수학영역 나형 정답 및 풀이

01. ⑤	02. ④	03. ⑤	04. ①	05. ③
06. ④	07. ②	08. ④	09. ③	10. ①
11. ②	12. ①	13. ②	14. ③	15. ④
16. ②	17. ①	18. ②	19. ③	20. ③
21. ⑤	22. 6	23. 9	24. 10	25. 64
26. 3	27. 74	28. 58	29. 15	30. 38

1. **출제의도** : 지수법칙을 이용하여 계산할 수 있는가?

정답풀이 :

$$\sqrt[3]{8}\times 4^{\frac{3}{2}}=(2^3)^{\frac{1}{3}}\times(2^2)^{\frac{3}{2}}$$
$$=2^1\times 2^3$$
$$=2^4$$
$$=16$$

정답 ⑤

2. **출제의도** : 미분계수를 구할 수 있는가?

정답풀이 :

$f'(x)=3x^2+7$이므로

$f'(0)=7$

정답 ④

3. **출제의도** : 등차중항을 이용하여 등차수열의 항의 값을 구할 수 있는가?

정답풀이 :

등차수열 $\{a_n\}$에서 a_2는 a_1과 a_3의 등차중항이므로

$$a_2=\frac{a_1+a_3}{2}=\frac{20}{2}=10$$

정답 ⑤

[다른 풀이]

등차수열 $\{a_n\}$의 공차를 d라 하면

$a_1+a_3=20$

에서

$a_1+(a_1+2d)=20$

$a_1+d=10$

따라서

$a_2=a_1+d=10$

4. **출제의도** : 함수의 극한값을 계산할 수 있는가?

정답풀이 :

$$\lim_{x\to 2}\frac{3x^2-6x}{x-2}=\lim_{x\to 2}\frac{3x(x-2)}{x-2}$$
$$=\lim_{x\to 2}3x$$
$$=6$$

정답 ①

5. **출제의도** : 사인법칙을 이용하여 삼각형의 변의 길이를 구할 수 있는가?

정답풀이 :

삼각형 ABC의 외접원의 반지름의 길이가 15이므로

사인법칙에 의하여

$$\frac{\overline{\mathrm{AC}}}{\sin B}=2\times 15$$

따라서

$$\overline{\mathrm{AC}}=2\times 15\times \sin B$$
$$=2\times 15\times\frac{7}{10}=21$$

정답 ③

6. **출제의도** : 확률의 기본 성질을 이용하여 여사건의 확률을 구할 수 있는가?

정답풀이 :

$\mathrm{P}(A\cup B)=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)-\mathrm{P}(A\cap B)$

에서

$1=\mathrm{P}(A)+\frac{1}{3}-\frac{1}{6}$

따라서

$\mathrm{P}(A^C)=1-\mathrm{P}(A)$

$=\frac{1}{3}-\frac{1}{6}=\frac{1}{6}$

정답 ④

[다른 풀이]

$\mathrm{P}(A\cup B)=1$이므로

$\mathrm{P}(A^C)=\mathrm{P}(B-A)$

$=\mathrm{P}(B)-\mathrm{P}(A\cap B)$

$=\frac{1}{3}-\frac{1}{6}=\frac{1}{6}$

7. **출제의도** : 함수의 그래프로부터 좌극한값과 우극한값을 구할 수 있는가?

정답풀이 :

$x\to1+$일 때, $f(x)\to1$이므로

$\lim_{x\to1+}f(x)=1$

또, $x\to3-$일 때, $f(x)\to2$이므로

$\lim_{x\to3-}f(x)=2$

따라서,

$\lim_{x\to1+}f(x)-\lim_{x\to3-}f(x)=1-2=-1$

정답 ②

8. **출제의도** : 이항정리를 이용하여 항의 계수를 구할 수 있는가?

정답풀이 :

$(1+2x)^4$의 일반항은

${}_4\mathrm{C}_r(2x)^r={}_4\mathrm{C}_r2^rx^r$ (단, $r=0,1,2,3,4$)

이때 x^2의 계수는 $r=2$일 때이다.

따라서 구하는 x^2의 계수는

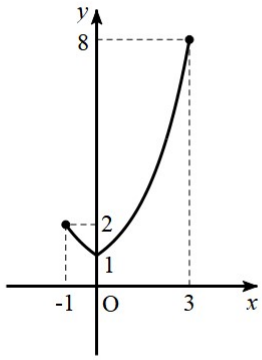
${}_4\mathrm{C}_2\times2^2=6\times4=24$

정답 ④

9. **출제의도** : 절댓값이 포함된 지수함수의 최댓값과 최솟값을 구할 수 있는가?

정답풀이 :

닫힌구간 $[-1,3]$에서 함수 $y=f(x)$의 그래프는 다음과 같다.



즉, 함수 $f(x)$는 $x=3$일 때 최댓값 8을 갖고, $x=0$일 때 최솟값 1을 갖는다.

따라서 구하는 최댓값과 최솟값의 합은

$8+1=9$

정답 ③

10. **출제의도** : 미분을 이용하여 함수가 극대일 조건을 이해하고 있는가?

정답풀이 :

$f(x)=-\frac{1}{3}x^3+2x^2+mx+1$이므로

$f'(x)=-x^2+4x+m$

이때 함수 $f(x)$가 $x=3$에서 극대이므로

$f'(3)=0$이다.

따라서

$f'(3)=-9+12+m=m+3=0$
이므로
$m=-3$

정답 ①

11. **출제의도** : 직선의 기울기를 이용하여 로그 계산을 할 수 있는가?

정답풀이 :
$\log_4 2=\frac{1}{2}$이므로
원점과 점 $\left(2,\ \frac{1}{2}\right)$을 지나는 직선의 기울기는 $\frac{1}{4}$이다.
이때 원점과 점 $(4,\ \log_2 a)$를 지나는 직선의 기울기도 $\frac{1}{4}$이므로
$\frac{\log_2 a}{4}=\frac{1}{4}$에서 $\log_2 a=1$
따라서 $a=2$

정답 ②

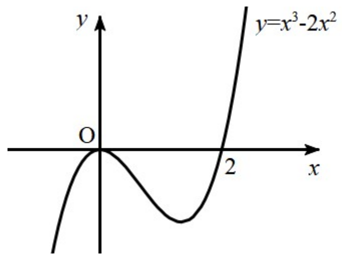
12. **출제의도** : 원순열의 경우의 수를 구할 수 있는가?

정답풀이 :
1학년 학생 2명을 한 묶음으로, 2학년 학생 2명을 한 묶음으로 생각하고 3학년 학생 3명과 함께 원형으로 배열하는 경우의 수는 회전하여 일치하는 것을 고려하면
$(5-1)!=4!=24$
이때 1학년 학생이 서로 자리를 바꾸는 경우의 수는 $2!$, 2학년 학생이 서로 자리를 바꾸는 경우의 수는 $2!$
따라서 구하는 경우의 수는
$24\times 2!\times 2!=96$

정답 ①

13. **출제의도** : 적분을 이용하여 곡선과 x축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구할 수 있는가?

정답풀이 :
$y=x^3-2x^2$
$\quad =x^2(x-2)$
곡선 $y=x^3-2x^2$은 다음 그림과 같다.



따라서 구하는 넓이를 S라 하면
$$S=\int_0^2 |x^3-2x^2|dx$$
$$=\int_0^2(-x^3+2x^2)dx$$
$$=\left[-\frac{1}{4}x^4+\frac{2}{3}x^3\right]_0^2$$
$$=\frac{4}{3}$$

정답 ②

14. **출제의도** : 귀납적으로 정의된 수열의 항의 값을 구할 수 있는가?

정답풀이 :
$a_1=1$이므로
$a_4=a_1+1=2$
$a_4=2$이므로
$a_{11}=2a_4+1=2\times 2+1=5$

$a_{12}=-a_4+2=-2+2=0$

$a_{13}=a_4+1=2+1=3$

따라서

$a_{11}+a_{12}+a_{13}=5+0+3=8$

정답 ③

15. **출제의도** : 수직선 위를 움직이는 점의 속도가 주어져 있을 때 위치를 구할 수 있는가?

정답풀이 :

$v(t)=-4t+5$

이므로

점 P의 시각 t에서의 위치를 $x(t)$라 하면

$x(t)=-2t^2+5t+C$ (단, C는 적분상수)

이때 $x(3)=11$이므로

$-2\times9+5\times3+C=11$

에서

$C=14$

따라서

$x(0)=C=14$

정답 ④

16. **출제의도** : 확률의 덧셈정리를 이용하여 확률을 구할 수 있는가?

정답풀이 :

$|a-3|+|b-3|=2$인 사건을 A, $a=b$인 사건을 B라 하자.

(ⅰ) $\mathrm{P}(A)$

$|a-3|=0$이고 $|b-3|=2$일 때, 순서쌍 (a,b)는

$(3,1)$, $(3,5)$

$|a-3|=1$이고 $|b-3|=1$일 때, 순서쌍 (a,b)는

$(2,2)$, $(2,4)$, $(4,2)$, $(4,4)$

$|a-3|=2$이고 $|b-3|=0$일 때, 순서쌍 (a,b)는

$(1,3)$, $(5,3)$

그러므로

$\mathrm{P}(A)=\dfrac{2+4+2}{6\times6}=\dfrac{8}{36}$

(ⅱ) $\mathrm{P}(B)$

$a=b$일 확률이므로

$\mathrm{P}(B)=\dfrac{6}{6\times6}=\dfrac{6}{36}$

(ⅲ) $\mathrm{P}(A\cap B)$

(ⅰ), (ⅱ)에서 두 사건 A와 B를 동시에 만족시키는 순서쌍 (a,b)는

$(2,2)$, $(4,4)$

그러므로

$\mathrm{P}(A\cap B)=\dfrac{2}{6\times6}=\dfrac{2}{36}$

따라서 구하는 확률은

$$\begin{aligned}\mathrm{P}(A\cup B)&=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)-\mathrm{P}(A\cap B)\\&=\frac{8}{36}+\frac{6}{36}-\frac{2}{36}\\&=\frac{1}{3}\end{aligned}$$

정답 ②

17. **출제의도** : 정적분을 이용하여 함숫값을 구할 수 있는가?

정답풀이 :

$\displaystyle\int_0^1 f(t)\,dt=k$로 놓으면

$f(x)=4x^3+kx$

이때

$$k=\int_0^1(4t^3+kt)\,dt$$

$$=\left[t^4+\frac{k}{2}t^2\right]_0^1$$

$=1+\dfrac{k}{2}$

이므로 $k=2$

따라서 $f(x)=4x^3+2x$이므로

$f(1)=4+2=6$

정답 ①

18. 출제의도 : 등차수열의 일반항과 첫째항부터 제n항까지의 합을 이용하여 특정한 항의 값을 구할 수 있는가?

정답풀이 :

$S_k=-16,\ S_{k+2}=-12$

에서

$S_{k+2}-S_k=a_{k+1}+a_{k+2}=4$

이고, 등차수열 $\{a_n\}$의 공차가 2이므로

$a_1+2k+a_1+2(k+1)=4$

$a_1+2k+1=2$

$a_1=1-2k$ ……㉠

이때 $S_k=-16$에서

$\dfrac{k\{2a_1+2(k-1)\}}{2}=-16$

$k(a_1+k-1)=-16$

여기에 ㉠을 대입하면

$-k^2=-16$

k는 자연수이므로

$k=4$

이고,

$a_1=1-2k=-7$

따라서

$a_{2k}=a_8$

$=-7+7\times 2$

$=7$

정답 ②

19. 출제의도 : 미분을 이용하여 주어진 방정식이 실근을 가질 조건을 구할 수 있는가?

정답풀이 :

$f(x)=2x^3+6x^2+a$라 하면

$f'(x)=6x^2+12x$

$=6x(x+2)$

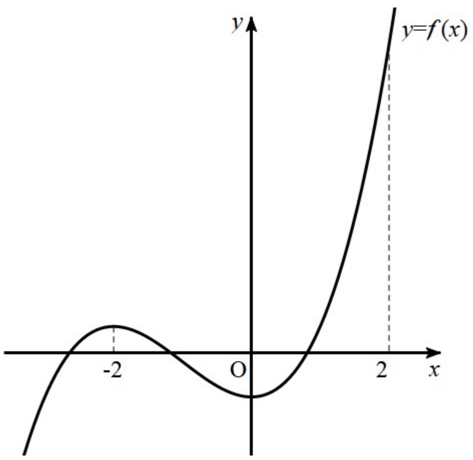
이때 $f'(x)=0$에서

$x=-2$ 또는 $x=0$

이고, 함수 $f(x)$의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	$\cdots$	-2	$\cdots$	0	$\cdots$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$\nearrow$	$8+a$	$\searrow$	a	$\nearrow$

그러므로 방정식 $f(x)=0$이 $-2\le x\le 2$에서 서로 다른 두 실근을 갖기 위해서는 함수 $y=f(x)$의 그래프가 다음 그림과 같아야 한다.



이때 $f(2)=40+a$이므로 $f(2)>f(-2)$이다.

그러므로 조건을 만족시키기 위해서는 $f(-2)\ge 0$이고 $f(0)<0$이어야 한다.

$f(-2)\ge 0$에서

$8+a\ge 0,\ a\ge -8$ ……㉠

또, $f(0)<0$에서

$a<0$ ……㉡

따라서 ㉠, ㉡에서

$-8 \le a < 0$

이므로 구하는 정수 a의 개수는 8이다.

정답 ③

20. 출제의도 : 조합의 수를 이용하여 조건부확률을 구할 수 있는가?

정답풀이 :

이 시행에서 꺼낸 공에 적혀 있는 수가 같은 것이 있는 사건을 A, 꺼낸 공 중 검은 공이 2개인 사건을 B라 하면 구하는 확률은

$\mathrm{P}(B|A)$

이고, 이 시행에서 일어날 수 있는 모든 경우의 수는

${}_8\mathrm{C}_4$

이다.

이때 사건 A가 일어나는 경우는 수가 같은 것이 3만 있는 경우, 수가 같은 것이 4만 있는 경우, 3, 4가 적힌 흰 공과 3, 4가 적힌 검은 공을 동시에 꺼내는 경우로 나누어 생각할 수 있으므로

$$\mathrm{P}(A) = \frac{{}_6\mathrm{C}_2 - 1}{{}_8\mathrm{C}_4} + \frac{{}_6\mathrm{C}_2 - 1}{{}_8\mathrm{C}_4} + \frac{1}{{}_8\mathrm{C}_4}$$

$$= \frac{14}{70} + \frac{14}{70} + \frac{1}{70} = \frac{29}{70}$$

한편, 사건 A와 사건 B가 동시에 일어나는 경우는 수가 같은 것이 3만 있고 검은 공이 2개인 경우, 수가 같은 것이 4만 있고 검은 공이 2개인 경우, 3, 4가 적힌 흰 공과 3, 4가 적힌 검은 공을 동시에 꺼내는 경우로 나누어 생각할 수 있으므로

$\mathrm{P}(A \cap B)$

$$= \frac{{}_3\mathrm{C}_1 \times {}_3\mathrm{C}_1 - 1}{{}_8\mathrm{C}_4} + \frac{{}_3\mathrm{C}_1 \times {}_3\mathrm{C}_1 - 1}{{}_8\mathrm{C}_4} + \frac{1}{{}_8\mathrm{C}_4}$$

$$= \frac{8}{70} + \frac{8}{70} + \frac{1}{70} = \frac{17}{70}$$

따라서

$$\mathrm{P}(B|A) = \frac{\mathrm{P}(A \cap B)}{\mathrm{P}(A)} = \frac{\frac{17}{70}}{\frac{29}{70}} = \frac{17}{29}$$

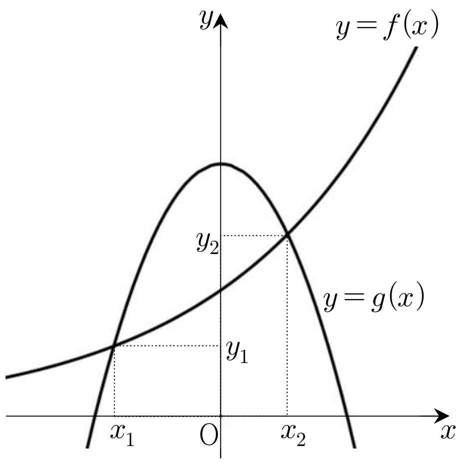
정답 ③

21. 출제의도 : 지수함수의 그래프와 이차함수의 그래프를 이용하여 주어진 부등식의 참, 거짓을 판별할 수 있는가?

정답풀이 :

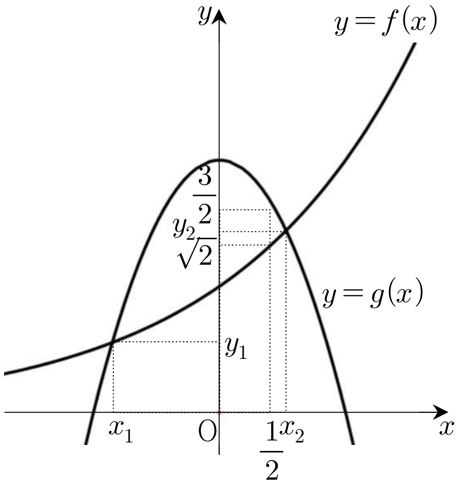
$f(x) = 2^x$, $g(x) = -2x^2 + 2$로 놓으면

두 함수 $y = f(x)$, $y = g(x)$의 그래프는 그림과 같다.



ㄱ. $f\left(\frac{1}{2}\right) = \sqrt{2}$, $g\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{3}{2}$이므로

$f\left(\frac{1}{2}\right) < g\left(\frac{1}{2}\right)$

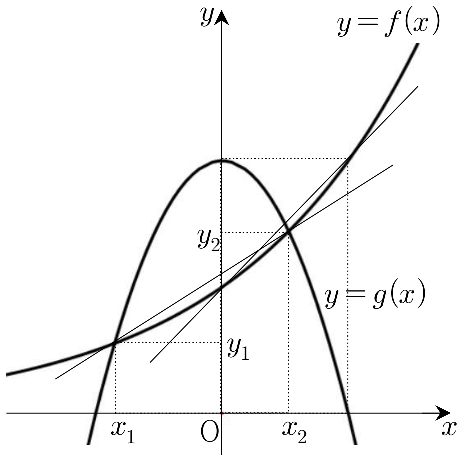


즉, $x_2 > \frac{1}{2}$이다. (참)

ㄴ. 두 점 (x_1, y_1), (x_2, y_2)를 지나는 직선의 기울기는

$\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

이고, 두 점 $(0, 1)$, $(1, 2)$를 지나는 직선의 기울기는 1



두 점 (x_1, y_1), (x_2, y_2)를 지나는 직선의 기울기가 1 보다 작으므로

$\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} < 1$에서

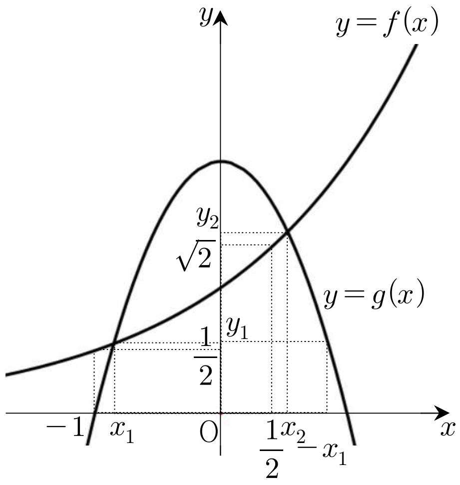
$y_2 - y_1 < x_2 - x_1$ (참)

ㄷ. $f(-1) = \frac{1}{2}$이므로 $y_1 > \frac{1}{2}$

$f\left(\frac{1}{2}\right) = \sqrt{2}$이므로 $y_2 > \sqrt{2}$

즉, $y_1 y_2 > \frac{1}{2} \times \sqrt{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ……㉠

또, 그림과 같이 이차함수 $y = g(x)$의 그래프는 y축에 대하여 대칭이므로 $-x_1 > x_2$이다.



즉 $x_1 + x_2 < 0$

이때, $y_1 = 2^{x_1}$, $y_2 = 2^{x_2}$이므로

$y_1 y_2 = 2^{x_1} \times 2^{x_2}$

$= 2^{x_1 + x_2} < 2^0 = 1$ …… ㉡

㉠, ㉡에서 $\frac{\sqrt{2}}{2} < y_1 y_2 < 1$ (참)

이상에서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄷ이다.

정답 ⑤

22. **출제의도** : 삼각함수의 최댓값을 구할 수 있는가?

정답풀이 :

모든 실수 x에 대하여

$-1 \leq \sin x \leq 1$

이므로 함수 $f(x) = 5\sin x + 1$의 최댓값은

$5 \times 1 + 1 = 6$

정답 6

23. **출제의도** : 부정적분을 이용하여 함숫값을 구할 수 있는가?

정답풀이 :

$$f(x)=\int f'(x)\,dx$$
$$=\int (x^3+x)\,dx$$
$$=\frac{1}{4}x^4+\frac{1}{2}x^2+C$$

(단, C는 적분상수)

이때 $f(0)=3$이므로 $C=3$

따라서 $f(x)=\frac{1}{4}x^4+\frac{1}{2}x^2+3$이므로

$f(2)=4+2+3=9$

정답 9

24. **출제의도** : 미분계수를 이용하여 접선의 방정식을 구할 수 있는가?

정답풀이 :

$y'=3x^2-12x$

이므로 점 $(1,\,1)$에서의 접선의 기울기는

$3\times1^2-12\times1=-9$

따라서 점 $(1,\,1)$에서의 접선의 방정식은

$y-1=-9(x-1)$

$y=-9x+10$

이 접선이 점 $(0,\,a)$를 지나므로

$a=-9\times0+10=10$

정답 10

25. **출제의도** : 등비수열의 일반항과 합을 이용하여 특정한 항의 값을 구할 수 있는가?

정답풀이 :

$a_1=1$이므로 등비수열 $\{a_n\}$의 공비를 r라 하면

$a_n=1\times r^{n-1}=r^{n-1}$

이때

$$\frac{S_6}{S_3}=\frac{\frac{r^6-1}{r-1}}{\frac{r^3-1}{r-1}}$$
$$=\frac{r^6-1}{r^3-1}$$
$$=\frac{(r^3+1)(r^3-1)}{r^3-1}$$
$$=r^3+1 \quad \cdots\cdots ㉠$$

또,

$2a_4-7=2r^3-7 \quad \cdots\cdots ㉡$

㉠과 ㉡이 같아야 하므로

$r^3+1=2r^3-7$

$r^3=8$

$r=2$

따라서

$a_7=2^6=64$

정답 64

26. **출제의도** : 평균변화율과 미분계수를 이용하여 미지수의 값을 구할 수 있는가?

정답풀이 :

함수 $f(x)$에서 x의 값이 0에서 a까지 변할 때의 평균변화율은

$$\frac{f(a)-f(0)}{a-0}=\frac{a^3-3a^2+5a}{a}$$
$$=a^2-3a+5$$

또, $f'(x)=3x^2-6x+5$이므로

$f'(2)=12-12+5=5$

따라서 $a^2-3a+5=5$에서

$a(a-3)=0$

$a=0$ 또는 $a=3$

$a>0$이므로 $a=3$

정답 3

27. 출제의도 : 중복조합의 수를 이용하여 조건을 만족시키는 순서쌍의 개수를 구할 수 있는가?

정답풀이 :

조건 (가)를 만족시키는 순서쌍의 개수는

$${}_4H_6={}_{4+6-1}C_6$$
$$={}_9C_6$$
$$={}_9C_3$$
$$=84$$

이 중에서 조건 (나)를 만족시키지 않는 순서쌍의 개수는 방정식 $a+b+c+d=6$을 만족시키는 자연수 a, b, c, d의 모든 순서쌍 (a, b, c, d)의 개수와 같다. 이 개수는

$a=a'+1$, $b=b'+1$, $c=c'+1$, $d=d'+1$이라 하면

$a'+b'+c'+d'=2$를 만족시키는 음이 아닌 정수 a', b', c', d'의 모든 순서쌍 (a', b', c', d')의 개수와 같으므로

$${}_4H_2={}_{4+2-1}C_2$$
$$={}_5C_2$$
$$=10$$

따라서 구하는 순서쌍의 개수는

$84-10=74$

정답 74

28. 출제의도 : 수열의 합과 일반항 사이의 관계를 이용하여 항의 값을 구할 수 있는가?

정답풀이 :

$n=1$일 때 $\dfrac{1}{a_1}=9$

$n\geq 2$일 때

$$\frac{4n-3}{a_n}=\sum_{k=1}^{n}\frac{4k-3}{a_k}-\sum_{k=1}^{n-1}\frac{4k-3}{a_k}$$
$$=2n^2+7n-\{2(n-1)^2+7(n-1)\}$$
$$=4n+5$$

이것은 $n=1$일 때도 성립하므로

$$\frac{4n-3}{a_n}=4n+5\ (n\geq 1)$$

즉, $a_n=\dfrac{4n-3}{4n+5}$이므로

$$a_5\times a_7\times a_9=\frac{17}{25}\times\frac{25}{33}\times\frac{33}{41}$$
$$=\frac{17}{41}$$

따라서 $p+q=41+17=58$

정답 58

29. 출제의도 : 중복순열과 순열의 수를 이용하여 조건을 만족시키는 함수의 개수 및 확률을 구할 수 있는가?

정답풀이 :

집합 A에서 A로의 모든 함수의 개수는

$${}_4\Pi_4=4^4=256$$

조건을 만족시키는 함수의 개수는 조건 (가)에 의하여 다음 네 가지 경우로 나누어 생각할 수 있다.

(i) $f(1)=f(2)=3$인 경우

조건 (나)를 만족시키기 위하여 정의역의 원소 3, 4의 함숫값은 1, 2, 4 중에서 서로 다른 2개를 택하여 순서대로 짝지으면 된다. 그러므로 이 경우의 수는

${}_3\mathrm{P}_2=6$

(ⅱ) $f(1)=f(2)=4$인 경우

(ⅰ)과 마찬가지로 생각하면 이 경우의 수는

6

(ⅲ) $f(1)=3$, $f(2)=4$인 경우

조건 (나)를 만족시키기 위하여 치역의 원소의 개수가 3이 되어야 하므로 다음 세 가지 경우로 나누어 생각할 수 있다.

㉠ $f(3)$의 값이 3 또는 4인 경우 $f(4)$의 값은 1 또는 2가 되어야 하므로 이 경우의 수는

$2\times2=4$

㉡ $f(4)$의 값이 3 또는 4인 경우 $f(3)$의 값은 1 또는 2가 되어야 하므로 이 경우의 수는

$2\times2=4$

㉢ $f(3)$, $f(4)$의 값이 모두 1이거나 모두 2인 경우의 수는

2

그러므로 이 경우의 수는

$4+4+2=10$

(ⅳ) $f(1)=4$, $f(2)=3$인 경우

(ⅲ)과 마찬가지로 생각하면 이 경우의 수는

10

(ⅰ)~(ⅳ)에 의하여 조건을 만족시키는 함수의 개수는

$6+6+10+10=32$

따라서

$p=\dfrac{32}{256}=\dfrac{1}{8}$

이므로

$120p=120\times\dfrac{1}{8}=15$

정답 15

30. 출제의도 : 미분을 이용하여 조건을 만족시키는 함수를 구할 수 있는가?

정답풀이 :

이차함수 $f(x)$가 $x=-1$에서 극대이므로 함수 $y=f(x)$의 그래프는 직선 $x=-1$에서 대칭이다. 그러므로

$f(-2)=f(0)=h(0)$

이때 $h(0)=k$라 하면 $f(x)$는

$f(x)=ax(x+2)+k$

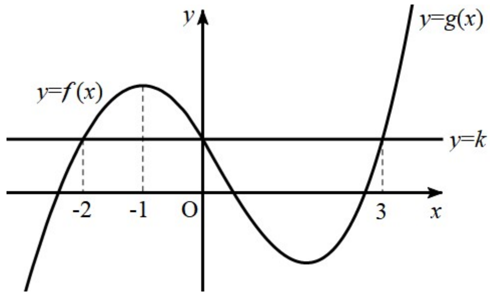
$\quad=ax^2+2ax+k \quad (a<0)$

로 놓을 수 있다.

한편, $g(x)$가 삼차함수이므로 $h(x)$가 실수 전체의 집합에서 미분가능하기 위해서는 $x=0$에서의 곡선 $y=g(x)$에 접하는 접선의 기울기는 음수이어야 한다.

또, 방정식 $h(x)=h(0)$의 모든 실근이 합이 1이어야 하므로 다음 두 가지로 나눌 수 있다.

(ⅰ) $g(x)$의 최고차항의 계수가 양수인 경우



$g(x)=px(x-3)(x-q)+k$

$\quad=p\{x^3-(q+3)x^2+3qx\}+k$

한편, $g(x)$의 이차항의 계수가 0이므로

$q=-3$

이고

$g(x)=p(x^3-9x)+k$

이때, $g'(x)=p(3x^2-9)$이므로 $g'(x)=0$에서

$x=\sqrt{3}$ 또는 $x=-\sqrt{3}$

그러므로 함수 $h(x)$는 $x=\sqrt{3}$에서 극소이다.

한편, $x=0$에서의 곡선 $y=f(x)$의 접선의 기울기와 $x=0$에서의 곡선 $y=g(x)$의 접선의 기울기가 같아야 하고 $f'(x)=2ax+2a$, $g'(x)=p(3x^2-9)$이므로

$2a=-9p$ ⋯⋯㉠

또, 구간 $[-2, 3]$에서 $h(x)$의 최댓값은 $f(-1)$, 최솟값은 $g(\sqrt{3})$이므로 ㉠을 이용하면

$$\begin{aligned}f(-1)-g(\sqrt{3})&=(-a+k)-(-6\sqrt{3}p+k)\\&=-a+6\sqrt{3}p\\&=\frac{9}{2}p+6\sqrt{3}p\\&=\frac{9+12\sqrt{3}}{2}p\\&=3+4\sqrt{3}\end{aligned}$$

그러므로

$p=\frac{2}{3}$

이고

$a=-\frac{9}{2}p=-3$

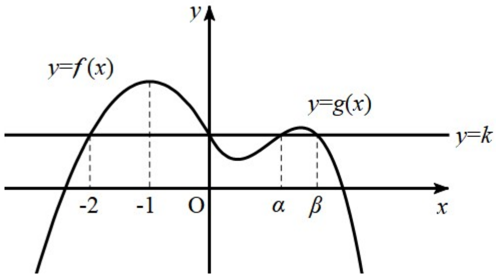
따라서

$f'(x)=-6x-6$, $g'(x)=2x^2-6$

이므로

$$\begin{aligned}h'(-3)+h'(4)&=f'(-3)+g'(4)\\&=12+26=38\end{aligned}$$

(ii) $g(x)$의 최고차항의 계수가 음수인 경우



$g(x)=px(x-\alpha)(x-\beta)+k$ $(\alpha+\beta=3)$

로 놓으면

$$\begin{aligned}g(x)&=p\{x^3-(\alpha+\beta)x^2+\alpha\beta x\}+k\\&=p\{x^3-3x^2+\alpha\beta x\}+k\end{aligned}$$

이므로 이차항의 계수가 0이 아니다.

그러므로 이러한 경우는 없다.

따라서 (i)에서 구하는 값은 38이다.

정답 38