

2009학년도 9월 고1 전국연합학력평가 문제지

제 2 교시

수리 영역

성명		수험 번호					1		
----	--	-------	--	--	--	--	---	--	--

1

- 문제지의 해당란에 성명과 수험 번호를 정확히 쓰시오.
- 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호와 답을 정확히 표시하시오.
- 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면, 그 '0'도 답란에 반드시 표시하시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하시오.

3. 수직선 위의 두 점  $A(-1)$ ,  $B(2)$ 를 이은 선분  $AB$ 를 3 : 2로 외분하는 점  $P$ 의 좌표는? [2점]

- ①  $P\left(\frac{4}{5}\right)$                   ②  $P\left(\frac{6}{5}\right)$                   ③  $P\left(\frac{8}{5}\right)$   
 ④  $P(4)$                           ⑤  $P(8)$

1. 세 다항식  $A = x + 2$ ,  $B = x - 1$ ,  $C = x$ 에 대하여  $A - (B - C)$ 를 간단히 한 것은? [2점]

- ①  $x+3$                   ②  $x-3$                   ③  $3x+2$   
 ④  $x+1$                   ⑤  $2x+3$

2.  $(x - 1) + (x + 2y)i = 2 - 3i$ 를 만족하는 실수  $x$ ,  $y$ 의 값은?  
(단,  $i = \sqrt{-1}$ ) [2점]

- ①  $x=2, y=-1$     ②  $x=2, y=-3$     ③  $x=3, y=0$   
 ④  $x=3, y=-3$     ⑤  $x=-3, y=3$

4. 부등식  $|x-2| \leq 3$ 을 만족하는 정수  $x$ 의 개수는? [3점]

- ① 6                  ② 7                  ③ 8                  ④ 9                  ⑤ 10

5. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [3점]

<보 기>

ㄱ.  $\sqrt{-2}\sqrt{-8} = -4$

ㄴ.  $\frac{4}{\sqrt{(-2)^2}} = 2$

ㄷ.  $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{-2}} = -2i$  (단,  $i = \sqrt{-1}$ )

- ① ㄴ                      ② ㄱ, ㄴ                      ③ ㄱ, ㄷ  
 ④ ㄴ, ㄷ                      ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

6. 이차부등식  $ax^2+bx+c \geq 0$ 의 해집합이  $\{3\}$ 일 때, 실수  $a, b, c$ 의 부호를 바르게 나타낸 것은? [3점]

- ①  $a < 0, b > 0, c < 0$                       ②  $a < 0, b < 0, c > 0$   
 ③  $a < 0, b > 0, c > 0$                       ④  $a > 0, b > 0, c < 0$   
 ⑤  $a > 0, b < 0, c > 0$

7. 최고차 항의 계수가 1인 두 이차다항식  $f(x), g(x)$ 의 최대공약수가  $x-1$ , 최소공배수가  $x^3-7x+6$ 일 때,  $f(0)+g(0)$ 의 값은 ?

[3점]

- ① -2                      ② -1                      ③ 0                      ④ 1                      ⑤ 2

8.  $x(x-1) \neq 0$ 인 모든 실수  $x$ 에 대하여 등식

$$1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{1-x}} = \frac{a}{x+b}$$

이 성립하도록 하는 상수  $a, b$ 의 합  $a+b$ 의 값은? [3점]

- ① 0                      ② 1                      ③ 2                      ④ 3                      ⑤ 4

# 수리 영역

3

9. 삼차방정식  $x^3 - 4x^2 + 4x - 3 = 0$ 의 한 허근이  $\alpha$ 라 한다.

이 때,  $\frac{\bar{\alpha}}{\alpha} + \frac{\alpha}{\bar{\alpha}}$ 의 값은? (단,  $\bar{\alpha}$ 는  $\alpha$ 의 켈레복소수) [3점]

- ① 0      ② 1      ③ -1      ④ 2      ⑤ -2

10. 전체집합  $U$ 에 대하여 세 조건  $p, q, r$ 의 진리집합을 각각  $P, Q, R$ 라 하자. 명제  $p \rightarrow q, \sim p \rightarrow q, \sim p \rightarrow r$ 가 참일 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ.  $Q - R^c = R$

ㄴ.  $P - R = \emptyset$

ㄷ.  $Q - P \subset R$

- ① ㄱ      ② ㄷ      ③ ㄱ, ㄷ  
 ④ ㄴ, ㄷ      ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

11. 임의의 실수  $a$ 에 대하여  $a \times 0 = 0$ 임을 증명하는 과정이다.

<증명>

$a \times 0 = a \times (0+0)$

$a \times 0 = a \times 0 + a \times 0$

양변에  $-a \times 0$ 을 더하면

$a \times 0 + (-a \times 0) = (a \times 0 + a \times 0) + (-a \times 0)$       (가)

$a \times 0 + (-a \times 0) = a \times 0 + \{a \times 0 + (-a \times 0)\}$       (나)

$0 = a \times 0 + 0$       (다)

$0 = a \times 0$

위 증명 과정에서 (가), (나), (다)에 사용된 실수의 연산에 대한 기본 성질이 바르게 짝지어진 것은? [3점]

- |   | (가)         | (나)       | (다)        |
|---|-------------|-----------|------------|
| ① | 분배법칙        | 곱셈에 대한 역원 | 덧셈에 대한 항등원 |
| ② | 분배법칙        | 덧셈에 대한 역원 | 곱셈에 대한 항등원 |
| ③ | 덧셈에 대한 결합법칙 | 분배법칙      | 덧셈에 대한 역원  |
| ④ | 덧셈에 대한 결합법칙 | 덧셈에 대한 역원 | 덧셈에 대한 항등원 |
| ⑤ | 덧셈에 대한 결합법칙 | 곱셈에 대한 역원 | 곱셈에 대한 항등원 |

12. 이차방정식  $x^2 - ax + b = 0$ 의 두 근이  $c$ 와  $d$ 일 때, 다음 조건을 만족하는 순서쌍  $(a, b)$ 의 개수는?(단,  $a$ 와  $b$ 는 상수이다)

[4점]

(가)  $a, b, c, d$ 는 100 이하의 서로 다른 자연수이다.

(나)  $c$ 와  $d$ 는 각각 3개의 양의 약수를 가진다.

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

13. 다음은 실수  $a, b$ 에 대하여  $a > 0, b > 0$ 일 때,  $\left(a + \frac{1}{b}\right)\left(b + \frac{4}{a}\right)$ 의 최솟값을 구하는 과정으로, 어떤 학생의 오답에 대한 선생님의 첨삭지도 일부이다.

<학생풀이> 2009년 ○○월 ○○일

산술평균과 기하평균의 대소관계를 적용하면

$$a + \frac{1}{b} \geq 2\sqrt{\frac{a}{b}} \dots \text{㉠} \quad b + \frac{4}{a} \geq 2\sqrt{\frac{4b}{a}} \dots \text{㉡}$$

㉠, ㉡의 양변을 각각 곱하면

$$\left(a + \frac{1}{b}\right)\left(b + \frac{4}{a}\right) \geq 4\sqrt{\frac{a}{b} \cdot \frac{4b}{a}} = 8 \dots \text{㉢}$$

그러므로 구하는 최솟값은 8이다.

---

<첨삭내용> ○ ○ ○ (인)

㉠의 등호가 성립할 때는 (가) 이고

㉡의 등호가 성립할 때는 (나) 이다.

따라서 (가)와 (나)를 동시에 만족하는 양수  $a, b$ 는 존재하지 않으므로 최솟값은 8이 될 수 없다.

(가), (나)에 알맞은 것과 최솟값을 바르게 구한 것은? [4점]

	(가)	(나)	최솟값
①	$ab = 1$	$a = 4b$	10
②	$ab = 1$	$ab = 4$	10
③	$a = b$	$a = b$	10
④	$a = b$	$ab = 1$	9
⑤	$ab = 1$	$ab = 4$	9

14. 삼각형 ABC의 세 변 AB, BC, CA의 중점이 각각 (1, 2), (3, 5), (a, b)일 때,  $\triangle ABC$ 의 무게중심의 좌표는  $\left(\frac{8}{3}, \frac{14}{3}\right)$ 이다. 이 때,  $a+b$ 의 값은? [3점]

- ① 5      ② 7      ③ 9      ④ 11      ⑤ 13

15.  $x, y, z$ 에 대한 연립방정식

$$\begin{cases} x + ay + a^2 = z \\ x + by + b^2 = z \end{cases}$$

에 대하여  $a^2 + b^2$ 을  $x, y, z$ 로 나타낸 것은? (단,  $a$ 와  $b$ 는 서로 다른 상수이다.) [4점]

- ①  $x^2 - 2y + 2z$       ②  $x^2 - 2z + 2y$   
 ③  $y^2 - 2x + 2z$       ④  $y^2 + 2z + 2x$   
 ⑤  $z^2 + 2x + 2y$

# 수리 영역

5

16.  $x$ 에 대한 이차방정식  $x^2 + (a^2 - 4a + 3)x - a + 2 = 0$ 이 서로 다른 부호의 두 실근을 가진다. 음의 근의 절댓값이 양의 근보다 클 때, 실수  $a$  값의 범위는? [3점]

- ①  $a > 3$                                  ②  $a > 2$
- ③  $1 < a < 2$                             ④  $2 < a < 3$
- ⑤  $a < 1$  또는  $a > 3$

17. 삼각형의 세 변의 길이가 각각  $a, b, c$ 이고,

$$a^3 + c^3 + a^2c + ac^2 - ab^2 - b^2c = 0$$

을 만족할 때, 이 삼각형은 어떤 삼각형인가? [3점]

- ① 정삼각형                                 ②  $a=b$ 인 이등변삼각형
- ③  $b=c$ 인 이등변삼각형                 ④  $a$ 가 빗변인 직각삼각형
- ⑤  $b$ 가 빗변인 직각삼각형

18. 집합  $S = \{a, b, c\}$ 의 부분집합을 원소로 갖는 집합  $X$ 가 다음 두 조건을 만족한다.

(가)  $A \in X$ 이면  $S - A \in X$   
 (나)  $A \in X, B \in X$ 이면  $A \cup B \in X$

이 때, 집합  $X$ 의 개수는? (단,  $X \neq \emptyset$ ) [4점]

- ① 2
- ② 3
- ③ 4
- ④ 5
- ⑤ 6

19. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

————— <보 기> —————

ㄱ. 실수  $a, b$ 에 대하여  $|a+b| \geq |a|-|b|$   
 ㄴ.  $a \geq b \geq 0$ 이면  $\sqrt{a-b} \geq \sqrt{a}-\sqrt{b}$   
 ㄷ.  $a, b, c$ 가 양수이면  $\frac{b+c}{a} + \frac{c+a}{b} + \frac{a+b}{c} \geq 6$

- ① ㄱ
- ② ㄷ
- ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

20. 모든 실수  $x$ 에 대하여 부등식

$$-1 \leq (a-1)x + b \leq x^2 + 2x + 2$$

이 성립할 때, 점  $(a, b)$ 가 나타내는 도형의 길이는? [4점]

- ① 1      ②  $\frac{5}{4}$       ③  $\frac{7}{4}$       ④ 2      ⑤  $\frac{9}{4}$

21. 두 집합

$$A = \{x \mid x^2 - 6x + a \leq 0\}, B = \{x \mid x^2 - x + b < 0\}$$

에 대하여  $A \cup B = \{x \mid -1 < x \leq 4\}$ 를 만족시키는 두 상수  $a, b$ 에 대하여  $a+b$ 의 값은? [3점]

- ① 4      ② 5      ③ 6      ④ 7      ⑤ 8

단답형(22~30)

22.  $x = 3 + 2\sqrt{2}$ ,  $y = 3 - 2\sqrt{2}$ 이면  $x^2 - y^2 = p\sqrt{2}$ 이다. 이 때, 유리수  $p$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 실수  $a, b$ 에 대하여 연산  $\odot$ 를 다음과 같이 정의하면 연산  $\odot$ 에 대한 항등원이 존재한다.

$$a \odot b = (a-1)(b-1) + k - 1$$

이 때, 실수  $k$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 집합  $S = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에 대하여 집합  $X$ 를 다음과 같이 정의한다.

$$X = \{(p, q) \mid p \in S, q \in S, p \text{는 } q \text{의 약수}\}$$

이 때, 집합  $X$ 의 원소의 개수를 구하시오. [3점]

25. 함수  $f(x) = x^2 - 7x + 12$ 에 대하여  $f(\alpha) = 1$ 이고  $f(\beta) = 1$  일 때,  $f(\alpha\beta)$ 의 값을 구하시오. [4점]

26. 올해 4월에 인플루엔자 A/H1N1(신종 플루) 바이러스 감염이 의심되어 H병원을 찾은 환자 90명은 고열, 기침, 목통증 중 한 가지 이상의 증세를 보였다. 고열 증세가 있는 환자는 45명, 기침을 하는 환자는 37명, 목통증을 호소하는 환자는 29명, 기침과 목통증이 있는 환자는 6명이었다. 병원 당국은 고열과 기침 증세가 동시에 있거나 고열과 목통증이 동시에 있는 환자를 신종 플루 바이러스 감염 대상으로 일차 분류한다. 일차 분류된 환자의 수를 구하시오. [4점]

27. 자연수  $n$ 에 대하여 두 집합

$$A_n = \{x | n^2 + 3n + 2 \leq x \leq n^2 + 3n + 6\},$$

$$B_n = \{x | 2n^2 + 2 \leq x \leq 2n^2 + 5\}$$

가 있다. 연산  $\Delta$ 을

$$A_n \Delta B_n = (A_n \cup B_n) - (A_n \cap B_n)$$

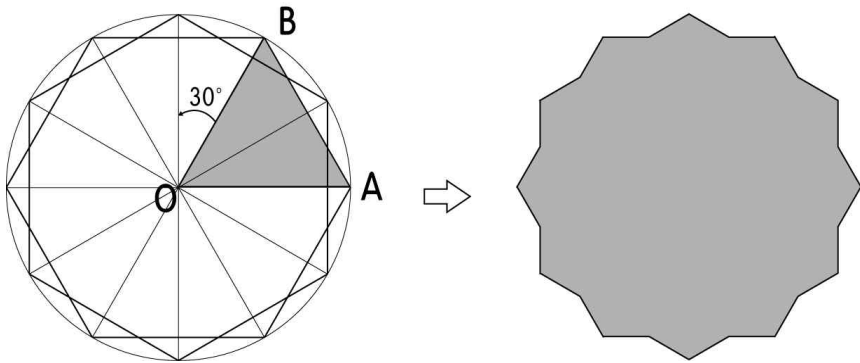
으로 정의하고, 집합  $A_n \Delta B_n$ 의 원소 중 최솟값을  $f(n)$ 이라 하면

$$\frac{1}{f(4)} + \frac{1}{f(5)} + \dots + \frac{1}{f(9)} = K$$

이다. 이 때,  $110K$ 의 값을 구하시오. [4점]

28. 다항식  $f(x)$ 를  $x^2 - 8x + 12$ 로 나누었을 때의 나머지가  $2x + 1$ 이고,  $(x^2 + 1)f(x + 3)$ 을  $x^2 - 2x - 3$ 으로 나누었을 때의 나머지가  $R(x)$ 일 때,  $R(1)$ 의 값을 구하시오. [4점]

29. 그림은 한 변의 길이가 2인 정삼각형  $OAB$ 를 꼭짓점  $O$ 를 중심으로 반시계 방향으로  $30^\circ$ 씩 연속하여 회전한 모양과 그 결과로 만들어진 다각형이다.



이 다각형의 넓이를  $a+b\sqrt{3}$ 라 할 때,  $b-a$ 의 값을 구하시오.  
(단,  $a, b$ 는 유리수이다.) [4점]

30. 사차방정식  $x^4 - x^3 + ax + b = 0$ 의 두 근이 1,  $-2$ 일 때, 나머지 두 근  $\alpha, \beta$ 에 대하여  $|\alpha^4 + \beta^4|$ 의 값을 구하시오.  
(단,  $a$ 와  $b$ 는 상수이다)[4점]

※ 확인 사항

문제지와 답안지의 해당란을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.