

제 2 교시

수학 영역(가형)

5 지선 다형

1. $8^{\frac{4}{3}} \times 2^{-2}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_2 = 5$, $a_5 = 11$ 일 때, a_8 의 값은? [2점]

- ① 17 ② 18 ③ 19 ④ 20 ⑤ 21

3. $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{4n^2 + 2n + 1} - \sqrt{4n^2 - 2n - 1})$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

4. 함수 $f(x) = x^3 - 2x^2$ 에 대하여 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+2h) - f(2)}{h}$ 의 값은? [3점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

5. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 할 때,
 $S_n = 2n^2 - 3n$ 이다. $a_n > 100$ 을 만족시키는 자연수 n 의
 최솟값은? [3점]

- ① 25 ② 27 ③ 29 ④ 31 ⑤ 33

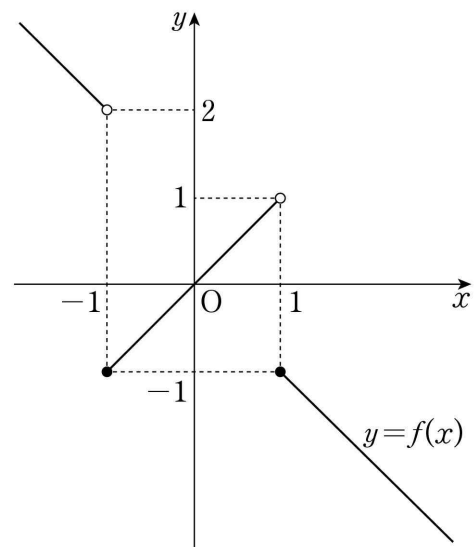
6. 부등식 $\log_{18}(n^2 - 9n + 18) < 1$ 을 만족시키는 모든 자연수 n 의
 값의 합은? [3점]

- ① 14 ② 15 ③ 16 ④ 17 ⑤ 18

7. 숫자 0, 1, 2, 3 중에서 중복을 허락하여 네 개를 선택한 후,
 일렬로 나열하여 만든 네 자리 자연수가 2100보다 작은 경우의
 수는? [3점]

- ① 80 ② 85 ③ 90 ④ 95 ⑤ 100

8. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x-1) + \lim_{x \rightarrow 1^+} f(f(x))$ 의 값은? [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

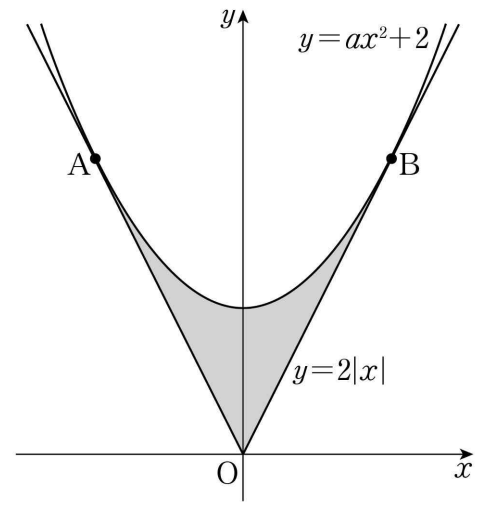
9. 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1=7$ 이고, 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} \frac{a_n+3}{2} & (a_n \text{이 소수인 경우}) \\ a_n+n & (a_n \text{이 소수가 아닌 경우}) \end{cases}$$

를 만족시킨다. a_8 의 값은? [3점]

- ① 11 ② 13 ③ 15 ④ 17 ⑤ 19

10. 그림과 같이 두 함수 $y=ax^2+2$ 와 $y=2|x|$ 의 그래프가 두 점 A, B에서 각각 접한다. 두 함수 $y=ax^2+2$ 와 $y=2|x|$ 의 그래프로 둘러싸인 부분의 넓이는? (단, a 는 상수이다.) [3점]



- ① $\frac{13}{6}$ ② $\frac{7}{3}$ ③ $\frac{5}{2}$ ④ $\frac{8}{3}$ ⑤ $\frac{17}{6}$

11. 흰 공 2개, 빨간 공 2개, 검은 공 4개를 일렬로 나열할 때, 흰 공은 서로 이웃하지 않게 나열하는 경우의 수는? (단, 같은 색의 공끼리는 서로 구별하지 않는다.) [3점]

- ① 295 ② 300 ③ 305 ④ 310 ⑤ 315

12. 두 함수

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x-1} & (x < 1) \\ \frac{1}{2x+1} & (x \geq 1) \end{cases},$$

$$g(x) = 2x^3 + ax + b$$

에 대하여 함수 $f(x)g(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, $b-a$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.) [3점]

- ① 10 ② 9 ③ 8 ④ 7 ⑤ 6

13. 공비가 1보다 큰 등비수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

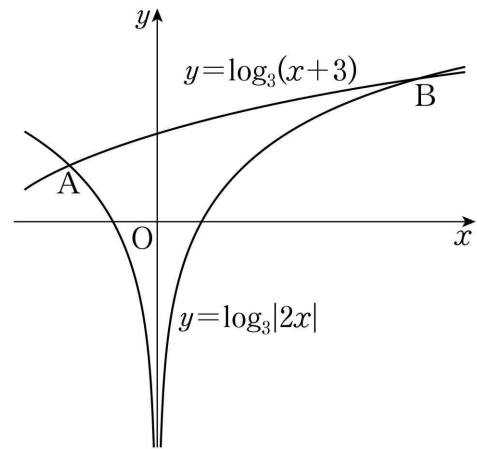
(가) $a_3 \times a_5 \times a_7 = 125$ (나) $\frac{a_4 + a_8}{a_6} = \frac{13}{6}$

a_9 의 값은? [3점]

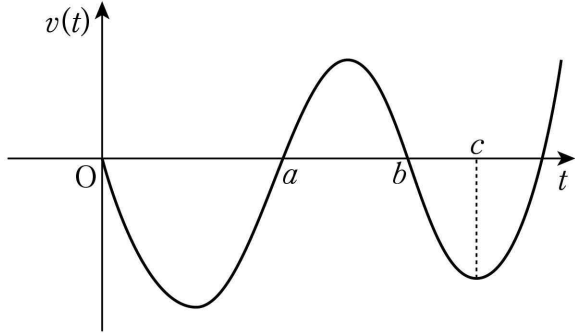
- ① 10 ② $\frac{45}{4}$ ③ $\frac{25}{2}$ ④ $\frac{55}{4}$ ⑤ 15

14. 함수 $y = \log_3|2x|$ 의 그래프와 함수 $y = \log_3(x+3)$ 의 그래프가 만나는 서로 다른 두 점을 각각 A, B라 하자. 점 A를 지나고 직선 AB와 수직인 직선이 y 축과 만나는 점을 C라 할 때, 삼각형 ABC의 넓이는? (단, 점 A의 x 좌표는 점 B의 x 좌표보다 작다.) [4점]

- ① $\frac{13}{2}$ ② 7 ③ $\frac{15}{2}$ ④ 8 ⑤ $\frac{17}{2}$



15. 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P의 시간 t ($t \geq 0$)에서의 속도 $v(t)$ 의 그래프가 그림과 같다.



점 P가 출발한 후 처음으로 운동 방향을 바꿀 때의 위치는 -8 이고 점 P의 시간 $t=c$ 에서의 위치는 -6 이다.

$\int_0^b v(t)dt = \int_b^c v(t)dt$ 일 때, 점 P가 $t=a$ 부터 $t=b$ 까지 움직인 거리는? [4점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

16. 함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$f(x) = x^3 - 4x \int_0^1 |f(t)| dt$$

를 만족시킨다. $f(1) > 0$ 일 때, $f(2)$ 의 값은? [4점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

17. $0 < a < 6$ 인 실수 a 에 대하여 원점에서 곡선 $y = x(x-a)(x-6)$ 에 그은 두 접선의 기울기의 곱의 최솟값은?
[4점]

① -54 ② -51 ③ -48 ④ -45 ⑤ -42

18. 다음은 $1 \leq |m| < n \leq 10$ 을 만족시키는 두 정수 m, n 에 대하여 m 의 n 제곱근 중에서 실수인 것이 존재하도록 하는 순서쌍 (m, n) 의 개수를 구하는 과정이다.

(i) $m > 0$ 인 경우
 n 의 값에 관계없이 m 의 n 제곱근 중에서 실수인 것이 존재한다. 그러므로 $m > 0$ 인 순서쌍 (m, n) 의 개수는 (가)이다.

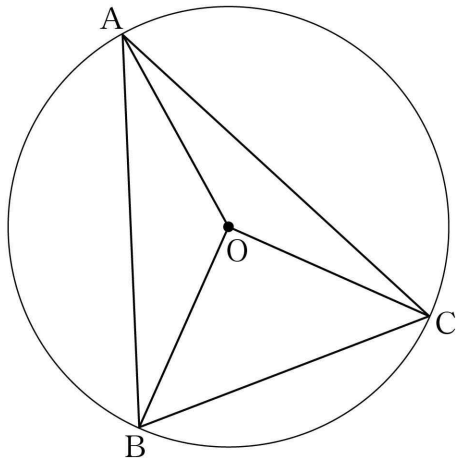
(ii) $m < 0$ 인 경우
 n 이 홀수이면 m 의 n 제곱근 중에서 실수인 것이 항상 존재한다. 한편, n 이 짝수이면 m 의 n 제곱근 중에서 실수인 것은 존재하지 않는다. 그러므로 $m < 0$ 인 순서쌍 (m, n) 의 개수는 (나)이다.

(i), (ii)에 의하여 m 의 n 제곱근 중에서 실수인 것이 존재하도록 하는 순서쌍 (m, n) 의 개수는 (가) + (나)이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 수를 각각 p, q 라 할 때, $p+q$ 의 값은? [4점]

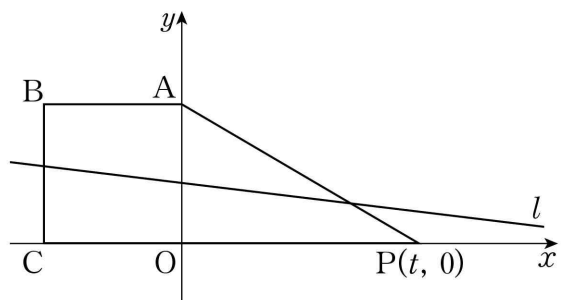
① 70 ② 65 ③ 60 ④ 55 ⑤ 50

19. 그림과 같이 중심이 O이고 반지름의 길이가 $\sqrt{10}$ 인 원에 내접하는 예각삼각형 ABC에 대하여 두 삼각형 OAB, OCA의 넓이를 각각 S_1, S_2 라 하자. $3S_1 = 4S_2$ 이고 $\overline{BC} = 2\sqrt{5}$ 일 때, 선분 AB의 길이는? [4점]



- ① $2\sqrt{7}$
- ② $\sqrt{30}$
- ③ $4\sqrt{2}$
- ④ $\sqrt{34}$
- ⑤ 6

20. 그림과 같이 좌표평면 위의 네 점 $O(0, 0), A(0, 2), B(-2, 2), C(-2, 0)$ 과 점 $P(t, 0) (t > 0)$ 에 대하여 직선 l 이 정사각형 OABC의 넓이와 직각삼각형 AOP의 넓이를 각각 이등분한다. 양의 실수 t 에 대하여 직선 l 의 y 절편을 $f(t)$ 라 할 때, $\lim_{t \rightarrow 0^+} f(t)$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{2-\sqrt{2}}{2}$
- ② $2-\sqrt{2}$
- ③ $\frac{2+\sqrt{2}}{4}$
- ④ 1
- ⑤ $\frac{2+\sqrt{2}}{3}$

21. 0이 아닌 실수 m 에 대하여 두 함수

$$f(x) = 2x^3 - 8x,$$

$$g(x) = \begin{cases} -\frac{47}{m}x + \frac{4}{m^3} & (x < 0) \\ 2mx + \frac{4}{m^3} & (x \geq 0) \end{cases}$$

이 있다. 실수 x 에 대하여 $f(x)$ 와 $g(x)$ 중 크지 않은 값을 $h(x)$ 라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

< 보 기 >

ㄱ. $m = -1$ 일 때, $h\left(\frac{1}{2}\right) = -5$ 이다.

ㄴ. $m = -1$ 일 때, 함수 $h(x)$ 가 미분가능하지 않은 x 의 개수는 2이다.

ㄷ. 함수 $h(x)$ 가 미분가능하지 않은 x 의 개수가 1인 양수 m 의 최댓값은 6이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

단답형

22. 함수 $f(x) = (2x+3)(x^2+5)$ 에 대하여 $f'(1)$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 중심각의 크기가 1라디안이고 둘레의 길이가 24인 부채꼴의 넓이를 구하시오. [3점]

24. $\int_1^3 (4x^3 - 6x + 4)dx + \int_1^3 (6x - 1)dx$ 의 값을 구하시오. [3점]

25. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 이

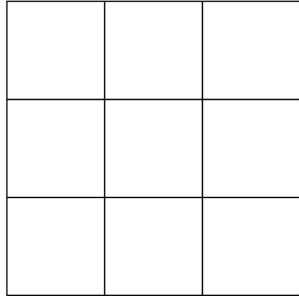
$$\lim_{n \rightarrow \infty} n^2 a_n = 3, \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{b_n}{n} = 5$$

를 만족시킬 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} n a_n (b_n + 2n)$ 의 값을 구하시오. [3점]

26. 좌표평면에서 제1사분면에 점 P가 있다. 점 P를 직선 $y=x$ 에 대하여 대칭이동한 점을 Q라 하고, 점 Q를 원점에 대하여 대칭이동한 점을 R라 할 때, 세 동경 OP, OQ, OR가 나타내는 각을 각각 α , β , γ 라 하자.

$\sin \alpha = \frac{1}{3}$ 일 때, $9(\sin^2 \beta + \tan^2 \gamma)$ 의 값을 구하시오. (단, O는 원점이고, 시초선은 x 축의 양의 방향이다.) [4점]

27. 그림과 같이 합동인 9개의 정사각형으로 이루어진 색칠판이 있다.



빨간색과 파란색을 포함하여 총 9가지의 서로 다른 색으로 이 색칠판을 다음 조건을 만족시키도록 칠하려고 한다.

- (가) 주어진 9가지의 색을 모두 사용하여 칠한다.
- (나) 한 정사각형에는 한 가지 색만을 칠한다.
- (다) 빨간색과 파란색이 칠해진 두 정사각형은 꼭짓점을 공유하지 않는다.

색칠판을 칠하는 경우의 수는 $k \times 7!$ 이다. k 의 값을 구하시오. (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [4점]

28. $0 < a < \frac{4}{7}$ 인 실수 a 와 유리수 b 에 대하여 닫힌구간

$\left[-\frac{\pi}{a}, \frac{2\pi}{a}\right]$ 에서 정의된 함수 $f(x) = 2\sin(ax) + b$ 가 있다.

함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 두 점 $A\left(-\frac{\pi}{2}, 0\right)$, $B\left(\frac{7}{2}\pi, 0\right)$ 을 지날 때, $30(a+b)$ 의 값을 구하시오. [4점]

29. 자연수 n 에 대하여 두 점 $A(0, n+5)$, $B(n+4, 0)$ 과 원점 O 를 꼭짓점으로 하는 삼각형 AOB 가 있다. 삼각형 AOB 의 내부에 포함된 정사각형 중 한 변의 길이가 1이고 꼭짓점의 x 좌표와 y 좌표가 모두 자연수인 정사각형의 개수를 a_n 이라 하자. $\sum_{n=1}^8 a_n$ 의 값을 구하시오. [4점]

30. 최고차항의 계수가 4인 삼차함수 $f(x)$ 와 실수 t 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \int_t^x f(s)ds$$

라 하자. 상수 a 에 대하여 두 함수 $f(x)$ 와 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $f'(a) = 0$
 (나) 함수 $|g(x) - g(a)|$ 가 미분가능하지 않은 x 의 개수는 1이다.

실수 t 에 대하여 $g(a)$ 의 값을 $h(t)$ 라 할 때, $h(3) = 0$ 이고 함수 $h(t)$ 는 $t = 2$ 에서 최댓값 27을 가진다.

$f(5)$ 의 값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.