

제 2 교시

수학 영역(가형)

5지선다형

1. 두 다항식 $A=3x^2-x+5$, $B=x^2-2x-3$ 에 대하여 $A-B$ 를 간단히 하면? [2점]

- ① x^2-3x+8 ② x^2-x+2 ③ $2x^2-3x+2$
- ④ $2x^2-x+2$ ⑤ $2x^2+x+8$

2. $(2-3i)+i(-1+4i)$ 의 값은? (단, $i=\sqrt{-1}$ 이다.) [2점]

- ① $-4-2i$ ② $-2-4i$ ③ $-2+4i$
- ④ $2-4i$ ⑤ $2+4i$

3. $\log_6 3 + \log_6 12$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2 ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

4. 두 함수 $f(x)=2x+1$, $g(x)=3x-1$ 에 대하여 $(f \circ g)(1)$ 의 값은? [3점]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

5. 이차방정식 $x^2+2x+4=0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha^2+\beta^2$ 의 값은? [3점]

- ① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

6. 공차가 3인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_4=14$ 일 때, a_{10} 의 값은? [3점]

- ① 32 ② 33 ③ 34 ④ 35 ⑤ 36

7. $0 \leq x \leq 3$ 에서 정의된 이차함수 $f(x)=x^2-4x+a$ 의 최댓값이 12일 때, $f(x)$ 의 최솟값은? (단, a 는 상수이다.) [3점]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

8. 유리함수 $f(x)=\frac{ax+1}{x+b}$ 의 그래프의 점근선의 방정식이

$x=2, y=3$ 일 때, $f(4)$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.) [3점]

- ① 6 ② $\frac{13}{2}$ ③ 7 ④ $\frac{15}{2}$ ⑤ 8

수학 영역(가형)

3

9. 다항식 $2x^3 - 3x^2 - 12x - 7$ 을 인수분해하면 $(x+a)^2(bx+c)$ 일 때, $a+b+c$ 의 값은? (단, a, b, c 는 상수이다.) [3점]

- ① -6 ② -5 ③ -4 ④ -3 ⑤ -2

10. 좌표평면에서 원 $(x+1)^2 + (y+2)^2 = 9$ 를 x 축의 방향으로 3만큼, y 축의 방향으로 a 만큼 평행이동한 원을 C 라 하자. 원 C 의 넓이가 직선 $3x+4y-7=0$ 에 의하여 이등분되도록 하는 상수 a 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{3}{4}$ ③ $\frac{5}{4}$ ④ $\frac{7}{4}$ ⑤ $\frac{9}{4}$

11. 전체집합 $U = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 두 부분집합

$$A = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}, B = \{2, 3, 5, 7\}$$

에 대하여 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

[3점]

< 보 기 >

ㄱ. $5 \notin A \cap B$

ㄴ. $n(B - A) = 2$

ㄷ. U 의 부분집합 중 집합 $A \cup B$ 와 서로소인 집합의 개수는 16이다.

① ㄱ

② ㄷ

③ ㄱ, ㄴ

④ ㄴ, ㄷ

⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

12. 좌표평면에서 연립부등식

$$\begin{cases} x^2 + y^2 \leq 4 \\ y \geq -\sqrt{3}x \\ y \geq \sqrt{3}x - 2\sqrt{3} \end{cases}$$

이 나타내는 영역의 넓이는? [3점]

① $\frac{2}{3}\pi + \sqrt{3}$

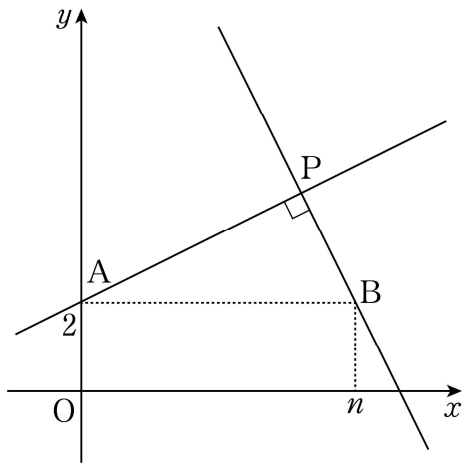
② $\frac{2}{3}\pi + 2\sqrt{3}$

③ $\pi + \sqrt{3}$

④ $\frac{4}{3}\pi + \sqrt{3}$

⑤ $\frac{4}{3}\pi + 2\sqrt{3}$

[13~14] 자연수 n 에 대하여 좌표평면에서 점 $A(0, 2)$ 를 지나는 직선과 점 $B(n, 2)$ 를 지나는 직선이 서로 수직으로 만나는 점을 P 라 하자. 13번과 14번의 두 물음에 답하시오.



13. 점 P 의 좌표가 $(4, 4)$ 일 때, 삼각형 ABP 의 무게중심의 좌표를 (a, b) 라 하자. $a+b$ 의 값은? [3점]

- ① 5 ② $\frac{17}{3}$ ③ $\frac{19}{3}$ ④ 7 ⑤ $\frac{23}{3}$

14. 점 P 가 나타내는 도형의 넓이를 a_n 이라 할 때, $\sum_{n=1}^8 a_n$ 의 값은? [4점]

- ① 51π ② 53π ③ 55π ④ 57π ⑤ 59π

6

수학 영역(가형)

15. 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n a_k = \log n$$

을 만족시킨다. $10^{a_n} = 1.04$ 일 때, n 의 값은? [4점]

- ① 24 ② 25 ③ 26 ④ 27 ⑤ 28

16. 세 조건 p, q, r 의 진리집합을 각각

$$P = \{3\}, Q = \{a^2 - 1, b\}, R = \{a, ab\}$$

라 하자. p 는 q 이기 위한 충분조건이고, r 는 p 이기 위한 필요조건일 때, $a+b$ 의 최솟값은? (단, a, b 는 실수이다.)

[4점]

- ① $-\frac{3}{2}$ ② -2 ③ $-\frac{5}{2}$ ④ -3 ⑤ $-\frac{7}{2}$

17. 약물을 투여한 후 약물의 흡수율을 K , 배설률을 E , 약물의 혈중농도가 최고치에 도달하는 시간을 T (시간)라 할 때, 다음과 같은 관계식이 성립한다고 한다.

$$T = c \times \frac{\log K - \log E}{K - E} \quad (\text{단, } c \text{는 양의 상수이다.})$$

흡수율이 같은 두 약물 A, B 의 배설률은 각각 흡수율의 $\frac{1}{2}$ 배, $\frac{1}{4}$ 배이다. 약물 A 를 투여한 후 약물 A 의 혈중농도가 최고치에 도달하는 시간이 3시간일 때, 약물 B 를 투여한 후 약물 B 의 혈중농도가 최고치에 도달하는 시간은 a (시간)이다. a 의 값은?

[4점]

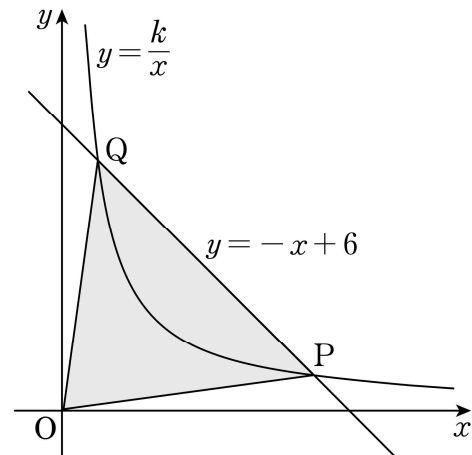
- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

18. 그림과 같이 유리함수 $y = \frac{k}{x}$ ($k > 0$)의 그래프가

직선 $y = -x + 6$ 과 두 점 P, Q 에서 만난다.

삼각형 OPQ 의 넓이가 14일 때, 상수 k 의 값은?

(단, O 는 원점이다.) [4점]



- ① $\frac{32}{9}$ ② $\frac{34}{9}$ ③ 4 ④ $\frac{38}{9}$ ⑤ $\frac{40}{9}$

19. 모든 항이 양수인 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n a_k = \frac{a_n^2 + 1}{2a_n}$$

을 만족시킨다. 다음은 일반항 a_n 이

$$a_n = \sqrt{n} - \sqrt{n-1} \quad \dots (*)$$

임을 수학적 귀납법을 이용하여 증명한 것이다.

(i) $n=1$ 일 때,

$$a_1 = \frac{a_1^2 + 1}{2a_1} \text{ 에서 } a_1 > 0 \text{ 이므로 (좌변)} = a_1 = 1,$$

$$\text{(우변)} = 1 - 0 = 1$$

이다. 따라서 $n=1$ 일 때 (*)이 성립한다.

(ii) $n=m$ 일 때 (*)이 성립한다고 가정하면

$$a_m = \sqrt{m} - \sqrt{m-1} \text{ 이므로}$$

$$\sum_{k=1}^{m+1} a_k = \sum_{k=1}^m a_k + a_{m+1}$$

$$= \sum_{k=1}^m (\sqrt{k} - \sqrt{k-1}) + a_{m+1}$$

$$= \boxed{\text{(가)}} + a_{m+1}$$

이다. 이때

$$\frac{a_{m+1}^2 + 1}{2a_{m+1}} = \boxed{\text{(가)}} + a_{m+1}$$

즉,

$$a_{m+1}^2 + \boxed{\text{(나)}} \times a_{m+1} - 1 = 0$$

이고, $a_{m+1} > 0$ 이므로

$$a_{m+1} = \sqrt{m+1} - \sqrt{m}$$

이다. 따라서 $n=m+1$ 일 때도 (*)이 성립한다.

(i), (ii)에 의하여 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_n = \sqrt{n} - \sqrt{n-1} \text{ 이다.}$$

위의 (가)와 (나)에 알맞은 식을 각각 $f(m)$, $g(m)$ 이라 할 때, $f(49)+g(16)$ 의 값은? [4점]

- ① 11 ② 13 ③ 15 ④ 17 ⑤ 19

20. 두 집합

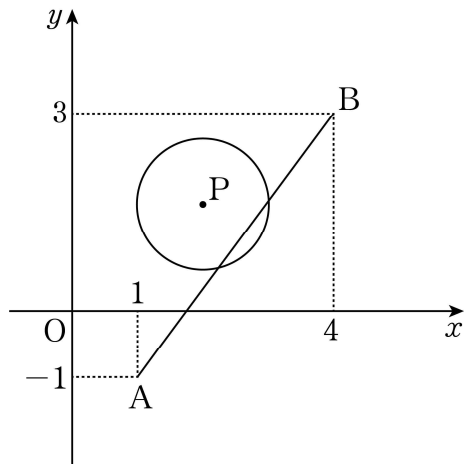
$$A = \{(x, y) \mid y \leq 2 - x^2\}$$

$$B = \{(x, y) \mid a \leq x \leq y \leq a+1\}$$

에 대하여 $A \cap B = B$ 를 만족시키는 실수 a 의 최솟값은? [4점]

- ① $\frac{-2-3\sqrt{5}}{2}$ ② $\frac{-1-3\sqrt{5}}{2}$ ③ $\frac{-1-2\sqrt{5}}{2}$
 ④ $\frac{-2-\sqrt{5}}{2}$ ⑤ $\frac{-1-\sqrt{5}}{2}$

21. 좌표평면에 두 점 A(1, -1), B(4, 3)이 있다. 반지름의 길이가 1이고 선분 AB와 만나는 원의 중심을 P라 할 때, 선분 OP의 길이의 최댓값은 M, 최솟값은 m이다. M+m의 값은? (단, O는 원점이다.) [4점]



- ① $\frac{61}{10}$ ② $\frac{31}{5}$ ③ $\frac{63}{10}$ ④ $\frac{32}{5}$ ⑤ $\frac{13}{2}$

단답형

22. 다항식 $x^2 - x + 4$ 를 $x - 3$ 으로 나눈 나머지를 구하시오. [3점]

23. 무리함수 $y = \sqrt{ax + b}$ 의 역함수의 그래프가 두 점 (2, 0), (5, 7)을 지날 때, $a + b$ 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 상수이다.) [3점]

24. 이차함수 $f(x)$ 에 대하여 $f(1)=8$ 이고 부등식 $f(x) \leq 0$ 의 해가 $-3 \leq x \leq 0$ 일 때, $f(4)$ 의 값을 구하시오. [3점]

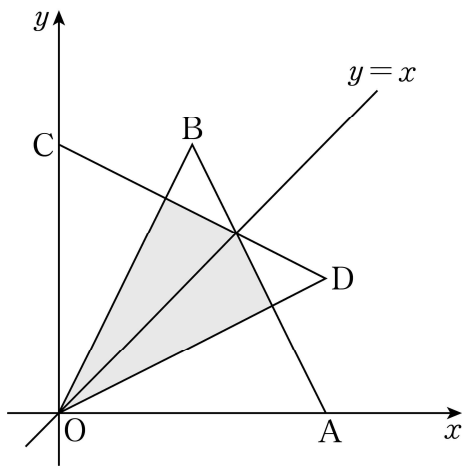
25. 실수 a 에 대하여 $9^a = 8$ 일 때, $\frac{3^a - 3^{-a}}{3^a + 3^{-a}}$ 의 값을 $\frac{q}{p}$ 라 하자.

$p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.)

[3점]

26. 어느 학교 학생 200명을 대상으로 두 체험 활동 A, B를 신청한 학생 수를 조사하였더니 체험 활동 A를 신청한 학생은 체험 활동 B를 신청한 학생보다 20명이 많았고, 어느 체험 활동도 신청하지 않은 학생은 하나 이상의 체험 활동을 신청한 학생보다 100명이 적었다. 체험 활동 A만 신청한 학생 수의 최댓값을 구하시오. [4점]

27. 그림과 같이 좌표평면에서 두 점 $A(2, 0)$, $B(1, 2)$ 를 직선 $y=x$ 에 대하여 대칭이동한 점을 각각 C , D 라 하자. 삼각형 OAB 및 그 내부와 삼각형 ODC 및 그 내부의 공통부분의 넓이를 S 라 할 때, $60S$ 의 값을 구하시오. (단, O 는 원점이다.)
[4점]



28. 두 함수 $f(x)=k(x-1)$, $g(x)=2x^2-3x+1$ 에 대하여 함수

$$h(x) = \begin{cases} f(x) & (f(x) \geq g(x)) \\ g(x) & (f(x) < g(x)) \end{cases}$$

가 다음 조건을 만족시킬 때, 상수 k 의 값을 구하시오. [4점]

- (가) 세 수 $h(2)$, $h(3)$, $h(4)$ 는 이 순서대로 등차수열을 이룬다.
 (나) 세 수 $h(3)$, $h(4)$, $h(5)$ 는 이 순서대로 등비수열을 이룬다.

29. 2 이상의 자연수 n 에 대하여 좌표평면에서 한 변의 길이가 1인 정사각형이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 네 꼭짓점의 x 좌표와 y 좌표는 모두 자연수이다.

(나) 네 꼭짓점은 모두 부등식

$$\frac{y-10}{4} \leq x \leq n$$

이 나타내는 영역에 포함된다.

서로 다른 정사각형의 개수를 a_n 이라 할 때, $a_2 + a_6$ 의 값을 구하시오. [4점]

30. x 에 대한 삼차방정식 $ax^3 + 2bx^2 + 4bx + 8a = 0$ 이 서로 다른 세 정수를 근으로 갖는다. 두 정수 a, b 가 $|a| \leq 50, |b| \leq 50$ 일 때, 순서쌍 (a, b) 의 개수를 구하시오. [4점]

※ 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.