

제 2 교시

수 리 영 역

‘나’형

성명

수험번호

3

1

- 자신이 선택한 유형(‘가’형/‘나’형)의 문제지인지 확인하시오.
- 문제지에 성명과 수험 번호를 정확히 써 넣으시오.
- 답안지에 성명과 수험 번호를 써 넣고, 또 수험 번호, 답을 정확히 표시하시오.
- 단답형 답의 숫자에 ‘0’이 포함되면 그 ‘0’도 답란에 반드시 표시하시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하시오.

1.  $6^{\frac{4}{3}} \times 2^{\frac{5}{3}} \times 3^{-\frac{1}{3}}$  의 값은? [2점]

- ① 6      ② 12      ③ 24      ④ 36      ⑤ 54

2. 행렬  $A = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ ,  $E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$  에 대하여  $(A+E)A^{-1}$  의 모든 성분의 합은? [2점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

3. 등비수열  $\{a_n\}$  에 대하여  $a_1 \cdot a_3 \cdot a_8 = 64$  일 때,  $a_4$  의 값은? [2점]

- ① 2      ② 4      ③ 8      ④ 16      ⑤ 32

4.  $\log_2 5\sqrt{3} + \log_2 \frac{24}{5} - \log_2 3\sqrt{3}$  의 값은? [2점]

- ① 2      ② 3      ③ 5  
④  $\log_2 5$       ⑤  $\log_2 6$

5. 등식  $\log_4 \{ \log_3 (\log_2 x) \} = 1$  을 만족하는  $x$  는 몇 자리의 자연수인가? (단,  $\log_{10} 2 = 0.3010$ ) [3점]

- ① 21      ② 22      ③ 23      ④ 24      ⑤ 25

6. 이차정사각행렬  $A, B$ 에 대하여

$$AB = BA = E, \quad A^2 + B^2 = O$$

가 성립할 때, 다음 중  $A-B$ 의 역행렬은? (단,  $E$ 는 단위행렬이고,  $O$ 는 영행렬이다.) [4점]

- ①  $A+B$                       ②  $-2(A-B)$                       ③  $-2(A+B)$
- ④  $\frac{1}{2}(A+B)$                       ⑤  $-\frac{1}{2}(A-B)$

7. 수열  $\{a_n\}$ 이  $\lim_{n \rightarrow \infty} n a_n = 3$ 을 만족할 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 + 3n}{n^3 a_n}$ 의 값은? [3점]

- ①  $\frac{1}{3}$                       ②  $\frac{2}{3}$                       ③ 1                      ④  $\frac{3}{2}$                       ⑤ 3

8. 수열  $\{a_n\}$ 에 대하여  $b_n = a_{n+1} - a_n$ 이라 할 때, 옳은 것을 <보기>에서 모두 고른 것은? (단,  $a_n \cdot b_n \neq 0$ ) [4점]

— < 보 기 > —

- ㄱ. 수열  $\{a_n\}$ 이 등비수열이면 수열  $\{b_n\}$ 도 등비수열이다.
- ㄴ. 수열  $\{b_n\}$ 이 등비수열이면 수열  $\{a_n\}$ 도 등비수열이다.
- ㄷ. 수열  $\{a_n\}$ 이 등비수열이면 수열  $\{a_n \cdot b_n\}$ 도 등비수열이다.

- ① ㄱ                      ② ㄴ                      ③ ㄱ, ㄴ                      ④ ㄱ, ㄷ                      ⑤ ㄴ, ㄷ

9. 다음과 같이 정의되는 수열  $\{a_n\}$ 이 있다.

$$a_1 = 1, \quad a_2 = 2, \quad a_3 = 4 \text{ 이고}$$

$$a_{n-1} \cdot a_{n+1} = a_n \cdot a_{n+2} \quad (n = 2, 3, 4, \dots)$$

이 때,  $\sum_{n=1}^{20} a_n$ 의 값은? [3점]

- ① 45                      ② 50                      ③ 55                      ④ 60                      ⑤ 65

10. 두 양수  $A, \frac{1}{A}$ 의 상용로그에서 지표의 합은  $a$ 이고, 가수의 합은  $b$ 이다. 이 때,  $a^2 + b^2$ 의 값은? (단,  $\log A$ 의 가수는 0이 아니다.) [3점]

- ①  $\frac{1}{2}$     ② 1    ③  $\frac{3}{2}$     ④ 2    ⑤  $\frac{5}{2}$

11. 세 자리의 자연수  $N$ 에 대하여

$$[\log 2N] = [\log N] + 1$$

이 성립할 때, 옳은 것을 <보기>에서 모두 고른 것은? (단,  $\log 2 = 0.3010$ 이고  $[x]$ 는  $x$ 보다 크지 않은 최대의 정수이다.) [4점]

< 보 기 >

ㄱ.  $N^2$ 은 항상 6자리의 수이다.  
 ㄴ.  $N^3$ 은 항상 9자리의 수이다.  
 ㄷ.  $N^4$ 은 항상 12자리의 수이다.

- ① ㄱ                      ② ㄷ                      ③ ㄱ, ㄴ  
 ④ ㄴ, ㄷ                ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

12. 다음은 2이상의 자연수  $n$ 에 대하여 부등식

$$\frac{1}{\sqrt{1}} + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n}} > \sqrt{n}$$

이 성립함을 증명하는 과정이다.

<증명>

(i)  $n=2$  일 때

$$\frac{1}{\sqrt{1}} + \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{2 + \sqrt{2}}{2} \text{ 에서}$$

$$\frac{1}{\sqrt{1}} + \frac{1}{\sqrt{2}} > \boxed{\text{(가)}}$$

(ii)  $n=k$  ( $k \geq 2$ ) 일 때, 주어진 부등식이 성립함을 가정하면

$$\frac{1}{\sqrt{1}} + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{k}} > \sqrt{k}$$

$$\sqrt{k+1} - \left( \frac{1}{\sqrt{1}} + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{k}} + \frac{1}{\sqrt{k+1}} \right)$$

$$= \sqrt{k+1} - \left( \frac{1}{\sqrt{1}} + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \boxed{\text{(나)}} + \frac{1}{\sqrt{k}} \right) - \frac{1}{\sqrt{k+1}}$$

$$< \sqrt{k+1} - \frac{1}{\sqrt{k+1}} = \frac{1}{\sqrt{k+1}} < 0$$

$$\therefore \frac{1}{\sqrt{1}} + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{k}} + \frac{1}{\sqrt{k+1}} > \sqrt{k+1}$$

따라서  $n=k+1$  일 때도 주어진 부등식은 성립한다.

(i), (ii)에서 2이상의 자연수  $n$ 에 대하여 주어진 부등식이 성립한다.

위의 증명에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것은? [4점]

- |   |            |              |                           |
|---|------------|--------------|---------------------------|
|   | (가)        | (나)          | (다)                       |
| ① | $\sqrt{2}$ | $\sqrt{k+1}$ | $\sqrt{k} - \sqrt{k+1}$   |
| ② | $\sqrt{2}$ | $\sqrt{k}$   | $\sqrt{k+1} - \sqrt{k+2}$ |
| ③ | $\sqrt{2}$ | $\sqrt{k}$   | $k - \sqrt{k(k+1)}$       |
| ④ | 2          | $\sqrt{k}$   | $k - \sqrt{k(k+1)}$       |
| ⑤ | 2          | $\sqrt{k+1}$ | $\sqrt{k+1} - \sqrt{k+2}$ |

13. 무한수열

$$2 + \frac{1}{2}, 2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2}}, 2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2}}}, \dots$$

은 수렴하는 것으로 알려져 있다. 다음은 그 극한값을 구하는 과정이다.

주어진 수열을  $\{a_n\}$ 이라 하면

$a_1 = 2 + \frac{1}{2}$  이고  $a_{n+1} = \boxed{\text{(가)}} + \frac{1}{a_n}$  이다.

이 수열의 극한값을  $x$ 라고 하면

$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = x, \lim_{n \rightarrow \infty} a_{n+1} = x$  이므로

$x = \boxed{\text{(가)}} + \frac{1}{x}$  이다.

따라서, 구하는 극한값은  $\boxed{\text{(나)}}$  이다.

위의 과정에서 (가), (나)에 알맞은 것은? [3점]

- | (가) | (나)                      |
|-----|--------------------------|
| ① 2 | $1 + \sqrt{2}$           |
| ② 2 | $2 + \sqrt{2}$           |
| ③ 2 | $3 + \sqrt{2}$           |
| ④ 1 | $\frac{\sqrt{5} + 1}{2}$ |
| ⑤ 1 | $\frac{\sqrt{5} - 1}{2}$ |

14. 이차 정사각행렬 A에 대하여

$$A + A^{-1} = O$$

이 성립할 때, 옳은 것을 <보기>에서 모두 고른 것은? (단, O는 영행렬) [4점]

< 보 기 >

ㄱ.  $A^{2005} + (A^{2005})^{-1} = O$

ㄴ.  $A^{2006} + (A^{2006})^{-1} = O$

ㄷ. 자연수  $n$ 에 대하여  $A + A^2 + A^3 + \dots + A^{4n} = O$ 이다.

- ① ㄱ      ② ㄴ      ③ ㄱ, ㄴ      ④ ㄱ, ㄷ      ⑤ ㄴ, ㄷ

15. 다음은 어느 신문 기사의 일부이다.

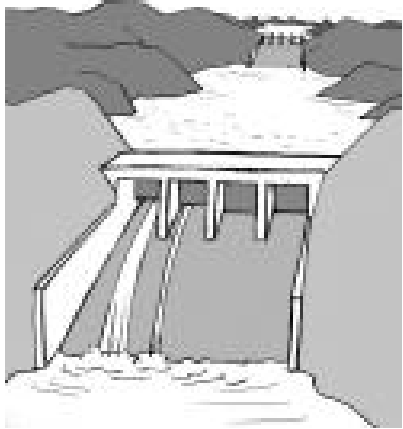
산소는 생명 유지에 꼭 필요한 물질이고 우리 몸의 모든 기관이나 조직들의 기능을 유지하기 위해 반드시 필요하다. 공기 중에 21%를 차지하고 있는 산소의 농도가 18%이하로 감소되면 산소결핍상태가 되고, 16% 정도가 되면 산소부족으로 인해 두통, 구토, 어지러움, 기억력 감퇴, 소화불량 등의 증상이 나타난다.

어느 사무실의 실내를 환기시키지 않고 10분 간격으로 산소 농도를 측정할 결과 바로 전에 측정한 농도의 1%가 감소하는 것으로 나타났다. 이 사무실의 현재 측정한 산소농도가 21%일 때, 실내를 환기시키지 않은 상태에서 처음으로 18% 이하로 측정되는 시간은 몇 분 후인가?

(단,  $\log 6 = 0.7782, \log 7 = 0.8451, \log 9.9 = 0.9956$ ) [4점]

- ① 120분    ② 140분    ③ 160분    ④ 180분    ⑤ 200분

16. 어느 강 상류와 하류에 각각 위치한 1호 댐과 2호 댐이 있다. 강 상류의 1호 댐으로부터 2호 댐으로 매일 100 만톤의 물이 유입되고, 정오에 2호 댐의 저수량을 측정한다. 정오부터는 측정된 저수량의 2%를 농업용수와 생활용수 등을 위하여 강 하류로 방류한다고 한다. 매일 이와 같은 과정이 한없이 반복된다고 할 때, 정오에 측정되는 2호 댐의 저수량은 어떤 값에 한없이 가까워지는가? (단, 방류는 그날 중으로 이루어지고 자연 증발 및 기타 유실량은 무시한다.) [4점]



- ① 4400만톤      ② 4600만톤      ③ 4800만톤
- ④ 5000만톤      ⑤ 5200만톤

17. 어떤 사람이 두 곳의 과수원 A, B에서 사과와 복숭아를 재배하고 있다. <표 1>은 과수원의 작물의 그루수를 나타낸 것이고, <표 2>는 과수원의 작물 한 그루당 열매의 평균 개수를 나타낸 것이다.

	(단위 : 그루)		(단위 : 개)	
	A	B	사과	복숭아
사과	$a_{11}$	$a_{12}$	A	$b_{11}$ $b_{12}$
복숭아	$a_{21}$	$a_{22}$	B	$b_{21}$ $b_{22}$
	<표 1>		<표 2>	

$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ ,  $\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix}$  라 할 때, 두 과수원에서 생산된 사과의 총 개수는 (가) 이고, 두 과수원의 복숭아 한 그루당 열매의 평균 개수는 (나) 이다. (가), (나)에 알맞은 것을 순서대로 적은 것은? [3점]

- ①  $a, \frac{a}{p}$       ②  $a, \frac{b}{q}$       ③  $a, \frac{d}{q}$
- ④  $b, \frac{c}{p}$       ⑤  $b, \frac{c}{q}$

단답형

18.  $\sum_{k=1}^5 (2^k + 5k + 1)$  의 값을 구하시오. [3점]

19.  $abc = 24$  인 세 실수  $a, b, c$  가 있다.  $2^a = 3^2$ ,  $3^b = 5^3$  일 때,  $5^c$  의 값을 구하시오. [3점]

20.  $a, b, c$ 는 서로 다른 한 자리의 자연수이다.

행렬  $M = \begin{pmatrix} a & b \\ c & 9 \end{pmatrix}$ 가 역행렬을 갖지 않을 때  $a, b, c$ 의 곱  $abc$ 의 값을 구하시오. [3점]

21. 자연수  $n$ 을 이진법의 수로 나타내었을 때, 그 이진법의 수가  $k$ 자리의 수이면  $a_n = k$ 로 정의한다. 예를 들면  $7 = 111_{(2)}$ 이므로  $a_7 = 3$ 이고,  $8 = 1000_{(2)}$ 이므로  $a_8 = 4$ 이다. 수열  $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 20항까지의 합을 구하시오. [4점]

22.  $f(n) = a^{\frac{1}{n}}$  (단,  $a > 0, a \neq 1$ ) 일 때

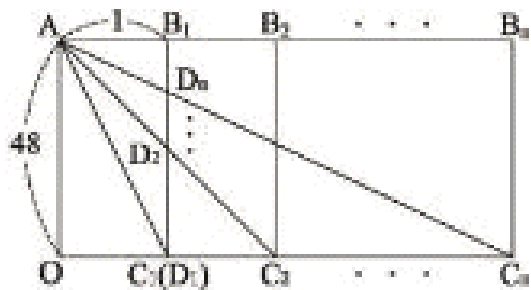
$$f(2 \cdot 3) \times f(3 \cdot 4) \times \dots \times f(9 \cdot 10) = f(k)$$

를 만족하는 상수  $k$ 에 대하여  $10k$ 의 값을 구하시오. [4점]

23. 행렬  $A = \begin{pmatrix} -2 & -3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ 에 대하여  $A^{2005} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ 일 때,  $x - y$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 행렬  $A = \begin{pmatrix} x & y \\ y & -x \end{pmatrix}$ ,  $E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$  이 있다.  $A^2 = 16E$  를 만족하는 실수  $x, y$  에 대하여 점  $P(x, y)$  의 자취를 도형  $C$  라 하자. 이 때 점  $Q(5, 12)$  에서 도형  $C$  위의 점까지의 거리의 최대값을 구하시오. [4점]

25. 그림과 같이 자연수  $n$  에 대하여 가로 길이가  $n$ , 세로 길이가 48인 직사각형  $OAB_nC_n$  이 있다. 대각선  $AC_n$  과 선분  $B_1C_1$  의 교점을  $D_n$  이라 한다.



이 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\overline{AC_n} - \overline{OC_n}}{\overline{B_1D_n}}$  의 값을 구하시오. [4점]

5지 선다형

26. 직각삼각형의 세 변의 길이  $a, b, c$  가 공차가  $d$  인 등차수열을 이룬다고 한다. 이 때, 이 직각삼각형의 넓이를  $d$  의 식으로 나타내면? [3점]

- ①  $4d^2$
- ②  $6d^2$
- ③  $8d^2$
- ④  $10d^2$
- ⑤  $12d^2$

27. 사람의 키와 몸무게에 따른 표면적의 관계는

$$S = aH^bW^c \quad (a, b, c \text{ 는 상수})$$

(단,  $S$  는 표면적( $m^2$ ),  $H$  는 키( $cm$ ),  $W$  는 몸무게( $kg$ ))

임이 알려져 있다. 철수의 키와 몸무게는 각각 90 cm, 20 kg 이고 철수 아빠의 키와 몸무게는 각각 180 cm, 80 kg 이다. 위 관계식에서  $a=0.02, b=0.4, c=0.5$  라 할 때, 철수 아빠의 표면적은 철수의 표면적의 약 몇 배인가? [4점]

<상용로그표>

수	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2.0	.3010	.3032	.3054	.3075	.3096	.3118	.3139	.3160	.3181	.3201
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
2.4	.3802	.3820	.3838	.3856	.3874	.3892	.3909	.3927	.3945	.3962
2.5	.3979	.3997	.4014	.4031	.4048	.4065	.4082	.4099	.4116	.4133
2.6	.4150	.4166	.4183	.4200	.4216	.4232	.4249	.4265	.4281	.4298

- ① 2.64
- ② 2.58
- ③ 2.52
- ④ 2.46
- ⑤ 2.40

28. 공차가  $d_1 (d_1 \neq 0)$ 인 등차수열  $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, \dots$ 에 대하여 두 수열

$$a_1 + a_2, a_3 + a_4, a_5 + a_6, a_7 + a_8, \dots$$

$$a_1 + a_2 + a_3, a_4 + a_5 + a_6, a_7 + a_8 + a_9, \dots$$

의 공차를 각각  $d_2, d_3$ 라고 할 때, 다음 중 옳은 것은? [3점]

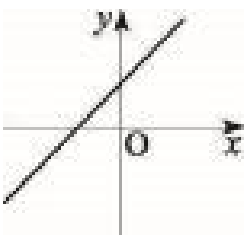
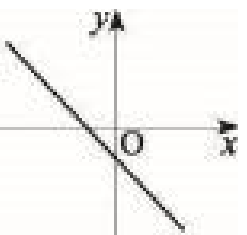
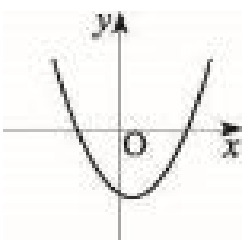
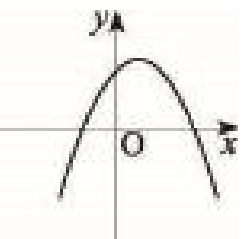
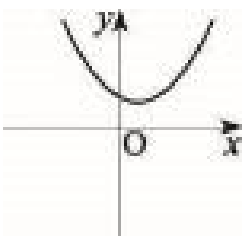
- ①  $2d_2 = 3d_3$       ②  $3d_2 = 2d_3$       ③  $5d_2 = 2d_3$
- ④  $7d_2 = 3d_3$       ⑤  $9d_2 = 4d_3$

29. 모든 실수  $x$ 에 대하여  $p, q$ 에 대한 연립방정식

$$\begin{pmatrix} 2 & f(x) \\ -1 & f(x) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \end{pmatrix}$$

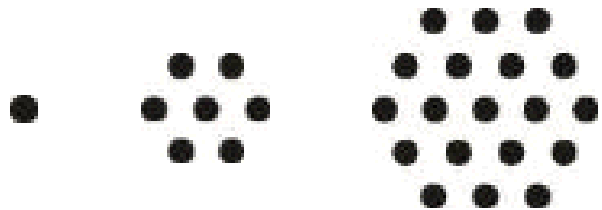
가 단 한 쌍의 해를 가질 때, 다음

중 함수  $y = f(x)$ 의 그래프가 될 수 있는 것은? [4점]

- ① 
- ② 
- ③ 
- ④ 
- ⑤ 

단답형

30. 그림과 같이 정육각형 모양이 되도록 배열한 바둑알의 개수를 육각형정수라 한다.



[첫 번째]      [두 번째]      [세 번째]

예를 들면, 첫 번째 육각형정수는 1이고, 두 번째 육각형정수는 7이다. 이 때, 10 번째 육각형정수를 구하시오. [4점]

※ 확인 사항  
 ○ 문제지와 답안지의 해당란을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.