

‘나’형

성명

수험번호       3

- 먼저 수험생이 선택한 응시 유형의 문제지인지 확인하십시오.
- 문제지에 성명과 수험 번호를 정확히 기입하십시오.
- 답안지에 수험 번호, 응시 유형 및 답을 표기할 때에는 반드시 ‘수험생이 지켜야 할 일’에 따라 표기하십시오.
- 단답형 답의 숫자에 0이 포함된 경우, 0을 OMR 답안지에 반드시 표기해야 합니다.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하십시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하십시오.

1.  $\log_2 \frac{8}{5} + \log_4 \frac{25}{4}$ 의 값은? [2점]

- ① 1                      ②  $\frac{3}{2}$                       ③ 2  
 ④  $\frac{5}{2}$                       ⑤ 3

2.  $\sum_{k=1}^{10} (k+2)^2$ 의 값은? [2점]

- ① 645                      ② 630                      ③ 615  
 ④                              ⑤

3. 두 행렬  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -3 & -2 \end{pmatrix}$ 에 대하여

$A^2 + AB$ 의 모든 성분의 합은? [2점]

- ① 5                              ② 10                              ③  
 ④ 20                              ⑤ 25

4. 확률변수  $X$ 에 대하여 확률변수  $Y = \frac{1}{2}X + 5$ 의 평균이 30일 때,  $X$ 의 평균은? [3점]

- ① 20                              ② 35                              ③  
 ④ 45                              ⑤ 50

5. 이차 정사각행렬  $A = \begin{pmatrix} 4 & 12 \\ -8 & 0 \end{pmatrix}$ 와 두 이차 정사각행렬  $B, C$ 에 대하여  $B^{-1} = 2A, C^{-1} = 2B$ 가 성립할 때, 행렬  $C$ 는? (단,  $X^{-1}$ 는  $X$ 의 역행렬이다.) [3점]

- ①  $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$     ②  $\begin{pmatrix} 2 & 6 \\ -4 & 0 \end{pmatrix}$     ③  $\begin{pmatrix} 4 & 12 \\ -8 & 0 \end{pmatrix}$   
 ④  $\begin{pmatrix} 8 & 24 \\ -16 & 0 \end{pmatrix}$     ⑤  $\begin{pmatrix} 16 & 48 \\ -32 & 0 \end{pmatrix}$

6. 다음은 네 자연수 1, 2, 3, 4를 한 번씩 사용하여 만든 네 자리 정수를 크기 순으로 나열한 것이다.

1234	1243	...	1423	1432
2134	2143	...	2413	2431
3124	3142	...	3412	3421
4123	4132	...	4312	4321

위의 모든 수들의 총합은? [3점]

- ① 88880    ② 77770    ③ 66660  
 ④ 55550    ⑤ 44440

7.  $\frac{12}{99}$ 를 순환소수로 나타낼 때, 소수점 아래  $n$ 째 자리의 수를  $a$ 이라 하자. 예를 들면  $\frac{1}{3}$ 은  $0.333\dots$ 이다.

이때,  $\frac{a}{n}$ 의 값은? [3점]

- ①  $\frac{1}{3}$     ②  $\frac{1}{9}$     ③  $\frac{1}{27}$   
 ④  $\frac{1}{81}$     ⑤  $\frac{1}{243}$

8. 좌표평면에서 두 점  $P(a, b)$ 와  $Q(c, d)$ 를 지나는 직선을 행렬  $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ 에 대응시킨다. <보기>의 행렬의 연산 결과에 대응하는 직선 중 행렬  $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}$ 에 대응하는 직선과 서로 평행한 것을 모두 고른 것은? [3점]

< 보기 >

ㄱ.  $2 \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}$

ㄴ.  $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$

ㄷ.  $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

- ① ㄱ    ② ㄱ, ㄴ    ③ ㄱ, ㄷ  
 ④ ㄴ, ㄷ    ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

9. 연속확률변수  $X$ 가 취하는 값의 범위가  $[0, 2]$ 이고, 확률밀도함수  $f(x)$ 가

$$f(x) = kx \quad (0 \leq x \leq 2)$$

일 때, 확률  $P(0 \leq X \leq k)$ 의 값은? (단,  $k$ 는 상수) [4점]

- ①  $\frac{1}{32}$     ②  $\frac{1}{16}$     ③  $\frac{1}{8}$   
 ④  $\frac{1}{4}$     ⑤  $\frac{1}{2}$

10. 다음은 함수  $y = \log_{10} x$ 의 그래프를 이용하여 두 수  $\frac{na + mb}{m + n}$ ,  $a^{\frac{n}{m+n}} b^{\frac{m}{m+n}}$ 의 대소관계를 알아보는 과정이다. (단,  $0 < a < b$ ,  $m, n$ 은 양수)

그림에서 두 점  $A(a, \log_{10} a)$ ,  $B(b, \log_{10} b)$ 를 이은 선분  $AB$ 를  $m:n$ 으로 내분하는 점을  $P(p, q)$ 라 하면

$$p = \frac{na + mb}{m + n}, \quad q = \frac{1}{m + n} \times \boxed{\text{(가)}}$$

그런데,  $\log_{10} p$   $\boxed{\text{(나)}}$   $q$ 이므로

부등식  $\frac{na + mb}{m + n}$   $\boxed{\text{(다)}}$   $a^{\frac{n}{m+n}} b^{\frac{m}{m+n}}$ 가 성립한다.

위의 과정에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것을 순서대로 적은 것은? [3점]

- ①  $\log_{10}(ab)^{mn}$ ,  $>$ ,  $>$
- ②  $\log_{10}(ab)^{mn}$ ,  $<$ ,  $<$
- ③  $\log_{10} a^n b^m$ ,  $>$ ,  $<$
- ④  $\log_{10} a^n b^m$ ,  $>$ ,  $>$
- ⑤  $\log_{10} a^n b^m$ ,  $<$ ,  $<$

11. 다음은  $n$ 이 자연수일 때

등식  $(a + b)^n = \sum_{r=0}^n {}_n C_r a^{n-r} b^r$ 이 성립함을 수학적귀납법을 이용하여 증명한 것이다.

(증명)

(i)  $n = 1$  일 때,

$$(a + b)^1 = \sum_{r=0}^1 {}_1 C_r a^{1-r} b^r = a + b \text{이므로}$$

주어진 등식은 성립한다.

(ii)  $n = k$  ( $k \geq 1$ ) 일 때,

주어진 등식이 성립한다고 가정하면

$$(a + b)^k = \sum_{r=0}^k {}_k C_r a^{k-r} b^r \text{이므로}$$

$$(a + b)^{k+1} = \left( \sum_{r=0}^k {}_k C_r a^{k-r} b^r \right) (a + b)$$

$$= \sum_{r=0}^k {}_k C_r a^{k-r+1} b^r + \sum_{r=0}^k {}_k C_r a^{k-r} b^{r+1}$$

$$= {}_k C_0 a^{k+1} + \sum_{r=1}^k {}_k C_r a^{k-r+1} b^r$$

$$+ \sum_{r=0}^{k-1} {}_k C_r a^{k-r} b^{r+1} + {}_k C_k b^{k+1}$$

그런데,

$$\sum_{r=0}^{k-1} {}_k C_r a^{k-r} b^{r+1} = \boxed{\text{(가)}}$$

$${}_k C_r + {}_k C_{r-1} = \boxed{\text{(나)}}$$

이므로

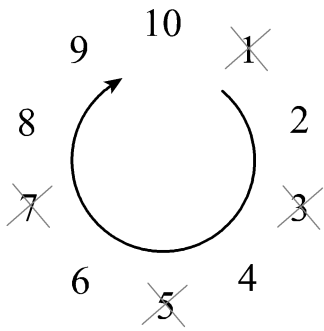
$$(a + b)^{k+1} = \sum_{r=0}^{k+1} {}_{k+1} C_r a^{k+1-r} b^r$$

(i)과 (ii)에서 모든 자연수  $n$ 에 대하여 주어진 등식은 성립한다.

위의 증명에서 (가), (나)에 알맞은 식을 순서대로 적은 것은? [3점]

- ① ,
- ② ,
- ③ ,
- ④ ,
- ⑤ ,

12. 그림과 같이 1부터 10까지의 자연수가 시계방향으로 등글게 놓여있다.



맨 처음 1을 지우고 2를 건너뛰어 3을 지운다. 다시 4를 건너뛰어 5를 지운다. 이와 같이 한 개의 수를 지우고 난 다음 아직 지워지지 않고 남아있는 수 중에서 한 개의 수를 건너뛰어 그 다음에 남아있는 수를 지우는 시행을 반복하면 1, 3, 5, 7, 9, 2, 6, 10, 8이 차례로 지워지고 마지막에 4가 남는다.

1부터  $n$ 까지의 자연수를 시계방향으로 등글게 놓고 이와 같은 시행을 반복할 때,  $k$ 번째 ( $1 \leq k < n$ )에 지워지는 수를  ${}_nA_k$ 로 나타내자. 예를 들면  ${}_{10}A_6 = 2$ 이다. 이때, <보기> 중 옳은 것을 모두 고른 것은? [4점]

< 보 기 >

ㄱ.  $n$ 이 홀수일 때,  ${}_nA_k = n$ 이면  $k = \frac{n+1}{2}$ 이다.

ㄴ.  $n$ 이 짝수일 때,  ${}_nA_k = n$ 이면  $k = \frac{n}{2} + 1$ 이다.

ㄷ.  $n = 2^6$ 일 때, 시행 후 마지막에 남는 수는  $2^6$ 이다.

- ① ㄱ                      ② ㄴ                      ③ ㄷ  
 ④ ㄱ, ㄴ                ⑤ ㄱ, ㄷ

13. 숫자 1이 적힌 카드가 1장, 2가 적힌 카드가 2장, 3이 적힌 카드가 3장, 4가 적힌 카드가 4장 있다. 이 10장의 카드를 모두 섞은 후 두 장의 카드를 임의로 뽑을 때, 두 장의 카드에 적힌 수가 같을 확률은? [4점]

- ①                      ②                      ③  
 ④                      ⑤

14. 서로 다른 세 양수                      에 대하여 부등식

$\log_2 a - \log_2 b > \log_2 b - \log_2 c > \log_2 c - \log_2 a$ 가 성립할 때, <보기> 중 항상 성립하는 것을 모두 고른 것은? [4점]

< 보 기 >

ㄱ.  $a > b$             ㄴ.  $b > c$             ㄷ.

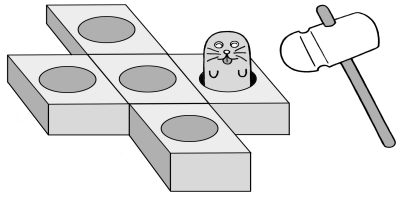
- ① ㄱ                      ② ㄴ                      ③ ㄷ  
 ④ ㄱ, ㄷ                ⑤ ㄴ, ㄷ

15. 어느 상품의 수요량  $D$ 와 판매가격  $P$ 사이에는  $\log_a D = \log_a c - \frac{1}{3} \log_a P$  ( $a, c$ 는 양의 상수,  $a \neq 1$ ) 인 관계가 성립한다고 한다. 이 상품의 판매가격이  $P_1, 4P_1$ 일 때의 수요량을 각각  $D_1, D_2$ 라 할 때, 의 값은? [4점]

- ①  $2^{-\frac{2}{3}}$                 ②  $2^{-\frac{1}{3}}$                 ③  
 ④  $2^{\frac{1}{3}}$                 ⑤  $2^{\frac{2}{3}}$

16. 그림과 같이            개의 정사각형 중의 한 개에서 두더지 인형

이 튀어나왔다 들어가고, 다시 한 정사각형에서 두더지 인형이 튀어나왔다 들어가기 를 반복하는 오락 기계가 있다.



매번 각 정사각형에서 두더지 인형이 나올 가능성이 모두 같다. 이 오락기계의 두더지 인형이 두 번 튀어나왔다가 들어갈 때, 두더지 인형이 나온 두 정사각형이 서로 이웃할 확률은? (단, 한 변만을 공유하는 두 정사각형을 이웃하는 정사각형이라고 한다.) [4점]

- ①  $\frac{4}{25}$                       ②  $\frac{5}{25}$                       ③  $\frac{6}{25}$
- ④  $\frac{7}{25}$                       ⑤  $\frac{8}{25}$

17. 어느 장학재단은 14억 원의 기금을 조성하였다. 매년 초에 기금을 운용하여 연말까지 20%의 이익을 내고, 기금과 이익을 합한 금액의 40%를 매년 말에 장학금으로 지급하려 한다. 장학금으로 지급하고 남은 금액을 기금으로 하여 기금의 운용과 장학금의 지급을 매년 이와 같은 방법으로 실시할 계획이다. 이 계획대로 해마다 지급한 장학금의 총액의 극한값은? (단, 단위는 억 원이다.) [4점]

- ① 24                              ② 26                              ③ 28
- ④ 30                              ⑤ 32

단답형

18.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(3n)^3}{1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2}$  의 값을 구하시오. [3점]

19.  $a = 2^{\frac{2}{3}}$ ,  $b = 3^{\frac{1}{6}}$  일 때,  $a^m b^n = 36$  을 만족하는 두 자연수  $m, n$  의 합의 값을 구하시오. [3점]

20. 7개의 문자  $a, b, b, c, c, c, d$ 를 일렬로 나열할 때, 양쪽 끝에는 서로 다른 문자가 오는 경우의 수를 구하시오. [3점]

21.  $x$ 에 대한 방정식  $(\log_2 x)\left(\log_2 \frac{16}{x}\right) = \frac{m}{16}$ 의 해가 존재하도록 실수  $m$ 의 값의 범위를 정할 때,  $m$ 의 최대값을 구하시오. [3점]

22. 수열  $\{a_n\}$ 이

$$a_1 = 2, \quad a_n + a_{n+1} = 3n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

으로 정의된다. 이때, 두 수

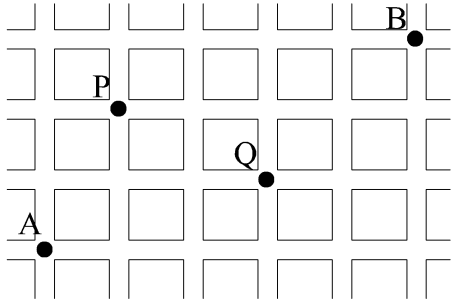
$$P = a_1 + a_3 + a_5 + a_7 + \dots + a_{19}$$

$$Q = a_2 + a_4 + a_6 + a_8 + \dots + a_{20}$$

에 대하여  $P - Q$ 의 값을 구하시오. [4점]

23. 철수와 영희는 볼링 시합에서 두 게임을 연속하여 이기는 사람이 우승하기로 하였다. 매게임마다 철수가 영희를 이길 확률이  $\frac{2}{3}$ 라고 할 때, 다섯 번째 게임에서 철수가 우승할 확률은  $\frac{q}{p}$  ( $p, q$ 는 서로소인 자연수)이다. 이때,  $\frac{q}{p}$ 의 값을 구하시오. (단, 비기는 경우는 없다.) [4점]

24. 그림과 같이 바둑판 모양의 도로망이 있다. 교차로 P와 교차로 Q를 지날 때에는 직진 또는 우회전은 할 수 있으나 좌회전은 할 수 없다고 한다. 이때, A 지점에서 B 지점까지 최단거리로 가는 방법의 수를 구하시오. [4점]



25. 오른쪽 표는 어느 달 국내 원유 수입량의 70%를 차지하는 두바이(Dubai)유의 1 배럴당 국제 가격을 일주일 간격으로 나타낸 것이다. 이 표에 있는 두바이유의 가격  $a_n$ 은 다음 관계식을 만족한다.

(가격단위 : 달러)

$n$ 째주	두바이유 가격 $a_n$
1	34.7
2	35.0
3	35.6
4	36.8
5	39.2
$\vdots$	$\vdots$

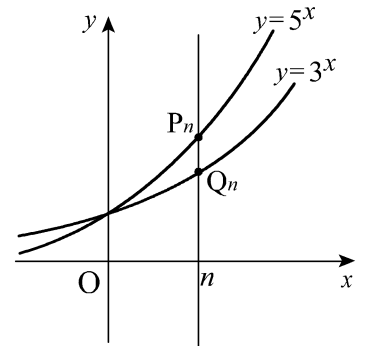
$$a_n = 34.4 + 0.3 \times b_n$$

(단,  $n$ 은 자연수)

이러한 추세로 가격이 결정될 때,  $\sum_{k=1}^8 b_k$ 의 값을 구하시오. [4점]

5지 선다형

26. 자연수  $n$ 에 대하여 두 지수 함수  $y=5^x$ ,  $y=3^x$ 의 그래프와 직선  $x=n$ 과의 교점을 각각  $P_n$ ,  $Q_n$ 이라 하자.



이때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{P_{n+1}Q_{n+1}}{P_nQ_n}$ 의 값은? [3점]

- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5

27. 동전 한 개를 두 번 던진 결과 적어도 한 번은 앞면이 나왔다고 한다. 두 번째 던진 동전이 앞면이 나왔을 확률은? [3점]

- ①  $\frac{1}{4}$
- ②  $\frac{1}{3}$
- ③
- ④  $\frac{2}{3}$
- ⑤  $\frac{3}{4}$

28. 지수함수  $f(x) = a^x$ 에 대한 <보기>의 설명 중 옳은 것을 모두 고른 것은? (단,  $a > 0, a \neq 1$ ) [3점]

< 보 기 >

ㄱ.  $f(-x) = \frac{1}{f(x)}$

ㄴ.  $f(x) = \sqrt{f(2x)}$

ㄷ.  $f(x^3) = \{f(x)\}^3$

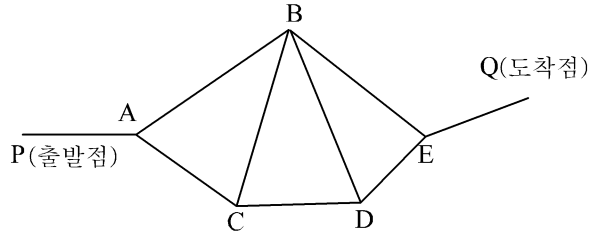
- ① ㄱ                      ② ㄴ                      ③ ㄱ, ㄴ  
 ④ ㄴ, ㄷ                ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

29. 전국 연합학력평가 후 응시생 1600 명을 임의로 추출하여 가채점 하였더니 수리영역 점수의 표준편차가 16 점이었다. 수험생 전체 수리영역의 평균점수  $m$ 을 95%의 신뢰도로 추정한 신뢰구간이  $\alpha \leq m \leq \beta$ 일 때,  $\beta - \alpha$ 의 값은?  
 (단,  $P(0 \leq Z \leq 1.96) = 0.475$ ) [4점]

- ① 0.784                ② 1.568                ③ 2.352  
 ④ 3.136                ⑤ 3.920

단답형

30. 그림과 같이 어느 지역의 5 개의 관광지를 연결하는 도로망이 있다.



어느 여행사에서는 P지점을 출발하여 A, B, C, D, E 5개 지역을 모두 방문하거나 일부 지역만을 방문하면서, 한 번 방문한 관광지는 다시 지나지 않고 Q지점에 도착하는 7가지 경우의 관광코스를 만들었다. 그리고, 한 관광지를 방문할 때마다 14,000 원씩 요금을 부과하여 각 관광코스별 관광요금을 결정하였다. 예를 들면  $P \rightarrow A \rightarrow B \rightarrow E \rightarrow Q$  관광코스의 요금은 원이다.

한 관광객이 임의로 7개의 관광코스 중 어느 하나를 선택하였을 때, 그 관광코스의 요금을 확률변수  $X$ 라고 하자. 이때, 확률변수  $\frac{X}{1000}$ 의 평균을 구하시오. [4점]

- ※ 확인 사항
- 문제지와 답안지의 해당란을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.