_5C_2 = \frac{5 \cdot 4}{2} = 10$ (참)

ㄴ. $f(n) + n = \frac{n(n-1)}{2} + n$

$= \frac{n(n+1)}{2} = f(n+1)$ (참)

ㄷ. ${}_2C_2 + {}_3C_2 + {}_4C_2 + \cdots + {}_{10}C_2 = 165$, ${}_{11}C_2 = 55$ (거짓)

29. [출제의도] 조건에 맞는 자연수의 개수 구하기

[해설] 세 자리 자연수를 $100a + 10b + c$라 하자.
(단, $1 \leq a \leq 9$, $0 \leq b \leq 9$, $0 \leq c \leq 9$인 정수)
(ⅰ) $b$, $c$ 중 하나가 0인 경우
나머지 두 수가 같으면 되므로 $9 \times 2 = 18$(가지)
(ⅱ) $a$, $b$, $c$에 0을 포함하지 않는 경우
㉠ $a = b + c$인 경우
$a = 2$일 때 1(가지),
$a = 3$일 때 2(가지),
$a = 4$일 때 3(가지),
…
$a = 9$일 때 8(가지)
$\therefore 1 + 2 + \cdots + 8 = 36$(가지)
㉡ $b = a + c$와 $c = a + b$의 경우도 같은 방법으로 구하면 각각 36(가지)이다.
$\therefore 36 \times 3 = 108$(가지)
(ⅰ), (ⅱ)에서 $18 + 108 = 126$(가지)이다.

30. [출제의도] 순열을 이용하여 경우의 수 구하기

[해설] A에서 B지점까지 최단거리로 가는 경우는 A→P→Q→R→S→B로 가는 경우이다.

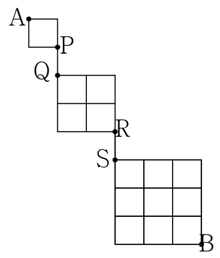
A→P : $2! = 2$

P→Q : 1

Q→R : $\frac{4!}{2! \cdot 2!} = 6$

R→S : 1

S→B : $\frac{6!}{3! \cdot 3!} = 20$이므로




구하는 경우의 수는
$2 \times 6 \times 20 = 240$(가지)

## [나 형]

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | ⑤ | 2 | ④ | 3 | ② | 4 | ⑤ | 5 | ② |
| 6 | ② | 7 | ③ | 8 | ① | 9 | ⑤ | 10 | ③ |
| 11 | ⑤ | 12 | ③ | 13 | ⑤ | 14 | ④ | 15 | ① |
| 16 | ③ | 17 | ① | 18 | 36 | 19 | 8 | 20 | 90 |
| 21 | 5 | 22 | 729 | 23 | 16 | 24 | 11 | 25 | 64 |
| 26 | ① | 27 | ④ | 28 | ② | 29 | ③ | 30 | 24 |

1. 수리'가'형 1번과 같음

2. [출제의도] 로그와 지수의 관계 이해하기

[해설] $\frac{\log_2 a}{6} = \frac{\log_2 b}{8} = \frac{1}{4}$이므로
$\log_2 a = \frac{3}{2}$, $a = 2^{\frac{3}{2}}$
$\log_2 b = 2$, $b = 2^2$이므로 $a^2 b = 2^5 = 32$이다.

3. 수리'가'형 3번과 같음

4. [출제의도] 무한수열의 수렴, 발산 판정하기

[해설] ① 0에 수렴한다. ② $\frac{1}{2}$에 수렴한다.
③ 0에 수렴한다. ④ $-1$에 수렴한다.
⑤ 수렴하지 않는다.

5. [출제의도] 행렬의 거듭제곱 계산하기

[해설] 근과 계수와의 관계에서 $\alpha + \beta = 5$, $\alpha\beta = -1$
$A^2 = \begin{pmatrix} 4+\alpha\beta & 0 \\ 0 & 4+\alpha\beta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} = 3E$ 이므로
$A^4 = 9E$, $A^5 = 9A$이다.

6. [출제의도] 지수법칙 이해하기

[해설] ㄱ. $a \circledcirc 1 = a^2$, $1 \circledcirc a = 1$이므로
$a \circledcirc 1 \neq 1 \circledcirc a$ (거짓)

ㄴ. $\frac{1}{a} \circledcirc b = a^{-2b}$, $\frac{1}{a \circledcirc b} = a^{-2b}$이므로
$\frac{1}{a} \circledcirc b = \frac{1}{a \circledcirc b}$ (참)

ㄷ. $a \circledcirc \left(\frac{1}{2}b\right) = a^b$, $\frac{1}{2}(a \circledcirc b) = \frac{1}{2}a^{2b}$이므로
$a \circledcirc \left(\frac{1}{2}b\right) \neq \frac{1}{2}(a \circledcirc b)$ (거짓)

7. [출제의도] 지수법칙을 이용하여 실수의 대소관계 이해하기

[해설] $\sqrt{2^{\sqrt{2}}} = 2^{\frac{\sqrt{2}}{2}}$, $(\sqrt{2})^{\sqrt{2}} = 2^{\frac{\sqrt{2}}{2}}$, $\sqrt{2\sqrt{2}} = 2^{\frac{3}{4}}$
$\therefore \sqrt{2^{\sqrt{2}}} = (\sqrt{2})^{\sqrt{2}} < \sqrt{2\sqrt{2}}$

8. 수리'가'형 8번과 같음

9. [출제의도] 로그의 성질을 이용하여 수열의 합 구하기

[해설] $\sum_{k=1}^{9} (-1)^{k-1} \log_{10}(1.23 \times 10^{k+1})$
$= \sum_{k=1}^{9} (-1)^{k-1}(\alpha + k + 1)$
$= (\alpha+2) - (\alpha+3) + (\alpha+4) - \cdots + (\alpha+10)$
$= 6 + \alpha$

10. 수리'가'형 10번과 같음

11. 수리'가'형 11번과 같음

12. 수리'가'형 12번과 같음

13. 수리'가'형 13번과 같음

14. [출제의도] 도형을 이용하여 수열의 합 추론하기

[해설] (가) $1^3 + 2^3 + 3^3 + \cdots + n^3$
(나) $n(n+1)$, (다) $\left\{\frac{n(n+1)}{2}\right\}^2$

15. 수리'가'형 15번과 같음

16. [출제의도] 상용로그의 지표와 가수의 성질 이해하기

[해설] $\log_{10} x = 1 + \alpha$ $(0 \leq \alpha < 1)$
$\log_{10} y = 2 + \beta$ $(0 \leq \beta < 1)$

ㄱ. $\log_{10} xy = \log_{10} x + \log_{10} y = 3 + \alpha + \beta$ 이고 여기에서 $0 \leq \alpha + \beta < 2$이므로 지표는 3 또는 4이다.
$\therefore xy$는 4자리 또는 5자리 자연수이다. (참)

ㄴ. $\log_{10} y = \log_{10} 10x = 1 + \log_{10} x = 2 + \alpha$ (참)

ㄷ. (반례) $x = 10$일 때, $\frac{1}{10} = 0.1$ (거짓)

17. 수리'가'형 17번과 같음

18. [출제의도] 합의 기호 $\sum$의 성질 이해하기

[해설] (준식)$= 2\sum_{k=1}^{10} a_k - \sum_{k=1}^{10} b_k + 3 \times 10 = 36$

19. 수리'가'형 19번과 같음

20. [출제의도] 역행렬이 존재하지 않을 조건을 이용하여 값 구하기

[해설] $\mathrm{A} = \begin{pmatrix} a & 1 \\ b & c \end{pmatrix}$의 역행렬이 존재하지 않으므로
$ac - b = 0$이다.
$\frac{178}{121} = 1 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{8 + \cfrac{1}{7}}}$ 이므로 $a = 2$, $b = 8$
$2c - 8 = 0$, $c = 4$
$\mathrm{A} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 8 & 4 \end{pmatrix}$이므로 $\mathrm{A}^2 = \begin{pmatrix} 12 & 6 \\ 48 & 24 \end{pmatrix}$
따라서, 모든 성분의 합은 90

21. [출제의도] 무한급수의 합 구하기

[해설] $2^a \times 3^b = \lim_{n\to\infty} \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{2}\left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+2}\right)$
$= \lim_{n\to\infty} \frac{1}{2}\left(1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{n+1} - \frac{1}{n+2}\right)$
$= \frac{3}{4} = 2^{-2} \times 3^1$
$\therefore a^2 + b^2 = 5$

22. [출제의도] 등차수열과 등비수열의 일반항 비교하기

[해설] 빨간색이 칠해진 부분에 쓰여진 수 : $(4n-3)$꼴
파란색이 칠해진 부분에 쓰여진 수 : $(3^m)$꼴
빨간색과 파란색이 겹쳐 칠해지는 부분에 쓰여진 수 : $(9^k)$꼴이므로 9, 81, 729(단, $k$, $m$, $n$은 자연수)
$\therefore$ 가장 큰 수는 729

23. [출제의도] 연립일차방정식의 해가 무수히 많을 조건과 산술평균, 기하평균 관계 이해하기

[해설] 역행렬이 존재하지 않으므로 $ab - 32 = 0$
$a + 2b \geq 2\sqrt{2ab}$
$a + 2b \geq 16$이므로 최소값은 16이다.

24. 수리'가'형 24번과 같음

25. 수리'가'형 25번과 같음

26. [출제의도] 실수의 성질을 이해하고 역행렬 구하기

[해설] $|a-1| + |b-2| = 0$에서 $a = 1$, $b = 2$
$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$이므로 $A^{-1} = \frac{1}{5}\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$

27. [출제의도] 알고리즘을 이해하여 인쇄되는 값 구하기

[해설] 순서도에 따라 인쇄되는 $S$의 값은 31, $T$의 값은 21이다.
$\therefore S - T = 10$

28. [출제의도] 역행렬의 정의 이해하기

[해설] $-A^2 + 4A = 3E$, $-\frac{1}{3}A(A - 4E) = E$
$\therefore A^{-1} = -\frac{1}{3}(A - 4E)$

29. [출제의도] 무한급수의 수렴 조건 이해하기

[해설] 무한급수 $\sum_{n=1}^{\infty} t_n$이 수렴하면 $\lim_{n\to\infty} t_n = 0$이므로
$\lim_{n\to\infty}\left\{a_n - \frac{2+4+6+\cdots+2n}{(2n-1)^2}\right\} = 0$
$\lim_{n\to\infty}\left(a_n - \frac{n^2+n}{4n^2-4n+1}\right) = 0$ $\therefore \lim_{n\to\infty} a_n = \frac{1}{4}$

30. [출제의도] 무한등비급수의 합을 이용하여 식의 값 구하기

[해설] 무한등비급수의 공비가 $\sin\theta$ 이고 $0 < \sin\theta < 1$이므로 무한등비급수는 수렴한다.
$\frac{\cos^2\theta}{1 - \sin\theta} = \frac{18}{13}$, $\frac{1 - \sin^2\theta}{1 - \sin\theta} = \frac{18}{13}$,
$1 + \sin\theta = \frac{18}{13}$, $\sin\theta = \frac{5}{13}$
$\therefore \tan\theta = \frac{5}{12}$
그러므로 $\frac{10}{\tan\theta} = 10 \times \frac{12}{5} = 24$