

제 2 교시

수학 영역(B형)

5지선다형

1.  $3-i + \frac{2}{1-i}$  를 간단히 하면? (단,  $i = \sqrt{-1}$ ) [2점]

- ①  $4-2i$                       ②  $4-i$                       ③  $4$
- ④  $4+i$                         ⑤  $4+2i$

2. 수직선 위의 두 점 A(1), B(7)에 대하여 선분 AB를 1 : 3으로 내분하는 점을 P(a)라 할 때, a의 값은? [2점]

- ①  $\frac{3}{2}$                       ②  $2$                       ③  $\frac{5}{2}$                       ④  $3$                       ⑤  $\frac{7}{2}$

3. 무리함수  $f(x) = \sqrt{ax+3}$  에 대하여  $f(2) = 5$  일 때, 상수 a의 값은? [2점]

- ① 11                      ② 12                      ③ 13                      ④ 14                      ⑤ 15

4.  ${}_nC_2 + {}_{n+1}C_3 = 2 \cdot {}_nP_2$  를 만족시키는 자연수 n의 값은? (단,  $n \geq 2$ ) [3점]

- ① 5                      ② 6                      ③ 7                      ④ 8                      ⑤ 9

5.  $-2 \leq x \leq 2$ 에서 정의된 이차함수  $f(x) = x^2 - 2x + a$ 의 최댓값과 최솟값의 합이 21일 때, 상수  $a$ 의 값은? [3점]

- ① 6      ② 7      ③ 8      ④ 9      ⑤ 10

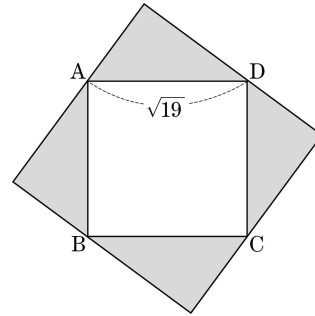
6. 모든 실수  $x$ 에 대하여  $\sqrt{kx^2 - kx + 3}$ 의 값이 실수가 되도록 하는 정수  $k$ 의 개수는? [3점]

- ① 13      ② 14      ③ 15      ④ 16      ⑤ 17

7.  $\sin \theta + \cos \theta = \frac{2}{3}$ 일 때,  $\sin^3 \theta + \cos^3 \theta$ 의 값은? [3점]

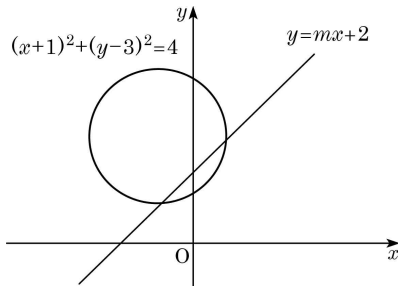
- ①  $\frac{19}{27}$       ②  $\frac{20}{27}$       ③  $\frac{7}{9}$       ④  $\frac{22}{27}$       ⑤  $\frac{23}{27}$

8. 그림과 같이 한 변의 길이가  $\sqrt{19}$ 인 정사각형 ABCD의 각 변에 빗변의 길이와 넓이가 각각  $\sqrt{19}$ ,  $2\sqrt{3}$ 이고 서로 합동인 직각삼각형 4개를 붙여 한 변의 길이가  $p + \sqrt{q}$ 인 정사각형을 만들었다.  $p + q$ 의 값은? (단,  $p$ 와  $q$ 는 자연수이다.) [3점]



- ① 4      ② 5      ③ 6      ④ 7      ⑤ 8

[9 ~ 10] 그림은 원  $(x+1)^2+(y-3)^2=4$ 와 직선  $y=mx+2$ 를 좌표평면 위에 나타낸 것이다. 9번과 10번의 두 물음에 답하시오. (단, 0는 원점이다.)



9. 원과 직선의 두 교점을 각각 A, B라 할 때, 선분 AB의 길이가  $2\sqrt{2}$ 가 되도록 하는 상수  $m$ 의 값은? [3점]

- ①  $\frac{\sqrt{3}}{3}$     ②  $\frac{\sqrt{2}}{2}$     ③ 1    ④  $\sqrt{2}$     ⑤  $\sqrt{3}$

10. 직선이 원의 중심을 지날 때, 원의 내부는 직선과  $y$ 축에 의하여 4개의 영역으로 나누어진다. 이 4개의 영역에 서로 다른 5가지의 색 중 4가지를 택하여 칠하려 한다. 4개의 영역에 각각 다른 색을 사용하여 모두 색칠한 결과로 나올 수 있는 경우의 수는? [3점]

- ① 120    ② 144    ③ 168    ④ 192    ⑤ 216

11. 세 조건  $p, q, r$ 가

$$p : x > 4$$

$$q : x > 5 - a$$

$$r : (x-a)(x+a) > 0$$

일 때, 명제  $p \rightarrow q$ 와 명제  $q \rightarrow r$ 가 모두 참이 되도록 하는 실수  $a$ 의 최댓값과 최솟값의 합은? [3점]

- ① 3    ②  $\frac{7}{2}$     ③ 4    ④  $\frac{9}{2}$     ⑤ 5

12. 이차방정식

$$(x-a)(x-b) + (x-b)(x-c) + (x-c)(x-a) = 0$$

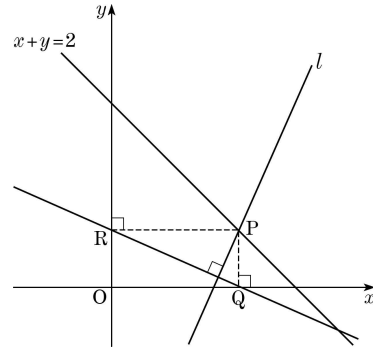
의 두 근의 합과 곱이 각각 4, -3일 때, 이차방정식

$$(x-a)^2 + (x-b)^2 + (x-c)^2 = 0$$

의 두 근의 곱은? (단,  $a, b, c$ 는 상수이다.) [3점]

- ① 15      ② 16      ③ 17      ④ 18      ⑤ 19

13. 그림과 같이 직선  $x+y=2$  위의 점  $P(a, b)$  ( $ab \neq 0$ )에서  $x$ 축,  $y$ 축에 내린 수선의 발을 각각  $Q, R$ 라 하고, 점  $P$ 를 지나고 직선  $QR$ 에 수직인 직선을  $l$ 이라 하자.



다음은 직선  $l$ 이 점  $P$ 의 위치에 관계없이 항상 일정한 점을 지난다는 것을 보이는 과정이다.

점  $P(a, b)$ 는 직선  $x+y=2$  위의 점이므로

$$b = 2 - a$$

이때 직선  $l$ 의 기울기는  $\square$ (가) $\square$ 이므로 직선  $l$ 의 방정식은

$$y - (2 - a) = \square$$
(가) $\square$ ( $x - a$ )      ..... ㉠

한편, ㉠이  $a$ 의 값에 관계없이 항상 성립하려면

$$x = \square$$
(나) $\square$ ,  $y = \square$ (다) $\square$

따라서 직선  $l$ 은 점  $P$ 의 위치에 관계없이 항상 일정한 점을 지난다.

위의 과정에서 (가)에 알맞은 식을  $f(a)$ 라 하고, (나), (다)에 알맞은 수를 각각  $\alpha, \beta$ 라 할 때,  $f\left(\frac{4}{3}\right) + \alpha + \beta$ 의 값은?

(단, 0는 원점이다.) [3점]

- ① 4      ② 5      ③ 6      ④ 7      ⑤ 8

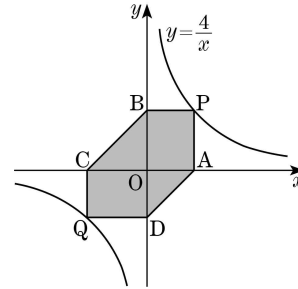
# 수학 영역(B형)

5

14. 다항식  $x^3 - 4x^2 + 7x + 4$ 를 이차항의 계수가 1인 서로 다른 두 이차식  $A(x)$ ,  $B(x)$ 로 나눈 나머지가 모두  $2x + 6$ 이다. 다항식  $A(x) + B(x)$ 를  $x - 4$ 로 나눈 나머지는? [4점]

- ① 11      ② 12      ③ 13      ④ 14      ⑤ 15

15. 그림과 같이 곡선  $y = \frac{4}{x}$  위의 점 중에서 제1사분면에 있는 점을 P, 제3사분면에 있는 점을 Q라 하자. 점 P에서  $x$ 축,  $y$ 축에 내린 수선의 발을 각각 A, B라 하고, 점 Q에서  $x$ 축,  $y$ 축에 내린 수선의 발을 각각 C, D라 할 때, 육각형 APBCQD의 넓이의 최솟값은? [4점]



- ① 11      ② 12      ③ 13      ④ 14      ⑤ 15

16.  $x$ 에 대한 두 다항식

$$x^3 + (a-1)x^2 + (a^2 - a)x - a^2$$

$$x^3 + bx^2 - bx + 2a^2$$

의 최대공약수가 이차식일 때,  $a^2 + b^2$ 의 최댓값은? (단,  $a$ 와  $b$ 는 실수이다.) [4점]

- ① 2      ② 4      ③ 6      ④ 8      ⑤ 10

17. 좌표평면 위의 점  $(x, y)$ 를 원소로 하는 집합  $A, B, C, D$ 가

$$A = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 = 1\}$$

$$B = \{(x, y) \mid (x-3)^2 + y^2 = 1\}$$

$$C = \{(x, y) \mid x^2 + (y-4)^2 = 1\}$$

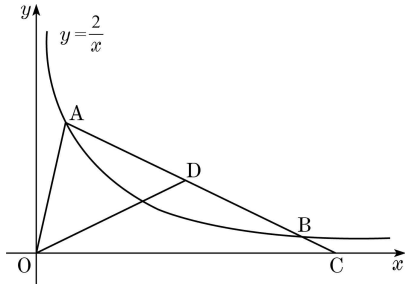
$$D = \{(x, y) \mid (x-a)^2 + (y-b)^2 \leq k\}$$

이다.  $(A \cup B \cup C) \subset D$ 를 만족시키도록 실수  $a, b, k$ 의 값을 정할 때,  $k$ 의 최솟값은? [4점]

- ①  $\frac{45}{4}$       ②  $\frac{23}{2}$       ③  $\frac{47}{4}$       ④ 12      ⑤  $\frac{49}{4}$

# 수학 영역(B형)

18. 그림과 같이 제1사분면에 있는 곡선  $y = \frac{2}{x}$  위의 서로 다른 두 점  $A(a, \frac{2}{a})$ ,  $B(b, \frac{2}{b})$ 에 대하여 직선 AB가  $x$ 축과 만나는 점을 C, 선분 AB의 중점을 D라 하자.

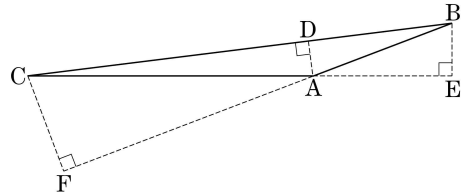


<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?  
(단,  $a < b$ 이고, 0는 원점이다.) [4점]

- < 보 기 > —
- ㄱ. 점 C의  $x$ 좌표는  $a+b$ 이다.
  - ㄴ. 두 직선 AB와 OD의 기울기의 합은 0이다.
  - ㄷ.  $\overline{AB} = 2\overline{OA}$ 일 때,  $\angle AOC = \frac{3}{2}\angle AOD$ 이다.

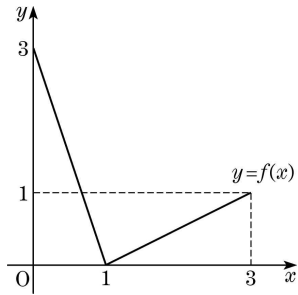
- ① ㄱ                      ② ㄷ                      ③ ㄱ, ㄴ  
④ ㄴ, ㄷ                ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

19. 그림과 같이  $A > 90^\circ$ 인 삼각형 ABC의 세 꼭짓점 A, B, C에서 세 직선 BC, CA, AB에 내린 수선의 발을 각각 D, E, F라 하자.  $\overline{AD} : \overline{BE} : \overline{CF} = 2 : 3 : 4$ 일 때, 삼각형 ABC에서  $\cos C$ 의 값은? [4점]



- ①  $\frac{5}{6}$                       ②  $\frac{41}{48}$                       ③  $\frac{7}{8}$                       ④  $\frac{43}{48}$                       ⑤  $\frac{11}{12}$

20. 그림은  $0 \leq x \leq 3$ 에서 정의된 함수  $y=f(x)$ 의 그래프를 나타낸 것이다. 방정식  $f(f(x))=2-f(x)$ 의 서로 다른 실근의 개수는? [4점]



- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

21. 자연수  $n$ 에 대하여 함수  $f(n)$ 이

$$f(1)=1, f(n)=\begin{cases} f\left(\frac{n}{2}\right) & (n=2, 4, 6, \dots) \\ f\left(\frac{n-1}{2}\right)+1 & (n=3, 5, 7, \dots) \end{cases}$$

을 만족시킨다.  $f(n)=2$ 인 100 이하의 자연수  $n$ 의 개수는? [4점]

- ① 15      ② 17      ③ 19      ④ 21      ⑤ 23



**단답형**

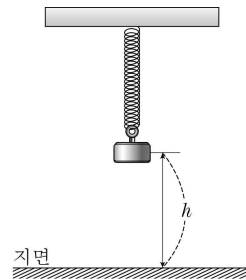
22. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수  $f(x)$ 가  $f(x-3) = x^2 - 5$ 를 만족시킬 때  $f(2)$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 이차부등식  $2x^2 - 33x - 17 \leq 0$ 을 만족시키는 정수  $x$ 의 개수를 구하시오. [3점]

24. 그림과 같이 어떤 용수철에 질량이  $m$ g인 추를 매달아 아래쪽으로  $L$ cm만큼 잡아당겼다가 놓으면 추는 지면과 수직인 방향으로 진동한다. 추를 놓은 지  $t$ 초가 지난 후의 추의 높이를  $h$ cm라 하면 다음 관계식이 성립한다.

$$h = 20 - L \cos \frac{2\pi t}{\sqrt{m}}$$

이 용수철에 질량이 144g인 추를 매달아 아래쪽으로 10cm만큼 잡아당겼다가 놓은 지 2초가 지난 후의 추의 높이와, 질량이  $a$ g인 추를 매달아 아래쪽으로  $5\sqrt{2}$ cm만큼 잡아당겼다가 놓은 지 2초가 지난 후의 추의 높이가 같을 때,  $a$ 의 값을 구하시오. (단,  $L < 20$ 이고  $a \geq 100$ 이다.) [3점]



25.  $n$  이하의 자연수 중에서 양의 약수의 개수가 홀수인 자연수의 개수를  $\langle n \rangle$ 이라 하자. 예를 들어 5 이하의 자연수 중에서 양의 약수의 개수가 홀수인 자연수는 1, 4의 2개이므로  $\langle 5 \rangle = 2$ 이다.  $\langle n \rangle = 16$ 을 만족시키는 자연수  $n$ 의 최댓값을 구하시오. [3점]

26. 좌표평면 위의 점  $P(x, y)$ 에 대하여 복소수  $z$ 를

$$z = (x + y - 2) + (4x + y - 8)i$$

라 하자.  $z^2$ 이 실수가 되도록 하는 점  $P$ 가 나타내는 도형과  $y$ 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하시오. (단,  $i = \sqrt{-1}$ ) [4점]

27. 집합  $A_n$ 을

$$A_n = \{x \mid x \text{는 } n \text{의 배수}\} \quad (n=1, 2, 3, \dots)$$

이라 하자.  $A_n \cap A_2 = A_{2n}$ 이고 90이 집합  $A_2 - A_n$ 의 원소가 되도록 하는 90 이하의 자연수  $n$ 의 개수를 구하시오. [4점]

28.  $1 < x < 3$ 이고  $3 < y < 5$ 인 두 실수  $x, y$ 에 대하여 집합  $A = \{1, x, 3, y, 5\}$ 의 부분집합 중 원소의 개수가 2인 부분집합을 각각  $A_1, A_2, A_3, \dots, A_{10}$ 이라 하고, 집합  $A_k$  ( $k=1, 2, 3, \dots, 10$ )의 두 원소 중 작은 수를  $m_k$ , 큰 수를  $M_k$ 라 하자.  $m_k$ 와  $M_k$ 가 다음 조건을 만족시킬 때,  $12x+6y$ 의 최댓값을 구하시오. [4점]

(가)  $m_1 + m_2 + m_3 + \dots + m_{10} \leq 19$

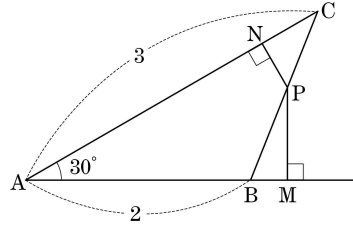
(나)  $M_1 + M_2 + M_3 + \dots + M_{10} \leq 41$

29. 9개의 숫자 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 중에서 서로 다른 3개의 숫자를 택하여 다음 조건을 만족시키도록 세 자리 자연수를 만들려고 한다.

각 자리의 수 중 어떤 두 수의 합도 9가 아니다.

예를 들어 217은 조건을 만족시키지 않는다. 조건을 만족시키는 세 자리 자연수의 개수를 구하시오. [4점]

30. 그림과 같이  $\overline{AB}=2$ ,  $\overline{AC}=3$ ,  $A=30^\circ$ 인 삼각형 ABC의 변 BC 위의 점 P에서 두 직선 AB, AC 위에 내린 수선의 발을 각각 M, N이라 하자.  $\frac{\overline{AB}}{\overline{PM}} + \frac{\overline{AC}}{\overline{PN}}$ 의 최솟값이  $\frac{q}{p}$ 일 때,  $p+q$ 의 값을 구하시오. (단,  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



※ 확인 사항  
 ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.