2004학년도 10월 고3

전국연합학력평가 정답 및 해설 (1 ~ 4교시)

• 2교시 수리 영역 •

"가형" 정답

1	③	2	①	3	④	4	⑤	5	②
6	③	7	①	8	②	9	②	10	④
11	④	12	⑤	13	①	14	⑤	15	③
16	⑤	17	①	18	32	19	24	20	18
21	51	22	106	23	90	24	46	25	3

해 설

1. [출제의도] 로그의 계산을 할 수 있는가를 묻는 문제이다.

(주어진 식) $= \log_2 \frac{8}{5} + \log_2 \frac{5}{2} = \log_2 \frac{8}{2}$

$= 2$

2. [출제의도] $\sum$의 정의를 알고 계산을 할 수 있는가를 묻는 문제이다.

(주어진 식) $= 3^2 + 4^2 + 5^2 + \cdots + 12^2$

$= \frac{12 \times 13 \times 25}{6} - (1^2 + 2^2) = 645$

3. [출제의도] 행렬의 연산을 할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$A^2 + AB = A(A+B) = A \cdot (2E) = 2A$

$= \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 6 & 8 \end{pmatrix}$ 이므로 구하는 모든 성분의 합은 20 이다.

4. [출제의도] 변환된 확률변수의 평균을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$\mathrm{E}(Y) = \frac{1}{2}\mathrm{E}(X) + 5 = 30$ 이므로 $\mathrm{E}(X) = 50$

5. [출제의도] 미분가능성을 이해할 수 있는가를 묻는 문제이다.

ㄱ. $\lim_{h \to +0} \frac{f(0+h) - f(0)}{h} = 1$,

$\lim_{h \to -0} \frac{f(0+h) - f(0)}{h} = -1$

이므로 $f(x)$는 $x = 0$에서 미분가능하지 않다.

ㄴ. $g(x)$는 $x = 0$에서 연속이고,

이므로 는 에서 미분가능하다.

ㄷ. 는 에서 불연속이므로 에서 미분가능하지 않다.

6. [출제의도] 도함수의 그래프에서 부정적분을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

에 서 (∵)

∴ (∵)

삼차방정식 ,

이 서로 다른 세 실근을 가지려면 이차방정식 $x^2 + 4(k-3) = 0$이 0이 아닌 서로 다른 두 실근을 가져야 한다. $k \neq 3$ 이고 $\frac{D}{4} = 0 - 4(k-3) > 0$

이어야 하므로 $k < 3$

<다른 풀이>

도함수 $y = f'(x)$의 그래프가 y축 대칭이고 $f(0) = 0$ 이므로 $f(x)$의 그래프는 원점대칭이다. 이때, 원점에서의 접선의 기울기는 $f'(0) = 3$ 이므로 곡선 $y = f(x)$와 직선 $y = kx$가 서로 다른 세 점에서 만나려면 $k < 3$ 이어야 한다.

7. [출제의도] 순환소수를 구하여 무한급수의 합을 계산할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{2^n} = \frac{1}{2} + \frac{2}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \frac{2}{2^4} + \cdots$

$= 2 \cdot \frac{1}{2} + 2 \cdot \frac{1}{2^3} + 2 \cdot \frac{1}{2^5} + \cdots$

$= \frac{1}{1 - \frac{1}{4}} = \frac{4}{3}$

8. [출제의도] 행렬과 직선과의 관계를 이해하고, 기울기를 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

행렬 $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}$에 대응하는 직선의 기울기는 $\frac{2-1}{5-2} = \frac{1}{3}$ 이다.

ㄱ. $2\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}$에 대응하는 직선의 기울기는

$\frac{2(2-1)}{2(5-2)} = \frac{1}{3}$

ㄴ. $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 6 & 4 \end{pmatrix}$에 대응하는 직선의 기울기는 $\frac{4-3}{6-3} = \frac{1}{3}$

ㄷ. $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ -5 & 2 \end{pmatrix}$에 대응하는 직선의 기울기는 $\frac{2-1}{-5+2} = -\frac{1}{3}$

9. [출제의도] 합성함수의 연속성을 알아낼 수 있는가를 묻는 문제이다.

합성함수 가 $x = 0$에서 연속이면 구간 $[-2, 2]$에서 연속 $(g \circ f)(x)$이다.

따라서 $\lim_{x \to 0} g(f(x)) = g(f(0))$가 성립해야 한다.

이때, $\lim_{x \to +0} g(f(x)) = g(-1)$,

$\lim_{x \to -0} g(f(x)) = g(1)$, $g(f(0)) = g(0)$ 이므로

$g(-1) = g(1) = g(0)$이어야 한다.

이때, $g(-1) = g(1) = g(0)$을 만족하는 함수 $g(x)$는 ㄴ뿐이다.

10. [출제의도] 로그의 성질과 그래프를 이용하여 대소관계를 알아낼 수 있는가를 묻는 문제이다.

$q = \frac{n \log_{10} a + m \log_{10} b}{m+n} = \frac{\log_{10} a^n b^m}{m+n}$

그런데 그림에서 이므로

11. [출제의도] 수학적귀납법을 이용하여 이항정리를 증명할 수 있는가를 묻는 문제이다.

(가), (나)에 알맞은 식은 순서대로

, 이다.

12. [출제의도] 주어진 정의를 이해하여 추론할 수 있는가를 묻는 문제이다.

ㄱ. 홀수 은 번째에 지워지므로

${}_nA_k = n$ 이면 $k = \frac{n+1}{2}$ 이다. (참)

ㄴ. (반례) $n = 6$ 이면 이므로 $k \neq \frac{n}{2} + 1$ 이다. (거짓)

ㄷ. 자연수 n이 맨 마지막까지 남아있기 위해서는 한 바퀴째에는 $1, 3, 5, \cdots$이 지워지므로 은 짝수이어야 한다. 두 바퀴째에는 이 지워지므로 n은 4의 배수이어야 한다. 세 바퀴째에는 $4, 12, 20, \cdots$이 지워지므로 은 의 배수이어야 한다. $\cdots$

따라서 $n = 2^m$ (m은 자연수)꼴이어야 한다. (참)

13. [출제의도] 벡터의 내적을 계산하여 부등식의 영역의 넓이를 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$\overrightarrow{\mathrm{PA}} = (2-x, -y)$,

이므로 $\overrightarrow{\mathrm{PA}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{PB}} = x^2 - 2x + y^2 - 2y \leq 0$

$\therefore (x-1)^2 + (y-1)^2 \leq 2$ ㉠

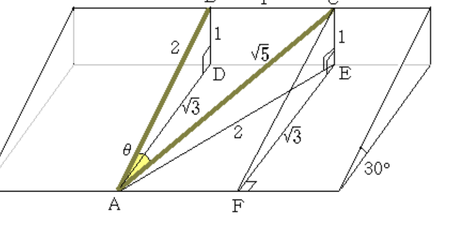
$\overrightarrow{\mathrm{OP}} \cdot (\overrightarrow{\mathrm{OA}} + \overrightarrow{\mathrm{OB}}) = (x, y) \cdot (2, 2)$

$= 2x + 2y \leq 4 \quad \therefore x + y \leq 2$ ㉡

㉠, ㉡에서 점 P가 나타내는 영역은 오른쪽 그림의 색칠한 부분이다. 따라서 구하는 영역의 넓이는

$\frac{1}{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \pi = \pi$

14. [출제의도] 경사도의 정의를 이해하고 활용할 수 있는가를 묻는 문제이다.



그림과 같이 두 직선도로 위의 두 점 , 을 $\overline{\mathrm{B'D}} = \overline{\mathrm{C'E}} = 1$이 되도록 잡으면 두 직선도로의 경사도가 각각 $\frac{1}{\sqrt{3}}$, $\frac{1}{2}$ 이므로

$\overline{\mathrm{AD}} = \sqrt{3}$, ,

$\angle \mathrm{AB'C'} = \angle \mathrm{ADE} = 90°$

따라서 $\overline{\mathrm{AB'}} = 2$, $\overline{\mathrm{AC'}} = \sqrt{5}$ 이다.

이때, $\overline{\mathrm{B'C'}} = 1$ 이므로

15. [출제의도] 입체의 부피를 정적분으로 나타낼 수 있는가를 묻는 문제이다.

그릇의 바닥면으로부터의 높이가 인 곳까지 물을 채웠을 때 수면의 반지름의 길이는 이므로 수면의 넓이는 이다. 따라서 그릇에 가득 담긴 물의 부피는 이다.

16. [출제의도] 주어진 조건을 만족하는 확률을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

두더지 인형이 두 번 나오는 경우의 수는 25(가지)이고, 이 중에서 두더지가 나온 두 정사각형이 이웃하는 경우의 수는 8(가지)이므로 구하는 확률은 이다.

17. [출제의도] 규칙성을 찾아 무한급수의 합을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

지급되는 장학금의 총액의 극한값은 첫째항이 $14\times\frac{6}{5}\times\frac{2}{5}$, 공비가 $\frac{6}{5}\times\frac{3}{5}$ 인 무한등비급수이므로 $\frac{14\times\frac{6}{5}\times\frac{2}{5}}{1-\frac{6}{5}\times\frac{3}{5}} = \frac{\frac{14\times12}{25}}{1-\frac{18}{25}} = 24$ (억 원)

18. [출제의도] 벡터의 연산을 할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$2\vec{a}-2\vec{b}=\vec{c}$ 이므로 $(4-2x,\ 8)=(-4,\ y)$

따라서 $x=4$, $y=8$ 이므로 $xy=32$

19. [출제의도] 함수의 극한을 계산할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$f(x)=\frac{1}{2}(x-1)(x+k)$ (k는 상수)이므로

$\lim_{x\to1}\frac{f(x)}{x-1} = \lim_{x\to1}\frac{x+k}{2} = \frac{1+k}{2}=1$

에서 $k=1$이므로 $f(x)=\frac{1}{2}(x-1)(x+1)$

∴ $f(7)=24$

20. [출제의도] 포물선의 초점을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

포물선 $(x-1)^2=4y$의 초점 F_1의 좌표는 $F_1(0+1,1)$ 즉, $F_1(1,1)$ 이다.

포물선 $(y+2)^2=-8x$ 초점 F_2의 좌표는 $F_2(-2,0-2)$ 즉, $F_2(-2,-2)$ 이다.

∴ $\overline{F_1F_2}^2 = 3^2+3^2 = 18$

21. [출제의도] 평균변화율의 값을 추론할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$\frac{f(n+1)-f(n)}{n+1-n}=n+1$에서 $f(n+1)-f(n)=n+1$

따라서 함수 $y=f(x)$의 구간 $[1,100]$에서의 평균변화율은

$\frac{f(100)-f(1)}{100-1}$

$=\frac{\{f(100)-f(99)\}+\{f(99)-f(98)\}+\cdots+\{f(2)-f(1)\}}{99}$

$=\frac{100+99+\cdots+2}{99} = \frac{5049}{99} = 51$

22. [출제의도] 벡터의 내적을 성질을 이해하고 활용할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{AB'}$인 점 B′에 대하여

$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AB'}$

점 B에서 평면 ACD에 내린 수선의 발을 E, 점 E에서 선분 AB′에 내린 수선의 발을 F라 하면 삼수선의 정리에 의해 $\overline{BF}\perp\overline{AB'}$이다.

$\cos(\angle BAE)=\frac{3}{5}$ 이므로 $\overline{BE}=\frac{9}{5}$, $\overline{AF}=\frac{27}{25}$

$\cos(\angle BAB')=\frac{\overline{AF}}{\overline{AB}}=\frac{9}{25}$

∴ $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AB'}$

$=\overline{AB}\cdot\overline{AB'}\cdot\cos(\angle BAB')=\frac{81}{25}$

∴ $a+b=25+81=106$

23. [출제의도] 타원의 정의를 이해하여 활용할 수 있는가를 묻는 문제이다.

타원 의 두 초점의 좌표는 , 장축의 길이는 이다. 이때,

이므로

+

24. [출제의도] 조건을 만족하는 경우의 수를 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

에서 까지 가는 최단경로의 수는

이 중에서 점 P에서 좌회전을 하는 최단경로의 수는 1(가지)이고, 점 Q에서 좌회전을 하는 최단경로의 수는 $\frac{3!}{2!}\times\frac{3!}{2!}=9$(가지)이다. 따라서 구하는 경우의 수는 $56-1-9=46$(가지)이다.

25. [출제의도] 분수방정식을 세우고 그 방정식을 풀 수 있는가를 묻는 문제이다.

직선궤도에서의 속도를 v(m/초)라 하면

$\frac{1200}{v}+\frac{10}{v-2}=410$

양변에 $v(v-2)$를 곱하여 정리하면

$(v-3)(41v-80)=0$ ∴ $v=3$ (∵ $v>2$)

미분과 적분

26	②	27	③	28	④	29	②	30	12

26. [출제의도] 초월함수의 극한을 계산할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$\lim_{x\to0}\frac{e^x-1}{\sin x} = \lim_{x\to0}\frac{e^x-1}{x}\cdot\lim_{x\to0}\frac{x}{\sin x} = 1$

27. [출제의도] 삼각함수의 정적분을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$\frac{1}{n}\sin x=\frac{1}{n+1}\sin x$에서 $\sin x=0$ ∴ $x=0,\pi$

$S_n=\int_0^{\pi}\left(\frac{1}{n}\sin x-\frac{1}{n+1}\sin x\right)dx$

$=2\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}\right)$

∴ $\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}S_k=\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}2\left(\frac{1}{k}-\frac{1}{k+1}\right)$

$=\lim_{n\to\infty}2\left(1-\frac{1}{n+1}\right)=2$

<참고> 구하는 값은 $0\le x\le\pi$에서 곡선 $y=\sin x$와 x축으로 둘러싸인 도형의 넓이와 같다.

28. [출제의도] 로그미분법을 이용하여 함수의 증가·감소를 알아낼 수 있는가를 묻는 문제이다.

$f(x)=x^{\frac{1}{x}}$ $(x>0)$의 양변에 로그를 취하면

$\ln f(x)=\ln x^{\frac{1}{x}}=\frac{1}{x}\ln x$

양변을 미분하면 $\frac{f'(x)}{f(x)}=\frac{1-\ln x}{x^2}$

∴ $f'(x)=\frac{1-\ln x}{x^2}x^{\frac{1}{x}}$

따라서 $x>e$일 때 $f'(x)<0$ 이므로 $f(x)$는 감소한다. ……(가)

∴ $f(2004)>f(2005)$ ……(나)

∴ $2004^{2005}>2005^{2004}$ ……(다)

29. [출제의도] 삼각함수의 미분을 이용하여 최소값을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

새로운 도로와 기존 도로 PA, PB가 만나는 점을 각각 C, D라 하고 마을을 점 Q라 하면

$\overline{CD}=\overline{QC}+\overline{QD}=\frac{16}{\sin\Theta}+\frac{2}{\cos\Theta}$

$f(\Theta)=\frac{16}{\sin\Theta}+\frac{2}{\cos\Theta}$라 놓으면

$f'(\Theta)=-\frac{16\cos\Theta}{\sin^2\Theta}+\frac{2\sin\Theta}{\cos^2\Theta}=0$ 에서

$16\cos^3\Theta-2\sin^3\Theta=0$, $\tan^3\Theta=8$ ∴

이때 는 최소이므로 새로운 직선도로의 길이가 최소가 되기 위한 의 값은 이다.

30. [출제의도] 삼각함수의 덧셈정리를 알고 활용할 수 있는가를 묻는 문제이다.

라 놓으면

위 식을 정리하면 이므로 구하는 의 값의 곱은 이다.

확률과 통계

26	②	27	③	28

26. [출제의도] 줄기와 잎 그림을 이해할 수 있는가를 묻는 문제이다.

ㄷ. 27명의 왕들의 평균수명은 세이다. (거짓)

27. [출제의도] 조건부확률을 계산할 수 있는가를 묻는 문제이다.

(i) A에 흰 공 3개, B에 검은 공 개를 담을 때, B 상자에서 흰 공을 꺼낼 확률은

(ii) A에 흰 공 2개와 검은 공 개, B에 흰 공 1개와 검은 공 1개를 담을 때, B 상자에서 흰 공을 꺼낼 확률은 $\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}+\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{5}{9}$

(iii) A에 흰 공 1개와 검은 공 개, B에 흰 공 2개를 담을 때, B 상자에서 흰 공을 꺼낼 확률은 $\frac{1}{3}\times\frac{3}{3}+\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}=\frac{7}{9}$

(i), (ii), (iii)에서 확률의 최대값은 이다.

28. [출제의도] 확률변수의 기대값을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

(i) $X=1$인 경우는 회에서 이 나오는 경우뿐이므로 $P(X=1)=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$

(ii) $X=2$인 경우는 회에는 이 나오고, 회에서 2,3,4,5,6이 나오는 경우와 회에는 가 나오고, 2회에서 1,2,3,4,5,6이 나오는 경우가 있으므로 $P(X=2)=\frac{11}{36}$

(iii) $X=3$인 경우는 회, 회에는 모두 이 나오고, 3회에서 1,2,3,4,5,6이 나오는 경우뿐이므로 $P(X=3)=\frac{6}{216}=\frac{1}{36}$

(i), (ii), (iii)에서 X의 기대값은

$E(X)=1\times\frac{2}{3}+2\times\frac{11}{36}+3\times\frac{1}{36}=\frac{49}{36}$

29. [출제의도] 표본비율의 분포를 이해하고 확률을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$p=0.8$이고, $\sqrt{\frac{pq}{n}}=\sqrt{\frac{0.8\times0.2}{100}}=0.04$ 이므로

$P(0.76\le\hat{p}\le0.88)$

$=P\left(\frac{0.76-0.8}{0.04}\le Z\le\frac{0.88-0.8}{0.04}\right)$

$=P(-1\le Z\le2)$

$=P(0\le Z\le1)+P(0\le Z\le2)$

$=0.3413+0.4772=0.8185$

30. [출제의도] 조건을 만족하는 경우의 수를 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

같은 책상에 앉는 두 사람을 먼저 뽑는 방법의 수는 ${}_3C_2=3$이고, 뽑힌 두 사람이 책상에 앉는 방법의 수는 ${}_3C_2\times2\times2=12$, 남은 한 사람이 다른 책상에 앉는 방법의 수는 이므로 구하는 경우의 수는 $3\times12\times3=108$(가지)

이 산 수 학

26. [출제의도] 수형도의 성질을 이해할 수 있는가를 묻는 문제이다.

꼭지점의 개수가 개이므로 , 차수의 합은 변의 개수의 배이므로 이므로

27. [출제의도] 그래프의 성질을 이해하고 그래프를 활용할 수 있는가를 묻는 문제이다.

한 통화 이상의 통화를 한 학생을 각각 서로 다른 꼭지점으로 하고 통화한 사람끼리 변으로 연결하여 만든 그래프를 생각하자.

ㄱ. 명 각각이 통화한 학생 수의 총합은 그래프의 모든 꼭지점의 차수의 합과 같고, 이는 모든 변의 개수의 배와 같으므로 항상 짝수이다. (참)

ㄴ. 차수가 짝수인 꼭지점의 개수는 짝수일 수도 있고 홀수일 수도 있다. (거짓)

ㄷ. 모든 꼭지점의 차수의 합은 짝수이고, 차수가 짝수인 꼭지점의 차수의 합도 짝수이므로 차수가 홀수인 꼭지점의 차수의 합도 짝수이어야 한다. 따라서 통화한 학생 수가 홀수인 사람의 수는 항상 짝수이다. (참)

28. **[출제의도] 수열의 점화관계를 추론할 수 있는가를 묻는 문제이다.**

처음에 한 개를 옮긴 다음 나머지 구슬 $n-1$ 개를 옮기는 경우의 수는 a_{n-1} 이다.

한편, 처음에 두 개를 옮긴 다음 나머지 구슬 $n-2$ 개를 옮기는 경우의 수는 처음에 무조건 1 개의 구슬을 옮겨야 하므로 a_{n-3} 이다.

$\therefore\ a_n = a_{n-1} + a_{n-3}$ (단, $n = 4,\ 5,\ 6,\ \cdots$)

29. **[출제의도] 실생활문제에 그래프를 이용할 수 있는가를 묻는 문제이다.**

다섯 지점을 꼭지점으로 하는 완전그래프 위에 두 지점 사이의 공사비용을 변의 길이로 적어 넣은 다음, 생성수형도의 변의 길이의 합이 최소가 되도록 변의 길이가 긴 것부터 제거하여 생성수형도를 만들면 최소비용은 800만원이다.

30. **[출제의도] 조건을 만족하는 경우의 수를 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.**

2 개, 3 개, 4 개가 들어 갈 층을 각각 a, b, c 라고 하자. ($a < b < c$ 이고, a, c 는 짝수, b 는 홀수)

i) $b=3$ 일 때, $a=2$; $c=4,6,8,\cdots,20$

ii) $b=5$ 일 때, $a=2,4$; $c=6,8,\cdots,20$

$\cdots$

iii) $b=19$ 일 때, $a=2,4,\cdots,18$; $c=20$

따라서 구하는 경우의 수는 $\sum_{k=1}^{9} k(10-k) = 165$

“나형” 정답

1	③	2	①	3	④	4	⑤	5	③
6	③	7	①	8	②	9	②	10	④
11	④	12	⑤	13	②	14	①	15	①
16	⑤	17	①	18	81	19	15	20	340
21	64	22	10	23	251	24	46	25	255
26	⑤	27	④	28	③	29	②	30	60

해 설

1~4. ‘가’형과 같음.

5. **[출제의도] 역행렬의 성질을 알고 계산을 할 수 있는가를 묻는 문제이다.**

$C=(2B)^{-1}=\frac{1}{2}B^{-1}=\frac{1}{2}(2A)=A$

$=\begin{pmatrix} 4 & 12 \\ -8 & 0 \end{pmatrix}$

6. **[출제의도] 조건을 만족하는 자연수의 개수를 구하고 합을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.**

처음 수와 마지막의 수의 합, 두 번째 수와 끝에서 두 번째 수의 합, … 이 모두 이고 나열된 네 자리 자연수는 모두 개이므로 구하는 모든 수의 총합은

7~8. ‘가’형과 같음.

9. **[출제의도] 확률밀도함수의 정의를 알고 확률을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.**

에서 의 그래프와 축 사이의 넓이가 이어야 하므로 $\therefore$

$\therefore$

10~12. ‘가’형과 같음.

13. **[출제의도] 조합의 성질을 이용하여 확률을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.**

10 장의 카드 중에서 두 장을 뽑는 경우의 수는 ${}_{10}C_2 = 45$ 이고,

두 장의 카드에 적힌 수가 같은 경우의 수는

${}_2C_2 + {}_3C_2 + {}_4C_2 = 1+3+6 = 10$

이므로 구하는 확률은 $\frac{10}{45} = \frac{2}{9}$ 이다.

14. **[출제의도] 실수의 대소관계를 알아낼 수 있는가를 묻는 문제이다.**

$\log_2 a - \log_2 b = x$, $\log_2 b - \log_2 c = y$,

$\log_2 c - \log_2 a = z$ 라 하면

$x > y > z$ 이고 $x+y+z=0$

이므로 항상 $x>0$, $z<0$ 가 성립하고, y 의 부호는 알 수 없다. 따라서 항상 $a>b$, $a>c$ 가 성립하고, b, c 의 대소관계는 알 수 없다.

15. **[출제의도] 로그의 성질을 이용하여 실생활 문제를 해결할 수 있는가를 묻는 문제이다.**

$\log_a D_2 - \log_a D_1 \qquad = \log_a \frac{D_2}{D_1}$

$= \frac{1}{3}\log_a \frac{P_1}{4P_1}$

$= \log_a \frac{1}{4}^{\frac{1}{3}} \quad \therefore\ \frac{D_2}{D_1} = \frac{1}{4}^{\frac{1}{3}} = 2^{-\frac{2}{3}}$

16~17. ‘가’형과 같음.

18. **[출제의도] 수열의 극한을 계산할 수 있는가를 묻는 문제이다.**

$\lim_{n\to\infty} \frac{(3n)^3}{\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}} = 81$

19. **[출제의도] 지수의 성질을 이해하고 계산할 수 있는가를 묻는 문제이다.**

$36 = 2^2 \cdot 3^2 = a^m b^n = 2^{\frac{2m}{3}} \cdot 3^{\frac{n}{6}}$ 에서

$\frac{2m}{3} = 2$, $\frac{n}{6} = 2$ ($\because$ m, n 은 자연수)

$\therefore\ m+n = 3+12 = 15$

20. **[출제의도] 조건을 만족하는 경우의 수를 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.**

i) 주어진 7 개의 문자를 나열하는 경우의 수는

$\frac{7!}{2!3!} = 7\cdot6\cdot5\cdot2 = 420$ (가지)

ii) 양쪽 끝에 모두 b 가 오는 경우의 수는

$\frac{5!}{3!} = 5\cdot4 = 20$ (가지)

iii) 양쪽 끝에 모두 c 가 오는 경우의 수는

$\frac{5!}{2!} = 5\cdot4\cdot3 = 60$ (가지)

구하는 경우의 수는 $420-20-60 = 340$ (가지)

21. **[출제의도] 로그방정식이 실근을 가질 조건을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.**

$\log_2 x = t$ 라 하면 $\log_2 \frac{16}{x} = 4-t$ 이므로

$t(4-t) = \frac{m}{16}$, $16t^2 - 64t + m = 0$

이 때, $\frac{D}{4} = 32^2 - 16m \geqq 0 \quad \therefore\ m \leqq 64$

따라서 구하는 m 의 최대값은 64 이다.

22. **[출제의도] 주어진 수열의 규칙성을 추론할 수 있는가를 묻는 문제이다.**

일 때,

일 때,

일 때,

$\therefore$

23. **[출제의도] 조건을 만족하는 확률을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.**

이긴 게임을 ○, 진 게임을 ×로 나타낼 때, 5번째 게임에서 철수가 우승하기 위해서는 ×, ○, ×, ○, ○ 이어야 하므로 구하는 확률은

$\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{2}{3} = \frac{8}{243}$

$\therefore\ p+q = 8+243 = 251$

24. ‘가’형과 같음.

25. **[출제의도] 수열의 규칙성을 추론하여 합을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.**

$b_n = 2^{n-1}$ 이므로 $\sum_{k=1}^{8} b_k = \sum_{k=1}^{8} 2^{k-1}$

26. **[출제의도] 지수함수의 그래프를 이해하고 극한값을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.**

$\lim_{n\to\infty} \frac{{}_{n+1}P_{n+1}Q_{n+1}}{{}_nP_nQ_n} = \lim_{n\to\infty} \frac{5^{n+1}-3^{n+1}}{5^n-3^n}$

27. **[출제의도] 조건부확률을 이해하여 계산할 수 있는가를 묻는 문제이다.**

동전의 앞면을 H, 뒷면을 T라 하고 동전을 두 번 던질 때, 적어도 한번은 앞면이 나왔으므로 가능한 경우는 (H, H), (H, T), (T, H)의 세 가지이다.

이 중 첫 번째 던진 동전이 앞면이 나온 경우는

2 가지이므로 구하는 확률은 이다.

28. **[출제의도] 지수함수의 성질을 이해할 수 있는가를 묻는 문제이다.**

ㄱ. $f(-x) = a^{-x} = \frac{1}{a^x} = \frac{1}{f(x)}$ (참)

ㄴ. $f(2x) = (a^x)^2$ 이므로 (참)

ㄷ. $f(x^3) = a^{x^3} \neq a^{3x} = \{f(x)\}^3$ (거짓)

29. **[출제의도] 모평균의 신뢰구간을 추정할 수 있는가를 묻는 문제이다.**

구하는 모평균 m 의 신뢰구간은

$\overline{X} - 1.96\cdot\frac{16}{\sqrt{1600}} \leqq m \leqq \overline{X} + 1.96\cdot\frac{16}{\sqrt{1600}}$

$\therefore\ \beta - \alpha = 2\times1.96\frac{16}{\sqrt{1600}}$

30. **[출제의도] 확률변수의 평균을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.**

모든 관광코스와 그 요금은 다음과 같다.

A→B→C→D→E : 70,000원

A→B→D→E : 56,000

A→B→E : 42,000

A→C→B→E : 56,000

A→C→B→D→E : 70,000

A→C→D→B→E : 70,000

A→C→D→E : 56,000

$E(X) = 70000\cdot\frac{3}{7} + 56000\cdot\frac{3}{7} + 42000\cdot\frac{1}{7}$

$= 60000$ 이므로 $E\left(\frac{X}{1000}\right) =$