제 2 교시 수 리 영 역

'나'형

성명 | 수험번호 | | | | | | 3 | | | | |

- 먼저 수험생이 선택한 응시 유형의 문제지인지 확인하시오.
- 문제지에 성명과 수험 번호를 정확히 기입하시오.
- 답안지에 수험 번호, 응시 유형 및 답을 표기할 때는 반드시 '수험생이 지켜야 할 일'에 따라 표기하시오.
- 단답형 답의 숫자에 0이 포함된 경우, 0을 OMR 답안지에 반드시 표기해야 합니다.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하시오.

1. $\log_3\sqrt{6}-\dfrac{1}{2}\log_3 2$의 값은? [2점]

① $\dfrac{1}{6}$　② $\dfrac{1}{4}$　③ $\dfrac{1}{3}$　④ $\dfrac{1}{2}$　⑤ 2

2. 두 행렬 $A=\begin{pmatrix}2&5\\1&3\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}3&2\\2&1\end{pmatrix}$에 대하여 $A^{-1}B$의 모든 성분의 합은? [2점]

① 1　② 2　③ 3　④ 4　⑤ 5

3. 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여

$$2n-1<na_n<2n+4$$

를 만족할 때, $\lim_{n\to\infty}a_n$의 값은? [2점]

① 1　② 2　③ 3　④ 4　⑤ 5

4. 흰 공이 2개, 검은 공이 8개 들어있는 주머니에서 두 개의 공을 동시에 꺼낼 때, 적어도 한 개가 흰 공일 확률은? [3점]

① $\dfrac{1}{5}$　② $\dfrac{11}{45}$　③ $\dfrac{13}{45}$　④ $\dfrac{1}{3}$　⑤ $\dfrac{17}{45}$

5. 첫째항이 400, 공차가 -5인 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여

$$\frac{1}{\sqrt{a_1}+\sqrt{a_3}}+\frac{1}{\sqrt{a_3}+\sqrt{a_5}}+\cdots+\frac{1}{\sqrt{a_{59}}+\sqrt{a_{61}}}$$

의 값은? [3점]

① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

6. 함수 $f(x)=\log_3 x$에 대하여 $(f\circ f)(x)\leqq 1$을 만족하는 자연수 x의 개수는? [3점]

① 17 ② 20 ③ 23 ④ 26 ⑤ 29

7. 함수 $f(x)=2^{x^2}\times\left(\frac{1}{2}\right)^{2x-3}$의 최소값은? [3점]

① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\sqrt{2}$ ④ $2\sqrt{2}$ ⑤ 4

8. 수열 $\{a_n\}$이 $a_1=\frac{1}{3}$, $a_{n+1}=\sqrt{a_n}$을 만족할 때, $\lim_{n\to\infty}a_n$의 값은? [3점]

① 0 ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ④ 1 ⑤ 3

9. 어느 스포츠용품점에서는 운동화를 사는 고객에게 양말 또는 장갑 중 한 켤레를, 등산화를 사는 고객에게 양말과 장갑을 모두 한 켤레씩 사은품으로 주는 행사를 하였다.
다음 표는 이 행사 기간에 판매한 신발의 수와 지급한 사은품의 수를 나타낸 것이다.

<판매한 신발의 수> (단위 : 켤레)

운동화	등산화
350	250

<지급한 사은품의 수> (단위 : 켤레)

양말	장갑
400	450

양말을 사은품으로 받은 고객이 운동화를 산 고객일 확률은? (단, 두 켤레 이상의 신발을 구입한 고객은 없다.) [4점]

① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{2}{7}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{3}{8}$

10. x보다 크지 않은 최대의 정수를 $[x]$로 나타낼 때, 옳은 내용을 <보기>에서 모두 고른 것은? [3점]

< 보 기 >

ㄱ. $1 < a < 10$일 때, $[\log 100a] = 2$이다.

ㄴ. $[\log x] = 3$인 정수 x의 개수는 9×10^3이다.

ㄷ. 자연수 n에 대하여 $[\log x] = n$이면 $[\log x^2] = 2n$이다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

11. 두 이차정사각행렬 A, B에 대하여 옳은 내용을 <보기>에서 모두 고른 것은? (단, E는 단위행렬, O는 영행렬이다.) [3점]

< 보 기 >

ㄱ. $A^2 = B^2$이면 $A = B$ 또는 $A = -B$이다.

ㄴ. $A^2 = O$이면 $E + A$의 역행렬이 존재한다.

ㄷ. $A \neq E$이고 $A^2 = A$이면 A의 역행렬이 존재하지 않는다.

① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

12. $\left(x+\frac{1}{x}\right)^2 + \left(x+\frac{1}{x}\right)^3 + \left(x+\frac{1}{x}\right)^4 + \left(x+\frac{1}{x}\right)^5 + \left(x+\frac{1}{x}\right)^6$
을 전개한 식에서 x^2항의 계수는? [4점]

① 16 ② 20 ③ 24 ④ 28 ⑤ 32

13. 다항식 $x^{10}+x^9+\cdots+x^2+x+1$을 $x-1$로 나눈 몫을 $f(x)$라고 할 때, $f(x)$를 $x-2$로 나눈 나머지는? [3점]

① $2^{10}-10$ ② $2^{10}+11$ ③ $2^{11}-12$
④ $2^{11}-10$ ⑤ $2^{11}+11$

14. 수열 $\{a_n\}$을 $a_n=(n^n$의 일의 자리의 수)로 정의할 때, 옳은 내용을 <보기>에서 모두 고른 것은? [4점]

< 보 기 >

ㄱ. $a_3=7$ ㄴ. $\sum_{k=1}^{5} a_{2k}=22$ ㄷ. $a_{13}=a_{23}$

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄴ, ㄷ

15. 다음은 모든 자연수 n에 대하여 $2^{n+1}>n(n+1)+1$이 성립함을 증명한 것이다.

〈증명〉

(i) $n=1$일 때, $4>2+1$
$n=2$일 때, $8>6+1$이므로 성립한다.

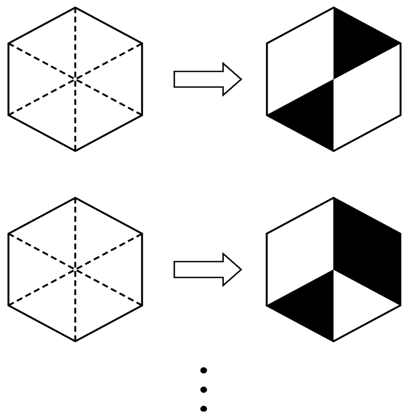
(ii) $n=k\,(k\geq 2)$일 때, $2^{k+1}>\boxed{(가)}+1$ … ㉠
이 성립한다고 가정하자.
㉠의 양변에 2를 곱하면
$2^{k+2}>2(k^2+k+1)$
이때, $2(k^2+k+1)-\boxed{(나)}=k^2-k-1$
$k\geq 2$일 때, $k^2-k-1\ \boxed{(다)}\ 0$이므로
$2^{k+2}>2(k^2+k+1)>\boxed{(나)}$
$\therefore\ 2^{k+2}>\boxed{(나)}$
따라서 $n=k+1$일 때도 성립한다.

(i), (ii)에 의하여 모든 자연수 n에 대하여
$2^{n+1}>n(n+1)+1$이 성립한다.

위의 증명에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것은? [3점]

	(가)	(나)	(다)
①	$k(k-1)$	$(k+1)(k+2)$	$<$
②	$k(k+1)$	$(k+1)(k+2)$	$>$
③	$k(k-1)$	$\{(k+1)(k+2)+1\}$	$>$
④	$k(k-1)$	$\{(k+1)(k+2)+1\}$	$<$
⑤	$k(k+1)$	$\{(k+1)(k+2)+1\}$	$>$

16. 그림과 같이 정육각형을 6등분하고 있는 정삼각형에 흰색 또는 검은색을 칠하여 정육각형을 네 부분으로 구분하려고 한다. 이때, 서로 다른 모양으로 색칠하는 방법은 모두 몇 가지인가? (단, 회전에 의하여 겹쳐지는 모양은 같은 것으로 본다.) [4점]



① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

17. 어느 양궁 종목에서 사용하는 표적지는 원의 반지름의 길이가 각각 4 cm, 8 cm, 12 cm, ⋯, 40 cm로 4 cm씩 증가하는 10개의 동심원으로 되어 있다. 표적지의 중심에서 화살이 꽂힌 곳까지의 거리를 X라고 할 때 $0 \leqq X \leqq 4$이면 10점, $4 < X \leqq 8$이면 9점, $8 < X \leqq 12$이면 8점, ⋯ , $36 < X \leqq 40$이면 1점, $X > 40$이면 0점을 득점한다.
기록에 의하면 양궁 선수 A가 화살을 쏘았을 때 표적지의 중심에서 화살이 꽂힌 곳까지의 거리는 평균 8 cm, 표준편차 2 cm인 정규분포를 따른다고 한다.
A가 12발의 화살을 쏘았을 때 8점을 득점한 화살의 개수 Y의 기대값 $\mathrm{E}(Y)$는? [4점]

<표준정규분포표>

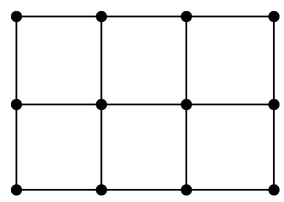
z	$P(0 \leqq Z \leqq z)$
1.0	0.3413
2.0	0.4772
3.0	0.4987

① 4.0956 ② 4.9112 ③ 5.7264
④ 5.8554 ⑤ 5.9844

단답형(18 ~ 25)

18. $\sqrt{\dfrac{9^7+3^{10}}{9^4+3^4}}$ 의 값을 구하시오. [3점]

19. 그림과 같이 한 변의 길이가 1인 정사각형 6개를 붙여놓은 도형이 있다. 12개의 꼭지점 중에서 임의의 두 점을 연결한 선분의 길이가 무리수일 확률이 $\dfrac{a}{b}$일 때, $a+b$의 값을 구하시오. (단, a, b는 서로소인 자연수이다.)[3점]



20. 실수 x, y에 대한 연립방정식

$$\begin{pmatrix} a & b \\ 0 & 4a \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{10}{a} & \frac{8}{b} \\ b & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

가 $x=y=0$ 이외의 해를 가질 때, 두 양수 a, b의 곱 ab의 최대값을 구하시오. [3점]

21. 정육면체 모양의 주사위를 90번 던져 3의 배수의 눈이 나오는 횟수를 확률변수 X라고 할 때, 확률변수 X^2의 평균 $\mathrm{E}(X^2)$의 값을 구하시오. [3점]

22. 다음은 확률변수 X의 확률분포가

$$\mathrm{P}(X=k)=\frac{1}{10}+(-1)^k p \quad (k=1,\ 2,\ 3,\ \cdots,\ 2n)$$

인 확률변수 X의 확률분포표이다.

X	1	2	3	$\cdots$	$2n$	계
$\mathrm{P}(X=k)$	$\frac{1}{10}-p$	$\frac{1}{10}+p$	$\frac{1}{10}-p$	$\cdots$	$\frac{1}{10}+p$	1

확률변수 X의 기대값이 $\mathrm{E}(X)=\frac{23}{4}$ 일 때, $\frac{1}{p}$ 의 값을 구하시오.

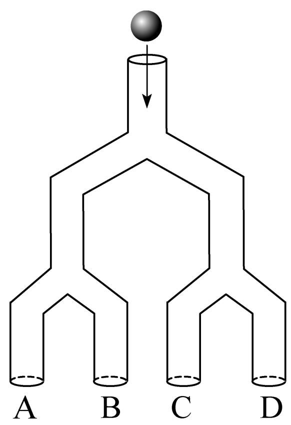
(단, $0<p<\frac{1}{10}$ 이고, n은 자연수이다.) [4점]

23. 아래에서 제 n 행은 n의 양의 약수를 나열한 것이다.
제1행부터 제20행까지 나열된 수의 개수를 구하시오. [4점]

제1행	1								
제2행	1	2							
제3행	1		3						
제4행	1	2		4					
제5행	1				5				
제6행	1	2	3			6			
제7행	1						7		
제8행	1	2		4				8	
⋮				⋮					

24. 집합 $X=\{-2,\ -1,\ 0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4\}$에서 원소가 3개인 모든 부분집합을 각각 $A_1, A_2, \dots, A_n$이라고 하자.
집합 A_k $(k=1,\ 2,\ 3,\ \cdots,\ n)$의 모든 원소들의 합을 S_k라고 할 때, $S_1+S_2+\ \dots\ +S_n$의 값을 구하시오. [4점]

25. 오른쪽 그림은 어떤 오락기를 단순화하여 그린 것이다. 이 오락기는 입구에 공을 넣으면 A, B, C, D 중 어느 한 곳을 지나면서 그 위치의 꺼져 있는 전등은 켜지고, 켜져 있는 전등은 꺼지도록 되어 있다.
예를 들어 전구가 모두 꺼진 상태에서 공을 두 번 넣어 두 번 모두 A를 지나면 A위치의 전등은 켜졌다 꺼지고, 각각 A, B를 지나면 A, B 두 위치에 있는 전등은 모두 켜지게 된다. 이와 같이 공이 지날 때마다 전등이 켜지거나 꺼지기를 반복하다가 A, B, C, D 네 곳 모두 전등이 켜지면 게임은 끝난다.



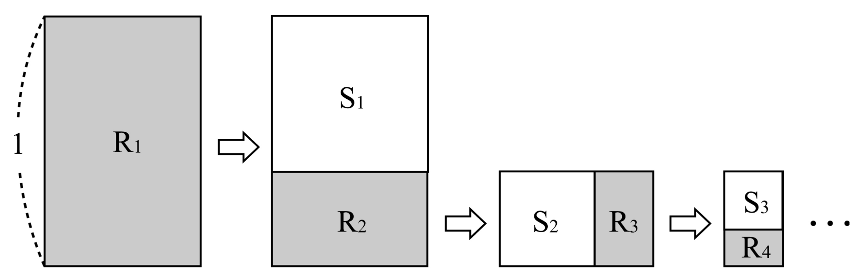
여섯 번째 공을 넣었을 때 이 게임이 끝나게 될 확률을 $\frac{a}{b}$ (a, b는 서로소인 자연수)라고 하자. 이때, $a+b$의 값을 구하시오. (단, 처음 상태는 전등이 모두 꺼져 있으며, 갈림길에서 양쪽 방향으로 공이 지나갈 확률은 서로 같다.) [4점]

오지선다형(26~29)

26. 행렬 $A=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 1 & \frac{1}{3}\end{pmatrix}$에 대하여 $A^n=\begin{pmatrix}a_n & b_n\\ c_n & d_n\end{pmatrix}$일 때, $\lim_{n\to\infty} c_n$의 값은? [3점]

① $\frac{3}{2}$ ② $\frac{5}{3}$ ③ 2 ④ $\frac{7}{3}$ ⑤ $\frac{5}{2}$

27. 직사각형 중에서 짧은 변을 한 변으로 하는 정사각형을 잘라내고 남은 직사각형이 처음의 직사각형과 서로 닮음이 되는 것을 황금직사각형이라고 한다.
그림과 같이 긴 변의 길이가 1인 황금직사각형 R_1에서 짧은 변을 한 변으로 하는 정사각형 S_1을 잘라내고 남은 직사각형을 R_2, 직사각형 R_2에서 정사각형 S_2를 잘라내고 남은 직사각형을 R_3이라고 하자. 이와 같은 방법으로 직사각형 R_4, R_5, R_6, $\cdots$을 한없이 만들어 간다.
직사각형 R_n $(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$의 둘레의 길이 l_n에 대하여 $\sum_{n=1}^{\infty} l_n = k\,l_1$일 때, 상수 k의 값은? [4점]



① $\frac{3-\sqrt{5}}{2}$ ② $\frac{3+\sqrt{5}}{2}$ ③ $\frac{5-\sqrt{5}}{2}$
④ $3-\sqrt{5}$ ⑤ $3+\sqrt{5}$

28. $0 < a < b < c < 1$을 만족하는 세 실수 a, b, c에 대하여

$$A = a^a b^b c^c,\ B = a^a b^c c^b,\ C = a^b b^c c^a$$

이라고 하자. 이때, A, B, C의 대소 관계로 옳은 것은? [4점]

① $C < B < A$ ② $B < C < A$ ③ $C < A < B$
④ $A < C < B$ ⑤ $B < A < C$

29. 통계청에서 발표한 산업별 종사자 수에 대한 자료에 의하면 우리나라의 농업 또는 임업에 종사하는 인구는 2000년 초 216만 명에서 전년도 대비 매년 일정한 비율로 감소하여 2005년 초에는 2000년 초에 비하여 20% 감소되었다고 한다.
이러한 감소 추세가 계속된다고 할 때, 우리나라의 농업 또는 임업에 종사하는 인구가 2000년 초에 비하여 처음으로 절반 이하가 되는 해는 몇 년 초인가? (단, $\log 2 = 0.3010$이다.) [4점]

① 2013년 ② 2016년 ③ 2019년
④ 2022년 ⑤ 2025년

단답형(30)

30. 16명의 선수가 출전한 씨름대회에서 2명씩 8개의 조를 편성하여 조별로 한 번씩 경기를 하여 승부를 가린 후, 이긴 선수는 이긴 선수끼리 2명씩 4개 조로 경기를 하여 8위 이상의 순위를 정하고, 진 선수는 진 선수끼리 2명씩 4개 조를 편성하여 9위 이하의 순위를 정한다. 이와 같은 방식으로 경기를 하여 1위부터 16위의 순위가 결정될 때까지 치러야 하는 총 경기 수를 구하시오. (단, 무승부는 없다.) [4점]

※ 확인 사항
○ 문제지와 답안지의 해당란을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.