샘플 : 1강 회전체의 부피(Washer method)

정적분의 응용(1) : 회전체의 부피

Thm (1): 와셔방법(Washer method)

절단면이 원환면인 회전체의 부피는 다음과 같이 구한다.

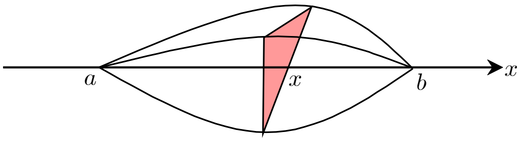
(1) 와셔의 넓이 $A(x)=\pi\{(R(x))^2-(r(x))^2\}$ 일 때

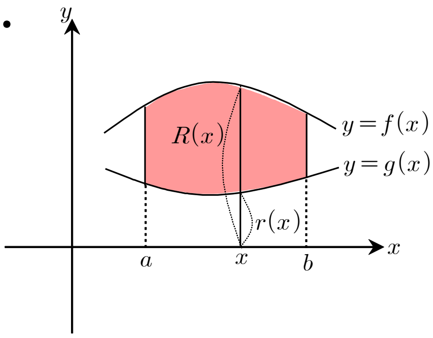
회전체의 부피 $V=\int_a^b A(x)dx=\pi\int_a^b\{(R(x))^2-(r(x))^2\}dx$ 이다.

(2) 와셔의 넓이 $A(y)=\pi\{(R(y))^2-(r(y))^2\}$ 일 때

회전체의 부피 $V=\int_a^b A(y)dy=\pi\int_a^b\{(R(y))^2-(r(y))^2\}dy$ 이다.

- 입체의 부피 $V=\int_a^b S(x)\,dx$ ($\because S(x)$는 단면적)



- 

㉖

예제 1

곡선 $y=x^2+1$과 직선 $y=-x+3$에 의해서 둘러싸인 영역을 x축 둘레로 회전하여 생기는 입체의 부피를 구하여라.

보충 ex 1)

포물선 $y=-x^2+x+2$와 직선 $y=-x+2$로 둘러싸인 영역을 x축 둘레로 회전시킨 입체의 체적은?

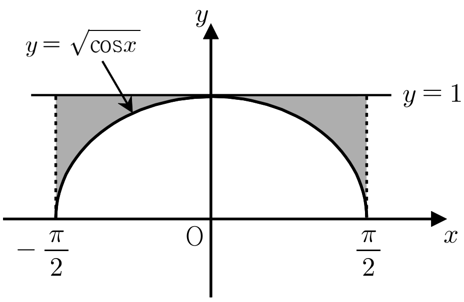
① $\frac{8}{15}\pi$ ② $\frac{24}{15}\pi$ ③ $\frac{32}{15}\pi$ ④ $\frac{56}{15}\pi$

예제 2

포물선 $y=x^2$과 직선 $y=2x$에 의해서 둘러싸인 제1사분면에 있는 영역을 y축 둘레로 회전하여 생기는 입체의 부피를 구하여라.

예제 3

어두운 영역을 x축 둘레로 회전하여 생기는 입체의 부피를 구하여라.



예제 4

곡선 $y=x^2+1$와 직선 $y=x+3$로 둘러싸인 영역을 x축 둘레로 회전하여 생기는 입체의 부피를 구하여라.

예제 5

곡선 $y=\sec x$와 직선 $y=\sqrt{2}$, $-\frac{\pi}{4}\le x\le\frac{\pi}{4}$로 둘러싸인 영역을 x축 둘레로 회전하여 생기는 입체의 부피를 구하여라.

예제 6

꼭지점이 $(1,\ 0)$, $(2,\ 1)$과 $(1,\ 1)$인 삼각형으로 둘러싸인 영역을 y축 둘레로 회전하여 생기는 입체의 부피를 구하여라.

예제 7

포물선 $y=x^2$과 x축, 직선 $x=2$로 둘러싸인 제 1사분면에 있는 영역을

(1) y축 둘레로 회전하여 생기는 입체의 부피를 구하여라.

(2) $x=-1$을 둘레로 회전시킨 입체의 부피를 구하여라.

예제 8

곡선 $y=x^2$ 와 x축, 직선 $x=1$ 로 둘러싸인 제 1사분면에 있는 영역을 직선 $x=-1$ 을 둘레로 회전하여 생기는 입체의 부피를 구하여라.

예제 9

$y=\sqrt{x}$ 와 직선 $y=2$, $x=0$ 으로 둘러싸인 영역이 있다. 아래 주어진 축으로 회전하여 생기는 입체의 부피를 구하여라.

(1) 직선 $y=2$

(2) 직선 $x=4$