

제 2 교시

수학 영역

5 지 선 다 형

1. 두 다항식

$$A = 2x^2 - 3xy, B = x^2 - 4xy - y^2$$

에 대하여 $A - B$ 를 간단히 하면? [2점]

- ① $x^2 + xy$ ② $x^2 + 2xy$ ③ $x^2 - xy + y^2$
 ④ $x^2 + xy + y^2$ ⑤ $x^2 + 2xy + y^2$

2. $1 + i^2$ 의 값은? (단, $i = \sqrt{-1}$) [2점]

- ① 0 ② $-i$ ③ i ④ $1 - i$ ⑤ $1 + i$

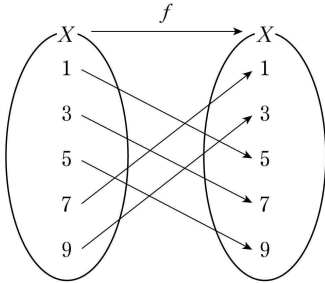
3. 부등식 $|x - 2| < 3$ 을 만족시키는 정수 x 의 개수는? [2점]

- ① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

4. 두 직선 $y = -2x + 3$, $y = ax + 1$ 이 서로 수직일 때, 상수 a 의 값은? [3점]

- ① $-\frac{1}{2}$ ② $-\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{2}{3}$

5. 그림은 함수 $f: X \rightarrow X$ 를 나타낸 것이다.



$f(5) + (f \circ f)(9)$ 의 값은? [3점]

- ① 18 ② 16 ③ 14 ④ 12 ⑤ 10

6. 다항식 $x^2 + 3x + 6$ 을 $x + 2$ 로 나눈 나머지는? [3점]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

7. 좌표평면 위에 두 점 $A(0, a)$, $B(6, 0)$ 이 있다. 선분 AB를 1:2로 내분하는 점이 직선 $y = -x$ 위에 있을 때, a 의 값은? [3점]

- ① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

8. 곡선 $y = 2x^2 - 5x + a$ 와 직선 $y = x + 12$ 가 서로 다른 두 점에서 만나고 두 교점의 x 좌표의 곱이 -4 일 때, 상수 a 의 값은? [3점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

9. 집합 $A = \{1, 2, 3, 4\}$ 에 대하여 집합 B 가

$$B - A = \{5, 6\}$$

을 만족시킨다. 집합 B 의 모든 원소의 합이 12일 때,
집합 $A - B$ 의 모든 원소의 합은? [3점]

- ① 5
- ② 6
- ③ 7
- ④ 8
- ⑤ 9

10. 다항식 $P(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여 등식

$$x(x+1)(x+2) = (x+1)(x-1)P(x) + ax + b$$

를 만족시킬 때, $P(a-b)$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.)

[3점]

- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5

11. 좌표평면에서 원 $x^2 + y^2 = 1$ 위의 점 중 제1사분면에 있는 점 P에서의 접선이 점 (0, 3)을 지날 때, 점 P의 x 좌표는? [3점]

- ① $\frac{2}{3}$ ② $\frac{\sqrt{5}}{3}$ ③ $\frac{\sqrt{6}}{3}$ ④ $\frac{\sqrt{7}}{3}$ ⑤ $\frac{2\sqrt{2}}{3}$

12. 실수 x 에 대한 두 조건 p, q 가 다음과 같다.

$$p: a < x < 5,$$

$$q: x^2 - x - 2 < 0$$

$\sim p$ 가 q 이기 위한 필요조건이 되도록 하는 정수 a 의 최솟값은? (단, $a < 5$) [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

13. 연립방정식

$$\begin{cases} x^2 - 3xy + 2y^2 = 0 \\ x^2 - y^2 = 9 \end{cases}$$

의 해를

$$\begin{cases} x = \alpha_1 \\ y = \beta_1 \end{cases} \text{ 또는 } \begin{cases} x = \alpha_2 \\ y = \beta_2 \end{cases}$$

라 하자. $\alpha_1 < \alpha_2$ 일 때, $\beta_1 - \beta_2$ 의 값은? [3점]

- ① $-2\sqrt{3}$ ② $-2\sqrt{2}$ ③ $2\sqrt{2}$ ④ $2\sqrt{3}$ ⑤ 4

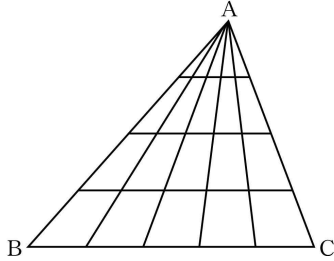
14. 함수 $f(x) = x^2 - 2x + a$ 가

$$(f \circ f)(2) = (f \circ f)(4)$$

를 만족시킬 때, $f(6)$ 의 값은? (단, a 는 상수이다.) [4점]

- ① 21 ② 22 ③ 23 ④ 24 ⑤ 25

15. 삼각형 ABC에서, 꼭짓점 A와 선분 BC 위의 네 점을 연결하는 4개의 선분을 그리고, 선분 AB 위의 세 점과 선분 AC 위의 세 점을 연결하는 3개의 선분을 그려 그림과 같은 도형을 만들었다. 이 도형의 선들로 만들 수 있는 삼각형의 개수는? [4점]



- ① 30
- ② 40
- ③ 50
- ④ 60
- ⑤ 70

16. 함수 $f(x) = \sqrt{3x-12}$ 가 있다. 함수 $g(x)$ 가 2 이상의 모든 실수 x 에 대하여

$$f^{-1}(g(x)) = 2x$$

를 만족시킬 때, $g(3)$ 의 값은? [4점]

- ① 2
- ② $\sqrt{5}$
- ③ $\sqrt{6}$
- ④ $\sqrt{7}$
- ⑤ $2\sqrt{2}$

17. 그림과 같이 크기가 같은 6 개의 정사각형에 1부터 6까지의 자연수가 하나씩 적혀 있다.

1	2	3
4	5	6

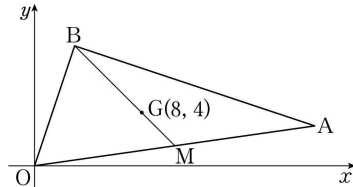
서로 다른 4 가지 색의 일부 또는 전부를 사용하여 다음 조건을 만족시키도록 6 개의 정사각형에 색을 칠하는 경우의 수는? (단, 한 정사각형에 한 가지 색만을 칠한다.) [4점]

- (가) 1이 적힌 정사각형과 6이 적힌 정사각형에는 같은 색을 칠한다.
 (나) 변을 공유하는 두 정사각형에는 서로 다른 색을 칠한다.

- ① 72 ② 84 ③ 96 ④ 108 ⑤ 120

18. 좌표평면의 제 1 사분면에 있는 두 점 A, B와 원점 O에 대하여 삼각형 OAB의 무게중심 G의 좌표는 (8, 4)이고, 점 B와 직선 OA 사이의 거리는 $6\sqrt{2}$ 이다. 다음은 직선 OB의 기울기가 직선 OA의 기울기보다 클 때, 직선 OA의 기울기를 구하는 과정이다.

선분 OA의 중점을 M이라 하자.



점 G가 삼각형 OAB의 무게중심이므로

$$\overline{BG} : \overline{GM} = 2 : 1$$

이고, 점 B와 직선 OA 사이의 거리가 $6\sqrt{2}$ 이므로 점 G와 직선 OA 사이의 거리는 $\frac{2}{3}$ (가)이다.

직선 OA의 기울기를 m 이라 하면 점 G와 직선 OA 사이의 거리는

$$\frac{\frac{2}{3}(가)}{\sqrt{m^2 + (-1)^2}}$$

이고 (가)와 같다. 즉,

$$\frac{2}{3}(가) = \frac{2}{3}(가) \times \sqrt{m^2 + 1}$$

이다. 양변을 제곱하여 m 의 값을 구하면

$$m = \frac{1}{2} \text{ 또는 } m = -\frac{1}{2}$$

이다.

이때 직선 OG의 기울기가 $\frac{1}{2}$ 이므로 직선 OA의 기울기는

$\frac{1}{2}$ (다)이다.

위의 (가), (다)에 알맞은 수를 각각 p, q 라 하고, (나)에 알맞은 식을 $f(m)$ 이라 할 때, $\frac{f(q)}{p^2}$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{2}{7}$ ② $\frac{5}{14}$ ③ $\frac{3}{7}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{4}{7}$

19. 함수 $f(x) = \frac{a}{x-6} + b$ 에 대하여 함수 $y = \left| f(x+a) + \frac{a}{2} \right|$ 의 그래프가 y 축에 대하여 대칭일 때, $f(b)$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이고, $a \neq 0$ 이다.) [4점]

- ① $-\frac{25}{6}$ ② -4 ③ $-\frac{23}{6}$ ④ $-\frac{11}{3}$ ⑤ $-\frac{7}{2}$

20. x 에 대한 사차방정식

$$x^4 + (3-2a)x^2 + a^2 - 3a - 10 = 0$$

이 실근과 허근을 모두 가질 때, 이 사차방정식에 대하여 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, a 는 실수이다.) [4점]

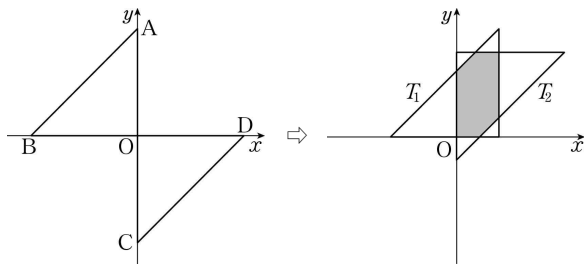
< 보 기 >

- ㄱ. $a=1$ 이면 모든 실근의 곱은 -3 이다.
 ㄴ. 모든 실근의 곱이 -4 이면 모든 허근의 곱은 3 이다.
 ㄷ. 정수인 근을 갖도록 하는 모든 실수 a 의 값의 합은 -1 이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

21. 좌표평면 위에 세 점 $O(0, 0)$, $A(0, 1)$, $B(-1, 0)$ 을 꼭짓점으로 하는 삼각형 OAB 와 세 점 $O(0, 0)$, $C(0, -1)$, $D(1, 0)$ 을 꼭짓점으로 하는 삼각형 OCD 가 있다. 양의 실수 t 에 대하여 삼각형 OAB 를 x 축의 방향으로 t 만큼 평행이동한 삼각형을 T_1 , 삼각형 OCD 를 y 축의 방향으로 $2t$ 만큼 평행이동한 삼각형을 T_2 라 하자. 두 삼각형 T_1 , T_2 의 내부의 공통부분이 육각형 모양이 되도록 하는 모든 t 의 값의 범위는 $\frac{1}{3} < t < a$ 이고, 이때 육각형의 넓이의 최댓값은 M 이다. $a+M$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{11}{14}$ ② $\frac{23}{28}$ ③ $\frac{6}{7}$ ④ $\frac{25}{28}$ ⑤ $\frac{13}{14}$



단답형

22. ${}_3P_2$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 두 집합 A, B 에 대하여

$$n(A) = 12, n(B) = 25, n(A \cap B) = 4$$

일 때, $n(A \cup B)$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 원 $x^2 + y^2 - 8x + 6y = 0$ 의 넓이는 $k\pi$ 이다. k 의 값을 구하시오. [3점]

26. 삼차방정식 $x^3 + x - 2 = 0$ 의 서로 다른 두 허근을 α, β 라 할 때, $\alpha^3 + \beta^3$ 의 값을 구하시오. [4점]

25. 세 실수 x, y, z 가

$$x^2 + y^2 + 4z^2 = 62,$$

$$xy - 2yz + 2zx = 13$$

을 만족시킬 때, $(x - y - 2z)^2$ 의 값을 구하시오. [3점]

27. 명제

‘어떤 실수 x 에 대하여 $x^2 + 8x + 2k - 1 \leq 0$ 이다.’

가 거짓이 되도록 하는 정수 k 의 최솟값을 구하시오. [4점]

28. 전체집합 $U = \{x | x \text{는 } 5 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 두 부분집합

$A = \{1, 2\}, B = \{2, 3, 4\}$

에 대하여

$X \cap A \neq \emptyset, X \cap B \neq \emptyset$

을 만족시키는 U 의 부분집합 X 의 개수를 구하시오. [4점]

29. 서로 다른 종류의 꽃 4 송이와 같은 종류의 초콜릿 2 개를 5 명의 학생에게 남김없이 나누어 주려고 한다. 아무것도 받지 못하는 학생이 없도록 꽃과 초콜릿을 나누어 주는 경우의 수를 구하시오. [4점]



30. 함수 $f(x) = \sqrt{ax-3} + 2$ ($a \geq \frac{3}{2}$)에 대하여 집합 $\{x | x \geq 2\}$ 에서 정의된 함수

$$g(x) = \begin{cases} f(x) & (f(x) < f^{-1}(x) \text{인 경우}) \\ f^{-1}(x) & (f(x) \geq f^{-1}(x) \text{인 경우}) \end{cases}$$

가 있다. 자연수 n 에 대하여 함수 $y = g(x)$ 의 그래프와 직선 $y = x - n$ 이 만나는 서로 다른 점의 개수를 $h(n)$ 이라 하자.

$$h(1) = h(3) < h(2)$$

일 때, $g(4) = \frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, a 는 상수이고, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.